

CHỦ ĐỀ 2

LẬP PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẪNG

Để lập phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) , thông thường ta có 3 trường hợp cơ bản sau:

Trường hợp 1: Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có một vector pháp tuyến $n = (A; B; C)$ hoặc có hai vector chỉ phương a, b (với $n = [a, b]$) thì viết dưới dạng sau:

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

Trường hợp 2: Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) có một vector pháp tuyến $n = (A; B; C)$ hoặc có hai vector chỉ phương a, b (với $n = [a, b]$) và không tìm được điểm $M_0(x_0; y_0; z_0) \in (\alpha)$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

- **Bước 2:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị D .

Chú ý: Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

Trường hợp 3: Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và giả thiết bài toán không cho vector pháp tuyến n hoặc không cho hai vector chỉ phương a, b thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Gọi vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $n = (A; B; C)$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$
- **Bước 2:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

- **Bước 3:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm hai phương trình chứa 3 ẩn A, B, C .

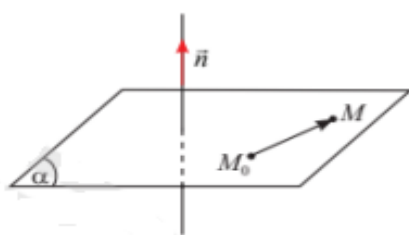
Chú ý:

- Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.
- Để giải tìm vector pháp tuyến của mặt phẳng đơn giản hơn thì gọi vector pháp tuyến của mặt phẳng là $n = (1; B; C)$.

DẠNG 1**VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẪNG KHI BIẾT MỘT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẪNG VÀ MỘT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG****1. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và biết một vector pháp tuyến $n = (A; B; C)$**

Trong không gian $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vector pháp tuyến $n = (A; B; C)$ là: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

$$\text{hay } Ax + By + Cz + D = 0 \text{ với } D = -Ax_0 - By_0 - Cz_0$$

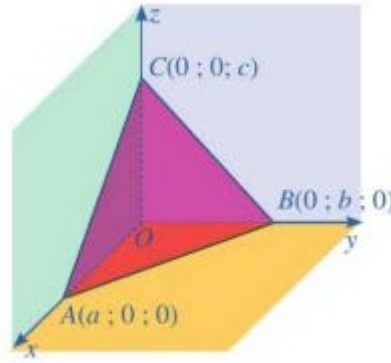
**Chú ý:**

- Phải nắm vững khái niệm **vector pháp tuyến** và **vector chỉ phương** của mặt phẳng.
 - + Vector pháp tuyến của mặt phẳng là vector **có giá vuông góc** với mặt phẳng đó. Nếu n là một vector pháp tuyến của mặt phẳng thì kn ($k \neq 0$) cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng đó.
 - + Vector vector chỉ phương của mặt phẳng là vector **có giá song song** với mặt phẳng đó. Nếu a là một vector chỉ phương của mặt phẳng thì ka ($k \neq 0$) cũng là một vector chỉ phương của mặt phẳng đó.
- Mặt phẳng (α) có cặp vector chỉ phương a, b (a, b không cùng phương) thì mặt phẳng (α) có vector pháp tuyến $n = [a, b]$.
- Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng thì có cặp vector chỉ phương $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ nên mặt phẳng (α) có vector pháp tuyến $n = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$.
- Dựa vào tính chất vuông góc, song song giữa mặt phẳng với mặt phẳng, giữa đường thẳng với mặt phẳng trong không gian để tìm vector chỉ phương, vector pháp tuyến của mặt phẳng cần lập.
 - + Hai mặt phẳng song song thì có cùng vector pháp tuyến.
 - + Hai mặt phẳng vuông góc thì vector chỉ phương của mặt phẳng này là vector pháp tuyến của mặt phẳng kia.
 - + Đường thẳng song song mặt phẳng thì vector chỉ phương của đường thẳng là vector chỉ phương của mặt phẳng.
 - + Đường thẳng vuông góc mặt phẳng thì vector chỉ phương của đường thẳng là vector pháp tuyến của mặt phẳng.

2. Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

a. Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

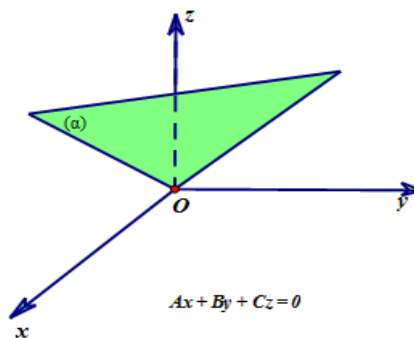
Mặt phẳng (α) không đi qua gốc tọa độ O và lần lượt cắt trục Ox tại $A(a;0;0)$, cắt trục Oy tại $B(0;b;0)$, cắt trục Oz tại $C(0;0;c)$ có **phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn** là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ với $a, b, c \neq 0$



a. Phương trình mặt phẳng đặc biệt

Xét phương trình mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$

- Nếu $D = 0$ thì mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O và có dạng $(\alpha): Ax + By + Cz = 0$.



- Nếu $A = 0, B \neq 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Ox .
 - + Mặt phẳng (α) song song Ox thì có dạng $(\alpha): By + Cz + D = 0$. (Hình 1)
 - + Mặt phẳng (α) chứa trục Ox thì có dạng $(\alpha): By + Cz = 0$.
- Nếu $A \neq 0, B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oy .
 - + Mặt phẳng (α) song song Oy thì có dạng $(\alpha): Ax + Cz + D = 0$. (Hình 2)
 - + Mặt phẳng (α) chứa trục Oy thì có dạng $(\alpha): Ax + Cz = 0$.
- Nếu $A \neq 0, B \neq 0, C = 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oz .
 - + Mặt phẳng (α) song song Oz thì có dạng $(\alpha): Ax + By + D = 0$. (Hình 3)
 - + Mặt phẳng (α) chứa trục Oz thì có dạng $(\alpha): Ax + By = 0$.
- Nếu $A = B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxy) .

+ Mặt phẳng (α) song song (Oxy) thì có dạng $(\alpha): Cz + D = 0$. (Hình 4)

+ Mặt phẳng (α) chứa trục (Oxy) thì có dạng $(\alpha): z = 0$.

• Nếu $A = C = 0, B \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxz) .

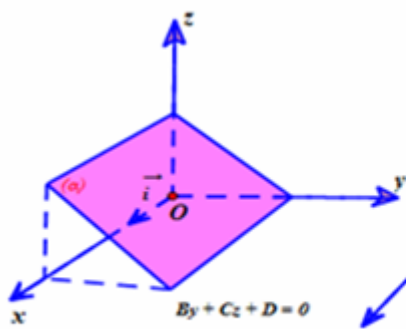
+ Mặt phẳng (α) song song (Oxz) thì có dạng $(\alpha): By + D = 0$. (Hình 5)

+ Mặt phẳng (α) chứa trục (Oxz) thì có dạng $(\alpha): y = 0$.

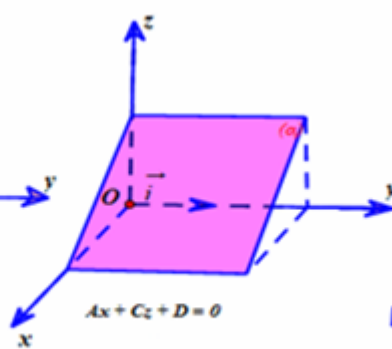
• Nếu $B = C = 0, A \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oyz) .

+ Mặt phẳng (α) song song (Oyz) thì có dạng $(\alpha): Ax + D = 0$. (Hình 6)

+ Mặt phẳng (α) chứa trục (Oyz) thì có dạng $(\alpha): x = 0$.



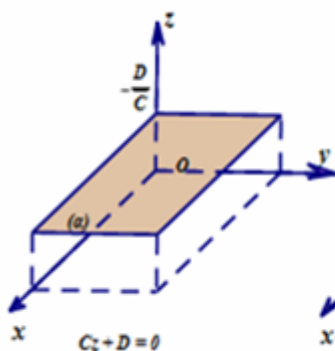
Hình 1



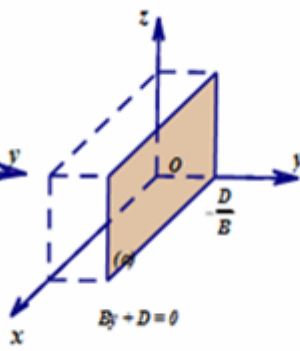
Hình 2



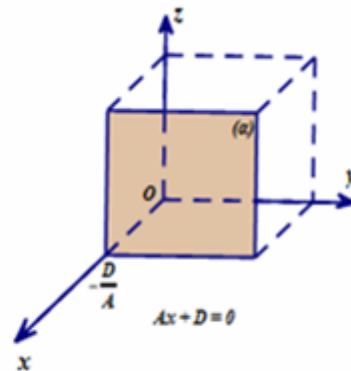
Hình 3



Hình 4



Hình 5



Hình 6

Nhận xét:

• Để nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì lấy phương trình $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ làm chuẩn.

+ Mặt phẳng (α) chứa gốc tọa độ $O(0;0;0)$ thì $D = 0$.

+ Mặt phẳng (α) chứa trục tương ứng nào (trục Ox, Oy, Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax, By, Cz) và $D = 0$.

+ Mặt phẳng (α) song song trục tương ứng nào (trục Ox, Oy, Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax, By, Cz) và $D \neq 0$.

• Nếu không nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì nhớ vector chỉ phương của các trục Ox, Oy, Oz và vector pháp tuyến các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ để chuyển bài toán lập phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và một vector pháp tuyến.

+ Trục Ox có vector chỉ phương là $i = (1; 0; 0)$.

+ Trục Oy có vector chỉ phương là $j = (0; 1; 0)$.

+ Trục Oz có vector chỉ phương là $k = (0; 0; 1)$.

+ Mặt phẳng (Oxy) có vector pháp tuyến là $k = (0; 0; 1)$.

+ Mặt phẳng (Oxz) có vector pháp tuyến là $j = (0; 1; 0)$.

+ Mặt phẳng (Oyz) có vector pháp tuyến là $i = (1; 0; 0)$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vector pháp tuyến $n = (1; -2; 3)$.

- A.** $x - 2y + 3z + 12 = 0$ **B.** $x - 2y - 3z - 6 = 0$ **C.** $x - 2y + 3z - 12 = 0$ **D.** $x - 2y - 3z + 6 = 0$

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

- A.** $2x - y + 3z + 9 = 0$ **B.** $2x - y + 3z - 4 = 0$ **C.** $x - 2y - 4 = 0$ **D.** $2x - y + 3z + 4 = 0$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3; 0; -1)$ và có véc tơ pháp tuyến $n = (4; -2; -3)$ là

- A.** $4x - 2y + 3z - 9 = 0$ **B.** $4x - 2y - 3z - 15 = 0$.
C. $3x - z - 15 = 0$. **D.** $4x - 2y - 3z + 15 = 0$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1; 1; -2)$ và có vector pháp tuyến $n = (1; -2; -2)$ là

- A.** $x - 2y - 2z - 1 = 0$ **B.** $-x + y - 2z - 1 = 0$ **C.** $x - 2y - 2z + 7 = 0$ **D.** $-x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

- A.** $z = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $x + y + z = 0$. **D.** $y = 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

- A. $z=0$. B. $x=0$. C. $y=0$. D. $x+y=0$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $y=0$ B. $x=0$ C. $y-z=0$ D. $z=0$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx ?

- A. $x=0$. B. $y-1=0$. C. $y=0$. D. $z=0$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vector chỉ phương $a=(1;1;-2), b=(1;0;3)$ là

- A. $3x-5y-z-6=0$. B. $3x-5y-z+6=0$. C. $3x+5y-z+6=0$. D. $3x-5y+z-6=0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cặp vector $a=(2;1;-2), b=(1;0;2)$ có giá song song với mặt phẳng (P) . Phương trình mặt phẳng (P) qua $C(1;1;3)$ là

- A. $2x+6y-z-7=0$. B. $2x-6y-z+5=0$. C. $2x+6y+z+5=0$. D. $2x-6y-z+7=0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax+y-z+d=0$. Hãy xác định a và d .

- A. $a=1, d=1$. B. $a=6, d=-6$. C. $a=-1, d=-6$. D. $a=-6, d=6$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là:

- A. $2x-y+3z+9=0$. B. $2x+y+3z-3=0$.
C. $2x+y+3z+3=0$. D. $2x-y+3z-9=0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- A. $x+2y+2z-11=0$. B. $x+2y+2z-2=0$. C. $x+2y+4z-4=0$. D. $x+2y+4z-17=0$.

Câu 15. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

- A. $2x + 2y + z - 2 = 0$. B. $4x + 2y + z - 17 = 0$.
C. $4x + 2y + z - 4 = 0$. D. $2x + 2y + z - 11 = 0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- A. $x + y + 2z - 3 = 0$ B. $x + y + 2z - 6 = 0$ C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$ D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

- A. $3x + 2z + 1 = 0$ B. $x + 2y - 2z + 1 = 0$ C. $x + 2y - 2z - 1 = 0$ D. $3x + 2z - 1 = 0$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

- A. $y + 2z - 5 = 0$ B. $2x - y - 1 = 0$ C. $2x - y + 1 = 0$ D. $-y + 2z - 5 = 0$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - z = 0$ có phương trình là

- A. $4x - 3y + 2z + 3 = 0$ B. $4x - 3y - 2z + 3 = 0$ C. $2x + y - 3z - 1 = 0$ D. $4x + y - 2z - 1 = 0$

Câu 20. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$, $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

- A. $2x - y - 2z = 0$ B. $2x - y + 2z = 0$
C. $2x + y - 2z = 0$ D. $2x + y - 2z + 1 = 0$

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a + b + c = 5$ B. $a + b + c = 15$ C. $a + b + c = -5$ D. $a + b + c = -15$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$, $(Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là

- A. $x + y + z - 3 = 0$ B. $x + y + z + 3 = 0$ C. $-2x + z + 6 = 0$ D. $-2x + z - 6 = 0$

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 9 = 0$ chứa hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = -12$. B. $S = 2$. C. $S = -4$. D. $S = -2$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là

- A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$. B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.
C. $2x + y - 3z - 14 = 0$. D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai vectơ $v = (-1;2;3)$, $u = (-2;0;1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $v = -i + 2j + 3k$.

B. $u \perp v$.

C. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của vectơ $v = (-1;2;3)$ là: $x - 2y - 3z + 4 = 0$.

D. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của vectơ $u = (-2;0;1)$ là: $2x - y + 1 = 0$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overrightarrow{AB} = i + 6j + 5k$.

B. $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$.

C. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $x - y + z - 4 = 0$.

D. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $2x + y - z - 2 = 0$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

- A. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x - 2y - z - 12 = 0$.
- B. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $-3x + 2y - z + 12 = 0$.
- C. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x - 2y + z - 12 = 0$.
- D. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x + 2y - z - 12 = 0$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0), B(4; 1; 2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

- A. $\overrightarrow{AB} = (3; 1; 2)$.
- B. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là $3x + y + 2z - 3 = 0$.
- C. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.
- D. Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là $3x + y + 2z - 12 = 0$.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy, Oz . Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

- A. Điểm A có tọa độ là $A(1; 0; 0)$.
- B. Điểm B có tọa độ là $A(1; 2; 0)$.
- C. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.
- D. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 5; 2)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

- A. Điểm A_1 có tọa độ là $A_1(3; 5; 0)$.
- B. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x + 6y + 15z - 60 = 0$.
- C. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x + 6y + 15z - 90 = 0$.
- D. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overline{AB} = (-6; 2; 2)$

B. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I(1; 1; 2)$.

C. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x + y + 2z - 6 = 0$.

D. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $3x - y - z = 0$.

Câu 32. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overline{AB} = (1; 1; -1)$

B. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là $x + z = 0$.

C. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $d(A, (P)) = \frac{7\sqrt{6}}{6}$

D. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là $3x - y + z = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tổng quát mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $a = (1; -1; 2)$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) qua $M(0; -2; 1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $a = (-2; -3; 8), b = (-1; 0; 6)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, $C(1; 0; 2)$, $D(1; 1; 1)$. Mặt phẳng (α) đi qua $A(1; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, (α) song song với đường thẳng CD . Viết phương trình mặt phẳng (α) .

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 3 = 0$. Viết phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) .

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; -2)$, $B(3; 2; 0)$, $C(0; 2; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

Câu 38. Trong không gian, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB .

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1), B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Viết phương trình mặt phẳng (MNP) .

DẠNG 2

VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẪNG KHI BIẾT MỘT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG MÀ KHÔNG BIẾT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẪNG

Khi viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) mà có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ hoặc có hai vectơ chỉ phương $\vec{a}, \vec{b}$ (với $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$) và không tìm được điểm $M_0(x_0; y_0; z_0) \in (\alpha)$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

- **Bước 2:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị D .

Chú ý: Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 1 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3? Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $(Q): 2x + 2y - z + 10 = 0$ B. $(Q): 2x + 2y - z + 4 = 0$

C. $(Q): 2x + 2y - z + 8 = 0$ D. $(Q): 2x + 2y - z - 8 = 0$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; -1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1; 1; 1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $2x + 3y - 6z + 1 = 0$ B. $3x + 2y - 6z + 1 = 0$

C. $3x + 2y - 5z = 0$ D. $6x + 2y - 3z - 5 = 0$

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; 6), D(2; 4; 6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là

A. $6x + 3y + 2z - 24 = 0$ B. $6x + 3y + 2z - 12 = 0$

C. $6x + 3y + 2z = 0$ D. $6x + 3y + 2z - 36 = 0$

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$, mặt phẳng (P) không qua O , song song với mặt phẳng (Q) và $d((P), (Q)) = 1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y + 2z + 1 = 0$ B. $x + 2y + 2z = 0$ C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$ D. $x + 2y + 2z + 3 = 0$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) , cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương.

A. $(Q): 2x - 2y + z + 4 = 0$ B. $(Q): 2x - 2y + z - 14 = 0$

C. $(Q): 2x - 2y + z - 19 = 0$ D. $(Q): 2x - 2y + z - 8 = 0$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 46. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x + y - z + 3 = 0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) .

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, gọi (γ) là mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng sau đây: $4x - y - 2z - 3 = 0$, $4x - y - 2z - 5 = 0$. Tìm mặt phẳng (γ) .

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) , (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Viết phương trình của mặt phẳng (P) .

DẠNG 3

VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẪNG KHI BIẾT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẪNG VÀ KHÔNG BIẾT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC KHÔNG BIẾT HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG

Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và giả thiết bài toán không cho vectơ pháp tuyến n hoặc không cho hai vectơ chỉ phương a, b thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $n = (A; B; C)$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$
- **Bước 2:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

- **Bước 3:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm hai phương trình chứa 3 ẩn A, B, C .

Chú ý:

- Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

• Để giải tìm vector pháp tuyến của mặt phẳng đơn giản hơn thì gọi vector pháp tuyến của mặt phẳng là $n = (1; B; C)$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3)$, $C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa

A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x + 3y + z - 1 = 0$

B. $x + 2y + z - 1 = 0$

C. $x + y + 7z + 6 = 0$

D. $2x + 3y + 6z + 13 = 0$

A. $x + y + 2z - 1 = 0$

B. $2x + 3y + 7z + 23 = 0$

C. $23x + 37y + 17z + 23 = 0$

D. $23x + 37y + 17z + 23 = 0$

Câu 51. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $M(4;2;1)$, $N(0;0;3)$, $Q(2;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa OQ và cách đều 2 điểm M, N .

A. $x - 2y - 2z = 0$ hoặc $x + 4y - 2z = 0$

B. $x + 2y + 2z = 0$ hoặc $x - 4y - 2z = 0$

C. $x + 2y - 2z = 0$ hoặc $x + 4y - 2z = 0$

D. $x + 2y - 2z = 0$ hoặc $x - 4y - 2z = 0$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) qua O , vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z = 0$ và cách điểm $M(1;2;-1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(-1;1;0)$, $N(0;0;-2)$, $I(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và B , đồng thời khoảng cách từ I đến (P) bằng $\sqrt{3}$.

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;-1;2)$, $B(1;3;0)$, $C(-3;4;1)$, $D(1;2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P) .

Câu 55. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;3)$, $B(0;-1;2)$, $C(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và gốc tọa độ O sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách từ C đến (P) .

Câu 56. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với mặt phẳng (P) , cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB = 2IC$.

DẠNG 4
MỘT SỐ DẠNG KHÁC

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

B. $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.

C. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

D. $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 58. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$.

B. $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.

C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$.

D. $12x + 3y + 4z = 0$.

Câu 59. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm

A. $2x + 5y + z - 6 = 0$.

B. $2x + y - 6z - 23 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$.

D. $3x + 4y + 3z - 1 = 0$.

Câu 60. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$ và cách đều các điểm $A(1;6;0), B(-2;2;-1), C(5;-1;3)$. Tích abc bằng

A. 6

B. -6

C. 0

D. 5

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) .

A. $3x + 2y + z + 14 = 0$.

B. $2x + y + 3z + 9 = 0$.

C. $3x + 2y + z - 14 = 0$.

D. $2x + y + z - 9 = 0$.

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2), B(2;-2;0), C(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A , trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $4x - 2y - z + 4 = 0$.

B. $4x - 2y + z + 4 = 0$.

C. $4x + 2y + z - 4 = 0$.

D. $4x + 2y - z + 4 = 0$.

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM = 2ON$

A. $(P): 3x + y + 2z - 6 = 0$

B. $(P): 2x + 3y - z - 4 = 0$

C. $(P): 2x + y + z - 4 = 0$

D. $(P): x + 2y - z - 2 = 0$

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by + cz - 14 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. 8.

B. 14.

C. $T = 6$.

D. 11.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$, $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$. Mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P), (Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

- A. $x + y + z - 6 = 0$. B. $x + y + z + 6 = 0$. C. $x + y + z - 3 = 0$. D. $x + y - z - 6 = 0$.

Câu 66. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -3; 8)$ và chắn trên Oz một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy . Giả sử $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$ (a, b, c, d là các số nguyên). Tính $S = \frac{a+b+c}{d}$.

- A. 3. B. -3. C. $\frac{5}{4}$. D. $-\frac{5}{4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 67. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM .

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$.

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

- A. $\frac{81}{2}$. B. $\frac{243}{2}$. C. $\frac{81}{6}$. D. 243.

Câu 70. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c là ba số thực dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2017$. Khi đó, mặt phẳng (ABC) luôn đi qua có một điểm cố định có tọa độ là bao nhiêu?

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Tính số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 72. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M(2;1;3)$, $A(0;0;4)$ và cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại B, C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?

A. 0 .

B. 3 .

C. 2 .

D. 4 .