|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠONAM ĐỊNH | ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2022 - 2023Môn: Toán – Lớp: 8 THCS. Thời gian làm bài: 120 Phút. Đề thi gồm: 01 trang. |

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức:.
2. Cho các số thực  thoả mãn  và . Tính giá trị của biểu thức:

 .

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Biết rằng đa thức  chia cho  dư , chia cho  dư , chia cho  được thương là  và còn dư. Tính .
2. Tìm tất cả giá trị của số tự nhiên  để biểu thức  có giá trị là một số chính phương.

**Câu 3. (3,0 điểm)**

1. Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình: .
2. Giải phương trình: .

**Câu 4. (7,0 điểm)**

 Cho tam giác  nhọn .Các đường cao  của tam giác  cắt nhau tại . Gọi  là trung điểm của đoạn thẳng  là điểm đối xứng của  qua . Kẻ  vuông góc với đường thẳng  tại 

 1) Tính số đo 

 2) Gọi  lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ  đến các đường thẳng  Gọi giao điểm của  và  là  Chứng minh rằng:

 a) Ba điểm  thẳng hàng.

 b) 

 3) Tia phân giác của  cắt  tại  kẻ đường thẳng đi qua  và vuông góc với đường thẳng  tại  đường thẳng  cắt đường thẳng  tại . Gọi  là trung điểm của đoạn thẳng  Chứng minh đường thẳng  đi qua trung điểm của đoạn thẳng .

**Câu 5. (2,0 điểm)**

1. Xét  là hai số thực dương thay đổi thoả mãn điều kiện . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  .

 2) Một chiếc hộp đựng 99 chiếc thẻ màu vàng, 100 chiếc thẻ màu đỏ và 101 chiếc thẻ màu xanh. Người ta tiến hành trò chơi rút thẻ như sau: mỗi lần rút thẻ người ta lấy ra hai chiếc thẻ khác màu và thay vào đó bằng hai chiếc thẻ có màu còn lại, quá trình này diễn ra liên tục. Hỏi đến một lúc nào đó người ta có thể nhận được trong hộp tất cả các thẻ có cùng một màu hay không? Hãy giải thích vì sao?

....................**Hết**....................

Họ tên thí sinh:....................................................... Số báo danh:...............................................................

Họ, tên và chữ ký của GT1:................................... Họ, tên và chữ ký của GT2:........................................

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Đáp án**  | **Điểm** |
| **1.1****(2,0 đ)** | *Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức* . | **(2,0)** |
| Điều kiện xác định | 0,25 |
| Tìm đúng điều kiện và kết luận  | 0,25 |
|  | 0,5 |
|  | 0,250,25 |
| Vậy với  thì  | 0,250,25 |
| **1.2****(2,0đ)** | *Cho các số thực  thoả mãn  và . Tính giá trị của biểu thức*: . | **(2,0)** |
| Kết hợp  và  ta được  | 0,25 |
|  | 0,250,25 |
|  |  0,25 |
|  | 0,25 |
| Nếu  thì   | 0,250,25 |
| Tương tự nếu  hoặc  thì Vậy với  thoả mãn  và  thì   | 0,25 |
| **2.1****(2,0đ)** | *Biết rằng đa thứcchia cho  dư , chia cho  dư , chia cho  được thương là  và còn dư. Tính .*  | **(2,0)** |
| chia cho  dư    | 0,25 |
| chia cho  dư    | 0,25 |
|  chia cho  được thương là  và còn dư (1)  | 0,25 |
| Từ (1)  | 0,25 |
|  tìm được  | 0,25 |
| Suy ra   | 0,25 |
|  | 0,250,25 |
|  **2.2****(2,0đ)** | *Tìm tất cả giá trị của số tự nhiên  để biểu thức  có giá trị là một số chính phương.* | **(2,0)** |
|   | 0,250,25 |
| - Xét  thì  là số chính phương | 0,25 |
| - Xét  thì  là số chính phương | 0,25 |
| - Xét  ta thấy  là số chính phương, Suy ra  | 0,250,25 |
| Mà và  là 2 số chính phương liên tiếp  không phải là số chính phương (\*\*). | 0,25 |
| Từ (\*) và  (\*\*) suy ra  không là số chính phương với Vậy  hoặc  thì có giá trị là số chính phương. | 0,25 |
| **3.1****(1,5đ)** | *Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình .*  | **(1,5 )** |
| Ta có  với mọi   (1) | 0,25 |
|  với mọi  (2) | 0,25 |
| Từ (1) và (2) suy ra Mà  nguyên nên  | 0,25 |
| Thay  vào (\*) ta được:  | 0,250,25 |
| Với  thì Với  thì Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm nguyên là ; .  | 0,25 |
| **3.2****(1,5đ)** | *Giải phương trình*  .  | **(1,5đ)** |
| Điều kiện xác định  | 0,25 |
| Phương trình được viết lại  | 0,25 |
| Đặt , Phương trình trở thành   | 0,25 |
| TH1:  | 0,25 |
| TH2:   | 0,25 |
| Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là  | 0,25 |
| **4** |  *Cho tam giác  nhọn . Các đường cao  của tam giác  cắt nhau tại . Gọi  là trung điểm của đoạn thẳng  là điểm đối xứng của  qua . Kẻ  vuông góc với đường thẳng  tại*  *1) Tính số đo*  *2) Gọi  lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ  đến các đường thẳng  Gọi giao điểm của  và  là  Chứng minh rằng:* *a) Ba điểm  thẳng hàng.*  *b)*  *3) Tia phân giác của  cắt  tại  kẻ đường thẳng đi qua  và vuông góc với đường thẳng  tại  đường thẳng  cắt đường thẳng  tại . Gọi  là trung điểm của đoạn thẳng  Chứng minh đường thẳng  đi qua trung điểm của đoạn thẳng .* | **(7,0)** |
|  |  |  |
| **4.1****(2,0đ)** | *Tính số đo .* | **2,0** |
| Vì  đối xứng với  qua  nên  là trung điểm của .Chứng minh được tứ giác  là hình bình hành . | 0,250,25 |
| Chứng minh được tứ giác  là hình chữ nhật  là trung điểm của  và   | 0,250,25 |
|  là đường cao của  vuông tại . Vì  là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông  . | 0,250,25 |
| Xét  có  là đường trung tuyến và   vuông tại . | 0,250,25 |
| **4.2****(3,0đ)** | *Gọi  lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ  đến các đường thẳng  Gọi giao điểm của  và  là  Chứng minh rằng:* *a) Ba điểm  thẳng hàng.*  *b)*  | **3,0** |
| 4.2a(1,25đ) | Chứng minh được . | 0,25 |
| Chứng minh được . | 0,25 |
|  (1)  | 0,25 |
| Chứng minh tương tự ta được  (2)  | 0,25 |
| Từ (1) và (2) suy ra 3 điểm  thẳng hàng. | 0,25 |
| 4.2b(1,75đ) | Gọi V là giao điểm của KR và BM .Chứng minh được  (3) | 0,25 |
| Vì  (4) | 0,25 |
| Từ (3) và (4) . | 0,25 |
| Chứng minh được tứ giác  là hình chữ nhật, suy ra được Vì nên là tia phân giác của  | 0,25 |
| Xétcó là đường phân giác  (5) | 0,25 |
| Chứng minh được MC là đường phân giác góc ngoài của  (6) | 0,25 |
| Từ (5) và (6)  | 0,25 |
| **4.3****(2,0đ)** | *Tia phân giác của  cắt  tại  kẻ đường thẳng đi qua  và vuông góc với đường thẳng  tại  đường thẳng  cắt đường thẳng  tại , gọi  là trung điểm của đoạn thẳng . Chứng minh đường thẳng  đi qua trung điểm của đoạn thẳng .* | **2,0** |
|  |  |  |
| Gọi giao điểm của  với là U, giao điểm của  với  và  lần lượt là  và . Kẻ đường thẳng đi qua O và song song với AC cắt  và  lần lượt tại  và Chứng minh được  cân tại A  là trung điểm của  là trung điểm của  | 0,250,25 |
| Xét có   | 0,25 |
| Xét có   | 0,25 |
| Xét có   | 0,25 |
| Xét có  Suy ra   | 0,25 |
| Xét có , Xét có  là trung điểm của  trùng với  đi qua trung điểm của .  | 0,250,25 |
| **5.1****(1,0đ)** | *Xét  là hai số thực dương thay đổi thoả mãn điều kiện . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  .* | **1,0** |
|  | 0,25 |
| Ta có  (do ) | 0,25 |
| Chứng minh tương tự   | 0,25 |
| Dấu “=” xảy ra khi . Vậy giá trị lớn nhất của  khi  | 0,25 |
| **5.2****(1,0đ)** | *Một chiếc hộp đựng 99 chiếc thẻ màu vàng, 100 chiếc thẻ màu đỏ và 101 chiếc thẻ màu xanh. Người ta tiến hành trò chơi rút thẻ như sau: mỗi lần rút thẻ người ta lấy ra hai chiếc thẻ khác màu và thay vào đó bằng hai chiếc thẻ có màu còn lại, quá trình này diễn ra liên tục. Hỏi đến một lúc nào đó người ta có thể nhận được trong hộp tất cả các thẻ có cùng một màu hay không? Hãy giải thích vì sao?* | **1,0** |
| Ta thấy 99 chia cho 3 dư 0, 100 chia cho 3 dư 1, 101 chia cho 3 dư 2, do đó số lượng thẻ mỗi loại khi chia cho 3 được các số dư khác nhau là 0, 1, 2. | 0,25 |
| Sau mỗi lần rút thẻ, số lượng thẻ mỗi loại trong hộp giảm đi 1 hoặc tăng thêm 2. Khi đó số dư của chúng khi chia cho 3 thay đổi như sau:Số thẻ chia cho 3 dư 0 sau mỗi lần rút sẽ chia cho 3 dư 2.Số thẻ chia cho 3 dư 1 sau mỗi lần rút sẽ chia cho 3 dư 0.Số thẻ chia cho 3 dư 2 sau mỗi lần rút sẽ chia cho 3 dư 1. | 0,25 |
| Do đó sau mỗi lần rút thẻ, số thẻ mỗi loại trong hộp khi chia cho 3 vẫn có số dư khác nhau là 0, 1, 2. Giả sử đến một lúc nào đó người ta có thể nhận được trong hộp tất cả các thẻ có cùng một màu thì số thẻ 2 màu còn lại bằng 0, số dư của chúng khi chia cho 3 bằng 0, điều này mâu thuẫn với kết luận trên.Vậy không thể nhận được các thẻ trong hộp có cùng một màu. | 0,250,25 |

***Chú ý:***

*- Nếu thí sinh làm đúng mà cách giải khác với đáp án và phù hợp kiến thức của chương trình THCS thì tổ chấm thống nhất cho điểm thành phần đảm bảo tổng điểm như hướng dẫn quy định.*

*- Tổng điểm toàn bài không làm tròn.*

**------------------Hết----------------**