

CHỦ ĐỀ 6. TỈ LỆ THỨC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

($a, b, c, d \in \mathbb{Q}$; $b \neq 0, d \neq 0$)

Ta có a và d gọi là các ngoại tỉ, b và c là các trung tỉ.

2. Tính chất:

- Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $ad = bc$;

- Nếu $ad = bc$ và $a, b, c, d \neq 0$ thì ta có các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \frac{d}{b} = \frac{c}{a}, \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên

Phương pháp giải: Để thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên ta thực hiện các bước sau:

Bước 1. Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số tối giản;

Bước 2. Thực hiện phép chia phân số

1A. Thay tỉ số của các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên:

$$\text{a) } \frac{-3}{5} : \frac{12}{25}; \quad \text{b) } 1,2 : 4,8; \quad \text{c) } \frac{3}{4} : 0,45.$$

1B. Thay tỉ số của các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên:

$$\text{a) } \frac{-3}{5} : \frac{15}{6}; \quad \text{b) } 1,5 : 8,25; \quad \text{c) } \frac{5}{8} : 0,75.$$

Dạng 2. Lập tỉ lệ thức từ đẳng thức cho trước, từ một tỉ lệ thức cho trước, từ các số cho trước

Phương pháp giải: Ta thực hiện như sau:

- Lập tỉ lệ thức từ đẳng thức cho trước: Áp dụng tính chất 2

Nếu $ad = bc$ và $a, b, c, d \neq 0$ thì ta có các tỉ lệ thức sau:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \frac{d}{b} = \frac{c}{a}, \frac{d}{c} = \frac{b}{a}$$

- Lập tất cả các tỉ lệ thức từ một tỉ lệ thức cho trước: Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta có thể lập được ba tỉ lệ thức khác bằng cách:

1. Đường tuy gần không đi sẽ không đến - Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

- Giữ nguyên ngoại tỉ, đổi chỗ các trung tỉ: $\frac{a}{c} = \frac{v}{d}$

- Giữ nguyên trung tỉ, đổi chỗ các ngoại tỉ: $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$

- Đổi chỗ các ngoại tỉ với nhau, các trung tỉ với nhau: $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$

- *Lập tỉ lệ thức từ các số cho trước:* Từ các số đã cho ta lập được đẳng thức dạng $ad = bc$ và áp dụng tính chất 2.

2A. Các tỉ số sau đây có lập thành tỉ lệ thức không?

c) Lập tất cả các tỉ lệ thức có được từ bốn số sau : 12 ; - 3 ; 40 ; -10

3B. a) Lập tất cả các tỉ lệ thức từ các đẳng thức sau:

i) $13.18 = 9.26$;

ii) $MA.PQ = 3.5$;

iii) $MN.PQ = CD.EF$;

iv) $2.AB = 7.MN$.

b) Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể từ tỉ lệ thức sau: $\frac{5}{20} = \frac{1,6}{6,4}$;

c) Lập tất cả các tỉ lệ thức có từ bốn số sau : - 1; 5 ; -25 ; 125.

Dạng 3. Tìm số hạng chưa biết của một tỉ lệ thức

Phương pháp giải: Ta sử dụng các tính chất:

Nếu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ thì $a = \frac{bc}{d}$; $b = \frac{ad}{c}$; $c = \frac{ad}{b}$; $d = \frac{bc}{a}$

4A. a) Tìm x trong các tỉ lệ thức:

i) $1,2 : 0,8 = (-3,6) : (3x)$;

ii) $12 : 5 = x : 1,5$;

iii) $x : 2,5 = 0,03 : 0,75$;

iv) $3,75 : x = 4,8 : 2,5$.

b) Tìm x, biết:

i) $\frac{x}{5} = \frac{3}{20}$;

ii) $\frac{x}{15} = \frac{60}{x}$;

iii) $\frac{2-x}{4} = \frac{3x-1}{-3}$;

iv) $\frac{12-3x}{32} = \frac{6}{4-x}$.

4B. a) Tìm x trong các tỉ lệ thức:

i) $1,8 : 1,3 = (-2,7) : (5x)$;

ii) $15 : 4 = x : 3,5$;

iii) $x : 6,5 = 0,13 : 0,25$;

iv) $5,25 : x = 3,6 : 2,4$.

b) Tìm x, biết:

i) $\frac{x}{4} = \frac{9}{10}$;

ii) $\frac{x}{24} = \frac{0}{x}$;

iii) $\frac{5-2x}{3} = \frac{4x-1}{-5}$;

iv) $\frac{10-2x}{6} = \frac{27}{5-x}$.

Dạng 4. Chứng minh tỉ lệ thức

Phương pháp giải: Để chứng minh tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ta thường sử dụng một trong ba cách sau:

Cách 1. Chứng tỏ $ad = bc$.

Cách 2. Chứng tỏ $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ có cùng giá trị.

Cách 3. Dùng tính chất dãy tỉ số bằng nhau (học ở bài sau)

5A. a) Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Chứng minh:

i) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$;

ii) $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+c}{b+d}$.

b) Cho $\frac{2a+b}{a-2b} = \frac{2c+d}{c-2d}$. Chứng minh $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

5B. a) Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh:

i) $\frac{a+c}{a} = \frac{b+d}{b}$;

ii) $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$.

b) Cho: $\frac{a+3c}{b+3d} = \frac{a+c}{b+d}$. Chứng minh: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

6. Thay tỉ số giữa các số sau bằng tỉ số giữa các số nguyên

a) 1,2: 3,36; b) $3\frac{1}{7}:2\frac{5}{14}$; c) $\frac{3}{8}:0,54$.

7. Lập tất cả các tỉ lệ thức có được từ các đẳng thức sau: $(-2).15 = 3.(-10)$.

8. Lập tất cả các tỉ lệ thức có được từ các số: 3; 9; 27; 81.

9. Tìm x, biết:

a) $3\frac{4}{5}:\frac{8}{5}=0,25:x$;

b) $\frac{2x+3}{24}=\frac{3x-1}{32}$;

c) $\frac{13x-2}{2x+5}=\frac{76}{17}$.

10. Chứng minh rằng: Nếu $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+d}{d+a}$ ($c+d \neq 0$) thì $a=c$ hoặc $a=b+c+d=0$

3.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

HƯỚNG DẪN

1A. a) $\frac{-3}{5}; \frac{12}{25} = \frac{-5}{4}$; b) $1,2:4,8 = \frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{4}:0,45 = \frac{5}{3}$

1B. Tương tự 1A.

a) $\frac{-6}{25}$; b) $\frac{2}{11}$ c) $\frac{5}{6}$

2A. a) $\frac{3}{5}:6 = \frac{1}{10}$ và $\frac{4}{5}:8 = \frac{1}{10}$. Do đó $\frac{3}{5}:6 = \frac{4}{5}:8$

b) $2\frac{1}{3}:7 = \frac{1}{3}$ và $\frac{1}{4}:13 = \frac{1}{4}$. Hai tỉ số này khác nhau nên chúng không lập thành tỉ lệ thức

2B. Tương tự 2A

3A. a) i) Ta có $14.15 = 10.21$ từ đó suy ra các tỉ lệ thức sau

$$\frac{14}{10} = \frac{21}{15}; \frac{14}{21} = \frac{10}{15}; \frac{15}{14} = \frac{21}{10}; \frac{15}{21} = \frac{10}{14};$$

ii) Tương tự $\frac{AB}{2} = \frac{3}{CD}; \frac{AB}{3} = \frac{2}{CD}; \frac{CD}{2} = \frac{3}{AB}; \frac{CD}{3} = \frac{2}{AB}$

iii) Tương tự $\frac{AB}{EF} = \frac{GH}{CD}; \frac{AB}{GH} = \frac{EF}{CD}; \frac{CD}{EF} = \frac{GH}{AB}; \frac{CD}{GH} = \frac{EF}{AB}$

iv) Tương tự $\frac{AB}{MN} = \frac{5}{4}; \frac{AB}{5} = \frac{MN}{4}; \frac{MN}{AB} = \frac{4}{5}; \frac{5}{AB} = \frac{4}{MN}$

b) Ta có $\frac{-5}{15} = \frac{-1,2}{3,6}$ từ đó suy ra các tỉ lệ thức sau

$$\frac{-5}{-1,2} = \frac{15}{3,6}; \frac{3,6}{15} = \frac{-1,2}{-5}; \frac{3,6}{-1,2} = \frac{15}{-5}$$

c) Từ bố số 12; -3; 40; -10 ta lập được tích sau: $12 \cdot (-10) = (-3) \cdot 40$, từ đó suy ra

các tỉ lệ thức $\frac{12}{-3} = \frac{40}{-10}; \frac{12}{40} = \frac{-3}{-10}; \frac{-10}{40} = \frac{-3}{12}; \frac{-3}{-10} = \frac{40}{12}$

3B. Tương tự 3A

4A. a) i) Từ đề bài ta có $3x = \frac{-3,6.08}{1,2}$, từ đó tìm được $x = -0,8$

ii) Từ đề bài ta có $5.x = 12.1,1,5$, từ đó tìm được $x = 3,6$

iii) Từ đề bài ta có $x = \frac{2,5.0.03}{0,75}$ từ đó tìm được $x = \frac{1}{10}$

4.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

iv) Từ đề bài ta có $x = \frac{2,12,2,2}{4,8}$ từ đó tìm được $x = \frac{125}{64}$

b) i) Từ đề bài ta có $x = \frac{3.5}{20}$, từ đó tìm được $x = \frac{3}{4}$

ii) Từ đề bài ta có $x^2 = 900$, từ đó tìm được $x = \pm 30$

iii) Từ đề bài ta có $(-3) \cdot (2 - x) = 4 \cdot (3x - 1)$, từ đó tìm được $x = -\frac{2}{9}$

iv) Từ đề bài ta có $(12 - 3x) \cdot 94 - x = 32.6$, từ đó tìm được $x \in \{-4; 12\}$

4B. Tương tự 4A

a) i) $x = -\frac{39}{100}$ ii) $x = \frac{105}{8}$ iii) $x = \frac{169}{50}$ iv) $x = \frac{7}{2}$

b) $x = \frac{18}{5}$ ii) $x = \pm 12$ iii) $x = -11$; iv) $x \in \{-4; 14\}$

5A. a) i) Theo đề bài ta có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc \Rightarrow ad + ac = bc + ac$

$\Rightarrow a(c + d) = c(a + b) \Rightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$ (ĐPCM)

ii) Từ phần i) ta có $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{a+b}{c+d}$ (1)

Chứng minh tương tự ta có $\frac{a}{c} = \frac{a-b}{c-d}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+c}{b+d}$ (ĐPCM)

b) $\frac{2a+b}{a-2b} = \frac{2c+d}{c-2d} \Rightarrow (2a+b)(c-2d) = (2c+d)(a-2b)$ nhân bỏ ngoặc, thu gọn ta có $bc =$

$ad \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (ĐPCM)

5B. Tương tự 5A

6. a) $1,2:3,36 = \frac{5}{14}$ b) $3\frac{1}{7}:2\frac{5}{14} = \frac{4}{3}$ c) $\frac{3}{8}:0,54 = \frac{25}{36}$

7. $\frac{-2}{3} = \frac{-10}{15}$ $\frac{-2}{-10} = \frac{3}{15}$ $\frac{3}{-2} = \frac{5}{-10}$ $\frac{-10}{-2} = \frac{15}{3}$

8. $\frac{3}{9} = \frac{27}{81}$ $\frac{3}{27} = \frac{9}{81}$ $\frac{81}{27} = \frac{9}{3}$ $\frac{81}{9} = \frac{27}{3}$

9. a) $x = \frac{2}{19}$ b) $x = 15$ c) $x = 6$

10*. Ta có : $\frac{a+b}{b+c} = \frac{c+a}{d+a} \Rightarrow \frac{a+b}{c+d} + 1 = \frac{b+c}{d+a} + 1$

$$\Rightarrow \frac{a+b+c+d}{c+d} = \frac{a+b+c+d}{d+a}$$

Nếu $a + b + c + d \neq 0 \Rightarrow c + d = a + d \Rightarrow a = c$

Nếu $a + b + c + d = 0$ thì hệ tỉ lệ thức luôn đúng

Vậy $a = c$ hoặc $a + b + c + d = 0$