

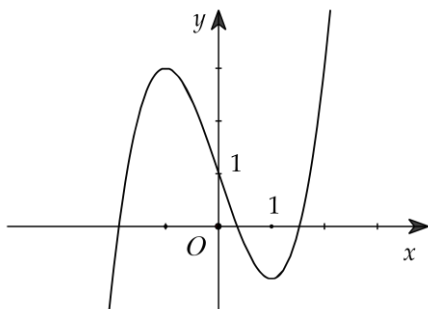
CHỦ ĐỀ 05 : ĐỌC VÀ BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ

LÍ THUYẾT

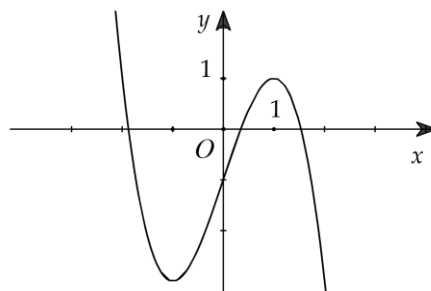
➤ Khảo sát một số hàm đa thức và phân thức

1. Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

▪ Trường hợp 1: phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

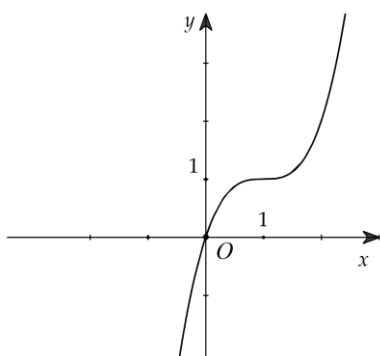


Với $a > 0$.

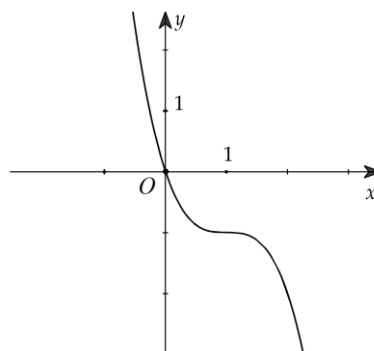


Với $a < 0$.

▪ Trường hợp 2: phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép

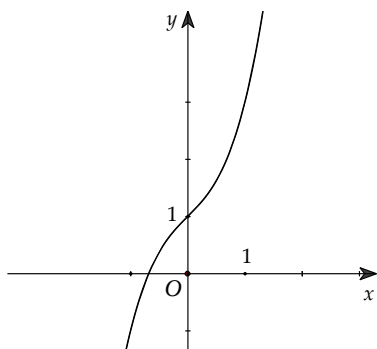


Với $a > 0$.

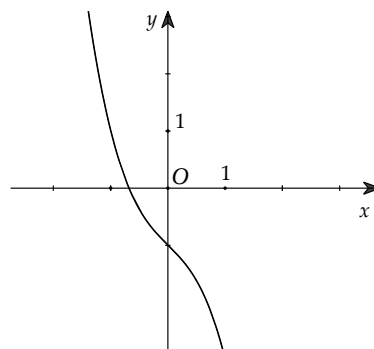


Với $a < 0$.

▪ Trường hợp 2: phương trình $y' = 0$ vô nghiệm



Với $a > 0$.



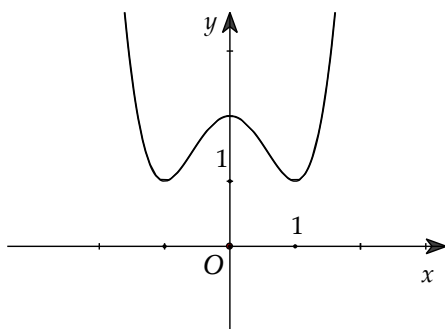
Với $a < 0$.

2. Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

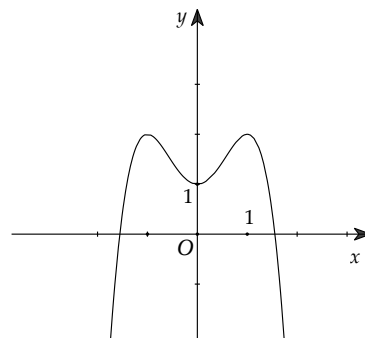
▪ Đạo hàm: $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2ax^2 + b = 0 \end{cases}$

▪ Để hàm số có 3 cực trị: $ab < 0$

- Nếu $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$ hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu
- Nếu $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu
- Để hàm số có 1 cực trị $ab \geq 0$
- Nếu $\begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực tiểu và không có cực đại
- Nếu $\begin{cases} a < 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực đại và không có cực tiểu
- **Trường hợp 1:** phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt ($ab < 0$).

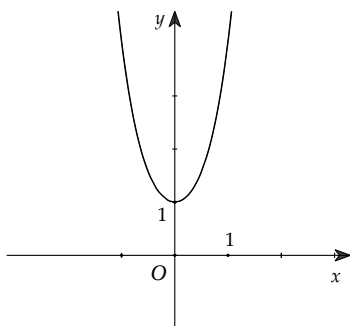


Với $a > 0$.

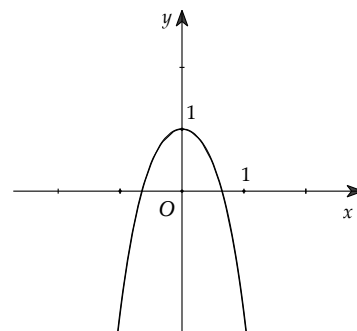


Với $a < 0$.

- **Trường hợp 2:** phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm



Với $a > 0$.



Với $a < 0$.

3. Hàm số bậc nhất $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$)

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$
- Nếu $ad-bc > 0$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Đồ thị nằm góc phần tư 2 và 4.
- Nếu $ad-bc < 0$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Đồ thị nằm góc phần tư 1 và 3.
- Đồ thị hàm số có: TCD: $x = -\frac{d}{c}$ và TCN: $y = \frac{a}{c}$
- Đồ thị có tâm đối xứng: $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$

$$\text{Đạo hàm: } y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$$

❖ **Các phép biến đổi đồ thị**

1. Dạng 1: Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

$$\text{Ta có: } y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

và $y = f(|x|)$ là *hàm chẵn* nên đồ thị (C') nhận Oy làm trục đối xứng.

▪ **Cách vẽ (C') từ (C) :**

Giữ nguyên phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $(C): y = f(x)$.

Bỏ phần đồ thị bên trái Oy của (C) , **lấy đối xứng phần đồ thị** được giữ qua Oy.

2. Dạng 2: Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

$$\text{Ta có: } y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$$

▪ **Cách vẽ (C') từ (C) :**

Giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox của đồ thị $(C): y = f(x)$.

Bỏ phần đồ thị phía dưới Ox của (C) , **lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ** qua Ox.

3. Dạng 3: Từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

$$\text{Ta có: } y = |u(x)|.v(x) = \begin{cases} u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) \geq 0 \\ -u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) < 0 \end{cases}$$

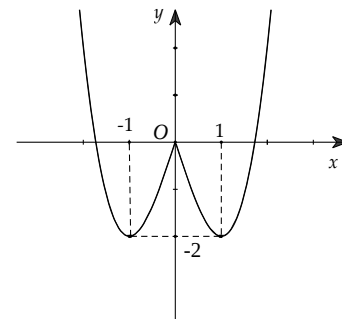
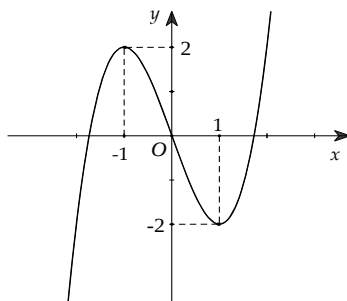
▪ **Cách vẽ (C') từ (C) :**

Giữ nguyên phần đồ thị trên miền $u(x) \geq 0$ của đồ thị $(C): y = f(x)$.

Bỏ phần đồ thị trên miền $u(x) < 0$ của (C) , **lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ** qua Ox.

VÍ DỤ 1: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$.

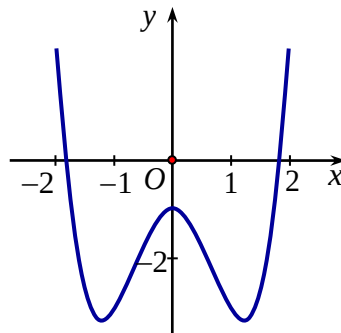
- Bỏ phần đồ thị của (C) bên trái Oy, giữ nguyên (C) bên phải Oy.
- Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy.



$$(C'): y = |x|^3 - 3|x|$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

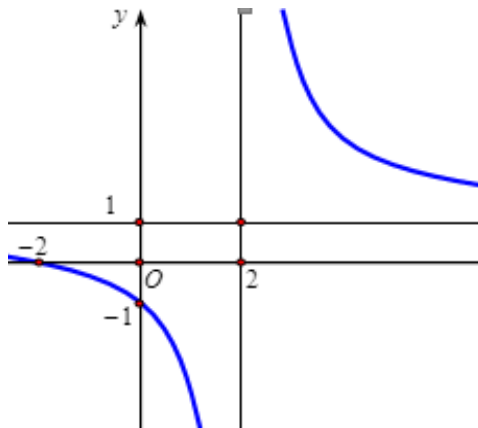
Câu 1: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

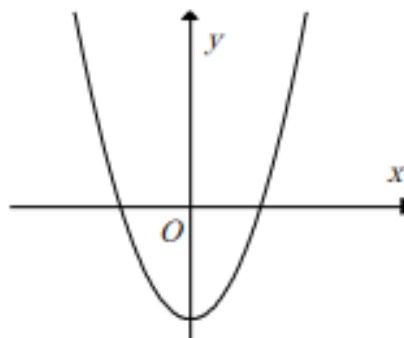
- A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 2: Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



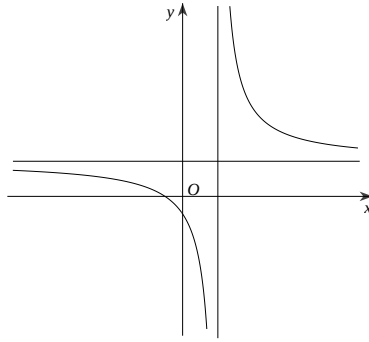
- A.** $a = 1; b = 1; c = -1$. **B.** $a = 1; b = -2; c = 1$.
C. $a = 1; b = 2; c = 1$. **D.** $a = 2; b = -2; c = -1$.

Câu 3: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.** $a > 0, b < 0, c \leq 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b \geq 0, c > 0$. **D.** $a > 0, b \geq 0, c < 0$.

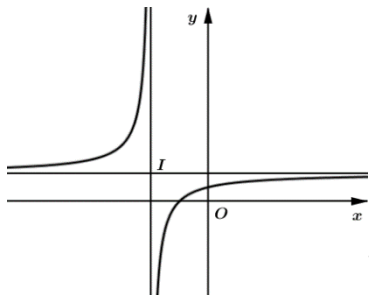
Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{bx-c}{x-a}$ ($a \neq 0$ và $a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



- A.** $a > 0, b > 0, c - ab < 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c - ab < 0$. **C.** $a < 0, b < 0, c - ab > 0$.
D. $a > 0, b < 0, c - ab < 0$.

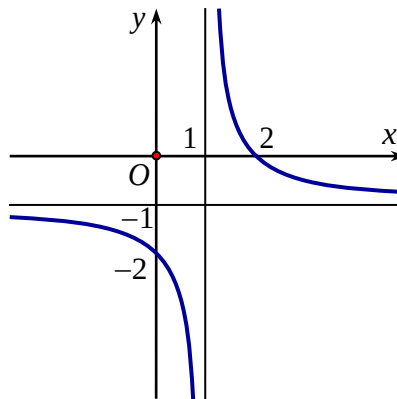
Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.** $a > 0 > b$. **B.** $a > b > 0$. **C.** $a < b < 0$. **D.** $a < 0 < b$.

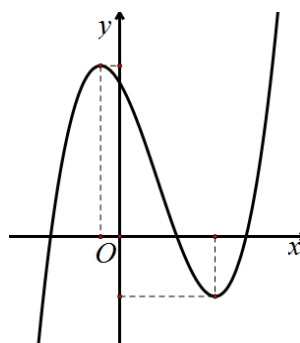
Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $b < 0 < a$. **B.** $0 < b < a$. **C.** $b < a < 0$. **D.** $0 < a < b$.

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



Chủ đề 05: Đọc và biến đổi đồ thị.

A. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

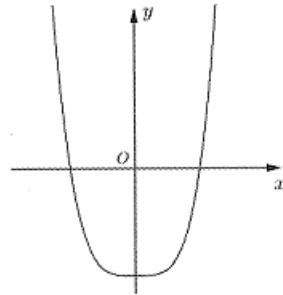
B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ (với $ab \neq 0$).

Chọn điều kiện đúng của a, b để hàm số đã cho có dạng đồ thị như hình bên.



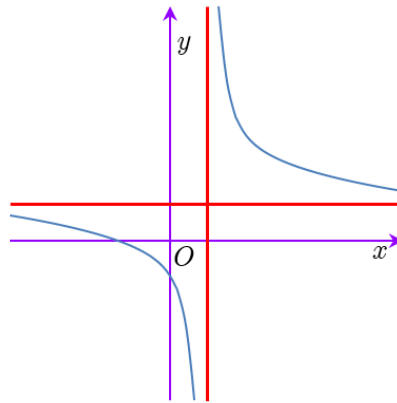
A. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



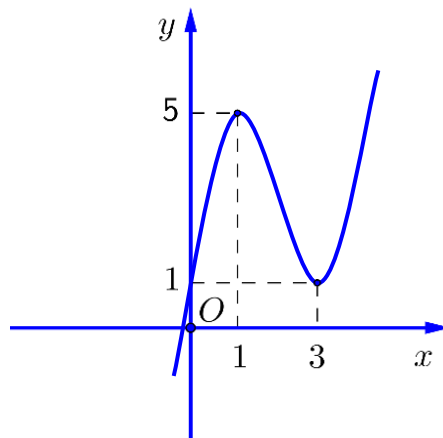
A. $ab < 0, cd < 0$.

B. $bc > 0, ad < 0$.

C. $ac > 0, bd > 0$.

D. $bd < 0, ad > 0$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



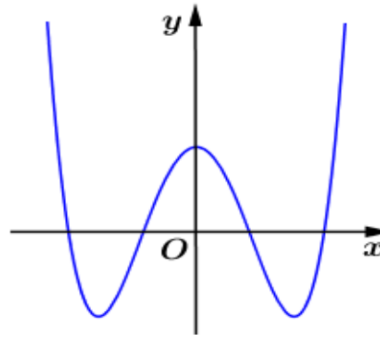
A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

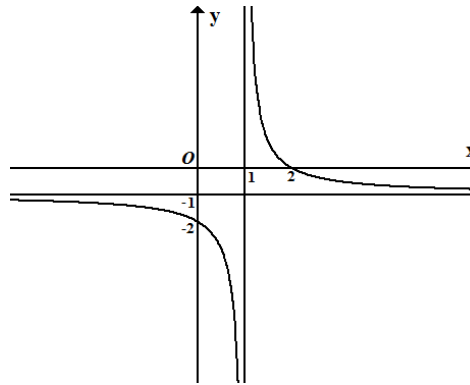
D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**



- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0$. C. $a > 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$?

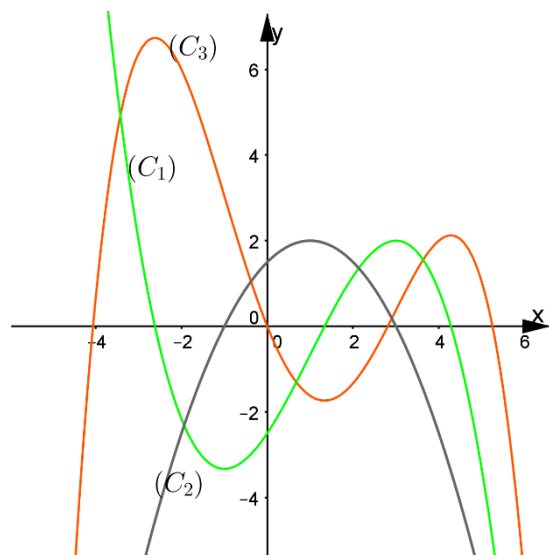


- A. $T = -9$. B. $T = -7$. C. $T = 12$. D. $T = 10$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị là (C) . Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính giá trị $H = f(4) - f(2)$?

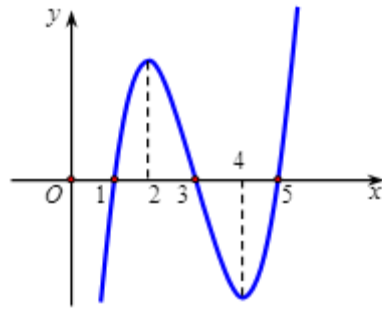
- A. $H = 64$. B. $H = 51$. C. $H = 58$. D. $H = 45$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của các hàm số $y = f(x), y = f'(x), y = f''(x)$ lần lượt là đường cong nào trong hình bên?



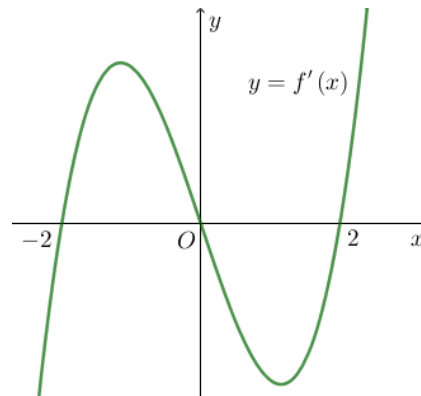
- A. $(C_3), (C_2), (C_1)$. B. $(C_1), (C_3), (C_2)$. C. $(C_3), (C_1), (C_2)$. D. $(C_1), (C_2), (C_3)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Kết luận nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số $y = f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị.
- B. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị và chúng nằm về hai phía của trục hoành.
- C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

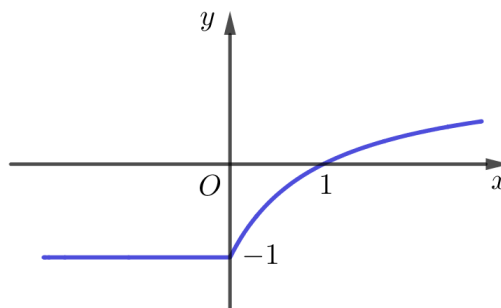
Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Khẳng định nào sau đây là đúng?

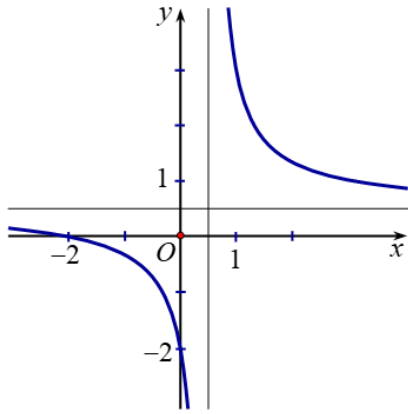
- A. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.
- C. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = \pm 2$.
- D. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 17: Hình vẽ bên là một phần của đồ thị hàm số nào?

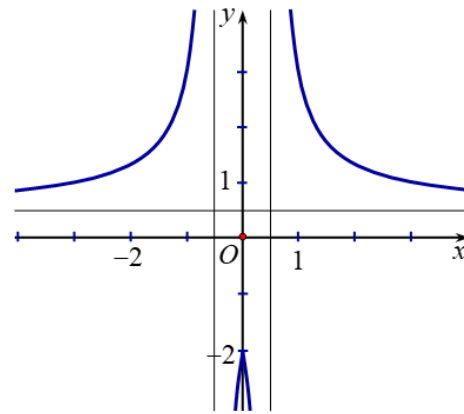


- A. $y = \frac{-x-1}{|x|+1}$.
- B. $y = \frac{x-1}{|x|+1}$.
- C. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$.
- D. $y = \frac{x}{|x|+1}$.

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây?



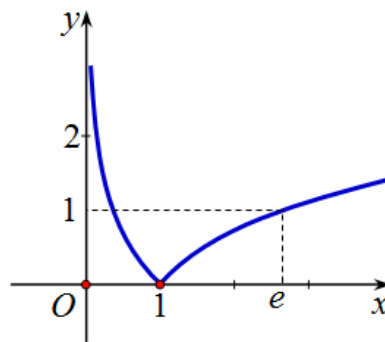
Hình 1



Hình 2

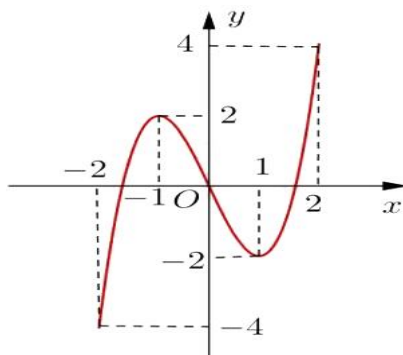
- A. $y = \frac{x+2}{|2x-1|}$. B. $y = \frac{|x+2|}{2x-1}$. C. $y = \frac{|x|+2}{2|x|-1}$. D. $y = \left| \frac{x+2}{2x-1} \right|$.

Câu 19: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



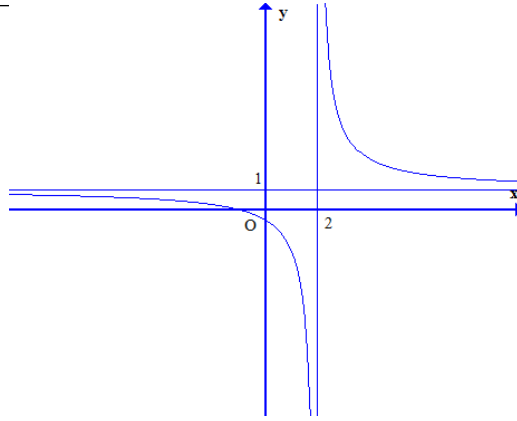
- A. $y = |\ln(x+1)| - \ln 2$. B. $y = |\ln x|$.
C. $y = \ln|x+1| - \ln 2$. D. $y = \ln|x|$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm thực phân biệt là



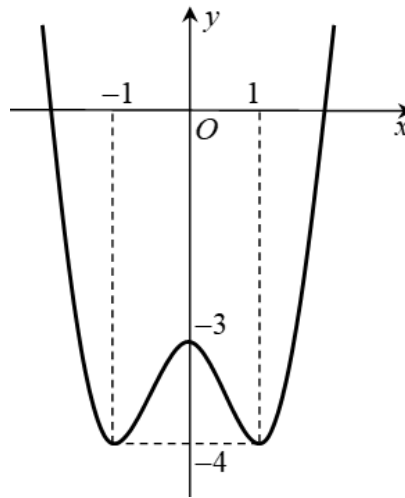
- A. $0 < m < 2$. B. $m < 0$. C. $m > 2$. D. $0 \leq m \leq 2$.

Câu 21: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $y' < 0, \forall x \neq 2$. B. $y' < 0, \forall x \neq 1$. C. $y' > 0, \forall x \neq 2$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



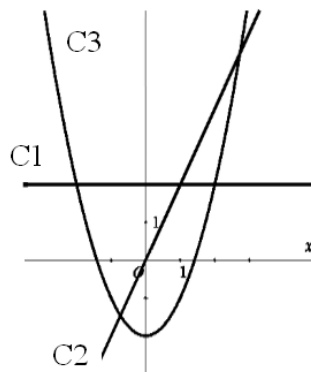
Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

- A. $3 < m < 4$. B. $0 < m < 3$. C. $-4 < m < -3$. D. $0 < m < 4$.

Câu 23: Cho đồ thị (C) có phương trình $y = \frac{x+2}{x-1}$, biết rằng ĐTHS $y = f(x)$ đối xứng với (C) qua trục tung. Khi đó $f(x)$ là

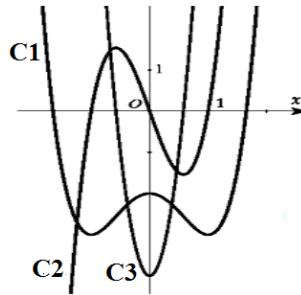
- A. $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$. B. $f(x) = -\frac{x+2}{x-1}$. C. $f(x) = -\frac{x-2}{x+1}$. D. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 24: Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây. Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?



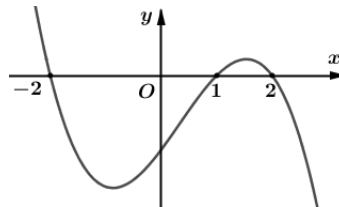
A. $(C_3); (C_2); (C_1)$. B. $(C_2); (C_1); (C_3)$. C. $(C_2); (C_3); (C_1)$. D. $(C_1); (C_3); (C_2)$.

Câu 25: Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây. Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?



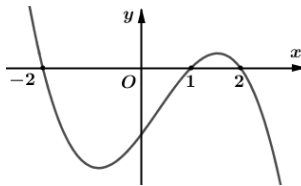
A. $(C_3); (C_2); (C_1)$. B. $(C_2); (C_1); (C_3)$. C. $(C_2); (C_3); (C_1)$. D. $(C_1); (C_2); (C_3)$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Đặt $g(x) = f(|x+m|)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị?



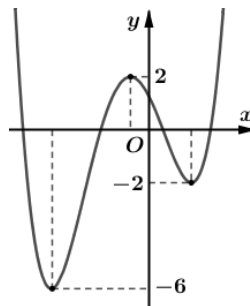
A. 3. B. 4. C. 5. D. Vô số.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Đặt $g(x) = f(|x|+m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có **đúng** 5 điểm cực trị?



A. 2. B. 3. C. 4. D. Vô số.

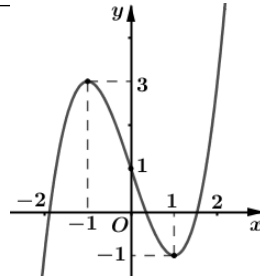
Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Đồ thị hàm số $g(x) = |f(x+2018) + m^2|$ có 5 điểm cực trị khi

A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

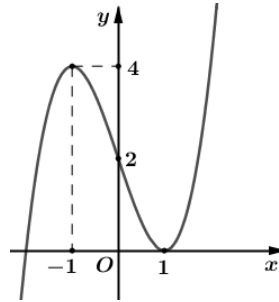
Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Với $m < -1$ thì hàm số $g(x) = f(|x+m|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.

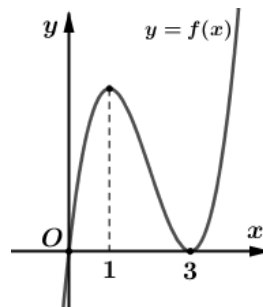
Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|+m)$ có 5 điểm cực trị.

- A. $m < -1$. B. $m > -1$. C. $m > 1$. D. $m < 1$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $h(x) = |f^2(x) + f(x) + m|$ có đúng 3 điểm cực trị.

- A. $m > \frac{1}{4}$. B. $m \geq \frac{1}{4}$. C. $m < 1$. D. $m \leq 1$.

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ (với a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Xét bốn phát biểu sau: (1) $c > 1$ (2) $a+b < 0$ (3) $a+b+c=0$ (4) $a > 0$.

Số phát biểu đúng trong bốn phát biểu đã nêu là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-5}{bx+c}$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	-2 $\nearrow$ $+\infty$		$-\infty$ $\nearrow$ -2

Trong các số a , b và c có bao nhiêu số âm?

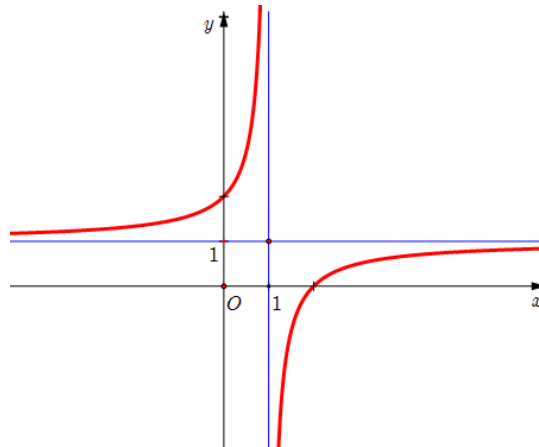
A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx-1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ:



Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.D	4.A	5.A	6.C	7.B	8.D	9.B	10.B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

11.C	12.A	13.C	14.C	15.D	16.A	17.B	18.C	19.B	20.A
21.A	22.A	23.D	24.A	25.D	26.D	27.B	28.B	29.C	30.A
31.B	32.C	33.B	34.B						

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn A

Do đồ thị cắt Oy tại $M(0;c)$ nằm dưới trục Ox nên $c < 0$.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

Hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$

Câu 2: Chọn B

Để đường tiệm cận đứng là $x = 2$ thì $-\frac{b}{c} = 2 \Leftrightarrow b = -2c$.

Để đường tiệm cận ngang là $y = 1$ thì $\frac{a}{c} = 1 \Leftrightarrow a = c$.

Khi đó $y = \frac{cx+2}{cx-2c}$. Để đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;0)$ thì $c = 1$. Vậy ta có $a = 1; b = -2; c = 1$.

Câu 3: Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có
$$\begin{cases} a > 0 \\ a.b \geq 0 \\ c < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \\ c < 0 \end{cases}.$$

Câu 4: Chọn A

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = b > 0$, tiệm cận đứng $x = a > 0$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định nên $c - ab < 0$, đáp án **B** đúng.

Câu 5: Chọn A

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = b$. Theo như hình vẽ thì $b < 0$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = a$. Theo như hình vẽ thì $a > 0$.

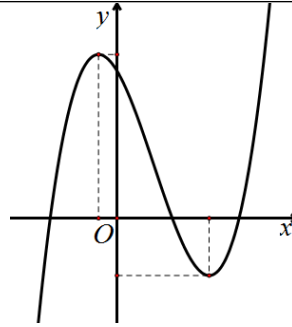
Do đó ta có $a > 0 > b$.

Câu 6: Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy: Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = a$ và tiệm cận đứng $x = 1$. Đồ thị

cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = \frac{b}{a} > 1$. Ta có:
$$\begin{cases} \frac{a}{-1} = 1 \\ \frac{b}{a} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow b < a = -1 < 0.$$

Câu 7: Chọn B



Đồ thị đã cho là hàm bậc 3. Vì khi $x \rightarrow +\infty, y \rightarrow +\infty \Rightarrow a > 0$.

(hay phía bên phải đồ thị hàm bậc 3 đồ thị đi lên nên $a > 0$).

Xét $y' = 3ax^2 + 2bx + c, y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên suy ra $ac < 0 \Rightarrow c < 0$.

Loại được đáp án C và D.

Xét $y'' = 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b}{3a}$, dựa vào đồ thị ta thấy hoành độ của điểm uốn dương.

$\Rightarrow \frac{-b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$. Suy ra $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 8: Chọn D

Hàm bậc 4 trùng phương có hướng quay lên thì $a > 0$. Đồ thị chỉ có một cực trị nên phương trình

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2ax^2 + b = 0 \end{cases} \text{ chỉ có một nghiệm, do đó } ab > 0 \Rightarrow b > 0.$$

Câu 9: Chọn B

Vì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $ad - bc < 0$, với mọi $x \neq -\frac{d}{c}$ nên $ad < bc$

Mặt khác $(C) \cap Ox = A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ và $-\frac{b}{a} < 0$ nên $ab > 0$ (1) $\Rightarrow$ **Loại A**

Và $(C) \cap Oy = B\left(0; \frac{b}{d}\right)$ và $\frac{b}{d} < 0$ nên $bd < 0$ (2) $\Rightarrow$ **Loại C**

Từ (1) và (2) ta có $ad < 0 \Rightarrow$ **Loại D**

Mặt khác, phương trình đường tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} > 0$ nên $cd < 0$. Suy ra $bc > 0$.

Câu 10: Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy nhánh cuối cùng bên phải hướng lên trên suy ra $a > 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $x = 1 \Rightarrow d = 1 > 0$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $x_1 = 1 > 0, x_2 = 3 > 0 \Rightarrow x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$.

$x_1 x_2 > 0 \Rightarrow \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c > 0$. Vậy $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

Câu 11: Chọn C

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0, b < 0$.

Mặt khác điểm cực đại của đồ thị hàm số có tung độ dương $\Rightarrow c > 0$.

Câu 12: Chọn A

Đồ thị hàm số có $x = 1$ là tiệm cận đứng nên $c = -1$.

Đồ thị hàm số có $y = -1$ là tiệm cận ngang nên $a = -1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 nên $\frac{b}{c} = -2$ do đó $b = 2$.

Vậy $T = a - 3b + 2c = -1 - 3 \cdot 2 + 2(-1) = -9$.

Câu 13: Chọn C

Theo bài ra $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) do đó $y = f'(x)$ là hàm bậc hai có dạng $y = f'(x) = a'x^2 + b'x + c'$.

Dựa vào đồ thị ta có:
$$\begin{cases} c' = 1 \\ a' - b' + c' = 4 \\ a' + b' + c' = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a' = 3 \\ b' = 0 \\ c' = 1 \end{cases} \Rightarrow y = f'(x) = 3x^2 + 1.$$

Gọi S là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$, trục Ox , $x = 4$, $x = 2$.

Ta có $S = \int_2^4 (3x^2 + 1) dx = 58$. Lại có: $S = \int_2^4 f'(x) dx = f(x) \Big|_2^4 = f(4) - f(2)$.

Do đó: $H = f(4) - f(2) = 58$.

Câu 14: Chọn C

Gọi hàm số của các đồ thị $(C_1); (C_2); (C_3)$ tương ứng là $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$.

Ta thấy đồ thị (C_3) có các điểm cực trị có hoành độ là nghiệm của phương trình $f_1(x) = 0$ nên hàm số $y = f_1(x)$ là đạo hàm của hàm số $y = f_3(x)$.

Đồ thị (C_1) có các điểm cực trị có hoành độ là nghiệm của phương trình $f_2(x) = 0$ nên hàm số $y = f_2(x)$ là đạo hàm của hàm số $y = f_1(x)$.

Vậy, đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong $(C_3); (C_1); (C_2)$.

Câu 15: Chọn D

Vì $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt nên hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị. Do đó loại hai phương án **A** và **D**.

Vì trên $(-\infty; 2)$ thì $f'(x)$ có thể nhận cả dấu âm và dương nên loại phương án **C**.

Vì trên $(1; 3)$ thì $f'(x)$ chỉ mang dấu dương nên $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

Câu 16: Chọn A

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y								

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 17: Chọn B

Từ đồ thị, ta có tập xác định hàm số $D = \mathbb{R}$ nên loại phương án **B**.

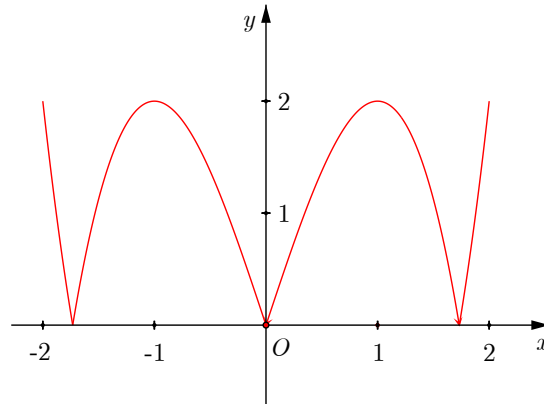
Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 0)$ nên loại phương án **C**, **D**.

Câu 18: Chọn C

Sử dụng cách suy đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$ từ đồ thị $f(x)$.

Câu 19: Chọn B

Ta có $y = |\ln x| = \begin{cases} \ln x, & x \geq 1 \\ -\ln x, & x < 1 \end{cases}$.

Câu 20: Chọn A

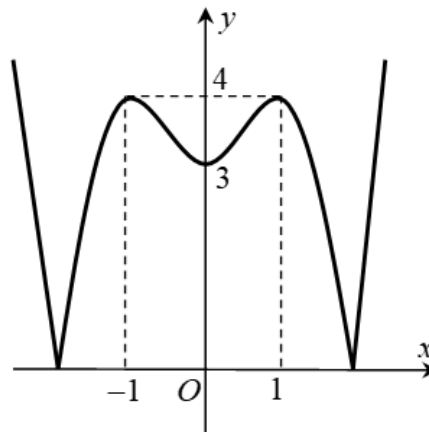
Từ đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ ta có phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 2$.

Câu 21: Chọn A

Hàm số giảm trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên $y' < 0, \forall x \neq 2$.

Câu 22: Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta suy ra được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình bên dưới.



Dựa vào đồ thị suy ra để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt thì $3 < m < 4$.

Câu 23: Chọn D

Gọi $M(x; y) \in f(x) \Rightarrow N(-x; y) \in (C)$, ta có $y = \frac{-x+2}{-x-1} = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 24: Chọn A

Trong khoảng $(0; +\infty)$ thì (C_2) nằm trên trục hoành và (C_3) “đi lên”.

Trong khoảng $(-\infty; 0)$ thì (C_2) nằm dưới trục hoành và (C_3) “đi xuống”.

Đồ thị (C_1) nằm hoàn toàn trên trục hoành và (C_2) “đi lên”.

Hoặc:

Chủ đề 05: Đọc và biến đổi đồ thị.

Từ hình vẽ ta thấy: đồ thị (C_2) cắt trục Ox tại 1 điểm là điểm cực trị của của đồ thị hàm số (C_3) .

Đồ thị (C_2) đồng biến trên $\mathbb{R}$ mà đồ thị (C_1) lại nằm hoàn toàn trên trục hoành.

Câu 25: Chọn D

Từ hình vẽ ta thấy: đồ thị (C_2) cắt trục Ox tại 3 điểm là 3 điểm cực trị của của đồ thị hàm số (C_1) .

Đồ thị (C_3) cắt trục Ox tại 2 điểm là 2 điểm cực trị của của đồ thị hàm số (C_2) .

Câu 26: Chọn D

Từ đồ thị hàm số $f' x$ ta thấy $f' x$ cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ dương (và 1 điểm có hoành độ âm)

→ $f x$ có 2 điểm cực trị dương

→ $f |x|$ có 5 điểm cực trị

→ $f |x+m|$ có 5 điểm cực trị với mọi m (vì tịnh tiến sang trái hay sang phải không ảnh hưởng đến số điểm cực trị của hàm số). Chọn D

Chú ý: Đồ thị hàm số $f |x+m|$ có được bằng cách lấy đối xứng trước rồi mới tịnh tiến.

Đồ thị hàm số $f |x|+m$ có được bằng cách tịnh tiến trước rồi mới lấy đối xứng.

Câu 27: Chọn B

Từ đồ thị $f' x$ ta có $f' x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$. Suy ra bảng biến thiên của $f x$

x	$-\infty$	-2		1		2	$+\infty$
f'	+	0	-	0	+	0	-
f							

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ hàm số $f x+m$ có 2 điểm cực trị dương (vì khi đó lấy đối xứng qua Oy ta được đồ thị hàm số $f |x|+m$ có đúng 5 điểm cực trị).

Từ bảng biến thiên của $f x$, suy ra $f x+m$ luôn có 2 điểm cực trị dương $\Leftrightarrow$ tịnh tiến $f x$ (sang trái hoặc sang phải) phải thỏa mãn

Tịnh tiến sang trái nhỏ hơn 1 đơn vị $\rightarrow m < 1$.

Tịnh tiến sang phải không vượt quá 2 đơn vị $\rightarrow m \geq -2$.

Suy ra $-2 \leq m < 1 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2; -1; 0\}$.

Câu 28: Chọn B

Vì hàm $f x$ đã cho có 3 điểm cực trị nên $f x+2018+m^2$ cũng luôn có 3 điểm cực trị (do phép tịnh tiến không làm ảnh hưởng đến số cực trị).

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ số giao điểm của đồ thị $f x+2018+m^2$ với trục hoành là 2.

Để số giao điểm của đồ thị $f x+2018+m^2$ với trục hoành là 2, ta cần

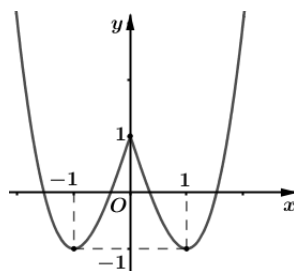
Tịnh tiến đồ thị $f x$ xuống dưới tối thiểu 2 đơn vị $\rightarrow m^2 \leq -2$: vô lý

Hoặc tịnh tiến đồ thị $f x$ lên trên tối thiểu 2 đơn vị nhưng phải nhỏ hơn 6 đơn vị

$\rightarrow 2 \leq m^2 < 6 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2} \leq m < \sqrt{6} \\ -\sqrt{6} < m \leq -\sqrt{2} \end{cases} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2; 2\}$.

Câu 29: Chọn C

Đồ thị hàm số $f|x+m|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $f|x|$ bằng cách lấy đối xứng trước rồi mới tịnh tiến. Lấy đối xứng trước ta được đồ thị hàm số $f|x|$ như hình bên dưới



Dựa vào đồ thị hàm số $f|x|$ ta thấy có 3 điểm cực trị $\longrightarrow f|x+m|$ cũng luôn có 3 điểm cực trị (vì phép tịnh tiến không làm ảnh hưởng đến số cực trị). **Chọn C**

Câu 30: Chọn A

Nhận xét: Hàm $g|x| = f|x| + m$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục $Oy \longrightarrow x=0$ là một điểm cực trị của hàm số.

Ta có $g'|x| = \frac{x}{|x|} \cdot f'|x| + m$ với $x=0$.

$$\longrightarrow g'|x| = 0 \Leftrightarrow f'|x| + m = 0 \xleftarrow{\text{theo đồ thị } f|x|} \begin{cases} |x| + m = 1 \\ |x| + m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| = 1 - m \\ |x| = -1 - m \end{cases} \quad *$$

Để hàm số $g|x|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow *$ có 4 nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m > 0 \\ -1 - m > 0 \\ 1 - m \neq -1 - m \end{cases} \Leftrightarrow m < -1.$$

Cách 2.

Đồ thị hàm số $f|x| + m$ được suy ra từ đồ thị hàm số $f|x|$ bằng cách tịnh tiến trước rồi mới lấy đối xứng.

Để hàm số $f|x| + m$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $f|x| + m$ có 2 điểm cực trị dương. Do đó ta phải tịnh tiến điểm cực đại của đồ thị hàm số $f|x|$ qua phía bên phải trục tung nghĩa là tịnh tiến đồ thị hàm số $f|x|$ sang phải lớn hơn 1 đơn vị $\longrightarrow m < -1$.

Câu 31: Chọn B

Xét $g|x| = f^2|x| + f|x| + m \longrightarrow g'|x| = f'|x| [2f|x| + 1]$.

$$g'|x| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'|x| = 0 \\ 2f|x| + 1 = 0 \end{cases} \xleftarrow{\text{theo đồ thị } f|x|} \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = a \quad a < 0 \end{cases} \quad \text{Ta tính được } \begin{cases} g(1) = f^2(1) + f(1) + m > m \\ g(3) = m \\ g(a) = m - \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g|x|$

x	$-\infty$	a	1	3	$+\infty$
g'	$-$	0	$+$	0	$-$
g					

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra đồ thị hàm số $g|x|$ có 3 điểm cực trị.

Suy ra đồ thị hàm số $h(x) = \left| f^2(x) + f(x) + m \right| = \left| \left(f(x) + \frac{1}{2} \right)^2 + m - \frac{1}{4} \right|$ có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $g(x)$ nằm hoàn toàn phía trên trục Ox (kể cả tiếp xúc)
 $\longrightarrow m \geq \frac{1}{4}$. Chọn B

Câu 32: Chọn C

Đồ thị $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ có tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=1$. Hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ đồng biến trên các khoảng xác định.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \\ y' = \frac{ac-b}{(bx+c)^2} > 0, x \neq -\frac{b}{c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b+c=0 \\ \frac{a}{b}=1 \\ ac-b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ c=-2b \\ -2b^2-b > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ c=-2b \\ -\frac{1}{2} < b < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < b < 0 \Rightarrow 0 < -b < \frac{1}{2} \\ a=b \Rightarrow a+b < 0 \\ c=-2b \Rightarrow a+b+c=0 \\ c < 1 \end{cases} \Rightarrow (2), (3) \text{ đúng.}$$

Câu 33: Chọn B

Theo bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax-5}{bx+c} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a-\frac{5}{x}}{b+\frac{c}{x}} = \frac{a}{b} = -2 \Rightarrow a = -2b$ (1).

Theo bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$ nên suy ra $-\frac{c}{b} = -2 \Leftrightarrow c = 2b$ (2).

Mặt khác hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $y' = \frac{ac+5b}{(bx+c)^2} > 0$ hay $ac+5b > 0$ (3).

Thay (1), (2) vào (3) ta có: $-4b^2 + 5b > 0 \Leftrightarrow 0 < b < \frac{5}{4}$. Từ đó ta có $c > 0, a < 0$.

Câu 34: Chọn B

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-1}$ có các tính chất:

Đường tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c} \Rightarrow \frac{a}{c} = 1 \Rightarrow a = c$

Đường tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{1}{c} = 1 \Rightarrow c = 1$

Cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = -b \Rightarrow -b > 0 \Rightarrow b < 0$

Vậy có $a, c > 0$ và $b < 0$ tức là trong các số a, b, c có hai giá trị dương.