

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1: (1,5 điểm)

a) Tìm x để biểu thức $A = \sqrt{2x-1}$ có nghĩa.

b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{3}(\sqrt{3^2 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{4^2 \cdot 3})$.

c) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-1}$ với $a > 0; a \neq 1$.

Câu 2: (1,5 điểm)

a. Giải phương trình $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$.

b. Cho đường thẳng $d: y = (m-1)x + n$. Tìm các giá trị của m và n để đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1)$ và có hệ số góc bằng -3 .

Câu 3: (1,0 điểm)

Để phục vụ cho Festival Huế 2018, một cơ sở sản xuất nón lá dự kiến làm ra 300 chiếc nón lá trong một thời gian đã định. Do được bổ sung thêm nhân công nên mỗi ngày cơ sở đó làm ra được nhiều hơn 5 chiếc nón lá so với dự kiến ban đầu, vì vậy cơ sở sản xuất đã hoàn hành 300 chiếc nón lá sớm hơn 3 ngày so với thời gian đã định. Hỏi theo dự kiến ban đầu, mỗi ngày cơ sở đó làm ra bao nhiêu chiếc nón lá? Biết rằng số chiếc nón lá làm ra mỗi ngày là bằng nhau và nguyên chiếc.

Câu 4: (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 2mx + m^2 + m = 0$ (1) (với x là ẩn số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = -1$

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện

$$(x_1 - x_2)(x_1^2 - x_2^2) = 32$$

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi M là điểm bất kì nằm trên cạnh AC (M không trùng A và C). Một đường thẳng đi qua điểm M cắt cạnh BC tại I và cắt đường thẳng AB tại N sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MN. Đường phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN tại điểm D (D không trùng A). Chứng minh rằng:

a) $DN = DM$ và $DI \perp MN$.

b) Tứ giác BNDI nội tiếp.

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua một điểm cố định (khác điểm A) khi M di chuyển trên cạnh AC

Câu 6: (1,0 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 2a, BC = a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB một vòng thì được một hình trụ có thể tích V_1 và khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh BC một vòng thì được hình trụ có thể tích V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

HẾT

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu 1: (1,5 điểm)

Nội dung	Điểm
a) Tìm x để biểu thức $A = \sqrt{2x - 1}$ có nghĩa.	(0,5đ)
Biểu thức A có nghĩa khi: $2x - 1 \geq 0$	0,25
$\Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$ Vậy $x \geq \frac{1}{2}$ thì biểu thức A có nghĩa.	0,25
b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{3}(\sqrt{3^2 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{4^2 \cdot 3})$	(0,5đ)
$B = \sqrt{3}(\sqrt{3^2 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{4^2 \cdot 3}) = \sqrt{3}(3\sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3})$	0,25
$= \sqrt{3}(3\sqrt{3}) = 9$ Vậy $B = 9$.	0,25
c) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-1}$ với $a > 0; a \neq 1$.	(0,5đ)
$C = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-1} = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}$	0,25
$= \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : (\sqrt{a}-1) = \sqrt{a}-1$ Vậy $C = \sqrt{a}-1$.	0,25

Câu 2:

Nội dung	Điểm
a) Giải phương trình $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$.	(0,75đ)
Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$. Phương trình viết lại: $t^2 + 3t - 4 = 0$. (1)	0,25
Giải phương trình (1) ta có hai nghiệm $t_1 = 1$ (tmđk) và $t_2 = -4$ (không tmđk).	0,25
Với $t = 1$ ta có $x = \pm 1$.	0,25

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = \pm 1$.	
b) Cho đường thẳng $d: y = (m - 1)x + n$. Tìm các giá trị của m và n để đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1)$ và có hệ số góc bằng -3.	(0,75đ)
Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1)$ nên $-1 = m - 1 + n \Leftrightarrow m + n = 0$. (1)	0,25
Đường thẳng d có hệ số góc bằng -3 nên $m - 1 = -3 \Leftrightarrow m = -2$. (2)	0,25
Từ (1) và (2), ta có $m = -2$ và $n = 2$.	0,25

Câu 3: (1,0 điểm)

Để phục vụ cho Festival Huế 2018, một cơ sở sản xuất nón lá dự kiến làm ra 300 chiếc nón lá trong một thời gian đã định. Do được bổ sung thêm nhân công nên mỗi ngày cơ sở đó làm ra được nhiều hơn 5 chiếc nón lá so với dự kiến ban đầu, vì vậy cơ sở sản xuất đã hoàn hành 300 chiếc nón lá sớm hơn 3 ngày so với thời gian đã định. Hỏi theo dự kiến ban đầu, mỗi ngày cơ sở đó làm ra bao nhiêu chiếc nón lá? Biết rằng số chiếc nón lá làm ra mỗi ngày là bằng nhau và nguyên chiếc.

Nội dung	Điểm
Gọi x là số chiếc nón lá mà cơ sở đó dự kiến làm ra trong mỗi ngày (x nguyên dương).	0,25
Theo dự kiến, số ngày cơ sở đó phải làm là $\frac{300}{x}$ (ngày). Thực tế mỗi ngày làm ra được nhiều hơn 5 chiếc nên theo thực tế, số ngày cơ sở đó đã làm là $\frac{300}{x+5}$ (ngày).	0,25
Vì cơ sở đã hoàn thành trước 3 ngày nên ta có phương trình: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 3$	0,25
$\Leftrightarrow \frac{300(x+5) - 300x}{x(x+5)} = 3$ $\Leftrightarrow 1500 = 3x(x+5) \text{ (vì } x \text{ nguyên dương)}$ $\Leftrightarrow 3x^2 + 15x - 1500 = 0.$ Giải phương trình, ta được $x_1 = 20$ (tmdk), $x_2 = -25$ (tmdk). Vậy theo dự kiến ban đầu, mỗi ngày cơ sở đó làm ra 20 chiếc nón lá.	0,25

Câu 4: (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 2mx + m^2 + m = 0$ (1) (với x là ẩn số)

Nội dung	Điểm
a) Giải phương trình (1) khi $m = -1$.	(0,75đ)
Với $m = -1$ thì phương trình (1) trở thành: $x^2 - 2x = 0$.	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	

Vậy khi $m = -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt là: $x = 0$ và $x = 2$	0,25
b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.	0,5đ
Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Delta' = m^2 - (m^2 + m) > 0$	0,25
$\Leftrightarrow m < 0$	0,25
c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $(x_1 - x_2)(x_1^2 - x_2^2) = 32$	(0,75đ)
Với $m < 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$	0,25
Khi đó: $x_1 + x_2 = -2m$ và $x_1 \cdot x_2 = m^2 + m$	0,25
Do đó: $(x_1 - x_2)(x_1^2 - x_2^2) = 32 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2(x_1 + x_2) = 32$ $\Leftrightarrow [(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2](x_1 + x_2) = 32$	
$\Leftrightarrow 8m^2 = 32 \Leftrightarrow m = \pm 2$ Mà $m < 0$ nên giá trị của m cần tìm là $m = -2$.	0,25

Câu 5:

Nội dung	Điểm
Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi M là điểm bất kì nằm trên cạnh AC (M không trùng A và C). Một đường thẳng đi qua điểm M cắt cạnh BC tại I và cắt đường thẳng AB tại N sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MN. Đường phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN tại điểm D (D không trùng A). Chứng minh rằng:	
a) $DN = DM$ và $DI \perp MN$.	(1,25đ)
	0,25
Ta có $\widehat{NAD} = \widehat{BAM}$ (do AD là đường phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$)	0,25
Nên $\widehat{BN} = \widehat{BM} \Rightarrow DN = DM$ (đpcm)	0,25
$\Rightarrow \triangle DMN$ cân tại D có $IN = IM$	0,25
$\Rightarrow DI$ vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao của $\triangle DMN$ nên $DI \perp MN$ (đpcm)	0,25

b) Tứ giác BNDI nội tiếp.	(1,0đ)
Ta có $\widehat{ND} = \widehat{MD} \Rightarrow \widehat{NAD} = \widehat{MND}$ (1)	0,25
Mà $\widehat{ABC} + \widehat{NAD} = 90^\circ$ (2), $\widehat{NDI} + \widehat{MND} = 90^\circ$ (3)	0,25
Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{NDI}$	0,25
Suy ra tứ giác BNDI nội tiếp (đpcm).	0,25
c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua một điểm cố định (khác điểm A) khi M di chuyển trên cạnh AC.	(0,75đ)
Theo kết quả câu b) ta có tứ giác BNDI nội tiếp, suy ra $\widehat{NBD} = \widehat{NID} = 90^\circ$	0,25
$\Rightarrow DB \perp AB$ tại điểm B nên đường thẳng BD cố định.	0,25
Mặt khác điểm D nằm trên đường phân giác trong AD của góc $\widehat{BAC}$ (cố định) nên đường thẳng AD cố định, suy ra điểm D cố định Vậy đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua điểm D cố định (đpcm).	0,25

Câu 6: Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 2a, BC = a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB một vòng thì được một hình trụ có thể tích V_1 và khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh BC một vòng thì được hình trụ có thể tích V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

Nội dung	Điểm
Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB một vòng thì ta được hình trụ có: $r_1 = a, h_1 = 2a$. Nên $V_1 = \pi r_1^2 \cdot h_1 = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$ (đvtt).	0.25
Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh BC một vòng thì ta được hình trụ có: $r_2 = 2a, h_2 = a$. Nên $V_2 = \pi r_2^2 \cdot h_2 = \pi (2a)^2 a = 4\pi a^3$ (đvtt).	0.25
Suy ra: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\pi a^3}{4\pi a^3}$	0.25
Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.	0.25