|  |  |
| --- | --- |
| **TRƯỜNG THPT NGUYỄN XUÂN ÔN** | **ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HSG 12**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn: Toán.** Thời gian làm bài 150 phút |

**ĐỀ 28**

**Câu 1.** Giải hệ phương trình



**Câu 2.**

1. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  để hàm số  luôn đồng biến trên khoảng ?
2. Tìm hàm số bậc ba  biết đồ thị đi qua điểm . Các đường thẳng  lại cắt đồ thị lần lượt tại các điểm  ( khác  và ,  khác  và ,  khác  và . Biết rằng tổng các hoành độ của  bằng 5.

**Câu 3.** Một hộp có chứa viên bi đỏ, viên bi xanh và  viên bi vàng ( các viên bi kích thước như nhau,  là số nguyên dương). Lấy ngẫu nhiên  viên bi từ hộp. Biết xác suất để trong ba viên vi lấy được có đủ  màu là . Tính xác suất  để trong  viên bi lấy được có nhiều nhất hai viên bi đỏ.

**Câu 4.** Cho các số thực  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức



**Câu 5.**

1. Cho tứ diện  có  Đặt  lần lượt là góc giữa BC và AD; AC và BD; AB và CD. Chứng minh rằng trong ba số hạng  có một số hạng bằng tổng các số hạng còn lại.
2. Cho lăng trụ đứng  có . Gọi *M* là điểm nằm trong tam giác . Tìm giá trị nhỏ nhất tổng diện tích các mặt của tứ diện .
3. Cho hình chóp **** có đáy  là tam giác đều cạnh , biết khoảng cách từ  đến  là , từ **** đến  là , từ  đến  là  và hình chiếu vuông góc của  xuống đáy nằm trong tam giác . Tính thể tích khối chóp .

-------------------/***Hết***/----------------

***Lưu ý:***

* *Giám thị không giải thích gì thêm.*
* *Học sinh không sử sụng máy tính bỏ túi*

**ĐÁP ÁN**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **1**  **(3đ)** | **Giải hệ phương trình :** |  |
| **Lời giải.** Điều kiện  Từ phương trình (2) ta có    Với | **1.5** |
| Nên ta có thế vào phương trình (1) ta được    Vậy nghiệm của hệ đã cho là | **1.5** |
| **2a**  **(3đ)** | **Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  để hàm số  luôn đồng biến trên khoảng ?** |  |
| **Lời** **giải**  Xét . Ta có  và .  Để hàm số  đồng biến trên khoảng  thì có hai trường hợp sau  **Trường** **hợp** **1:** Hàm số  nghịch biến trên  và .  Điều này không xảy ra vì . | **1.0** |
| **Trường** **hợp** **2:** Hàm số  đồng biến trên  và .  .  Xét  trên khoảng : ; .  Bảng biến thiên:  Chart  Description automatically generated with medium confidence  Từ bảng biến thiên suy ra  .  Kết hợp  suy ra . Vì  nguyên nên . Vậy có  giá trị nguyên của . | **2.0** |
| **2b**  **(2đ)** | Tìm hàm số bậc ba  biết đồ thị đi qua điểm . Các đường thẳng  lại cắt đồ thị lần lượt tại các điểm  ( khác  và ,  khác  và ,  khác  và . Biết rằng tổng các hoành độ của  bằng 5. |  |
| **Lời giải**  Từ giả thuyết bài toán ta giả sử  ()  Ta có: , , . | **0.5** |
| Khi đó:  Hoành độ của  là nghiệm của phương trình: . | **0.5** |
| Hoành độ của  là nghiệm của phương trình: . | **0.5** |
| Hoành độ của  là nghiệm của phương trình: .  Từ giả thuyết ta có; .  Do đó: | **0.5** |
| **3**  **2.5đ** | **Một hộp có chứa viên bi đỏ, viên bi xanh và  viên bi vàng ( các viên bi kích thước như nhau,  là số nguyên dương). Lấy ngẫu nhiên  viên bi từ hộp. Biết xác suất để trong ba viên vi lấy được có đủ  màu là . Tính xác suất  để trong  viên bi lấy được có nhiều nhất hai viên bi đỏ.** |  |
| **Lời giải**  Số cách lấy 3 viên bi bất kì từ hộp là: .  Số cách lấy 3 viên đủ 3 màu là: .  Vì xác suất để trong ba viên vi lấy được có đủ  màu là   .  có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh và  viên bi vàng.  Số cách lấy 3 bi bất kì là . | **1.0** |
| Trường hợp 1: 3 bi lấy ra không có bi đỏ, khi đó số cách lấy là .  Trường hợp 2: 3 bi lấy ra có 1 bi đỏ, khi đó số cách lấy là  Trường hợp 2: 3 bi lấy ra có 2 bi đỏ, khi đó số cách lấy là .  Vậy xác suất để trong  viên bi lấy được có nhiều nhất hai viên bi đỏ là | **1.5** |
| **4**  **1.5đ** | **Cho các số thực  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức** |  |
| **Lời giải.**  Ta có .  Đồng thời, do  Do đó    Lại có  Từ các kết quả trên suy ra  . | **1.0** |
| Khảo sát hàm số  Ta tìm được .  Hay | **0.5** |
| **5a**  **2đ** | **Cho tứ diện  có  Đặt  lần lượt là góc giữa BC và AD; AC và BD; AB và CD. Chứng minh rằng trong ba số hạng có một số hạng bằng tổng các số hạng còn lại.** |  |
| Giải    Trước hết ta chứng minh  Thật vậy, | **1.5** |
| Chứng minh tương tự  Giả sử  thì | **0.5** |
| **5b**  **2đ** | **Cho lăng trụ đứng  có . Gọi M là điểm nằm trong tam giác . Tìm giá trị nhỏ nhất tổng diện tích các mặt của tứ diện .** |  |
| **Giải**  Gọi H là hình chiếu của M lên mp(ABC)  Gọi E,F,K lần lượt là hình chiếu của H lên BC;BA;AC.  Đặt  ta có:  .  Tổng diện tích các mặt của tứ diện: | **0.5** |
|  | **0.5** |
|  | **0.5** |
| Do đó,  Dấu bằng xẩy ra khi: .  Vậy giá trị nhỏ nhất của Tổng diện tích các mặt của tứ diện là  khi M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác A’B’C’. | **0.5** |
| **5c**  **2đ** | Cho hình chóp có đáy  là tam giác đều cạnh , biết khoảng cách từ  đến  là , từ đến  là , từ  đến  là  và hình chiếu vuông góc của  xuống đáy nằm trong tam giác . Tính thể tích khối chóp . |  |
| **Lời giải**    Gọi lần lượt là hình chiếu của  lên các cạnh .  Đặt .  Ta có | **1.0** |
| Tương tự, tính được    Ta có  Vậy . | **1.0** |