**ĐỀ THI CHUYÊN TOÁN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG 2022**

**Thời gian làm bài : 150 phút**

**Bài 1:(2 diểm)**

a)  với .

Rút gọn . Chứng minh rằng .

b) Biết phương trình  với  có hai nghiệm  thoả mãn . Chứng minh rằng .

**Bài 2:(2 diểm)**

a) Giải phương trình .

b) Giải hệ phương trình .

**Bài 3:(3 diểm)**

Cho tam giác  cân  nội tiếp đường tròn . Các đường phân giác trong  của tam giác  cắt nhau tại  cắt  tại . Điểm  đối xứng với  qua . Đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt  tại .

a) Chứng minh rằng  và  là trung điểm của đoạn thẳng .

b) Kẻ  song song với  với . Chứng minh rằng  đối xứng với  qua 

c) Gọi  là giao điểm của  và  là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác . Chứng minh rằng  cùng nằm trên một đường tròn.

**Bài 4:(1 diểm)**

Cho  thoả mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của

.

**Bài 5:(2 diểm)**

a) Chứng minh rằng nếu  với thoả mãn  thì .

b) Viết lên bảng  số tự nhiên liên tiếp . Từ các số đã viết xoá đi bốn số bất kỳ  rồi viết lên bảng số  (các số còn lại trên bảng giữ nguyên). Tiếp tục thực hiện thao tác trên đến khi trên bảng chỉ còn lại đúng một số, gọi số đó là . Chứng minh rằng .