**CHUYÊN ĐỀ 4 - HÌNH HỌC**

**Bài 1 ( Đề thi thử 10 – THCS Kim Chung 2017 – 2018)**

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O; R), hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H và cắt (O) tại M và N.

1. Chứng minh rằng tứ giác ADHEvà tứ giác BCDE nội tiếp
2. Chứng minh rằng AD.AC = AE.AB và MN // DE
3. OA cắt DE và DB tại I và K. Chứng minh rằng 

DE cắt BC tại F, P là trung điểm của BC. Chứng minh rằng: 

**Bài 2 (Đề thi thử 10 – Vĩnh Bảo – Hải Phòng 2017 – 2018)**

Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 3cm, AC = 4cm. Vẽ đường cao AH.

 a) Tính độ dài đường cao AH, góc ABC *(làm tròn đến độ).*

 b) Vẽ đường tròn tâm B, bán kính BA. Tia AH cắt đường tròn (B) tại điểm thứ hai là D. Chứng minh CD là tiếp tuyến của đường tròn (B).

 c) Chứng minh rằng: BC đi qua điểm chính giữa cung nhỏ AD, và tính số đo cung nhỏ AD *(làm tròn đến độ).*

 d) Gọi K là hình chiếu của D trên đường kính AE của đường tròn tâm B. Nối CE cắt DK tại L. Chứng minh LD = LK.

**Bài 3 (Đề thi thử 10 – Vĩnh Bảo – Hải Phòng 2018-2019)**

**1.** Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn (AB < AC) nội tiếp đường tròn tâm O. Kẻ đường cao AD và đường kính AA’.Gọi E; F theo thứ tự là chân đường vuông góc hạ từ B và C xuống đường kính AA’.

a)Chứng minh: tứ giác AEDB nội tiếp.

b)Chứng minh: DB.AC = AD.A’C

c)Chứng minh: DE ⊥ AC.

 d) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh MD = ME = MF

 **2.** Tính bán kính đáy của một hình trụ có chiều cao bằng hai lần đường kính đáy. Diện tích xung quanh của hình trụ là 288π cm2.

**Bài 4 ( Đề thi thử 10 – THCS Nguyễn Công Trứ 2018 – 2019)**

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O ( AB < AC ) đường kính AD. Đường cao BE, CP, AQ cắt nhau tại H.

1. Chứng minh rằng tứ giácnội tiếp.
2. So sánh và 
3. Gọi I là trung điểm của BC. G là giao điểm của AI và OH. Chứng minh rằng G là trọng tâm .
4. Tìm điều kiện của tam giác ABC để OH // BC

**Bài 5 (Đề thi thử 10 – THCS Nguyễn Công Trứ 2017 – 2018)**

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Gọi I là điểm cố định trên đoạn OB. Dựng đường thẳng d vuông góc với AB tại I. Lấy điểm C thuộc đường tròn (O) (CA > CB, C không nằm trên đường thẳng d). Gọi giao điểm của đường thẳng d với tia BC là E. Gọi AC cắt đường thẳng d tại F.

 a) Chứng minh: Bốn điểm A, I, C, E thuộc một đường tròn.

 b) Chứng minh: IE . IF = IA . IB

 c) Đường tròn ngoại tiếp ΔCEF cắt AE tại N. Chứng minh: N thuộc đường tròn (O).

 d) Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAEF. Chứng minh rằng: Khi C chuyển động trên đường tròn (O) thì K luôn nằm trên một đường cố định.

**Bài 6 (Đề thi thử 10 – THCS Nguyễn Công Trứ 2018 – 2019)**

Cho điểm M cố định nằm ngoài đường tròn (O; R). Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Qua A kẻ đường thẳng song song với OM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là P. Đường thẳng MP cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N. Gọi K là trung điểm của PN.

 a) Chứng minh rằng tứ giác MKOB nội tiếp.

b) Chứng minh rằng: KM là phân giác của 

c) Gọi Q là giao điểm của AN và OM, AB cắt OM tại H.

Chứng minh rằng MQ2 = AQ.QN từ đó suy ra Q là trung điểm của HM.

d) Tiếp tuyến tại P và N của đường tròn (O) cắt nhau tại I. Chứng minh rằng I nằm trên một đường thẳng cố định.

**Bài 7 (Đề thi thử 10 – Chương Mĩ 2017-2018)**

Cho đường tròn tâm (O) dây BC (khác đường kính) cố định. A là một điểm chuyển động trên cung lớn BC (A khác B và C). Kẻ AD vuông góc với BC tại D, kẻ đường kính AA’. Gọi E và F theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ B và C xuống đường kính AA’. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm A, E, D, B cùng nằm trên 1 đường tròn.

b) DB.A’A = AB.A’C

c) DE ⊥ AC.

d) Tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF là một điểm cố định khi A chuyển động trên cung lớn BC.

**Bài 8 (Đề thi thử 10 – Thanh Trì 2017 – 2018)**

Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên cùng một nửa đường tròn (O) đường kính AB lấy hai điểm C, D sao cho cung AC nhỏ hơn cung AD. Gọi T là giao điểm của hai đường thẳng CD và AB. Vẽ đường tròn tâm I đường kính To cắt đường tròn tâm O tại M và N (M năm trên nửa đường tròn tâm O chứa điểm C). Gọi E là giao điểm của MN và CD.

1. Chứng minh: TM là tiếp tuyến của đường tròn (O).

2. Chứng minh TM2 = TC.TD

3. Chứng minh: Tứ giác ODCE nội tiếp.

4. Chứng minh: Góc MEC và góc MED bằng nhau.

**Bài 9 (Đề thi thử 10 – THCS Phan Chu Trinh 2017 – 2018)**

Cho  nhọn nội tiếp đường tròn (O), đường cao AN, CK của  cắt nhau tại H.

1. Chứng minh tứ giác BKHN là tứ giác nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác BKHN
2. Chứng minh 
3. Gọi E là trung điểm của AC. Chứng minh KE là tiếp tuyến của đường tròn (I)
4. Đường tròn (I) cắt (O tại M. Chứng minh BM vuông góc với ME.

**Bài 10 (Đề thi thử 10 –THCS Hoàng Hoa Thám 2018 – 2019)**

Cho (O; R) đường kính AB cố định. Dây CD vuông góc với AB tại H nằm giữa A và O. Lấy điểm F thuộc cung AC nhỏ. BF cắt CD tại I; AF cắt tia DC tại K.

1. Chứng minh rằng tứ giác AHIF là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh rằng: HA.HB = HI.HK

3. Đường tròn ngoại tiếp tam giác KIF cắt AI tại E. Chứng minh rằng khi H chuyển động trên đoạn OA thì E thuộc một đường tròn cố định và I cách đều ba cạnh ΔHFE.

4. Gọi G là giao điểm của hai đường thẳng AB và EF. Đường thẳng đi qua F song song với KB cắt KG, CD lần lượt ở P, Q. Chứng minh P đối xứng Q qua F.

**Bài 11 (Đề thi thử 10 – Nam Từ Liêm 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (O; R) và hai đường kính MN và PQ vuông góc với nhau. Lấy điểm A trên cung nhỏ PN, PA cắt MN tại B, AQ cắt MN tại E.

1. Chứng minh: OABQ là tứ giác nội tiếp.

2. Nối AM và PQ và PN lần lượt tại C và I.

Chứng minh rằng: Tích MC.MA không đổi khi A di chuyển trên cung nhỏ PN.

3. Chứng minh: IN = EN

4. Tìm vị trí của điểm A để diện tích tam giác ACE đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 12 (Đề thi thử 10 – Bắc Từ Liêm 2017 – 2018)**

Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R). Từ điểm A vẽ các tiếp tuyến AB, AC (với B, C là các tiếp điểm) và cát tuyến AMN với đường tròn (O; R) (với MN không đi qua O và AM < AN).

1) Chứng minh tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh: AM.AN = AC2

3) Tiếp tuyến tại điểm N của đường tròn (O; R) cắt đường thẳng BC tại điểm F. Gọi H là giao điểm của AO và BC. Chứng minh tứ giác MHON nội tiếp, từ đó suy ra đường thẳng FM là tiếp tuyến của đường tròn (O; R)

4) Gọi P là giao điểm của dây BC và dây MN, E là giao điểm của đường tròn ngoại tiếp tam giác MON và đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABOC (E khác O). Chứng minh ba điểm P, E, O thẳng hàng.

**Câu 13 (Đề thi thử 10 – THCS Phú Đô 2017 - 2018**

Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Gọi M thuộc đoạn OA sao cho AM = AO. Kẻ dây CD vuông góc với AB tại M. Gọi K là điểm bất kì trên cung lớn CD (K ≠ C, K ≠ B, K ≠ D). Gọi giao điểm của AK với CD là E.

a) Chứng minh tứ giác KEMB nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh  và AC2 = AE.AK

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác KEC. Chứng minh 3 điểm C; I; B thẳng hàng.

d) Tìm vị trí của K trên cung lớn CD (K ≠ C, K ≠ B, K ≠ D) để độ dài đoạn thẳng DI nhỏ nhất.

**Bài 14 (Đề thi thử 10 – THCS Dịch Vọng Hậu – 2018 – 2019)**

Cho tam giác ABC vuông tại A (AC > AB), D là một điểm trên cạnh AC sao cho CD < AD. Vẽ đường tròn tâm D tiếp xúc với BC tại E. Từ B vẽ tiếp tuyến thứ hai của đường tròn (D) với F là tiếp điểm.

1. Chứng minh rằng năm điểm A, B, E, D, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng BF lần lượt cắt AM, AE, AD theo thứ tự tại N, K, I. Chứng minh AI là tia phân giác của 

c) IF.BK = IK.BF

d) Chứng minh tam giác ANF là tam giác cân.

**Bài 15 (Đề thi thử 10 – THCS Thái Thịnh 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (O; R), đường kính AB. Gọi E và D là hai điểm thuộc cung AB của đường tròn (O) sao cho E thuộc cung AD; AE cắt BD tại C; AD cắt BE tại H; CH cắt AB tại F

1) Chứng minh tứ giác CDHE là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh AE.AC = AF.AB

3) Trên tia đối của tia FD lấy điểm Q sao cho FQ = FE. Tính góc AQB.

4) M; N lần lượt là hình chiếu của A và B trên đường thẳng DE.

Chứng minh rằng: MN = FE + FD.

**Bài 16 (Đề thi thử 10 – Hà Đông 2016 – 2017)**

Cho đường tròn (O; R) đường kính AB, đường kính MN thay đổi không trùng AB. Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn tại B, AM và AN lần lượt cắt đường thẳng d tại Q và P.

1. Chứng minh tứ giác AMBN là hình chữ nhật.
2. Chứng minh tổng  không đổi.
3. Chứng minh 4 điểm M, N, P, Q thuộc cùng một đường tròn.
4. Xác định vị trí của đường kính MN để diện tích tứ giác MNPQ nhỏ nhất.

**Bài 17 (Đề thi thử 10 – Hà Đông 2017-2018)**

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Đường cao AD, BE cắt nhau tại H, kéo dài BE cắt đường tròn (O; R) tại F.

1) Chứng minh tứ giác CDHE nội tiếp được một đường tròn;

2) Chứng minh ΔHAF cân;

3) Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Chứng minh: ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔCDE;

4) Cho BC cố định và BC = . Xác định vị trí của A trên đường tròn (O) để DH.DA lớn nhất.

**Bài 18 (Đề thi thử 10 – THCS Vĩnh Tuy 2015-2016)**

Cho đường tròn (O; R), đường kính AB và điểm C thuộc đường tròn. Gọi M và N là điểm chính giữa các cung nhỏ AC và BC. Nối MN cắt AC tại I. Hạ ND vuông góc AC. Gọi E là trung điểm BC. Dựng hình bình hành ADEF.

1. Tính góc MIC
2. Chứng minh F thuộc đường tròn (O; R)
3. Chứng minh DN là tiếp tuyến của (O; R)
4. Khi C chuyển đông trên đường tròn (O; R), chứng minh MN luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

**Bài 19 (Đề thi thử 10 – THCS Trưng Nhị 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (O; R), đường kính AB. I là một điểm thuộc AO sao cho AO=3IO. Qua I vẽ dây CD vuông góc với AB, trên CD lấy điểm K tùy ý, tia AK cắt đường tròn (O) tại M.

1. Chứng minh IKMB nội tiếp.

2. Chứng minh AK.AM = AC2

3. Gọi F là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCMK. Chứng minh F thuộc một đường cố định

4. Tính khoảng cách nhỏ nhất của DF

**Bài 20 (Đề thi thử 10 – THCS Minh Khai 2017 – 2018)**

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác cắt nhau tại H (D ∈ BC, E ∈ AC, F ∈ AB). Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại M, N (E nằm giữa F và M)

 1. Chứng minh 4 điểm B, C, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

 2. Chứng minh góc ACB bằng góc AFE và ΔAMN là tam giác cân.

 3. Chứng minh ΔAMH ~ ΔADM

 4. Gọi O1 là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCME, O2 là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBNF. Chứng minh rằng các đường thẳng MO1 và NO2 cắt nhau tại một điểm nằm trên đường tròn (O)

**Bài 21 (Đề thi thử 10 – THCS Ngô Sĩ Liên 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (O; R) và một điểm S ở ngoài đường tròn (O; R). Từ điểm S kẻ hai tiếp tuyến SA, SB tới (O; R) (A và B là các tiếp điểm). Kẻ dây cung BC song song với SA; SC cắt đường tròn (O; R) tại điểm thứ hai là D; tia BD cắt SA tại điểm M.

1. Chứng minh MA2 = MD.MB

2. Gọi I là trung điểm đoạn DC. Chứng minh năm điểm S, B, I, O, A cùng thuộc một đường tròn và tia IS là phân giác của góc BIA.

3. Qua điểm I kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại E. Chứng minh ED // BC

4. Giả sử BM ⊥ SA, khi đó hãy tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSDA theo R.

**Bài 22 (Đề thi thử 10 – THCS Thanh Quan – Hoàn Kiếm 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (*O*) đường kính *AB*. Trên đoạn thẳng *OA* lấy điểm *C* (*C* không trùng với *O* và *A*), kẻ đường thẳng *d* vuông góc với *AB* tại *C*. Trên *d* lấy điểm *D* nằm ngoài đường tròn (*O*), từ *D* kẻ hai tiếp tuyến *DE* và *DF* với đường tròn (*O*) (với *E*, *F* là các tiếp điểm và *E* thuộc nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng *d* có chứa điểm *A*). Gọi *M*, *N* lần lượt là giao điểm của *DE* và *DF* với đường thẳng *AB*.

a) Chứng minh rằng các điểm *C*, *E*, *D*, *F* và *O* cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng *CD* là phân giác góc *ECF*.

c) Đường thẳng qua *O* vuông góc với *AB* cắt *EF* tại *K*. Chứng minh rằng *FK.ND = EK.MD*.

d) Gọi *I* là trung điểm của *MN*. Chứng minh rằng ba điểm *D, K, I* thẳng hàng.

**Bài 23 (Đề thi thử 10 – THCS Trưng Vương 2017 – 2018)**

Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O), vẽ tiếp tuyến MA đến (O) (với A là tiếp điểm) và vẽ cát tuyến MBC sao cho MB < MC và tia MC nằm giữa hai tia MA, MO. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng OM, gọi E là trung điểm của đoạn thẳng BC.

 1) Chứng minh bốn điểm O, E, A, M cùng thuộc một đường tròn.

 2) Chứng minh MA2 = MB.MC

 3) Chứng minh tứ giác BCOH nội tiếp và HA là tia phân giác của .

 4) Đoạn thẳng OA cắt đường tròn (O) tại điểm I. Chứng minh .

**Bài 24 (Đề thi thử 10 – Hoàng Mai 2017 – 2018)**

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H. Tia BD và tia CE cắt đường tròn (O) lần lượt tại M, N (M khác B, N khác C)

1) Chứng minh bốn điểm B, C, D, E cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh DE // MN

3) Đường tròn đường kính AH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K (K khác A). Tia KH cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là Q. Tứ giác BHCQ là hình gì? Tại sao?

**Bài 25 (Đề thi thử 10 – Hoàng Mai 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (O; R) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C (AB < AC, d không đi qua tâm O). Gọi giao điểm của đoạn thẳng AO và dây MN là H.

 1) Chứng minh 4 điểm A, M, O, N cùng nằm trên một đường tròn.

 2) Chứng minh OH.OA = R2

 3) Qua O kẻ OK vuông góc với BC tại K. Đường thẳng OK cắt đường thẳng MN tại S. Chứng minh SC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

 4) Gọi giao điểm của dây MN và dây BC là D. Khi đường thẳng d quay quanh A (thỏa mãn điều kiện đề bài), chứng minh tích  có giá trị không thay đổi.

**Bài 26 (Đề thi thử 10 – THCS Gia Thụy 2014 – 2015)**

Cho tam giác nhọn ABC  nội tiếp đường tròn (O; R) có BE, CF, AD là các đường cao cắt nhau tại H .

1. Chứng minh tứ giác HECD là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh EB là tia phân giác của 
3. Vẽ tiếp tuyến xAy của đường tròn (O). Chứng minh 
4. Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại N và M (điểm F nằm giữa N và E). Chứng minh AN là một tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác NHD.

**Bài 27 (Đề thi thử 10 – THCS Long Biên 2015 – 2016)**

Cho  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

1. Chứng minh BCEF là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh DH.DA = DB.DC
3. Gọi H’ là điểm đối xứng với H qua BC. Chứng minh rằng 
4. Chứng minh nếu  nhọn thì H là tâm đường tròn nội tiếp 

**Bài 28 (Đề thi thử 10 – THCS Long Biên 2015 – 2016)**

Cho  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

1. Chứng minh BCEF là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh DH.DA = DB.DC
3. Gọi H’ là điểm đối xứng với H qua BC. Chứng minh rằng 
4. Chứng minh nếu  nhọn thì H là tâm đường tròn nội tiếp 

**Bài 29 (Đề thi thử 10 – THCS Ngọc Lâm 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d không đi qua tâm O cắt đường tròn (O) tại hai điểm A và B. Từ điểm C ở ngoài đường tròn (O), C thuộc đường thẳng d sao cho CB < CA kẻ hai tiế tuyến CM, CN tới đường tròn (M; N là các tiếp điểm, M thuộc cung AB nhỏ). Gọi H là trung điểm của dây AB, OH cắt CN tại K.

1, Chứng minh: KN.KC = KH.KO

2, Chứng minh: 5 điểm M, H, O, N, C cùng thuộc một đường tròn.

3, Đoạn thẳng CO cắt MN tại I. Chứng minh: Góc CIB = góc OAB.

4, Một đường thẳng qua O và song song với MN cắt CM, CN lần lượt tại E và F. Xác định vị trí của điểm C trên đường thẳng d để diện tích tam giác CEF nhỏ nhất.

**Bài 30 (Đề thi thử 10 – Tây Hồ 2017)**

Cho đường tròn (O, R), dây BC cố định. Điểm A là điểm chính giữa của cung nhỏ BC, điểm E di chuyển trên cung lớn BC. Nối OA cắt BC tại I, hạ CH vuông góc với AE tại H.

a) Chứng minh A, I, H, C thuộc một đường tròn.

b) Gọi AE cắt BC tại D. Chứng minh DA.DH = DC.DI

c) Chứng minh đường thẳng AB tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.

d) Gọi đường thẳng CH cắt BE tại M. Tìm vị trí điểm E trên cung lớn BC để diện tích tam giác MAC lớn nhất.

**Câu 31 (Đề thi thử 10 – THCS Achimedes Academy 2017 – 2018)**

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O; R) đường kính BC

(AB > AC). Từ A kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt tia BC tại M. Kẻ dây AD vuông góc với BC tại H.

1. Chứng minh rằng: Tứ giác AMDO nội tiếp.

2. Giả sử ABC = 300. Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AC và cung AC nhỏ theo R.

3. Kẻ AN vuông góc với BD (N thuộc BD), gọi E là trung điểm của AN, F là giao điểm thứ hai của BE với (O), P là giao điểm của AN và BC, Q là giao điểm của AF và BC.

 a) Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp.

 b) Chứng minh BH2 = BP.BQ

4. Từ F kẻ đường thẳng song song với BC cắt AD và AM lần lượt tại I và K. Chứng minh rằng: F là trung điểm của IK.

**Câu 32 (Đề thi thử 10 THCS Achimedes Academy 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (O) đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Gọi M là một điểm trên cung nhỏ BC.

1. Chứng minh rằng: Tứ giác ACBD nội tiếp.

2. AM cắt CD, CB lần lượt ở P và Q. Chứng minh QB. QC = QA.QM

3. Gọi E là giao điểm của DM và AB. Chứng minh EQ là phân giác của góc CEM.

4. Kẻ PL, EK vuông góc CB (L, K thuộc CB). PK cắt EL tại H. EC cắt PM tại I. HI cắt ME tại F. Chứng minh HI = HF.

**Câu 33 (Đề thi thử 10 – THCS Lômôlôxốp 2017-2018)**

Cho đường thẳng d cắt (O; R) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi I là trung điểm của AB, qua I kẻ đường kính MN của (O) (N thuộc cung AB lớn). Trên d lấy C không thuộc đoạn AB, gọi D là giao điểm của MC với (O), E là giao điểm của DN và AB.

1. Chứng minh tứ giác EIMD nội tiếp
2.  đồng dạng với 
3. Chứng minh 
4. Chứng minh khi C thay đổi trên d và không thuộc đoạn AB thì tâm đường tròn ngoại tiếp  nằm trên một đoạn thẳng cố định.

**Câu 34 (Đề thi thử 10 – THCS Lômôlôxốp 2017-2018)**

Cho đường tròn (O) có đường kính AB. Gọi C là điểm cố định trên đoạn OA. Điểm D thuộc đường tròn (O) soa cho DA < DB. Dựng đường thẳng d vuông góc với AB tại C, đồng thời cắt BD tại E và cắt AD tại F.

1. Chứng minh bốn điểm B, C, D, F cùng thuộc một đường tròn
2. Chứng minh CA.CB = CE.CF
3. Đường tròn ngoại tiếp  cắt BF tại K. Chứng minh K thuộc đường tròn (O)
4. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp . Chứng mih rằng khi D di chuyển trên nửa đường tròn (O) thì I luôn thuộc một đường thẳng cố định.

**Câu 35 (Đề thi thử 10 – THCS Lômôlôxốp 2017-2018)**

Cho đường tròn (O; R) và đường kính AB. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C khác điểm A. Từ điểm C kẻ các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại M và N. Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường thẳng BM tại I.

1. Chứng minh tứ giác AMIC là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh 
3. Chứng minh ba điểm I, A, N thẳng hàng
4. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp  khi A là trọng tâm 

**Bài 36 (Đề thi thử 10 – THCS Lương Thế Vinh 2017 – 2018)**

Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O; R)  Gọi I là điểm chính giữa cung nhỏ AB. Hai dây DI và CI lần lượt cắt dây AB tại M và N. Các tia DA và CI cắt nhau tại E. Các tia CB và DI cắt nhau tại F.

1. Chứng minh rằng tứ giác CDEF nội tiếp
2. Chứng minh rằng EF // MN
3. Chứng minh rằng và IA tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp 
4. Cho AB cố định, C, D chuyển động. Gọi  là bán kính của đường tròn ngoại tiếp và  là bán kính của đường tròn ngoại tiếp . Chứng minh rằng  và  có tổng không đổi.

**Bài 37 (Đề thi thử 10 – THCS Lương Thế Vinh 2017 – 2018)**

Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O; R)  Gọi I là điểm chính giữa cung nhỏ AB. Hai dây DI và CI lần lượt cắt dây AB tại M và N. Các tia DA và CI cắt nhau tại E. Các tia CB và DI cắt nhau tại F.

1. Chứng minh rằng tứ giác CDEF nội tiếp
2. Chứng minh rằng EF // MN
3. Chứng minh rằng và IA tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp 
4. Cho AB cố định, C, D chuyển động. Gọi  là bán kính của đường tròn ngoại tiếp và  là bán kính của đường tròn ngoại tiếp . Chứng minh rằng  và  có tổng không đổi.

**Bài 38 (Đề thi thử 10 – THCS Lương Thế Vinh 2017 – 2018)**

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, Ax và By là hai tiếp tuyến của (O) tại A, B. Lấy điểm M bất kì trên nửa đường tròn, tiếp tuyến tại M của (O) cắt Ax, By lần lượt tại C và D.

1. Chứng minh các tứ giác AOMC và BOMD nội tiếp
2. Giả sử  tính diện tích tứ giác ABDC.
3. Nếu OC cắt AM tại E, OD cắt BM tại F, kẻ  tại N. Chứng minh ONEF là hình thang cân
4. Tìm vị trí điểm M trên nửa đường tròn để chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF nhỏ nhất.

**Bài 39 (Đề thi thử 10 – THCS Lương Thế Vinh 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (O; R) đường kính AB và điểm M bất kì thuộc đường tròn (M khác A và B). Kẻ tiếp tuyến tại A của đường tròn, tiếp tuyến này cắt tia BM ở N. Tiếp tuyến của đường tròn tại M cắt AN ở D.

1. Chứng minh 4 điểm A, D, M, O cùng thuộc một đường tròn
2. Chứng minh OD song song với BM và suy ra D là trung điểm của AN
3. Đường thẳng kẻ qua O và vuông góc với BM cắt tia DM ở E. Chứng minh BE là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).
4. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với AB và cắt đường thẳng BM tại I. Gọi giao điểm của AI và BD là J. Khi điểm M di động trên đường tròn (O; R) thì J chạy trên đường nào?

**Bài 40 (Đề thi thử 10 – THCS Lương Thế Vinh 2017 – 2018)**

Cho một điểm A cố định ở ngoài đường tròn (O;R), đoạn OA cắt (O;R) tại H. Qua A kẻ cát tuyến d cắt đường tròn tại hai điểm B và C (B nằm giữa A và C). Kẻ AM, AN tiếp xúc với đường tròn tại M và N, gọi I là trung điểm của BC.

1. Chứng minh 5 điểm A, M, N, O, I cùng thuộc một đường tròn.
2. Khi *OA =* 2*R*, tính diện tích phần tam giác AMO nằm ngoài (O;R) theo R.
3. Gọi K là giao điểm của HC và MN. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác MKC tiếp xúc với MH.
4. Khi cát tuyến d quay quanh điểm A thì trọng tâm G của tam giác MBC chạy trên đường nào?

**Bài 41 (Đề thi thử 10 – THCS Lương Thế Vinh 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (O ; R) đường kính AB và điểm M bất kì thuộc đường tròn . Kẻ tiếp tuyến tại A của đường tròn, tiếp tuyến này cắt tia BM ở N. Tiếp tuyến của đường tròn tại M cắt AN ở D.

1. Chứng minh: 4 điểm A, D, M , O cùng thuộc một đường tròn
2. Chứng minh: OD // BM và suy ra D là trung điểm của AN
3. Đường thẳng kẻ qua O và vuông góc với BM cắt tia DM ở E. Chứng minh: BE là tiếp tuyến của đường tròn (O ; R)
4. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với AB và cắt đường thẳng BM tại I. Gọi giao điểm của AI và BD là J. Khi điểm M di động trên (O ; R) thì J chạy trên đường nào?

**Câu 42 (Đề thi thử 10 – THCS Nguyễn Tât Thành – Hưng Yên 2014 – 2015)**

Cho tam giác *ABC* có 3 góc nhọn, vẽ đường cao *AD* và *BE*. Gọi *H* là trực tâm của tam giác *ABC*.

**a)** Chứng minh: tan*B*.tan*C* = ****

**b)** Chứng minh: 

**c)** Gọi *a, b, c* lần lượt là độ dài các cạnh *BC, CA, AB* của tam giác *ABC*.

 Chứng minh rằng: 

**Câu 43 (Đề thi thử 10 – THCS Nguyễn Tât Thành – Hưng Yên 2014 – 2015)**

Cho ba điểm A,B,C cố định thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ đường trònđi qua B,C. Từ A kể các tiếp tuyến AM,AN với đường tròn ( M,N là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm BC, đường thẳng AO cắt MN tại H, đường thẳng NI cắt đường tròntại điểm thứ hai D.

1. Chứng minh tứ giáclà tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh MD song song với BC.
3. Chứng minh khi đường trònthay đổi nhưng luôn đi qua hai điểm B,C ( với) thì N thuộc một đường tròn cố định và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HIO chạy trên một đường thẳng cố định.

**Bài 44 (Đề thi thử 10 – THCS Nguyễn Tất Thành – Hà Nội 2017 – 2018**)

Cho đường tròn (O;R), đường kính AB. I là một điểm cố định trên đoạn OB. Điểm C bất kỳ trên đường tròn (CA > CB). Vẽ đường thẳng d vuông góc với AB tại I. Đường thẳng d cắt đường thẳng BC tại E, cắt đường thẳng AC tại F.

1. Chứng minh bốn điểm A, C, E, I nằm trên một đường tròn.
2. Chứng minh IE . IF = IA . IB
3. Đường thẳng AE cắt đường tròn (O) tại N. Chứng minh N, B, F thẳng hàng.
4. Chứng minh khi C di chuyển trên đường tròn (O) thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

**Bài 45 (Đề thi thử 10 – THCS Nguyễn Tất Thành – Hà Nội 2017 – 2018**)

Cho tứ giác ABCD ngoại tiếp đường tròn tâm O

1. Chứng minh rằng tổng diện tích tam giác OAB và diện tích tam giác OCD bằng nửa diện tích của tứ giác ABCD.
2. Gọi E, F lần lượt là tiếp điểm của đường tròn (O) với AB, CD và H là giao điểm của EF và AC. Chứng minh 

**Bài 46 (Đề thi thử 10 – THCS Nguyễn Tất Thành – Hà Nội 2017 – 2018**)

Cho hình vuông ABCD với tâm O và có cạnh bằng a. Gọi M và N tương ứng là trung điểm của các đoạn thẳng CD và AO.

1. Chứng minh tứ giác BCMN nội tiếp đường tròn
2. Tính diện tích tam giác BMN theo a.

**Bài 47 (Đề thi thử 10 – THCS Nguyễn Tất Thành – Hà Nội 2017 – 2018**)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) (AB < AC). Hai đường cao BN và CM của tam giác ABC cắt nhau tại H.

1. Chứng minh tứ giác BMNC nội tiếp được.
2. Kẻ đường thẳng xy là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A. Chứng minh xy // MN
3. Chứng minh MN = BC.cosA.
4. Giả sử  . Chứng minh OH = AC – AB

**Bài 48 (Đề thi thử 10 – THCS Nguyễn Tất Thành – Hà Nội 2017 – 2018**)

Cho tam giác ABC vuông tại A và đường phân giác BD (D thuộc AC). Đường tròn đường kính CD lần lượt cắt BC và tia AD ở H và K. Chứng minh rằng:

1. KA = KC = KH
2. KC2 = KD. KB và KH là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BD

**Bài 49 (Đề thi thử 10 – THCS Giảng Võ– Hà Nội 2017 – 2018**)

Cho nửa đường tròn tâm (O; R) đường kính AB. Lấy điểm H thuộc đoạn thẳng OA (AH > HO). Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại điểm M. Kẻ HF // AM (F  MB); HE // MB (E  MA).

1) Chứng minh tứ giác MEHF là hình chữ nhật;

2) Chứng minh tứ giác AEFB là tứ giác nội tiếp.

3) Đường thẳng EF cắt nửa đường tròn (O) tại hai điểm C và D (C thuộc cung nhỏ MA, D thuộc cung nhỏ MB). Chứng minh M là điểm chính giữa của cung CD; xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CHD;

4) Gọi Q và K lần lượt là trung điểm của AM và MB. Chứng minh ba đường thẳng QF, EK và AB đồng quy.

**Bài 50 (Đề thi thử 10 – THCS Hà Huy Tập– Hà Nội 2018 – 2019**)

Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Gọi E và D là hai điểm thuộc cung AB của đường tròn (O) sao cho E thuộc cung AD; AE cắt BD tại C; AD cắt BE tại H; CH cắt AB tại F

1) Chứng minh tứ giác CDHE là tứ giác nội tiế

2) Chứng minh: AE.AC = AF.AB

3) Trên tia đối của tia FD lấy điểm Q sao cho FQ = FE. Tính góc AQB.

4) M; N lần lượt là hình chiếu của A và B trên đường thẳng DE.

 Chứng minh rằng: MN = FE + FD

**Bài 51 (Đề thi thử 10 – THCS Lê Thánh Tông– Hà Nội 2018 – 2019**)

Cho đường tròn (O; R) và dây Ab cố định (AB < 2R). Điểm C di động trên đường tròn (O; R) sao cho tam giác CAB nhọn. Các đường cao AE, BF cắt nhau tại H.

1) Chứng minh tứ giác ABEF là tứ giác nội tiếp.

2) Tia phân giác của góc AHF cắt CA tại M, tia phân giác của góc BHE cắt CB tại N. Chứng minh tam giác CMN cân.

3) Đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN cắt tia phân giác của góc ACB tại K. Gọi P là giao điểm của MK và AH, Q là giao điểm của NK và BH. Chứng minh tứ giác PHQK là hình bình hành và đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 52 (Đề thi thử 10 – THCS Phúc Xá – Hà Nội 2018 – 2019**)

Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính EF. Vẽ trung trực của EF cắt nửa đường tròn tại I. Trên tia đối của tia IO lấy điểm A sao cho IA = IO. Vẽ hai tiếp tuyến AP và AQ với nửa đường tròn (P, Q là các tiếp điểm)

1) Chứng minh tứ giác APOQ nội tiếp;

2) Tiếp tuyến vẽ từ S thuộc cung PQ của nửa đường tròn (O) cắt AP, AQ lần lượt tại H và K. Tính góc HOK;

3) PQ cắt OH và OK lần lượt tại M và N. Chứng minh 4 điểm M, O, Q, K cùng thuộc một đường tròn;

4) Chứng minh: HK = 2MN.

**Bài 53 (Đề thi thử 10 – THCS Phương Liệt – Hà Nội 2015 – 2016**)

Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Điểm H thuộc đoạn OA. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt nửa đường tròn (O) tại C. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn (O) vẽ nửa đường tròn tâm I đường kính AH và nửa đường tròn tâm K đường kính HB. Đoạn thẳng AC cắt nửa đường tròn tâm I tại E, BC cắt nửa đường tròn tâm K tại F.

1. Chứng minh tứ giác CEHF là hình chữ nhật
2. Chứng minh tứ giác AEFB nội tiếp
3. EF cắt đường tròn (O) tại hai điểm M và N (M thuộc cùng BC). Chứng minh tam giác CMN là tam giác cân.
4. Tìm vị trí của điểm H để chu vi tam giác COH lớn nhất.

**Bài 54 (Đề thi thử 10 – THCS Phương Liệt – Hà Nội 2017 – 2018**)

Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB và AC với đường tròn ấy (B, C là các tiếp điểm và B ≠ C). Điểm M thuộc cung nhỏ BC (M ≠ B và M ≠ C). Gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên CB, BA, AC. Biết MB cắt IH tại E, MC cắt IK tại F.

1) Chứng minh bốn điểm M, K, I, C cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh  và MI2 = MH.MK

3) Chứng minh EF ⊥ MI.

4) Đường tròn ngoại tiếp ΔMFK và đường tròn ngoại tiếp ΔMEH cắt nhau tại điểm thứ 2 là N. Chứng tỏ khi M di động trên cung nhỏ BC (M ≠ B và M ≠ C) thì đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 55 (Đề thi thử 10 – THCS Sài Đồng 2018 – 2019**)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R) và AH là đường cao của tam giác ABC. Gọi E; F lần lượt là hình chiếu của H lên AB; AC.

1. Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp.

2. Chứng minh AE.AB = AF.AC

3. Kẻ đường kính AK của (O), AK cắt EF tại I. Chứng minh AK vuông góc với EF.

4. Cho AH = . Chứng minh: E; O; F thẳng hàng.

**Bài 56 (Đề thi thử 10 – Vinschool 2017 – 2018**)

Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB; điểm I nằm giữa A và O; dây CD vuông góc với AB tại I; điểm M thuộc cung nhỏ BC (M khác B, C). Dây AM cắt CD tại K.

1) Chứng minh tứ giác IKMB nội tiếp.

2) a) Chứng minh rằng AD2 = AK.AM

 b) Nếu cho R = 6cm và I là trung điểm của AO. Tính DI, từ đó tính thể tích của hình tạo thành khi tam giac ADI quay quanh trục DI.

3) Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CKM.

4) Trên tia đối của tia MC lấy điểm E sao cho ME = MB. Chứng minh rằng: khi các điểm A, B, I cố định và điểm M thay đổi trên cung nhỏ BC (M khác B, C) thì đường tròn ngoại tiếp tam giác BCE luôn đi qua một điểm cố định khác C và B.

**Bài 57 (Đề thi thử 10 – THCS Tân Trường 2015 – 2016**)

Cho đường tròn (O) và dây BC cố định không qua tâm, điểm A chuyển động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Đường cao BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H và cắt (O) lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp và MN // FE.

b) Vẽ đường cao AD của tam giác ABC. Chứng minh H là tâm đường tròn nội tếp tam giác DEF

c) Đường thẳng qua A và vuông góc với EF luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 58 (Đề thi thử 10 – TP Hà Nội 2016 – 2017**)

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn thẳng CO lấy điểm I (I khác C, I khác O). Đường thẳng AI cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE.

1. Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.
2. Chứng minh 
3. Đường thẳng d đi qua điểm E song song với AO, d cắt BC tại điểm K.
4. Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác BECF là hình chữ nhật.

**Bài 59 (Đề thi thử 10 – Tỉnh Lục Nam 2017 – 2018**)

Cho đường tròn (O; R) có hai đường kính AB và CD cố định và vuông góc với nhau. M là một điểm bất Kỳ trên đường kính AB (M khác O, A, B), tia CM cắt (O) tại điểm N khác C, kẻ đường thẳng d đi qua điểm M vuông góc với AB, qua điểm N kẻ tiếp tuyến với (O), tiếp tuyến này cắt đường thẳng d tại điểm P.

1. Chứng minh rằng OMNP là tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh rằng 
3. Tứ giác CMPO là hình gì? Vì sao?
4. Chứng minh rằng khi điểm M di chuyển trên đoạn thẳng AB thì điểm P di chuyển trên một đường cố định

**Bài 60 (Đề thi thử 10 – THCS Đức Giang 2016 – 2017**)

Cho nửa đường tròn (O), đường kính BC. Gọi D là điểm cố định thuộc đoạn thẳng OC  Dựng đường thẳng d vuông góc với BC tại điểm D, đường thẳng d cắt nửa đường tròn (O) tại điểm A. Trên cung AC lấy điểm M bất kì  Tia BM cắt đường thẳng d tại điểm K, tia CM cắt đường thẳng d tại điểm E. Đường thẳng BE cắt nửa đường tròn (O) tại điểm N 

1. Chứng minh tứ giác CDNE nội tiếp.
2. Chứng minh ba điểm C, K, N thẳng hàng và 
3. Tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn (O) cắt đường thẳng d tại F. Chứng minh: F là trung điểm của KE và 
4. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp  Chứng minh I nằm trên một đường thẳng cố định.

**Bài 61 (Đề thi thử 10 – THCS Văn Khê 2015 – 2016**)

Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R) ta vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M, vẽ   

1. Chứng minh AIMK là tứ giác nội tiếp đường tròn
2. Vẽ   Chứng minh 
3. BM cắt PI, CM cắt IK tại E, F. Tứ giác BCFE là hình gì?
4. Xác định vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tích MI.MK.MP đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 62 (Đề thi thử 10 – TTBDVH Dạy Tốt 2016 – 2017**)

Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB = 6cm. Trên đoạn OB lấy điểm H sao cho  Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại C.. Vẽ đường tròn (I) đường kính OA cắt AC tại D. Gọi E là giao điểm của OC và BD.

1. Chứng minh AD = CD
2. Chứng minh bốn điểm O, D, C, H cùng nằm trên một đường tròn
3. Chứng minh BD là tiếp tuyến của (I)
4. Tính diện tích tam giác ABE.

**Bài 63 (Đề thi thử 10 – TTBDVH Edufly 2016 – 2017**)

Cho đường tròn tâm O, đường kính  Trên đường tròn lấy điểm M bất kì, N là điểm đối xứng với A qua M. Đoạn BN cắt đường tròn ở C, AC cắt BM ở E.

1. Chứng minh tứ giác CEMN nội tiếp được và 
2. Gọi F đối xứng với E qua M, chứng minh rằng  và 
3. Chứng minh rằng FN là tiếp tuyến của đường tròn tâm B bán kính BA.

**Bài 64 (Đề thi thử 10 – THCS Mạc Đĩnh Chi 2018 – 2 019)**

Cho nửa đường tròn, đường kính AB. Trên nửa đường tròn đó lấy điểm C . Hạ CH vuông góc AB tại H. Đường tròn đường kính CH cắt AC và BC thứ tự tại M,N

1. Chứng minh tứ giáclà hình chữ nhật
2. Chứng minh tứ giáclà tứ giác nội tiếp
3. Tia NM cắt tia BA tại K, lấy Q đối xứng với H qua K. Chứng minh QC là tiếp tuyến của đường tròn
4. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giáctrong trường hợp AC=R

**Bài 65 (Đề thi thử 10 – THCS Tây Tựu 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (O; R). Một đường thẳng d không qua O cắt đường tròn (O) tại 2 điểm A và B. Trên đường thẳng d lấy điểm C sao cho CA < Cb. Từ C kẻ hai tiếp tuyến CM và CN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Đường thẳng qua O vuông góc với AB tại H cắt CN tại K.

 1) Chứng minh O, C, H, N cùng thuộc một đường tròn.

 2) Chứng minh KN.KC = KO.KH

 3) Đoạn thẳng CO cắt đường tròn (O) tại I. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CMN.

 4) Một đường thẳng đi qua O và song song với MN cắt các tia CM, CN lần lượt tại E và F. Xác định vị trí của C trên đường thẳng d sao cho diện tích tam giác CEF nhỏ nhất.

**Bài 66 (Đề thi thử 10 – THCS MIS 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (O; R) và điểm A cố định nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AM, AN tới đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng (d), qua A cắt đường tròn (O; R) tại B và C (AB < AC). Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng qua B, song song với AM cắt MN tại E.

 **1.** Chứng minh 5 điểm A, M, O, I, N thuộc một đường tròn.

 **2.** Chứng minh AB . AC = AM2

 **3.** Chứng minh: IE // MC

**4.** Chứng minh rằng khi đường thẳng (d) quay quanh điểm A thì trọng tâm G của tam giác MBC thuộc một đường tròn cố định.

**Bài 67 (Đề thi thử 10 – THCS Nhân Chính 2017 – 2018)**

Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC), lấy điểm M thuộc cánh AC. Vẽ đường tròn (O) đường kính MC cắt BC tại E, BM cắt (O) tại N, AN cắt (O) tại D, ED cắt AC tại H.

 a) Chứng minh tứ giác BANC nội tiếp.

 b) Chứng minh AB // DE và MH.MC = EH2.

 c) Chứng minh M cách đều 3 cạnh của tam giác ANE.

 d) Lấy I đối xứng với M qua A, lấy K đối xứng M qua E. Tìm vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp ΔBIK có bán kính nhỏ nhất.

**Bài 68 (Đề thi thử 10 – THCS Thanh Oai 2017 – 2018)**

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tia đối của tia BA lấy điểm C (C không trùng với B). Kẻ tiếp tuyến CD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm), tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CD tại E. Gọi H là giao điểm của AD và OE, K là giao điểm của BE với đường tròn (O) (K không trùng với B).

1. Chứng minh ;
2. Chứng minh 4 điểm B,O,H,K cùng thuộc một đường tròn;
3. ChoTính bán kính đường tròn (O);
4. Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M. Chứng minh 

**Bài 69 (Đề thi thử 10 tổng hợp – TP Hà Nội 2017 – 2018)**

 Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R . Đường cao AD, BE cắt nhau tại H . Kéo dài BE cắt đường tròn (O) tại F .

1. Chứng minh tứ giác CDHE là tứ giác nội tiếp .
2. Kéo dài AD cắt (O) tại N . Chứng minh tam giác AHF cân và C là điểm chính giữa cung NF .
3. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Chứng minh ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE .
4. Cho điểm B, C cố định và  . Hãy xác định vị trí của A trên (O;R) để DH. DA lớn nhất .

**Bài 70 (Đề thi thử 10 tổng hợp – TP Hà Nội 2011 – 2018)**

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Gọi d1 và d2 lần lượt là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại hai điểm A và B. Gọi I là trung điểm của OA và E là điểm thuộc đường tròn (O) (E không trùng với A và B). Đường thẳng d đi qua điểm E và vuông góc với EI cắt hai đường thẳng d1, d2 lần lượt tại M, N.

 1) Chứng minh AMEI là tứ giác nội tiếp.

 2) Chứng minh  và  = 900.

 3) Chứng minh AM.BN = AI.BI.

 4) Gọi F là điểm chính giữa của cung AB không chứa E của đường tròn (O). Hãy tính diện tích của tam giác MIN theo R khi ba điểm E, I, F thẳng hàng.