

ĐS6.CHUYÊN ĐỀ 10 - SỐ THẬP PHÂN

CHỦ ĐỀ 3: MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ TỈ SỐ VÀ TỈ SỐ PHẦN TRĂM

PHẦN I.TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Bài toán 1. Tìm giá trị phân số của một số cho trước.

Muốn tìm $\frac{m}{n}$ của số b cho trước, ta tính $b \cdot \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}, n \neq 0$).

2. Bài toán 2. Tìm một số biết giá trị một phân số của nó.

Muốn tìm một số biết $\frac{m}{n}$ của nó bằng a , ta tính $a : \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$).

3. Tìm tỉ số của hai số.

Muốn tìm tỉ số của hai số a và b ($b \neq 0$) ta tìm thương của hai số ấy

$$\frac{a}{b} = a : b \quad (b \neq 0) \quad (m, n \in \mathbb{N}^*)$$

4. Lưu ý:

- Trong thực hành, ta thường dùng tỉ số dưới dạng tỉ số phần trăm với kí hiệu %.

- Muốn tìm tỉ số phần trăm của hai số a và b ($b \neq 0$), ta nhân a với 100 rồi chia cho b và viết kí hiệu %

vào kết quả: $\frac{a \cdot 100}{b} \%$.

PHẦN II.CÁC DẠNG BÀI

Dạng 1: Bài toán tìm giá trị phân số của một số cho trước.

I.Phương pháp giải

Muốn tìm $\frac{m}{n}$ của số b cho trước, ta tính $b \cdot \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}, n \neq 0$).

II.Bài toán

Bài 1: Trong một trường học số học sinh nữ bằng $\frac{6}{5}$ số học sinh nam.

a) Tính xem số học sinh nữ bằng mấy phần số học sinh toàn trường.

b) Nếu số học sinh toàn trường là 1210 em thì trường đó có bao nhiêu học sinh nam, bao nhiêu học sinh nữ.

Lời giải:

a) Theo đề bài trong trường cứ 5 phần học sinh nam thì có 6 phần học sinh nữ. Như vậy nếu học sinh toàn

trường là 11 phần thì số học sinh nữ chiếm 6 phần, nên số học sinh nữ bằng $\frac{6}{11}$ số học sinh toàn trường.

b) Nếu số học sinh toàn trường là 1210 em thì

Số học sinh nữ là: $1210 \cdot \frac{6}{11} = 660$ (em)

Số học sinh nam là: $1210 - 660 = 550$ (em).

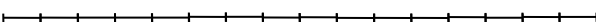
Bài 2: Ba lớp 6 có 102 học sinh. Số học sinh lớp A bằng $\frac{8}{9}$ số học sinh lớp B, số học sinh lớp C bằng $\frac{17}{16}$ số học sinh lớp A. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

Lời giải:

Số học sinh lớp B bằng $\frac{9}{8}$ số học sinh lớp A (hay bằng $\frac{18}{16}$).

Số học sinh lớp C bằng $\frac{17}{16}$ số học sinh lớp A.

Ta có sơ đồ sau:

Lớp A: 
Lớp B: 
Lớp C: 

Tổng số phần của 3 lớp là: $16 + 18 + 17 = 51$

Số học sinh lớp A là: $(102 : 51) \cdot 16 = 32$ (học sinh)

Số học sinh lớp B là: $(102 : 51) \cdot 18 = 36$ (học sinh)

Số học sinh lớp C là: $(102 : 51) \cdot 17 = 34$ (học sinh).

Bài 3: Ba tổ công nhân trồng được tất cả 286 cây ở công viên. Số cây tổ 1 trồng được bằng $\frac{9}{10}$ số cây tổ 2

và số cây tổ 3 trồng được bằng $\frac{24}{25}$ số cây tổ 2. Hỏi mỗi tổ trồng được bao nhiêu cây?

Lời giải:

Số cây tổ 1 bằng $\frac{9}{10}$ số cây tổ 2 (hay bằng $\frac{45}{50}$).

Số cây tổ 3 bằng $\frac{24}{25}$ số cây tổ 2 (hay bằng $\frac{48}{50}$).

Như vậy nếu số cây tổ 2 là 50 phần thì số cây tổ 1 là 45 phần, số cây tổ 3 là 48 phần.

Tổng số phần của 3 tổ là: $50 + 45 + 48 = 143$

Số cây tổ 1 trồng là: $(286 : 143) \cdot 45 = 90$ (cây).

Số cây tổ 2 trồng là: $(286 : 143) \cdot 50 = 100$ (cây).

Số cây tổ 3 trồng là: $(286:143).48=96$ (cây).

Bài 4: Mẹ hơn con 24 tuổi. Cách đây 4 năm tuổi con bằng $\frac{1}{4}$ tuổi mẹ. Hỏi hiện nay mỗi người bao nhiêu tuổi?

Lời giải:

Hiệu số tuổi của hai mẹ con không thay đổi theo thời gian nên cách đây 4 năm mẹ vẫn hơn con 24 tuổi.
Ta có sơ đồ khi đó:

Tuổi con: |-----|

Tuổi mẹ: |-----|-----|-----|-----|

Theo sơ đồ tuổi mẹ cách đây 4 năm là: $24:(4-1).4=32$ (tuổi)

Vì mỗi năm mỗi người tăng lên 1 tuổi nên hiện nay tuổi mẹ là:

$$32+4.1=36 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi con hiện nay là: $36-24=12$ (tuổi).

Bài 5: Tổng số trang của 8 quyển vở loại 1 ; 9 quyển vở loại 2 và 5 quyển vở loại 3 là 1980 trang. Số

trang của một quyển vở loại 2 chỉ bằng $\frac{2}{3}$ số trang của 1 quyển vở loại 1. Số trang của 4 quyển vở loại 3 bằng số trang của 3 quyển vở loại 2. Tính số trang của mỗi quyển vở mỗi loại.

Lời giải:

Vì số trang của mỗi quyển vở loại 2 bằng $\frac{2}{3}$ số trang của 1 quyển loại 1. Nên số trang của 3 quyển loại 2 bằng số trang của 2 quyển loại 1

Mà số trang của 4 quyển loại 3 bằng 3 quyển loại 2.

Nê số trang của 2 quyển loại 1 bằng số trang của 4 quyển loại 3

Do đó số trang của 8 quyển loại 1 là $4.8:2=16$ (quyển loại 3)

Số trang của 9 quyển loại 2 là $9.4:3=12$ (quyển loại 3)

Vậy 1980 chính là số trang của $16+12+15=33$ (quyển loại 3)

Suy ra: Số trang 1 quyển vở loại 3 là $1980:33=60$ (trang)

Số trang 1 quyển vở loại 2 là $\frac{60.4}{3}=80$ (trang)

Số trang 1 quyển vở loại 1 là $\frac{80.3}{2}=120$ (trang).

Bài 6: Bạn Nam hỏi tuổi của bố. Bố bạn Nam trả lời: “Nếu bố sống đến 100 tuổi thì $\frac{6}{7}$ của $\frac{7}{10}$ số tuổi của bố sẽ lớn hơn $\frac{2}{5}$ của $\frac{7}{8}$ thời gian bố phải sống là 3 năm”. Hỏi bố của bạn Nam bao nhiêu tuổi?

Lời giải:

Ta có: $\frac{6}{7}$ của $\frac{7}{10}$ là $\frac{6}{7} \cdot \frac{7}{10} = \frac{3}{5}$

$\frac{2}{5}$ của $\frac{7}{8}$ là $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{8} = \frac{7}{20}$

Gọi số tuổi bố của bạn Nam là x ($x \in \mathbb{N}^*$)

Khi đó thời gian bố phải sống là $100 - x$ ($x < 100$)

Theo bài ra ta có:

$$\frac{3}{5}x = \frac{7}{20}(100 - x) + 3$$

$$\Leftrightarrow 12x = 700 - 7x + 60$$

$$\Leftrightarrow 19x = 760$$

$$\Leftrightarrow x = 40 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy bố của bạn Nam 40 tuổi.

Bài 7: Lớp 6A có số học sinh Giỏi và Khá chiếm $\frac{7}{12}$ số học sinh cả lớp. Số học sinh Giỏi và Trung bình chiếm $\frac{5}{8}$ số học sinh cả lớp. Số học sinh Khá và Trung bình có 34 bạn, số học sinh giỏi hơn số học sinh Yếu là 10 bạn, lớp không có học sinh kém. Hỏi lớp 6A có bao nhiêu bạn học sinh Giỏi? bao nhiêu học sinh khá? bao nhiêu học sinh Trung bình?

Lời giải:

Cách 1:

Phân số chỉ số học sinh giỏi hơn yếu là: $\left(\frac{7}{12} + \frac{5}{8}\right) - 1 = \frac{5}{24}$ (học sinh cả lớp)

Số học sinh cả lớp là: $10 \cdot \frac{24}{5} = 48$ (học sinh)

Số học sinh giỏi và yếu là: $48 - 34 = 14$ (học sinh)

Số học sinh giỏi là: $(14 + 10) : 2 = 12$ (học sinh)

Số học sinh yếu là: $12 - 10 = 2$ (học sinh)

Số học sinh giỏi và trung bình là: $48 \cdot \frac{5}{8} = 30$ (học sinh)

Số học sinh trung bình là: $30 - 12 = 18$ (học sinh)

Số học sinh khá là: $48 - (18 + 2 + 14) = 16$ (học sinh).

Cách 2 :

Lớp chia 24 phần $\Rightarrow$ một phần có: $10 : 5 = 2$ (học sinh)

Số học sinh trung bình hơn khá là: $\frac{5}{8} - \frac{7}{12} = \frac{1}{24}$ (học sinh lớp) = 2 (học sinh)

Số học sinh trung bình là: $(34 + 2) : 2 = 18$ (học sinh)

Số học sinh khá là: $18 - 2 = 16$ (học sinh)

Số học sinh giỏi và yếu là: $48 - (18 + 16) = 14$ (học sinh)

Số học sinh giỏi là: $(14 + 10) : 2 = 12$ (học sinh)

Số học sinh yếu là: $12 - 10 = 2$ (học sinh).

Bài 8: Trong một buổi đi tham quan, số nữ đăng ký tham gia bằng $\frac{1}{4}$ số nam. Nhưng sau đó 1 bạn nữ xin nghỉ, 1 bạn nam xin đi thêm nên số nữ đi tham quan bằng $\frac{1}{5}$ số nam. Tính số học sinh nữ và học sinh nam đã đi tham quan.

Lời giải:

Tổng số học sinh nam và nữ dự định đi tham quan và đã đi tham quan là như nhau nên ta lấy làm đơn vị.

Số học sinh nữ đăng ký đi tham quan bằng $\frac{1}{4}$ số nam nên bằng $\frac{1}{5}$ tổng số học sinh.

Số học sinh nữ đã đi tham quan bằng $\frac{1}{5}$ số nam đã đi tham quan nên bằng $\frac{1}{6}$ tổng số học sinh.

Số nữ dự định đi nhiều hơn số nữ đã đi là: $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ tổng số học sinh.

Tổng số học sinh là: $1 : \frac{1}{30} = 30$ (học sinh)

Số học sinh nữ đã đi tham quan: $30 \cdot \frac{1}{6} = 5$ (học sinh)

Số học sinh nam đã đi tham quan: $30 - 5 = 25$ (học sinh).

Bài 9: Số sách ở ngăn A bằng $\frac{2}{3}$ số sách ở ngăn B. Nếu chuyển 3 quyển từ ngăn A sang ngăn B thì số sách ở ngăn A bằng $\frac{3}{7}$ số sách ở ngăn B. Tìm số sách ở mỗi ngăn.

Lời giải:

Số sách ở ngăn A bằng $\frac{2}{3}$ số sách ở ngăn B thì số sách ở ngăn A bằng $\frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$ số sách cả 2 ngăn.

Sau khi chuyển 3 quyển từ ngăn A sang ngăn B thì số sách ngăn A bằng $\frac{3}{7}$ số sách ở ngăn B hay bằng $\frac{3}{3+7} = \frac{3}{10}$ số sách cả hai ngăn.

Vì số sách ngăn A ban đầu hơn số sách ở ngăn A sau khi chuyển là 3 quyển. Nên ta có phân số chỉ 3 quyển là: $\frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{1}{10}$

Số sách cả hai ngăn là: $3 : \frac{1}{10} = 30$ (quyển)

Số sách ở ngăn A là: $30 \cdot \frac{2}{5} = 12$ (quyển)

Số sách ngăn B là: $30 - 12 = 18$ (quyển).

Bài 10: Một học sinh đọc quyển sách trong 3 ngày. Ngày thứ nhất đọc được $\frac{2}{5}$ số trang sách; ngày thứ 2 đọc được $\frac{3}{5}$ số trang sách còn lại; ngày thứ 3 đọc được 80% số trang sách còn lại và 3 trang cuối cùng. Hỏi cuốn sách có bao nhiêu trang?

Lời giải:

Gọi x là số trang sách, $x \in \mathbb{N}$

Ngày 1 đọc được là: $\frac{2}{5}x$ (trang)

Số trang còn lại là: $x - \frac{2}{5}x = \frac{3}{5}x$ (trang)

Ngày 2 đọc được là: $\frac{3}{5}x \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}x$ (trang)

Số trang còn lại là: $\frac{3}{5}x - \frac{9}{25}x = \frac{6}{25}x$ (trang)

Ngày thứ 3 đọc được là: $\frac{6}{25}x \cdot 80\% + 30 = \frac{24}{125}x + 30$ (trang)

Hay: $\frac{2}{5}x + \frac{9}{25}x + \frac{24}{125}x + 30 = x \Rightarrow x = 625$ (trang).

Bài 11: Tổng số trang của 8 quyển vở loại 1 ; 9 quyển vở loại 2 và 5 quyển vở loại 3 là 1980 trang. Số trang của một quyển vở loại 2 chỉ bằng $\frac{2}{3}$ số trang của 1 quyển vở loại 1. Số trang của 4 quyển vở loại 3 bằng số trang của 3 quyển vở loại 2. Tính số trang của mỗi quyển vở mỗi loại.

Lời giải:

Vì số trang của mỗi quyển vở loại 2 bằng $\frac{2}{3}$ số trang của 1 quyển loại 1. Nên số trang của 3 quyển loại 2 bằng số trang của 2 quyển loại 1

Mà số trang của 4 quyển loại 3 bằng 3 quyển loại 2.

Nên số trang của 2 quyển loại 1 bằng số trang của 4 quyển loại 3

Do đó số trang của 8 quyển loại 1 bằng : $4 \cdot 8 : 2 = 16$ (quyển loại 3)

Số trang của 9 quyển loại 2 bằng: $9 \cdot 4 : 3 = 12$ (quyển loại 3)

Vậy 1980 chính là số trang của $16 + 12 + 5 = 33$ (quyển loại 3)

Số trang 1 quyển vở loại 3 là : $1980 : 33 = 60$ (trang)

Số trang 1 quyển vở loại 2 là : $\frac{60 \cdot 4}{3} = 80$ (trang)

Số trang 1 quyển vở loại 1 là : $\frac{80 \cdot 3}{2} = 120$ (trang).

Bài 12: Tìm tập hợp các số tự nhiên n biết rằng n lớn hơn $\frac{3}{4}$ của $2\frac{4}{5}$ nhưng nhỏ hơn 60% của 7.

Lời giải:

$\frac{3}{4}$ của $2\frac{4}{5}$ bằng $\frac{14}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{21}{10} = 2,1$

60% của 7 bằng $7 \cdot \frac{60}{100} = 4,2$

$2,1 < n < 4,2$ và $n \in \mathbb{N}$ nên $n \in \{3; 4\}$.

Bài 13: Một đầu máy xe lửa cứ đi 1km thì tiêu thụ hết $\frac{3}{20}$ tấn nước. Nồi nước của đầu máy chứa được $16\frac{1}{2}$ tấn. Hỏi nếu trong nồi còn $\frac{9}{10}$ khối nước ấy thì xe lửa còn chạy được bao nhiêu km?

Lời giải:

$\frac{9}{10}$ lượng nước của đầu máy là: $16\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{10} = \frac{297}{20}$ (tấn).

Số km xe lửa chạy được là: $\frac{297}{20} : \frac{3}{20} = 99$ (km).

Bài 14: Muốn đào xong con mương cần 15 công nhân làm việc trong 20 ngày. Trong 10 ngày đầu số công nhân ít nên chỉ là được $\frac{3}{10}$ công việc. Hỏi muốn hoàn thành đúng kì hạn thì phải điều thêm bao nhiêu công nhân? (coi năng suất lao động của mỗi công nhân như nhau).

Lời giải:

Số ngày công cần thiết để hoàn thành công việc là: $20 \cdot 15 = 300$ (ngày công).

Mười ngày đầu đã làm được: $300 \cdot \frac{3}{10} = 90$ (ngày công).

Số ngày công còn lại: $300 - 90 = 210$ (ngày công).

Muốn hoàn thành công việc đúng kì hạn thì cần số công nhân là: $210 : 10 = 21$ (công nhân).

Số công nhân đã làm trong 10 ngày đầu là: $90 : 10 = 9$ (công nhân).

Vậy số công nhân điều thêm là: $21 - 9 = 12$ (công nhân).

Bài 15: Giữ nguyên tử số, hãy thay đổi mẫu số của phân số $\frac{275}{289}$ sao cho số đó giảm đi $\frac{7}{24}$ giá trị của nó. Mẫu số mới là bao nhiêu?

Lời giải:

Gọi mẫu phải tìm là x . Theo đề bài ta có: $\frac{275}{x} = \frac{275}{289} - \frac{7}{24} \cdot \frac{275}{289} = \frac{275}{289} \cdot \left(1 - \frac{7}{24}\right) = \frac{275}{408}$

Vậy $x = 408$.

.Dạng 2: Tìm một số biết giá trị một phân số của nó.

I. Phương pháp giải

Muốn tìm một số biết $\frac{m}{n}$ của nó bằng a , ta tính $a : \frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$).

II. Bài toán

Bài 1: Một lớp học có số học sinh nữ bằng $\frac{5}{3}$ số học sinh nam. Nếu 10 học sinh nam chưa vào lớp thì số học sinh nữ gấp 7 lần số học sinh nam. Tìm số học sinh nam và nữ của lớp đó.

Lời giải:

Số học sinh nữ bằng $\frac{5}{3}$ số học sinh nam, nên số học sinh nam bằng $\frac{3}{8}$ số học sinh cả lớp.

Khi 10 học sinh nam chưa vào lớp thì số học sinh nam bằng $\frac{1}{7}$ số học sinh nữ, nên số học sinh nam bằng $\frac{1}{8}$ số học sinh cả lớp.

Vậy 10 học sinh biểu thị $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ học sinh cả lớp.

Số học sinh cả lớp là: $10 : \frac{1}{4} = 40$ (học sinh).

Số học sinh nam là: $40 \cdot \frac{3}{8} = 15$ (học sinh).

Số học sinh nữ là: $40 - 15 = 25$ (học sinh).

Bài 2: Anh An có ít hơn anh Hải 500.000đ. Anh An tiêu hết $\frac{5}{7}$ số tiền của mình. Anh Hải tiêu hết $\frac{4}{9}$ số tiền của mình thì số tiền còn lại của hai anh bằng nhau. Hỏi mỗi người ban đầu có bao nhiêu tiền?

Lời giải:

Số tiền còn lại của anh An là: $1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$ (số tiền của An)

Số tiền còn lại của anh Hải là: $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ (số tiền của Hải)

Số tiền của anh An bằng: $\frac{5}{9} : \frac{2}{7} = \frac{7}{9}$ (số tiền của anh Hải)

Nếu chọn số tiền của anh An là đơn vị thì hiệu số tiền của anh An và anh Hải là: $1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$ (số tiền của Hải)

Số tiền của anh Hải là: $500000 : \frac{2}{9} = 2250000$ đồng.

Số tiền của anh An là: $2250000 - 500000 = 1750000$ đồng.

Bài 3: Ba tấm vải có tất cả 542m. Nếu cắt $\frac{1}{7}$ tấm thứ nhất, $\frac{3}{14}$ tấm thứ hai, $\frac{2}{5}$ tấm thứ ba thì chiều dài còn lại của ba tấm bằng nhau. Hỏi mỗi tấm dài bao nhiêu mét?

Lời giải:

Theo đề bài thì $\frac{6}{7}$ tấm thứ nhất bằng $\frac{11}{14}$ tấm thứ hai bằng $\frac{3}{5}$ tấm thứ ba.

Nếu lấy tấm thứ nhất làm đơn vị thì chiều dài tấm vải thứ ba bằng: $\frac{6}{7} : \frac{3}{5} = \frac{10}{7}$ (chiều dài tấm thứ nhất)

Nếu lấy tấm thứ nhất làm đơn vị thì chiều dài tấm vải thứ hai bằng: $\frac{6}{7} : \frac{11}{14} = \frac{12}{11}$ (chiều dài tấm thứ nhất)

Độ dài ba tấm vải là: $1 + \frac{10}{7} + \frac{12}{11} = \frac{271}{77}$ (chiều dài tấm vải thứ nhất)

Chiều dài tấm vải thứ nhất là: $542 : \frac{271}{77} = 154$ (m).

Chiều dài tấm vải thứ hai là: $154 \cdot \frac{12}{11} = 168$ (m).

Chiều dài tấm vải thứ ba là: $154 \cdot \frac{10}{7} = 220$ (m).

Bài 4: Một ô tô đi từ A đến B trong 4 giờ. Giờ thứ nhất đi được quãng đường bằng $\frac{11}{29}$ quãng đường đi được trong 3 giờ còn lại. Giờ thứ hai ô tô đi được bằng $\frac{6}{19}$ quãng đường đi được trong 3 giờ còn lại. Giờ thứ ba ô tô đi được bằng $\frac{1}{3}$ quãng đường đi được trong 3 giờ còn lại. Giờ thứ tư ô tô đi được 47km. Hỏi trong 3 giờ đầu, ô tô đi được bao nhiêu km?

Lời giải:

Giờ thứ nhất đi được quãng đường bằng $\frac{11}{29}$ quãng đường đi được trong 3 giờ còn lại nên giờ thứ nhất ô tô đi được quãng đường bằng $\frac{11}{29+11} = \frac{11}{40}$ quãng đường AB.

Tương tự trong giờ thứ hai ô tô đi được $\frac{6}{25}$ quãng đường AB, giờ thứ ba ô tô đi được $\frac{1}{4}$ quãng đường AB.

Trong ba giờ đầu ô tô đi được: $\frac{11}{40} + \frac{6}{25} + \frac{1}{4} = \frac{153}{200}$ (quãng đường AB)

Trong giờ thứ 4 ô tô đi được: $1 - \frac{153}{200} = \frac{47}{200}$ (quãng đường AB)

Quãng đường AB dài là: $47 : \frac{47}{200} = 200$ (km).

Trong ba giờ đầu, ô tô đi được: $200 \cdot \frac{153}{200} = 153$ (km).

Bài 5: Có 3 thùng gạo. Lấy $\frac{1}{5}$ số gạo ở thùng A đổ vào thùng B, sau đó lấy $\frac{1}{3}$ số gạo có tất cả ở thùng B đổ vào thùng C thì số gạo ở mỗi thùng đều bằng 20 kg. Hỏi lúc đầu mỗi thùng có bao nhiêu ki-lô-gam gạo?

Lời giải:

Sau khi đổ vào thùng B, số gạo còn lại ở thùng A (so với ban đầu) là: $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ (thùng A)

$\frac{4}{5}$ thùng A bằng 20kg nên thùng A có: $20 : \frac{4}{5} = 25$ (kg)

Số gạo đã đổ từ A sang B: $25 \cdot \frac{1}{5} = 5$ (kg)

Sau khi đổ vào thùng C, số gạo còn lại ở thùng B (so với lúc chưa đổ qua C): $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ thùng B bằng 20 nên thùng B là: $20 : \frac{2}{3} = 30$ (kg)

Thùng B lúc đầu (chưa đổ từ A qua B): $30 - 5 = 25$ (kg)

Số gạo đã đổ từ B sang C: $30 \cdot \frac{1}{3} = 10$ (kg)

Số gạo ban đầu của thùng C: $20 - 10 = 10$ (kg).

Bài 6: Ba bình nước đựng nước chưa đầy. Sau khi đổ $\frac{1}{3}$ số nước ở bình 1 sang bình 2, rồi đổ $\frac{1}{4}$ số nước hiện có ở bình 2 sang bình 3, cuối cùng đổ $\frac{1}{10}$ số nước hiện có ở bình 3 sang bình 1 thì mỗi bình đều có 9 lít nước. Hỏi lúc đầu mỗi bình có bao nhiêu lít nước?

Lời giải:

Sau khi đổ $\frac{1}{10}$ số lít nước ở bình 3 sang bình 1 thì bình 3 còn 9 lít nước.

Vậy trước đó bình ba có số lít nước là: $9 : \frac{9}{10} = 10$ (lít).

Trước khi nhận $\frac{1}{10}$ số lít nước của bình 3 thì bình 1 có số lít nước là: $9 - 10 \cdot \frac{1}{10} = 8$ (lít).

Vậy lúc đầu bình 1 có số lít nước là: $8 : \frac{2}{3} = 12$ (lít).

Sau khi đổ $\frac{1}{4}$ số nước ở bình 2 sang bình 3 thì bình 2 còn 9 lít (theo bài ra), vậy trước khi đó bình 2 có số lít nước là: $9 : \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{3} = 12$ (lít).

Vậy trước khi nhận $\frac{1}{3}$ số nước của bình 1 hay lúc đầu bình 2 có số lít nước là: $12 - 12 \cdot \frac{1}{3} = 8$ (lít).

Bình 2 đổ sang bình 3 số lít nước là: $12 \cdot \frac{1}{4} = 3$ (lít).

Theo lời giải đầu thì trước khi đổ $\frac{1}{10}$ số nước sang bình 1 thì bình 3 có 10 lít nước, vậy trước khi nhận 3 lít nước ở bình 2 đổ sang hay lúc đầu bình 3 có số lít nước là: $10 - 3 = 7$ (lít).

Bài 7: Tìm 3 số có tổng bằng 210, biết rằng $\frac{6}{7}$ số thứ nhất bằng $\frac{9}{11}$ số thứ 2 và bằng $\frac{2}{3}$ số thứ 3.

Lời giải:

Số thứ nhất bằng: $\frac{9}{11} : \frac{6}{7} = \frac{21}{22}$ (số thứ hai)

Số thứ ba bằng: $\frac{9}{11} : \frac{2}{3} = \frac{27}{22}$ (số thứ hai)

Tổng của 3 số bằng $\frac{22+21+27}{22}$ (số thứ hai) $= \frac{70}{22}$ (số thứ hai)

Số thứ hai là: $210 : \frac{70}{22} = 66$;

Số thứ nhất là: $\frac{21}{22} \cdot 66 = 63$;

Số thứ 3 là: $\frac{27}{22} \cdot 66 = 81$.

Bài 8: Tính tuổi của anh và em biết rằng $\frac{5}{8}$ tuổi anh hơn $\frac{3}{4}$ tuổi em là 2 năm và $\frac{1}{2}$ tuổi anh hơn $\frac{3}{8}$ tuổi em là 7 năm.

Lời giải:

Ta có: $\frac{1}{2}$ tuổi anh thì hơn $\frac{3}{8}$ tuổi em là 7 năm.

Vậy tuổi anh hơn $\frac{6}{8}$ tuổi em là 14 năm

Mà $\frac{5}{8}$ tuổi anh lớn hơn $\frac{3}{4}$ tuổi em là 2 năm,

nên $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ tuổi anh = $14 - 2 = 12$ năm.

Vậy tuổi anh là: $12 : \frac{3}{8} = 32$ tuổi.

$\frac{3}{4}$ tuổi em $32 - 14 = 18$ tuổi

Tuổi em là: $18 : \frac{3}{4} = 24$ tuổi.

Bài 9: Một xí nghiệp làm một số dụng cụ, giao cho 3 phân xưởng thực hiện. Số dụng cụ phân xưởng I làm bằng 28% tổng số. Số dụng cụ phân xưởng II làm gấp rưỡi số dụng cụ phân xưởng I. Phân xưởng III làm ít hơn phân xưởng II là 72 chiếc. Tính số dụng cụ mỗi phân xưởng đã làm.

Lời giải:

So với tổng số, số dụng cụ phân xưởng 2 làm chiếm số phần là: $28\% \cdot \frac{3}{2} = 42\%$

So với tổng số, số dụng cụ phân xưởng 3 làm chiếm số phần là:

$$100\% - (42\% + 28\%) = 30\%$$

So với tổng số, 72 chiếc chiếm số phần là: $42\% - 30\% = 12\%$

Tổng số sản phẩm cả ba phân xưởng làm là: $72 : 12\% = 600$ (dụng cụ)

Số sản phẩm phân xưởng 1 làm là: $600 \cdot 28\% = 168$ (dụng cụ)

Số sản phẩm phân xưởng 2 làm là: $600 \cdot 42\% = 252$ (dụng cụ)

Số sản phẩm phân xưởng 3 làm là: $600 \cdot 30\% = 180$ (dụng cụ).

Bài 10: Kết thúc học kỳ I lớp 7A có số học sinh xếp loại văn hoá bằng $\frac{3}{8}$ số học sinh được xếp loại khá. Đến cuối năm có 7 học sinh vươn lên đạt loại giỏi và 1 học sinh loại giỏi bị chuyển loại xuống khá nên số

học sinh giỏi chỉ bằng $\frac{9}{13}$ số học sinh khá. Tính số học sinh lớp 7A biết cả hai học kỳ lớp 7A chỉ có học sinh xếp loại văn hoá Khá và Giỏi.

Lời giải:

Số học sinh cả lớp là: $3 + 8 = 11$ (phần)

Số học sinh giỏi kỳ I chiếm: $\frac{3}{11}$ học sinh cả lớp

Số học sinh giỏi kỳ II chiếm: $\frac{9}{22}$ học sinh cả lớp

6 học sinh ứng với số phần cả lớp: $\frac{9}{22} - \frac{3}{11} = \frac{3}{22}$ (cả lớp)

Số học sinh cả lớp là: $6 : \frac{3}{22} = 44$ (học sinh)

Vậy số học sinh 7A là 44 bạn.

Bài 11: Ở lớp 6A, số học sinh giỏi học kỳ I bằng $\frac{3}{7}$ số còn lại. Cuối năm có thêm 4 học sinh đạt loại giỏi nên số học sinh giỏi bằng $\frac{2}{3}$ số còn lại. Tính số học sinh của lớp 6A.

Lời giải:

Số học sinh giỏi kỳ I bằng $\frac{3}{10}$ số học sinh cả lớp

Số học sinh giỏi cuối năm bằng $\frac{2}{5}$ số học sinh cả lớp

4 học sinh ứng với $\frac{2}{5} - \frac{3}{10}$ số học sinh cả lớp

$\frac{1}{10}$ số học sinh cả lớp là 4 nên số học sinh cả lớp: $4 : \frac{1}{10} = 40$ (học sinh)

Bài 12: Một học sinh đọc quyển sách trong ba ngày. Ngày thứ nhất đọc được $\frac{2}{5}$ số trang sách; ngày thứ 2 đọc được $\frac{3}{5}$ số trang còn lại; ngày thứ ba đọc được 80% số trang sách còn lại và 3 trang cuối cùng. Hỏi cuốn sách có bao nhiêu trang ?

Lời giải:

Gọi x là số trang sách ($x \in \mathbb{N}$)

Ngày 1 đọc được $\frac{2}{5}x$ (trang)

Số trang còn lại: $x - \frac{2}{5}x = \frac{3}{5}x$ (trang)

Ngày 2 đọc được: $\frac{3}{5}x \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}x$ (trang)

Số trang còn lại là: $\frac{3}{5}x - \frac{9}{25}x = \frac{6}{25}x$ (trang)

Ngày thứ ba đọc được: $\frac{6}{25}x \cdot 80\% + 30 = \frac{24x}{125} + 30$ (trang)

Hay: $\frac{2}{5}x + \frac{9}{25}x + \frac{24}{125}x + 30 = x \Rightarrow x = 625$ (trang).

Bài 13: Một hình chữ nhật có chiều dài bằng 125% chiều rộng, chu vi hình chữ nhật là 45m. Tính diện tích hình chữ nhật.

Lời giải:

Nửa chu vi hình chữ nhật là $45 : 2 = \frac{45}{2}$ (m).

Chiều dài bằng 125% tức bằng $\frac{5}{4}$ chiều rộng.

Phân số chỉ nửa chu vi là $\frac{5}{4} + 1 = \frac{9}{4}$.

Chiều rộng hình chữ nhật là $\frac{45}{2} : \frac{9}{4} = 10$ (m).

Chiều dài hình chữ nhật là $\frac{5}{4} \cdot 10 = 12,5$ (m).

Diện tích hình chữ nhật là $10 \cdot 12,5 = 125$ (m²).

Bài 14: Chu vi miếng đất hình chữ nhật bằng 124m. Biết rằng $\frac{1}{3}$ chiều rộng bằng $\frac{2}{9}$ chiều dài. Tính diện tích khu đất đó.

Lời giải:

So với chiều dài, chiều rộng bằng $\frac{2}{9} : \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (chiều dài)

Nửa chu vi miếng đất là: $124 : 2 = 62$ (m)

Tổng chiều dài và chiều rộng bằng $1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ (chiều dài)

Chiều dài khu đất là: $62 : \frac{5}{3} = 37,2$ (m).

Chiều rộng khu đất là: $32 - 37,2 = 24,8$ (m).

Diện tích hình chữ nhật là: $37,2 \cdot 24,8 = 922,56$ (m²).

Bài 15: Trong tuần lễ thi đua học tốt, lớp 6B đã đạt được số điểm 10 như sau: Số điểm 10 của tổ 1 bằng $\frac{1}{3}$ tổng số điểm 10 của ba tổ còn lại, số điểm 10 của tổ 2 bằng $\frac{1}{4}$ tổng số điểm 10 của ba tổ còn lại, số điểm 10 của tổ 3 bằng $\frac{1}{5}$ tổng số điểm 10 của ba tổ còn lại, còn lại tổ 4 đạt 23 điểm 10. Tính tổng số điểm 10 của cả lớp.

Lời giải:

Số điểm 10 của tổ 1 bằng $\frac{1}{3}$ tổng số điểm 10 của ba tổ còn lại nên số điểm 10 của tổ 1 bằng $\frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$ số điểm 10 của cả lớp.

Tương tự số điểm 10 của tổ 2 bằng $\frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$ số điểm 10 của cả lớp, số điểm 10 của tổ 3 bằng $\frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}$ số điểm 10 của cả lớp.

Tổng số điểm 10 của ba tổ đầu bằng: $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{37}{60}$ (số điểm 10 cả lớp).

Số điểm 10 của tổ 4 bằng: $1 - \frac{37}{60} = \frac{23}{60}$ (số điểm 10 cả lớp).

Số điểm 10 cả lớp là: $23 : \frac{23}{60} = 60$ (điểm).

Dạng 3: Tìm tỉ số của hai số.

I. Phương pháp giải

- Muốn tìm tỉ số của hai số a và $b (b \neq 0)$ ta tìm thương của hai số ấy

$$\frac{a}{b} = a : b (b \neq 0) \quad (m, n \in \mathbb{N}^*)$$

- Trong thực hành, ta thường dùng tỉ số dưới dạng tỉ số phần trăm với kí hiệu %.

Muốn tìm tỉ số phần trăm của hai số a và $b (b \neq 0)$, ta nhân a với 100 rồi chia cho b và viết kí hiệu %

vào kết quả: $\frac{a.100}{b} \%$.

II. Bài toán

Bài 1: Khối lượng công việc xây dựng của một thành phố năm tới tăng 84%, còn năng suất công nhân xây dựng tăng 15%. Hỏi cần phải tăng số công nhân xây dựng lên bao nhiêu phần trăm để đảm bảo được khối lượng xây dựng?

Lời giải:

Khối lượng công việc 100% và năng suất lao động 100% thì cần 100% công nhân.

Vậy 184% lượng công việc và 115% năng suất lao động thì cần $x\%$ số công nhân.

$$x\% = \frac{100\% \cdot 184\% \cdot 100\%}{100\% \cdot 115\%} = 160\%$$

Vậy phải tăng thêm $160\% - 100\% = 60\%$ số công nhân.

Bài 2: Một ô tô đi từ A đến B, một xe máy đi từ B đến A. Hai xe khởi hành cùng một lúc cho đến khi gặp nhau thì quãng đường ô tô đi được lớn hơn quãng đường xe máy đi được 50km. Biết 30% quãng đường ô tô đi được bằng 45% quãng đường xe máy đi được. Hỏi quãng đường mỗi xe đi được đến điểm gặp nhau bằng bao nhiêu phần trăm quãng đường AB.

Lời giải:

Đổi $30\% = \frac{3}{10} = \frac{9}{30}$; $45\% = \frac{9}{20}$

$\frac{9}{30}$ quãng đường ô tô đi được bằng $\frac{9}{20}$ quãng đường xe máy đi được.

Suy ra $\frac{1}{30}$ quãng đường ô tô đi được bằng $\frac{1}{20}$ quãng đường xe máy đi được.

Ta có sơ đồ sau:

Quãng đường ô tô đi: $\overline{\hspace{10em} 30 \text{ phần bằng nhau} \hspace{10em}}$

Quãng đường xe máy đi: $\overline{\hspace{5em} 20 \text{ phần bằng nhau} \hspace{5em}} \quad 50\text{km}$

Quãng đường ô tô đi được là: $50 : (30 - 20) \cdot 30 = 150$ (km).

Quãng đường xe máy đi được là: $50 : (30 - 20) \cdot 20 = 100$ (km).

Bài 3: Phải tăng số 2,56 lên bao nhiêu phần trăm để tổng số cũ và phần tăng thêm bằng 3,5% của số 105,5 ?

Lời giải:

3,5% của số 105,5 là $105,5 \cdot 3\% = 3,6925$

Như vậy 2,56 đã tăng thêm: $3,6925 - 2,56 = 1,1325$

Tỉ số phần trăm cần tìm là: $\frac{1,1325 \cdot 100}{2,56} \% \approx 44,2\%$

Bài 4: Tỉ số của hai số bằng 80%. Nếu bớt số thứ nhất đi 20 đơn vị thì tỉ số giữa hai số bằng 40%. Tìm hai số đó.

Lời giải:

Tỉ số của hai số bằng 80% thì số thứ nhất bằng $\frac{4}{5}$ số thứ hai.

Tỉ số giữa hai số bằng 40% thì số thứ nhất bằng $\frac{2}{5}$ số thứ hai.

20 đơn vị ứng với $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$ số thứ hai.

Vậy số thứ hai là: $20 : \frac{2}{5} = 50$, số thứ nhất là: $50 \cdot \frac{4}{5} = 40$.

Bài 5: Một vòi nước chảy vào bể chứa nước. Người ta vặn vòi nước để giảm lượng nước chảy vào bể. Lúc đầu bể không có nước, nếu lượng nước chảy vào bể giảm đi 10% thì thời gian chảy đầy bể tăng thêm bao nhiêu phần trăm?

Lời giải:

Lượng nước chảy vào bể giảm đi 10% thì còn 90%.

Thời gian chảy đầy bể $100\% : 90\% = 1\frac{1}{9}\%$ thời gian khi chưa giảm lượng nước chảy vào bể.

Thời gian tăng thêm là: $1\frac{1}{9}\% - 100\% = \frac{1}{9}\%$.

Bài 6: Tổng bình phương của ba số tự nhiên là 2596. Biết rằng tỉ số giữa số thứ nhất và số thứ hai là $\frac{2}{3}$, giữa số thứ hai và số thứ ba là $\frac{5}{6}$. Tìm ba số đó.

Lời giải:

Gọi a, b, c là ba số tự nhiên phải tìm

Theo đề bài ta có: $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}; \frac{b}{c} = \frac{5}{6}$ (1) và $a^2 + b^2 + c^2 = 2596$ (2)

Từ (1) suy ra: $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}; c = \frac{6}{5}b$, thay vào (2) ta có:

$$\frac{4}{9}b^2 + b^2 + \frac{36}{25}b^2 = 2596 \Rightarrow b^2 = 900 \\ \Rightarrow b = 30; a = 20; c = 36$$

Vậy 3 số phải tìm là 30; 20; 36.

Bài 7: Hai người đi mua gạo. Người thứ nhất mua gạo nếp, người thứ hai mua gạo tẻ. Giá gạo tẻ rẻ hơn giá gạo nếp là 20%. Biết khối lượng gạo tẻ người thứ hai mua nhiều hơn khối lượng gạo nếp là 20%. Hỏi người nào trả ít tiền hơn? ít hơn mấy % so với người kia.

Lời giải:

Gọi giá gạo nếp là a (đồng/kg); khối lượng gạo nếp đã mua là b (kg).

Suy ra giá gạo tẻ là $\frac{80}{100}a$ (đồng/kg); khối lượng gạo tẻ đã mua là $\frac{120}{100}b$ (kg).

Số tiền người thứ nhất phải trả là: $\frac{80}{100}a \cdot \frac{120}{100}b = \frac{96}{100}ab$

Vậy người thứ hai trả ít tiền hơn người thứ nhất là: $\frac{\left(ab - \frac{96}{100}ab\right) \cdot 100}{ab} \% = 4\%$.

Bài 8: Tìm số tự nhiên có hai chữ số sao cho tỉ số giữa số đó với tổng các chữ số của nó là lớn nhất.

Lời giải:

Gọi số tự nhiên phải tìm là $\overline{ab}$ ($a, b \in \mathbb{N}, 1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9$), tỉ số giữa $\overline{ab}$ và $a+b$ là k .

Ta có: $k = \frac{\overline{ab}}{a+b} = \frac{10a+b}{a+b} \leq \frac{10a+10b}{a+b} = \frac{10(a+b)}{a+b} = 10$.

$$k=10 \Leftrightarrow b=10b \Leftrightarrow b=0$$

Vậy k lớn nhất bằng 10 khi $b=0, a \in \{1; 2; \dots; 9\}$.

Các số phải tìm là: 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90.

Bài 9: Tỉ số của hai số bằng $1\frac{3}{5}$. Nếu bớt số thứ nhất đi 10 thì tỉ số của chúng sẽ bằng $1\frac{1}{5}$. Tìm hai số đó.

Lời giải:

Gọi hai số phải tìm là a và b . Theo đề bài ta có: $\frac{a}{b} = 1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$ và $\frac{a-10}{b} = 1\frac{1}{5} = \frac{6}{5}$.

$$\frac{a-10}{b} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{a}{b} - \frac{10}{b} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{10}{b} = \frac{a}{b} - \frac{6}{5} = \frac{8}{5} - \frac{6}{5} = 2$$

$$\Rightarrow b = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25; a = \frac{8}{5}b = \frac{8}{5} \cdot 25 = 40$$

Vậy hai số phải tìm là 40 và 25.

Bài 10: Hiệu của hai số là 12. Biết 75% số lớn bằng 3 lần số nhỏ. Tìm hai số đó.

Lời giải:

Ta có $75\% = \frac{3}{4}$.

Số nhỏ bằng $\frac{3}{4} : 3 = \frac{1}{4}$ (số lớn). Hiệu hai số bằng $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ (số lớn).

Vậy số lớn bằng $12 : \frac{3}{4} = 16$. Số nhỏ bằng $16 - 12 = 4$.

Bài 11: Tìm hai số a và b biết rằng $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ và $a^2 - b^2 = -189$.

Lời giải:

Đặt $a = 2k$ thì $b = 5k$ ($k \neq 0$).

$$a^2 - b^2 = (2k)^2 - (5k)^2 = -189$$

$$\Rightarrow 4k^2 - 25k^2 = -189$$

$$\Rightarrow -21k^2 = -189$$

$$\Rightarrow k^2 = 9$$

$$\Rightarrow k = \pm 3$$

Với $k = 3$ thì $a = 2.3 = 6$; $b = 5.3 = 15$.

Với $k = -3$ thì $a = 2.(-3) = -6$; $b = 5.(-3) = -15$.

Bài 12: Khối lượng công việc tăng 80% nhưng năng suất lao động chỉ tăng 20%. Hỏi phải tăng số công nhân lên bao nhiêu phần trăm để hoàn thành công việc?

Lời giải:

So với trước, khối lượng công việc bằng $100\% + 80\% = 180\% = 1,8$.

So với trước, năng suất lao động bằng $100\% + 20\% = 120\% = 1,2$.

So với trước, số công nhân tăng là: $1,8 : 1,2 = 1,5 = 150\%$.

Như vậy, số công nhân phải tăng $150\% - 100\% = 50\%$.

Bài 13: Lượng nước trong cỏ tươi là 60%, lượng nước trong cỏ khô là 15%. Hỏi một tấn cỏ tươi cho bao nhiêu cỏ khô?

Lời giải:

Lượng nước trong một tấn cỏ tươi là 600 kg.

Nên khối lượng cỏ khô hoàn toàn là 400 kg.

Nhưng lượng cỏ khô hoàn toàn chỉ chiếm 85% khối lượng cỏ tươi.

Nên 1 tấn cỏ tươi sẽ cho $400 : 85\% = 470\frac{10}{17}$ kg cỏ khô.

Bài 14: Số hộp sữa loại 1 ít hơn số hộp sữa loại 2 là 12,5% nhưng lượng sữa trong mỗi hộp loại 1 lại nhiều hơn lượng sữa trong mỗi hộp loại 2 là 8%. Hỏi lượng sữa tổng cộng của loại nào ít hơn và ít hơn bao nhiêu phần trăm?

Lời giải:

Giả sử có a hộp sữa loại 2, mỗi hộp chứa một lượng sữa là b lít.

Như vậy lượng sữa loại 2 tổng cộng là ab lít.

Số hộp sữa loại 1 sẽ là: $0,875a$ và mỗi hộp chứa $1,08b$ lít.

Lượng sữa loại 1 tổng cộng là $0,945ab$ lít.

Tỉ số lượng sữa loại 1 so với loại 2 là $\frac{0,945ab}{ab} = 0,945 = 94,5\%$

Như vậy, lượng sữa loại 1 ít hơn loại 2 là $5,5\%$.

Bài 15: Trong số học sinh tham gia lao động buổi sáng có 40% là học sinh lớp 6, 36% là học sinh lớp 7, số còn lại là học sinh lớp 8. Buổi chiều, số học sinh lớp 6 giảm 75% , số học sinh lớp 7 tăng $37,5\%$, số học sinh lớp 8 tăng 75% . Hỏi số học sinh tham gia lao động chiều thay đổi như thế nào so với số học sinh lao động buổi sáng? 140

Lời giải:

Số học sinh lớp 8 lao động buổi sáng chiếm: $100\% - (40\% + 36\%) = 24\%$

Số học sinh lớp 8 lao động buổi chiều chiếm: $24\% + 24\% \cdot \frac{3}{4} = 42\%$.

Số học sinh lớp 6 lao động buổi chiều chiếm: $40\% - 40\% \cdot \frac{3}{4} = 10\%$.

Số học sinh lớp 7 lao động buổi chiều chiếm: $36\% + 36\% \cdot \frac{3}{8} = 49,5\%$.

So với buổi sáng, số học sinh lao động buổi chiều bằng: $42\% + 49,5\% + 10\% = 101,5\%$.

PHẦN III. BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ HSG.

Bài 1: (Đề thi HSG huyện BA VÌ 2018-2019)

Một người mang cam đi chợ bán. Người thứ nhất mua $\frac{1}{6}$ số cam và 5 quả. Người thứ hai mua 20% số cam còn lại và thêm 12 quả. Người thứ ba mua 25% số cam còn lại và thêm 9 quả. Người thứ tư mua $\frac{1}{3}$ số cam còn lại và 12 quả thì vừa hết. Tính số cam người đó mang đi bán ?

Lời giải:

Phần số chỉ 12 quả cam là $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (số cam còn lại sau khi người thứ ba mua)

Số cam còn lại sau khi người thứ ba mua: $12 : \frac{2}{3} = 18$ (quả)

Phần số chỉ $18 + 9 = 27$ quả cam là: $1 - 25\% = \frac{3}{4}$ (số cam còn lại sau khi người thứ tư mua)

Số cam sau khi người thứ hai mua: $27 : \frac{3}{4} = 36$ (quả)

Phân số chỉ 48 quả cam: $1 - 20\% = \frac{4}{5}$ (số cam còn lại sau khi người thứ nhất mua)

Số cam sau khi người thứ nhất mua: $48 : \frac{4}{5} = 60$ (quả)

Phân số chỉ 65 quả cam là: $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ (số cam mang đi bán)

Số cam người đó mang đi bán: $65 : \frac{5}{6} = 78$ (quả).

Bài 2: (Đề thi HSG 6 - Quận Hai Bà Trưng 1998 - 1999)

Một xí nghiệp làm một số dụng cụ, giao cho 3 phân xưởng thực hiện. Số dụng cụ phân xưởng I làm bằng 28% tổng số. Số dụng cụ phân xưởng II làm gấp rưỡi số dụng cụ phân xưởng I. Phân xưởng III làm ít hơn phân xưởng II là 72 chiếc. Tính số dụng cụ mỗi phân xưởng đã làm.

Lời giải:

So với tổng số, số dụng cụ phân xưởng 2 làm chiếm số phần là: $28\% \cdot 1,5 = \frac{21}{50}$ (tổng số).

So với tổng số, số dụng cụ phân xưởng 3 làm chiếm số phần là: $1 - \left(28\% + \frac{21}{50} \right) = \frac{3}{10}$ (tổng số).

So với tổng số, 72 chiếc chiếm số phần là: $\frac{21}{50} - \frac{3}{10} = \frac{3}{25}$ tổng số.

Tổng số sản phẩm cả ba phân xưởng làm là: $72 : \frac{3}{25} = 600$ (dụng cụ)

Số sản phẩm phân xưởng 1 làm là: $600 \cdot 28\% = 168$ (dụng cụ)

Số sản phẩm phân xưởng 2 làm là: $600 \cdot \frac{21}{50} = 252$ (dụng cụ)

Số sản phẩm phân xưởng 3 làm là: $600 - 168 - 252 = 180$ (dụng cụ).

Bài 3: (Đề thi HSG 6 - Quận Hai Bà Trưng 1999 - 2000)

Kết thúc học kỳ I lớp 7A có số học sinh xếp loại giỏi bằng $\frac{3}{8}$ số học sinh được xếp loại khá. Đến cuối năm có 7 học sinh vươn lên đạt loại giỏi và 1 học sinh loại giỏi bị chuyển loại xuống khá nên số học sinh giỏi chỉ bằng $\frac{9}{13}$ số học sinh khá. Tính số học sinh lớp 7A biết cả hai học kỳ lớp 7A chỉ có học sinh xếp loại văn hoá Khá và Giỏi.

Lời giải:

Số học sinh cả lớp là: $3+8=11$ (phần)

Số học sinh giỏi kỳ I chiếm $\frac{3}{11}$ học sinh cả lớp

Số học sinh giỏi kỳ II chiếm $\frac{9}{22}$ học sinh cả lớp

6 học sinh ứng với số phần cả lớp: $\frac{9}{22} - \frac{3}{11} = \frac{3}{22}$ (cả lớp)

Số học sinh cả lớp là: $6 : \frac{3}{22} = 44$ (học sinh)

Vậy số học sinh 7A là 44 bạn.

Bài 4: (Đề thi HSG 6 huyện Thanh Oai 2013 - 2014)

Giáo viên chủ nhiệm lớp 6A điều học sinh đi lao động, theo kế hoạch ban đầu số học sinh nữ bằng 25% số học sinh nam, sau đó có một học sinh nữ có lý do xin vắng nên giáo viên thay bằng một bạn nam để số lượng không thay đổi, vì vậy số học sinh nữ bằng 20% số học sinh nam. Tìm số học sinh nam, nữ trong buổi lao động?

Lời giải:

Ta thấy theo kế hoạch số học sinh nữ bằng 25% số học sinh nam tức là số học sinh nữ bằng $\frac{1}{4}$ số học sinh nam hay số học sinh nữ bằng $\frac{1}{5}$ tổng số học sinh. Lý luận tương tự ta có thực tế số học sinh nữ bằng

$\frac{1}{6}$ tổng số học sinh.

1 học sinh chiếm số phần là: $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ (Tổng số học sinh đi lao động)

Số học sinh đi lao động là: $1 : \frac{1}{30} = 30$ (em).

Vậy: Số học sinh nữ là: $\frac{1}{6} \cdot 30 = 5$ (em)

số học sinh nam là: $30 - 5 = 25$ (em).

Bài 5: (Đề thi HSG 6 huyện Hoàng Hóa 2013 - 2014)

Hiện nay tuổi mẹ bằng $2\frac{1}{2}$ tuổi con. Bốn năm trước tuổi mẹ bằng 3 lần tuổi con. Tính tuổi mẹ, tuổi con hiện nay ?

Lời giải:

Bốn năm trước mẹ hơn con 2 lần tuổi con lúc đó. Hiện nay tuổi mẹ hơn tuổi con $1\frac{1}{2}$ lần tuổi con hiện nay, hiệu giữa tuổi mẹ và tuổi con không đổi nên ta có 2 lần tuổi con cách đây 4 năm = $1\frac{1}{2}$ tuổi con hiện nay

Hay $2(\text{tuổi con hiện nay} - 4) = 1\frac{1}{2}$ lần tuổi con hiện nay

tức là 2 lần tuổi con hiện nay - 8 = $1\frac{1}{2}$ lần tuổi con hiện nay

$\Rightarrow \frac{1}{2}$ lần tuổi con hiện nay = 8

Tuổi con hiện nay là 16 tuổi

Tuổi mẹ hiện nay là: $16.2\frac{1}{2} = 40$ tuổi.

Bài 6: (Đề thi HSG 6 huyện Hoàng Hóa 2013 - 2014)

Tìm ba số có tổng bằng 210, biết rằng $\frac{6}{7}$ số thứ nhất bằng $\frac{9}{10}$ số thứ hai và bằng $\frac{2}{3}$ số thứ ba.

Lời giải:

Số thứ nhất bằng: $\frac{9}{11} : \frac{6}{74} = \frac{21}{22}$ (Số thứ hai)

Số thứ ba bằng: $\frac{9}{11} : \frac{2}{3} = \frac{27}{22}$ (Số thứ hai)

Tổng của ba số bằng: $\frac{21+22+27}{22}$ (số thứ hai) = $\frac{70}{20}$ (số thứ hai)

Số thứ hai là: $210 : \frac{70}{22} = 66$

Số thứ nhất là: $66. \frac{21}{22} = 63$

Số thứ ba là: $66. \frac{27}{22} = 81$

Bài 7: (Đề thi HSG 6 THCS Kim Trục - Kim Bài 2017-2018)

Số thóc sau khi thu hoạch được người cha chia cho 4 người con. Số thóc người anh cả được chia bằng $\frac{1}{2}$

số thóc của ba người kia, người anh thứ hai được số thóc bằng $\frac{1}{3}$ số thóc của ba người kia, người anh thứ

ba được $\frac{3}{7}$ số thóc của ba người kia. Người em út được 630 kg. Hỏi số thóc mỗi người anh nhận được sau khi chia ?

Lời giải:

Số thóc anh cả bằng: $\frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$ (tổng số thóc)

Số thóc anh hai bằng: $\frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$ (tổng số thóc)

Số thóc anh ba bằng: $\frac{3}{3+7} = \frac{3}{10}$ (tổng số thóc)

Số thóc của người em út bằng: $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{3}{10} = \frac{7}{60}$ (tổng số thóc)

Tổng số thóc thu được: $630 : \frac{7}{60} = 5400$ (kg)

Số thóc anh cả nhận được 1800 kg

Số thóc anh hai nhận được 1350 kg

Số thóc anh ba nhận được 1620 kg.

Bài 8: (Đề thi HSG 6 huyện Thanh Oai 2013 - 2014)

Tìm 3 số có tổng bằng 420, biết rằng $\frac{6}{7}$ số thứ nhất bằng $\frac{9}{11}$ số thứ hai và bằng $\frac{2}{3}$ số thứ ba.

Lời giải:

Lập luận suy ra số thứ nhất bằng $\frac{21}{22}$ số thứ hai.

Số thứ ba bằng $\frac{27}{22}$ số thứ hai.

Tổng của ba số bằng: $\frac{22+21+27}{22} = \frac{70}{22}$ (số thứ hai)

Số thứ hai là: $420 : \frac{70}{22} = 132$

Số thứ nhất là: $132 \cdot \frac{21}{22} = 126$

Số thứ ba là: $132 \cdot \frac{27}{22} = 162$.

Bài 9: (Đề thi HSG 6 Đa Tốn 2013 - 2014)

Trong một lớp học chỉ gồm hai loại học sinh Khá và học sinh Giỏi. Cuối học kỳ I số học sinh Giỏi bằng $\frac{2}{7}$ số học sinh Khá. Đến cuối năm có 1 học sinh Khá được xếp vào loại Giỏi nên số học sinh Giỏi bằng $\frac{1}{3}$ số học sinh Khá. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

Lời giải:

Cuối học kỳ I số HSG bằng $\frac{2}{9}$ số học sinh cả lớp

Cuối năm số HSG bằng $\frac{1}{4}$ số học sinh cả lớp

Nên 1 học sinh ứng với $\frac{1}{4} - \frac{2}{9} = \frac{1}{36}$ (số học sinh cả lớp)

Vậy số học sinh của lớp đó là: $1 : \frac{1}{36} = 36$ (học sinh).

Bài 10: (Đề thi HSG 6 Trường THCS Lê Ngọc Hân – Năm học 1997 - 1998)

Một cửa hàng bán trứng trong một số ngày. Ngày thứ nhất bán 100 quả và $\frac{1}{10}$ số còn lại. Ngày thứ hai bán 20 quả và $\frac{1}{10}$ số còn lại. Ngày thứ nhất bán 300 quả và $\frac{1}{10}$ số còn lại. Cứ bán như vậy thì vừa hết số trứng và số trứng bán mỗi ngày đều bằng nhau. Tính tổng số trứng đã bán và số ngày cửa hàng đã bán.

Lời giải:

Ngày thứ nhất bán 100 quả và $\frac{1}{10}$ số trứng còn lại. Ngày thứ hai bán 200 quả và $\frac{1}{10}$ số trứng còn lại mà số trứng hai ngày bán như nhau $\Rightarrow \frac{1}{10}$ số trứng còn lại sau khi lấy 100 quả nhiều hơn $\frac{1}{10}$ số trứng còn lại sau khi lấy 200 quả là 100 quả. Cứ như vậy $\Rightarrow$ số trứng chênh lệch trước khi lấy $\frac{1}{10}$ số trứng còn lại sau mỗi lần lấy là 1000 quả. Lần cuối cùng còn $\frac{9}{10}$ số trứng còn lại là 900 quả $\Rightarrow$ ngày thứ nhất lấy 900 quả trứng

Số trứng là $(900 - 100) : \frac{1}{10} + 100 = 8100$ (quả)

Số lần lấy trứng là $8100 : 900 = 9$ (lần).

Bài 11: (Đề thi HSG 6 Trường THCS Liên Hà – Năm học 2007 - 2008)

Trong đợt tổng kết năm học tại một trường THCS tổng số học sinh giỏi của ba lớp 6A, 6B, 6C là 90 em.

Biết rằng $\frac{2}{5}$ số học sinh giỏi của lớp 6A bằng $\frac{1}{3}$ số học sinh giỏi của lớp 6B và bằng $\frac{1}{2}$ số học sinh giỏi của lớp 6C. Tính số học sinh giỏi mỗi lớp.

Lời giải:

Số học sinh giỏi lớp 6B bằng: $\frac{2}{5} : \frac{1}{3} = \frac{6}{5}$ (số học sinh giỏi 6A)

Số học sinh giỏi lớp 6C bằng: $\frac{2}{5} : \frac{1}{2} = \frac{4}{5}$ (số học sinh giỏi lớp 6A)

Số học sinh giỏi của cả 3 lớp bằng: $1 + \frac{6}{5} + \frac{4}{5} = 3$ (số học sinh giỏi lớp 6A)

Vậy số HSG lớp 6A: $90 : 3 = 30$ (học sinh)

Của lớp 6B là 36 học sinh, 6C là 24 học sinh.

Bài 12: (Đề thi HSG 6 Trường THCS Phú Lương 2018-2019)

Một người mang một cuộn vải ra chợ bán. Lần thứ nhất bán $\frac{1}{2}$ cuộn vải và $\frac{1}{2}$ m vải; lần thứ hai bán $\frac{1}{3}$ cuộn vải còn lại và $\frac{1}{3}$ m vải; lần thứ ba bán được $\frac{1}{4}$ cuộn vải còn lại và $\frac{3}{4}$ m vải. Cuối cùng còn lại 24 m vải. Hỏi số mét vải người đó đã mang đi bán.

Lời giải:

Lần thứ 3, sau khi bán $\frac{1}{4}$ cuộn vải còn lại và $\frac{3}{4}$ m thì còn 24 m, nên $\left(24 + \frac{3}{4}\right)$ m bằng $\frac{3}{4}$ số mét vải trước lần bán thứ ba.

Suy ra số mét vải lần bán thứ 3 là: $\left(24 + \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{4} = 33$ (m)

Lần thứ hai bán $\frac{1}{3}$ cuộn vải còn lại và $\frac{1}{3}$ m thì còn lại 33 m nên $\left(33 + \frac{1}{3}\right)$ m thì bằng $\frac{2}{3}$ số mét vải trước lần bán thứ hai.

Suy ra số cam trước lần bán thứ hai: $\left(33 + \frac{1}{3}\right) : \frac{2}{3} = 50$ (m)

Lần thứ nhất bán $\frac{1}{2}$ cuộn vải và $\frac{1}{2}$ m thì còn lại 50m nên $\left(50 + \frac{1}{2}\right)$ m thì bằng $\frac{1}{2}$ cuộn vải

Suy ra mét vải ban đầu: $\left(50 + \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2} = 101$ (m).

Bài 13: (Đề thi HSG 6 THCS Đại Mỹ 2007-2008)

Có ba vòi cùng chảy nước vào một bể. Vòi 1 chảy đầy nước trong 4 giờ, vòi 2 chảy đầy bể nước trong 3 giờ. Vòi 3 muốn chảy đầy nước thì cần thời gian bằng $\frac{21}{24}$ lần thời gian vòi 1 và vòi 2 cùng chảy đầy bể nước. Hỏi nếu mở cả 3 vòi cùng một lúc thì sau bao lâu bể nước đầy? (lúc đầu bể không có nước)

Lời giải:

Trong một giờ, vòi 1 chảy được là: $1:4 = \frac{1}{4}$ (bể).

Trong một giờ, vòi 2 chảy được là: $1:3 = \frac{1}{3}$ (bể).

Trong một giờ, vòi 1 và vòi 2 chảy được là: $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$ (bể).

Thời gian mở cả vòi 1 và vòi 2 để chảy đầy bể là: $1: \frac{7}{12} = \frac{12}{7}$ (giờ).

Thời gian vòi 3 chảy đầy bể là: $\frac{12}{7} \cdot \frac{21}{24} = \frac{3}{2}$ (giờ).

Trong một giờ, vòi 3 chảy được là: $1: \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$ (bể).

Trong một giờ, cả 3 vòi chảy được là: $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{4}$ (bể).

Thời gian mở cả 3 vòi đầy bể là: $1: \frac{5}{4} = \frac{4}{5}$ (giờ) = 48 (phút).

Bài 14: (Đề HSG Toán 6-Tam Đảo-2019-2020)

Bốn người góp tiền mua chung một chiếc tivi. Người thứ nhất góp số tiền bằng $\frac{1}{2}$ số tiền của ba người kia. Người thứ hai góp $\frac{1}{3}$ số tiền của 3 người còn lại. Người thứ ba góp $\frac{1}{4}$ số tiền của 3 người kia. Hỏi chiếc tivi đó giá bao nhiêu? Biết rằng người thứ tư đã góp 2.600.000 đồng.

Lời giải:

Số tiền người thứ nhất góp bằng: $\frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$ giá tiền chiếc tivi

Số tiền người thứ hai góp bằng: $\frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$ giá tiền chiếc tivi

Số tiền người thứ ba góp bằng: $\frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$ giá tiền chiếc tivi

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) = \frac{13}{60}$$

Phân số chỉ số tiền người thứ tư góp:

Giá tiền của chiếc ti vi là: $2600000 : \frac{13}{60} = 12000000$ (đồng).

Bài 15: (Đề HSG Toán 6 THCS Liên Mạc 2009-2010)

Bình đọc một quyển truyện trong 3 ngày. Ngày đầu Bình đọc được $\frac{1}{5}$ số trang và 16 trang. Ngày thứ hai Bình đọc được $\frac{3}{10}$ số trang còn lại và 20 trang. Ngày thứ ba Bình đọc được $\frac{3}{4}$ số trang còn lại và 37 trang cuối cùng. Hỏi quyển truyện đó có bao nhiêu trang?

Lời giải:

Ta có sơ đồ:

16 trang

Số trang quyển truyện:

|-----|---|-----|-----|-----|-----|

20 trang

Số trang còn lại sau khi đọc ngày đầu:

|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

37 trang

Số trang còn lại sau khi đọc ngày thứ 2:

|-----|-----|-----|-----|

Theo sơ đồ, số trang còn lại sau khi Bình đọc ngày thứ hai là:

$$37.4 = 148 \text{ (trang)}$$

Số trang còn lại sau khi Bình đọc ngày đầu là:

$$(148 + 20) : 7.10 = 240 \text{ (trang)}$$

Số trang của quyển truyện đó là: $(240 + 16) : 4.5 = 320$ (trang).

• HẾT ▯