

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán (chuyên Tin học)
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Khóa thi ngày: 06-08/6/2023

Câu 1. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{2x}{x-9} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \right) : \left(\frac{7-\sqrt{x}}{x-3\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0, x \neq 9$.

Rút gọn biểu thức A và tìm tất cả các giá trị của x để $A = 2$.

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho tổng $S = (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2, n \in \mathbb{N}^*$.

a) Chứng minh S là số tự nhiên chẵn. Tìm tất cả các giá trị của n để $S+10$ là số chính phương.

b) Chứng minh rằng nếu $\frac{S}{2}$ là số nguyên tố thì n chia cho 3 dư 1.

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Giải phương trình $\sqrt{x^2+3x} = x^2+3x-2$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 4x - 4y = 0 \\ x^2 - 2xy + 4 = 0 \end{cases}$$
.

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = mx + 2m$ (m là tham số, $m \neq 0$). Tìm tất cả các giá trị của m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 0 < x_2$ và $x_1^2 + x_2^2 = 5$.

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < BC < CA$) nội tiếp đường tròn (O) . Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B, C cắt nhau tại M . Đường tròn ngoại tiếp tam giác ACM cắt tia đối của tia BM tại N . Tia NA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D . Kẻ $BE \perp CN$ ($E \in CN$), đường thẳng BO cắt CN tại F .

a) Chứng minh $NA \cdot ND = NB^2$.

b) Chứng minh tứ giác $ADFE$ nội tiếp.

c) Chứng minh $\widehat{NAE} = 2\widehat{CNB}$.

Câu 6. (1,0 điểm)

Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=6$.

a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = ab + bc + ca$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{a}{b^2+4} + \frac{b}{c^2+4} + \frac{c}{a^2+4}$.

----- HẾT -----

* Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

* Họ và tên thí sinh: Số báo danh: