**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO DIỄN CHÂU**

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN LỚP 9**

**NĂM HỌC 2020 – 2021**

**Môn: TOÁN –** *Thời gian làm bài : 150 phút*

**Bài 1. (6,0 điểm)**

1. Cho Tính giá trị biểu thức 
2. Cho là các số nguyên thỏa mãn: . Chứng minh rằng 
3. Giải phương trình nghiệm nguyên :  **Bài 2.(4,0 điểm)** Giải các phương trình sau :


**Bài 3. (3,0 điểm)**

1. Cho là hai số dương thỏa mãn Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 
2. Cho thỏa mãn Chứng minh rằng :

  

**Bài 4. (6,0 điểm)** Từ điểm M nằm ngoài đường tròn tâm O kẻ hai tiếp tuyến là các tiếp điểm). Kẻ các đường kính và đường thẳng cắt lần lượt tại và K. Gọi là chân đường vuông góc hạ từ điểm đến đường kính 

1. Chứng minh rằng 
2. Gọi giao điểm của và BH là E. Tính theo và 
3. Trên tia đối của tia lấy điểm bất kỳ. Gọi giao điểm của và là N. Chứng minh 

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Trong mặt phẳng cho điểm mà diện tích của mọi tam giác với các đỉnh là các điểm đã cho không lớn hơn 1. Chứng minh rằng trong số các điểm đã cho có thể tìm được ít nhất 253 điểm nằm trong hoặc nằm trên cạnh của một tam giác có diện tích không lớn hơn 

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1.**

1. Ta có : 



Ta có : 



Thay vào ta được :

Vậy 

1. Ta có 



Vì là tích 3 số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 6, 

. Mặt khác :



Từ (1) và (2) suy ra 

1. **Giải phương trình nghiệm nguyên **

Ta có : 





Vậy 

**Bài 2.**

1. **Giải phương trình :**

Điều kiện : 



Vì (với mọi x);với mọi 



Vậy 

1. **Giải phương trình: **

ĐK: 





. Vậy 

**Bài 3.**

1. **Cho là hai số dương thỏa mãn Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **



Áp dụng BĐT Cô-si ta có : 

Mặt khác (với mọi x), 

Do đó 

Dấu xảy ra 

Vậy 

1. **Cho thỏa mãn Chứng minh rằng :**

 ** **

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có :



Tương tự :



Cộng theo vế các bất đẳng thức ta được :





Mặt khác 

Do đó : . Dấu xảy ra 

Vậy 

**Bài 4.**

****

1. Chứng minh được 

Kết hợp là đường trung trực của là trung điểm AB

Từ đó suy ra là đường trung bình của tam giác 

(đồng vị)

Từ đó chứng minh được hai tam giác vuông và đồng dạng 



Mà 

1. Vì nên áp dụng định lý vào tam giác ta có :



Từ (1) và (2)

Tam giác có cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp nên là tam giác vuông, theo hệ thức lượng ta có :



Thay (1) vào (3) và kết hợp ta được :



1. Qua O kẻ đường vuông góc với cắt tại P

Khi đó ta có (cùng vuông góc nên 

Mặt khác (cùng vuông góc 

Do đó suy ra 

Mặt khác tam giác cân đỉnh H (là trung trực của nên 

Từ (\*) và (\*\*)mà (so le trong)



**Bài 5.**

Gọi là hai điểm xa nhau nhất trong các điểm thuộc tập hợp điểm đã cho.

Giả sử là điểm cách xa đoạn thẳng nhất. Khi đó tam giác là tam giác có diện tích lớn nhất không lớn hơn 1.

Vẽ các đường thẳng đi qua các điểm lần lượt song song với các cạnh của . Ta được 4 tam giác nhỏ bằng nhau và một tam giác lớn chứa cả 4 tam giác nhỏ. Tam giác lớn có diện tích không quá 4 đơn vị. Do đó, tam giác lớn chứa tất cả điểm đã cho.

Ta có chia cho 4 được như vậy có ít nhất 1 trong 4 tam giác có 1 tam giác có diện tích nhỏ hơn 1 chứa ít nhất 505 điểm trong 2020 điểm đã cho .

Chia tam giác đó thành 2 tam giác có diện tích bằng nhau. Ta có 505 chia cho 2 được 252 dư 1 nên theo nguyên tắc Dirichlet suy ra có 1 tam giác có diện tích nhỏ hơn chứa 253 điểm trong 2020 điểm đã cho .