**PHIẾU 3 – TUẦN 11**

**TIẾT 53 . TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN TRONG TAM GIÁC**

**Bài 1.** Cho hình 1. Điền vào chỗ trống :

 

Hình 1

**Bài 2.** Cho tam giác ABC, các đường trung tuyến BD và CE cắt nhau ở G. Cho biết . Hãy so sánh  và .

**Bài 3.** Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BD và CE bằng nhau. Chứng minh rằng : ∆ ABC là tam giác cân.

**Bài 4.** Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm BM. Trên tia đối của tia IA lấy điểm E sao cho IE = IA.

1. Điểm M là trọng tâm của tam giác nào ?
2. Gọi F là trung điểm của CE. Chứng minh rằng ba điểm A, M, F thẳng hàng.

**Bài 5.** Cho tam giác ABC, ba đường trung tuyến AD, BE, CF. Từ F kẻ đường thẳng song song với AD cắt ED tại I.

1. Chứng minh rằng : IC // BE và IC = BE.
2. Cho biết AD ⊥ BE, chứng minh ICF là tam giác vuông và chu vi của tam giác này bằng tổng độ dài ba đường trung tuyến của tam giác ABC.

**Bài 6.** Cho tam giác ABC cân tại A. Trên đường trung tuyến BD lấy điểm E sao cho  Chứng minh rằng 

***Hướng dẫn giải.***

**Bài 1.**



Hình 1

****

**Bài 2.** Hình 2.

Xét ∆ ABC có

BD và CE là 2 đường trung tuyến cắt nhau tại G(gt)

 (Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác).

Hình 2

Mà (gt) .

Xét ∆ CGB có  (cmt)  ( Quan hệ giữa góc và cạnh trong một tam giác).

Vậy .

**Bài 3.** Hình 3. 

Hình 3

Gọi G là giao điểm của BD và CE nên  ( Hai góc đối đỉnh).

Xét ∆ ABC có BD và CE là 2 đường trung tuyến cắt nhau tại G (gt)

 (Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác).

Do BD = CE nên BG = CG , GD = GE.

Xét ∆ BGE và ∆ CGD có :

 ∆ BGE = ∆ CGD (c.g.c)

 ( Hai cạnh tương ứng)

Ta có  (vì BD và CE là 2 đường trung tuyến)

 Vậy ∆ ABC là tam giác cân.

**Bài 4.** Hình 4.

1. 

Hình 4

 Vì AM là đường trung tuyến của BC (gt)

 ( Tính chất đường trung tuyến).

Mà  ( vì I là trung điểm BM)

  .

Xét ∆ ACE có

CI là đường trung tuyến ( vì AI = IE);



Vậy M là trọng tâm của ∆ ACE ( tính chất ba đường trung tuyến của tam giác).

1. Xét ∆ ACE có

AF là đường trung tuyến của CE ( vì F là trung điểm của CE);

M là trọng tâm của ∆ ACE

 AF đi qua điểm M ( tính chất ba đường trung tuyến của tam giác).

Vậy A, F, M thẳng hàng.

**Bài 5.** Hình 5.



Hình 5

1. Xét ∆ ABC có D là trung điểm của BC ( vì AD là đường trung tuyến);

E là trung điểm của AC ( vì BE là đường trung tuyến)

 ED // AB và  ( Áp dụng kết quả của bài 64 chương II, SBT Toán 7 tập 1).

Mà  ( vì CF là đường trung tuyến)

(1).

Do ED // AB suy ra DI // AF nên  ( so le trong);

Ta có FI // AD ( gt)  ( so le trong);

Xét ∆ AFD và ∆ IDF có

 

 FD chung

 

Suy ra ∆ AFD = ∆ IDF ( g.c.g)

Nên AD = FI ; AF = ID ( hai cạnh tương ứng) (2).

Từ (1) và (2) suy ra ID = ED.

Xét ∆ BDE và ∆ CDI có

 ID = ED

  ( Hai góc đối đỉnh)

 BD = CD ( vì D là trung điểm của BC)

Suy ra ∆ BDE = ∆ CDI (c.g.c).

Nên BE = CI ( hai cạnh tương ứng),

  ( hai góc tương ứng)

Mà  và  là 2 góc ở vị trí so le trong

Vậy BE // CI.

1. Ta có FI // AD và CI // BE. Mà BE ⊥ AD ( gt), do đó FI ⊥ IC.

Vậy ∆ ICF là tam giác vuông tại I.

Ta có chu vi ∆ ICF = FI + IC + CF = AD + BE + CF ( vì FI = AD; BE = CI)

Vậy chu vi ∆ ICF bằng tổng độ dài ba đường trung tuyến của tam giác ABC.

**Bài 6.** Hình 6.

Vẽ AF ⊥ BD , CG ⊥ BD và CH ⊥ AE.

Vì ∆ ABC cân tại A ( gt) nên AB = AC, .



Hình 6

Xét ∆ ABF vuông và ∆ CAH vuông có

 ∆ ABF = ∆ CAH ( cạnh huyền – góc nhọn),

Suy ra AF = CH ( hai cạnh tương ứng) (1).

Do BD là đường trung tuyến của ∆ ABC nên AD = CD.

Xét ∆ ADF vuông và ∆ CDG vuông có

 ∆ ADF = ∆ CDG ( cạnh huyền – góc nhọn),

Suy ra AF = CG ( hai cạnh tương ứng) (2).

Từ (1) và (2) suy ra CH = CG.

Xét ∆ CEH vuông và ∆ CEG vuông có

 ∆ CEH = ∆ CEG ( cạnh huyền – cạnh góc vuông),

Suy ra  ( hai góc tương ứng).

Ta có  ( vì  là góc ngoài của ∆ BEC),

 ( vì  là góc ngoài của ∆ AEC),

Do đó  (3).

Mặt khác,  ( vì  ) (4)

Lấy (3) trừ (4) theo từng vế và do  (gt), ta được :



Mà ( gt),

Vậy 