

Bài 5. HAI PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

[FanPage: Nguyễn Bảo Vương]

PHẦN A. LÝ THUYẾT

1. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH CÓ DẠNG $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ (I)

$$(f(x) = ax^2 + bx + c, g(x) = mx^2 + nx + p, a \neq m)$$

Để giải phương trình (I), ta làm như sau:

Bước 1. Bình phương hai vế của (I) dẫn đến phương trình $f(x) = g(x)$ rồi tìm nghiệm của phương trình này.

Bước 2. Thay từng nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ vào bất phương trình $f(x) \geq 0$ (hoặc $g(x) \geq 0$). Nghiệm nào thỏa mãn bất phương trình đó thì giữ lại, nghiệm nào không thỏa mãn thì loại đi.

Bước 3. Trên cơ sở những nghiệm giữ lại ở Bước 2, ta kết luận nghiệm của phương trình (I).

Chú ý:

- Trong hai bất phương trình $f(x) \geq 0$ và $g(x) \geq 0$, ta thường chọn bất phương trình có dạng đơn giản hơn để thực hiện Bước 2.
- Người ta chứng minh được rằng tập hợp (số thực) giữ lại ở Bước 2 chính là tập nghiệm của phương trình (I).

Ví dụ 1. Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 6x - 4} = \sqrt{x - 4}$ (1).

Giải

Bình phương hai vế của (1) ta được $x^2 - 6x - 4 = x - 4$ (2).

Ta có: $(2) \Leftrightarrow x^2 - 7x = 0$.

Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm là $x = 0$ và $x = 7$.

Thay lần lượt hai giá trị trên vào bất phương trình $x - 4 \geq 0$, ta thấy chỉ có $x = 7$ thỏa mãn bất phương trình.

Vậy nghiệm của phương trình (1) là $x = 7$.

Ví dụ 2. Giải phương trình $\sqrt{2x^2 + 3x + 1} = \sqrt{x^2 + 4x + 3}$ (3).

Giải

Bình phương hai vế của (3) ta được $2x^2 + 3x + 1 = x^2 + 4x + 3$ (4).

Ta có: $(4) \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$.

Do đó, phương trình (4) có hai nghiệm là $x = -1$ và $x = 2$.

Thay lần lượt hai giá trị trên vào bất phương trình $\sqrt{3x^2 - 4x + 1} = \sqrt{x^2 + x - 1}$ bất phương trình.

Vậy phương trình (3) có hai nghiệm là $x = -1$ và $x = 2$.

II. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH CÓ DẠNG $\sqrt{f(x)} = g(x)$ (II)

$$(f(x) = ax^2 + bx + c, g(x) = dx + e, a \neq d^2)$$

Để giải phương trình (II), ta làm như sau:

Bước 1. Giải bất phương trình $g(x) \geq 0$ để tìm tập nghiệm của bất phương trình đó.

Bước 2. Bình phương hai vế của (II) dẫn đến phương trình $f(x) = [g(x)]^2$ rồi tìm tập nghiệm của phương trình đó.

Bước 3. Trong những nghiệm của phương trình $f(x)=[g(x)]^2$, ta chỉ giữ lại những nghiệm thuộc tập nghiệm của bất phương trình $g(x) \geq 0$. Tập nghiệm giữ lại đó chính là tập nghiệm của phương trình (II).

Ví dụ 3. Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 6x + 6} = 2x - 1$

Giải

Trước hết ta giải bất phương trình $2x - 1 \geq 0$ (6).

Ta có: (6) $\Leftrightarrow 2x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$.

Bình phương hai vế của (5) ta được $x^2 - 6x + 6 = (2x - 1)^2$ (7).

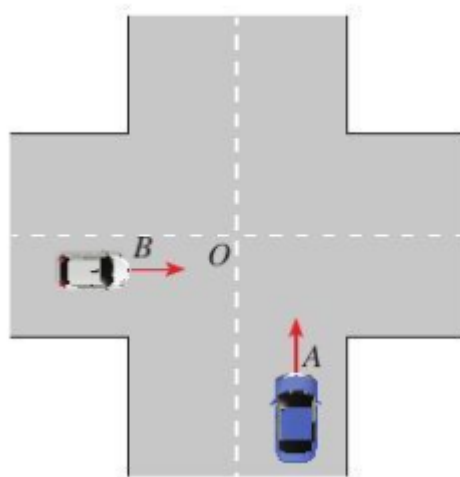
Ta có: (7) $\Leftrightarrow x^2 - 6x + 6 = 4x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 5 = 0$.

Do đó, phương trình (7) có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = \frac{-5}{3}$.

Trong hai giá trị trên, chỉ có giá trị $x = 1$ là thỏa mãn $x \geq \frac{1}{2}$.

Vậy phương trình (5) có nghiệm là $x = 1$.

Ví dụ 4. Hai ô tô xuất phát tại cùng một thời điểm với vận tốc trung bình như nhau là 40 km/h từ hai vị trí A và B trên hai con đường vuông góc với nhau để đi về bên O là giao của hai con đường. Vị trí A cách bên 8 km , vị trí B cách bên 7 km . Gọi x là thời gian hai xe bắt đầu chạy cho tới khi cách nhau 5 km .



Bạn Dương xác định được x thỏa mãn phương trình $\sqrt{(8 - 40x)^2 + (7 - 40x)^2} = 5$. Hãy giải thích vì sao thời gian x (giờ) để hai xe bắt đầu chạy cho tới khi cách nhau 5 km thỏa mãn phương trình

$\sqrt{(8 - 40x)^2 + (7 - 40x)^2} = 5$. Sau đó, hãy giải phương trình trên.

Giải.

Quãng đường xe ô tô xuất phát từ A, B đi được sau x giờ là $40x(\text{km})$.

Sau x giờ, ô tô xuất phát từ vị trí A đến C cách O một khoảng $OC = 8 - 40x(\text{km})$.

Sau x giờ, ô tô xuất phát từ vị trí B đến D cách O một khoảng $OD = 7 - 40x(\text{km})$.

Để $8 - 40x \geq 0$ và $7 - 40x \geq 0$ thì $0 \leq x \leq 0,175$. Do tam giác OCD là tam giác vuông nên

$$CD = \sqrt{OC^2 + OD^2} = \sqrt{(8 - 40x)^2 + (7 - 40x)^2}.$$

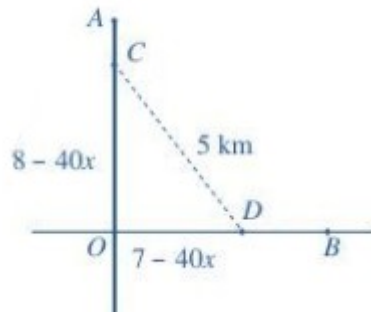
Ta có phương trình: $\sqrt{(8 - 40x)^2 + (7 - 40x)^2} = 5$.

Bình phương hai vế ta có:

$$(8 - 40x)^2 + (7 - 40x)^2 = 25.$$

$$\Leftrightarrow 1600x^2 - 640x + 64 + 1600x^2 - 560x + 49 = 25$$

$$\Leftrightarrow 3200x^2 - 1200x + 88 = 0$$



$$\Leftrightarrow 400x^2 - 150x + 11 = 0.$$

Phương trình có hai nghiệm là $x = 0,1$ hoặc $x = 0,275$. Đối chiếu với điều kiện $0 \leq x \leq 0,175$, ta chọn $x = 0,1$.

Vậy thời gian để hai xe cách nhau 5 km là $0,1$ giờ.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Nâng lên lũy thừa, trị tuyệt đối hóa, sử dụng bất đẳng thức, đưa về phương trình tích, đặt ẩn phụ.

Phương trình có dạng	Đặt ẩn phụ
$\sqrt{ax+b}, x, x^2, \dots$	$t = \sqrt{ax+b}, t \geq 0$
$\sqrt{ax^2+bx+c}, ax^2+bx, \dots$	$t = \sqrt{ax^2+bx+c}, t \geq 0$
$\sqrt[3]{ax+b}, ax+b, \dots$	$t = \sqrt[3]{ax+b}$
$\begin{cases} \sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} \\ \sqrt{f(x)} \cdot \sqrt{g(x)} \end{cases}, f(x) + g(x) = C$	$t = \sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)}$
$\sqrt{f(x)} \pm \frac{A}{\sqrt{f(x)}}, f(x) + \frac{A^2}{f(x)}$	$t = \sqrt{f(x)} \pm \frac{A}{\sqrt{f(x)}}$
$\sqrt[m]{f(x)}, \sqrt[n]{f(x)}$	$t = \sqrt[S]{f(x)}$ với S là bội chung nhỏ nhất của m và n

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{14-2x} = x-3$

b) $\sqrt{x^2+2x+4} = \sqrt{2-x}$

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-2} - 3\sqrt{x^2-4} = 0$

b) $\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}$

Câu 3. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{\sqrt{3}-x} = x\sqrt{\sqrt{3}+x}$

b) $2\sqrt{x+3} = 9x^2 - x - 4$

Câu 4. Giải các phương trình sau:

$$a) \sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$$

$$b) 2\sqrt{x+3} = 9x^2 - x - 4$$

Câu 5. Giải các phương trình sau:

$$a) \sqrt{2x+1} - \sqrt{x-2} = x+3$$

$$b) (x+3)\sqrt{2x^2+1} = x^2 + x + 3$$

Câu 6. Giải các phương trình sau:

$$a) \sqrt{3x-2} + \sqrt[3]{x} = 2$$

$$b) 3\sqrt[3]{x} + \sqrt{x^2+8} = \sqrt{x^2+15} + 2$$

Câu 7. Giải các phương trình sau

$$a) \sqrt{x - \sqrt{x^2 - 1}} + \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}} = 2$$

$$b) 3x^2 + 21x + 18 + 2\sqrt{x^2 + 7x + 7} = 2$$

Câu 8. Giải các phương trình sau

$$a) x^2 + \sqrt{x^2 + 11} = 31$$

$$b) (x+5)(2-x) = 3\sqrt{x^2 + 3x}$$

Câu 9. Giải các phương trình sau

$$a) 2x^2 - 6x - 1 = \sqrt{4x+5}$$

$$b) x + \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 6$$

Câu 10. Giải các phương trình sau

$$a) \sqrt{60 - 24x - 5x^2} = x^2 + 5x - 10$$

$$b) (x+3)\sqrt{(4-x)(12+x)} = 28 - x$$

Câu 11. Giải các phương trình sau

$$a) \sqrt{4x^2 + 5x + 1} - 2\sqrt{x^2 - x + 1} = 9x - 3$$

$$b) \sqrt{x^3 + x^2 - 1} + \sqrt{x^3 + x^2 + 2} = 3$$

Câu 12. Giải các phương trình sau

$$a) \sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}} \left[\sqrt{(1+x)^3} - \sqrt{(1-x)^3} \right] = 2 + \sqrt{1 - x^2}$$

$$b) x + \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 6$$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = 2-x$ là:

A. $S = \{1; 5\}$.

B. $S = \{1\}$.

C. $S = \{5\}$.

D. $S = \{2; 3\}$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = -x^2 - 5$ là

- A. $S = \{1; 5\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{5\}$. D. $S = \emptyset$.

- Câu 3.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-3x^2} = 2x-1$ là:
A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 4.** Số nghiệm của phương trình $(x-3)\sqrt{4-x^2} = x^2-4x+3$ là:
A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 5.** Tổng các nghiệm của phương trình $(x-1)\sqrt{10-x^2} = x^2-3x+2$ là:
A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 6.** Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3} = x-3$ là
A. $S = \emptyset$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{6; 2\}$. D. $S = \{6\}$.
- Câu 7.** Tìm số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y = x-3$.
A. 2 giao điểm. B. 4 giao điểm. C. 3 giao điểm. D. 1 giao điểm.
- Câu 8.** Tổng các nghiệm (nếu có) của phương trình: $\sqrt{2x-1} = x-2$ bằng:
A. 6. B. 1. C. 5. D. 2.
- Câu 9.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x-2} = x$ là
A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.
- Câu 10.** Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6} = x-6$ bằng
A. 15. B. 6. C. 2 và 15. D. 2.
- Câu 11.** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4x+7} = 2x-1$ là
A. $\left\{ \frac{2-\sqrt{10}}{2}; \frac{2+\sqrt{10}}{2} \right\}$. B. $\left\{ \frac{2+\sqrt{10}}{2} \right\}$.
C. $\left\{ \frac{2-\sqrt{10}}{2} \right\}$. D. Một phương án khác.
- Câu 12.** Phương trình $\sqrt{-x^2+4x} = 2x-2$ có bao nhiêu nghiệm?
A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.
- Câu 13.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x+5} = x^2-2x+3$ là
A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.
- Câu 14.** Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+x+1} = x^2+x-1$ là
A. 3. B. -3. C. -1. D. 0.
- Câu 15.** Phương trình $\sqrt{2x^2+3x-5} = x+1$ có nghiệm:
A. $x=1$. B. $x=2$. C. $x=3$. D. $x=4$.
- Câu 16.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-9x+7} = x-2$ là
A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.
- Câu 17.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3} = 3x-1$ là
A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 18.** Phương trình: $\sqrt{x^2-x-12} = 7-x$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 2.
C. 1. D. Vô Số.

Câu 19. Số nghiệm của phương trình sau $x - \sqrt{2x^2 - 3x + 1} = 1$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 86 - 19\sqrt{x^2 - 3x + 16} = 0$ là:

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 21. Tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x-1)(x-3) + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$ là:

- A. 17. B. 4. C. 16. D. 8.

Câu 22. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^2 + 5x + 2 + 2\sqrt{x^2 + 5x + 10} = 0$ là:

- A. 5. B. 13. C. 10. D. 25.

Câu 23. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2 - 3x + 2) = 0$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \{1; 2\}$.

Câu 24. Phương trình $\sqrt{x^2 - 1}(\sqrt{2x+1} - x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 25. Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x-2} = 0$

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2

Câu 26. Tập nghiệm của phương trình $(x^2 - x - 2)\sqrt{x-1} = 0$ là

- A. $\{1; 2\}$. B. $\{-1; 1; 2\}$. C. $[1; 2]$. D. $\{-1; 2\}$.

Câu 27. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2 - 4x + 3) = 0$ là

- A. $S = [2; 3]$. B. $S = \{2\}$. C. $S = [1; 3]$. D. $S = \{1; 2; 3\}$.

Câu 28. Tập nghiệm của phương trình $(x^2 - x - 2)\sqrt{x-1} = 0$ là

- A. $\{1; 2\}$. B. $\{1; 1; 2\}$. C. $[1; 2]$. D. $\{1; 2\}$.

Câu 29. Phương trình $(x^2 - 6x)\sqrt{17 - x^2} = x^2 - 6x$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 30. Số nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4$ bằng:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 31. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\}$. C. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 32. Nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = \sqrt{3-x}$ là

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = \frac{2}{3}$. C. $x = \frac{4}{3}$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 33. Số nghiệm của phương trình $x\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 34. Tìm tập hợp nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2} + 1$.

A. $\{2\}$.

B. $\{1; -2\}$.

C. $\{-1; 2\}$.

D. $\{-1\}$.

Câu 35. Số nghiệm nguyên của phương trình sau $\sqrt{x+3} - \sqrt{2x-1} = 1$ là:

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2-x} = 1$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 37. Số nghiệm của phương trình $x^2 + 2x + 2x\sqrt{x+3} = 6\sqrt{1-x} + 7$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 38. Phương trình $x^2 + 4x + 3 = (x+1)\sqrt{8x+5} + \sqrt{6x+2}$ có một nghiệm dạng $x = a + \sqrt{b}$ với $a, b > 0$. Khi đó: $a + b =$

A. 7.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Câu 39. Biết phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x-3} = \sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $(x_1 - 1)(x_2 - 1)$.

A. 1.

B. 0.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 40. Phương trình $\sqrt{x-2} + \sqrt{x^2-x+1} = 2x-1 + \sqrt{x-2}$ có số nghiệm là:

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Câu 41. Với bài toán: Giải phương trình $\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x} + \sqrt{16-x^2} = 4$. Một học sinh giải như sau:
Bước 1. Điều kiện: $-4 \leq x \leq 4$.

$$t = \sqrt{4+x} - \sqrt{4-x} \Rightarrow t^2 = 8 - 2\sqrt{16-x^2} \Rightarrow \sqrt{16-x^2} = \frac{8-t^2}{2}$$

Đặt

$$t + \frac{8-t^2}{2} = 4 \Leftrightarrow t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases}$$

Bước 2. Ta được phương trình

$$\text{Bước 3. Với } t = 0 \text{ ta có } \sqrt{16-x^2} = 4 \Leftrightarrow 16-x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 0.$$

$$\text{Với } t = 2 \text{ ta có } \sqrt{16-x^2} = 2 \Leftrightarrow 16-x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{3}.$$

$$S = \{0; -2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}\}.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm

Hãy chọn phương án đúng.

A. Lời giải trên sai ở bước 2.

B. Lời giải trên đúng hoàn toàn.

C. Lời giải trên sai ở bước 1.

D. Lời giải trên sai ở bước 3.

Câu 42. Giải phương trình trên tập số thực: $\frac{\sqrt{5x-4x^2-x}}{x-1} = 2.$

A. $x = 1$.

B. $x = 4$.

C. $\begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$.

D. $x \in \emptyset$.

Câu 43. Số nghiệm của phương trình $\frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}} = 0$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 44. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2-x} + \frac{2-x}{\sqrt{x-3}} = 0$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 45. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2+4x-1} = x+1$ là?

A. $S = \left\{ -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3} \right\}.$

B. $S = \left\{ -1 + \sqrt{3} \right\}.$

C. $S = \left\{ -1 - \sqrt{3} \right\}.$

D. $\emptyset.$

Câu 46. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{-x^2 + 4x - 3} + 5 = 2x$ là?

A. $S = \left\{ 2; \frac{14}{5} \right\}.$

B. $S = \{ 2; 4 \}.$

C. $S = \left\{ \frac{14}{5} \right\}.$

D. $S = \{ 2 \}$

Câu 47. Khi giải phương trình $\sqrt{x^2 + 3x + 1} = 3x$ ta tiến hành theo các bước sau:

$$x^2 + 3x = (3x - 1)^2 \quad (2)$$

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được:

$$8x^2 - 9x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được:

Bước 3: Khi $x = 1$, ta có $x^2 + 3x > 0$. Khi $x = \frac{1}{8}$, ta có $x^2 + 3x > 0$

$$S = \left\{ 1; \frac{1}{8} \right\}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là:

Vậy Cách giải trên **đúng** hay **sai**? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng.

B. Sai ở bước 1.

C. Sai ở bước 2.

D. Sai ở bước 3.

Câu 48. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^3 + x^2 + 6x + 28} = x + 5$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. - 1.

Câu 49. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^4 - 4x^3 + 14x - 11} = 1 - x$ bằng:

A. - 2.

B. 4.

C. 3.

D. - 1.

Câu 50. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x + \sqrt{6x^2 + 1}} = x + 1$ là:

A. 0 nghiệm.

B. 1 nghiệm.

C. 2 nghiệm.

D. 3 nghiệm.

Câu 51. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{2x - 1} + x^2 - 3x + 1 = 0$ bằng:

A. $3 - \sqrt{2}.$

B. $2 + \sqrt{2}.$

C. $2 - \sqrt{2}.$

D. 5.

Câu 52. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{2x - 1} = \sqrt{1 - 2x}$ là

A. $\frac{1}{2} \leq x$

B. $x = \frac{1}{2}.$

C. $x \leq \frac{1}{2}$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

Câu 53. $[-3; 1)$ là tập xác định của phương trình nào sau đây?

A. $\sqrt{3+x} = \sqrt{\frac{1}{1-x^3}}$

B. $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{3 - 2x - x^2}$

C. $\sqrt{-x^2 - x + 6} = \sqrt{-x^2 - 3x + 4}$

D. $\sqrt{1-x} = \sqrt{-x^2 - x + 6}$

Câu 54. Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 3} = \sqrt{x+1}$ (1). Phép biến đổi nào sau đây là **sai**?

A. $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 = x+1 \end{cases}$

B. $(1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = x+1$

C. $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 = x+1 \end{cases}$

D. $(1) \Rightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 = x+1 \end{cases}$

Câu 55. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 3} = \sqrt{x - \frac{5}{4}}$. Một bạn làm như sau:

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} = \sqrt{x - \frac{5}{4}} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{5}{4} \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 = x - \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5}{4} \\ x^2 - 3x - \frac{7}{4} = 0 \end{cases}$$

Bước 1:

Bước 2: Phương trình $x^2 - 3x - \frac{7}{4} = 0$ có hai nghiệm phân biệt, nên theo định lý Vi-et, ta có tổng hai nghiệm là $S = 3$.

Bước 3: Vậy phương trình có tổng các nghiệm là 3.

Lời giải trên là đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Đúng. B. Sai từ bước 1. C. Sai từ bước 2. D. Sai từ bước 3.

Câu 56. Giải phương trình $\sqrt{x^2(x-1)} = \sqrt{x^2(3-x)}$ (*), một bạn làm như sau:

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2(x-1) \geq 0 \quad (1) \\ x^2(x-1) = x^2(3-x) \quad (2) \end{cases}$$

Bước 1:

Bước 2: Giải (1): Vì $x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $(1) \Leftrightarrow x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

$$(2) \Leftrightarrow x^2(2x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Bước 3:

Kết hợp ta được $x=2$ là nghiệm của phương trình.

Lời giải trên là đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Đúng. B. Sai từ bước 1. C. Sai từ bước 2. D. Sai từ bước 3.

Câu 57. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}} = 2$ là

- A. $1 \leq x$ B. $x \neq 1$ C. $\begin{cases} 2 < x \\ x < 0 \end{cases}$ D. $x > 1$

Câu 58. Điều kiện xác định của phương trình $(x-3)(x+1)+4(x-3)\sqrt{\frac{x+1}{x-3}}=-3$ là

A. $x > 3$ B. $\begin{cases} x > 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -1 \end{cases}$ D. $x \leq -1$

Câu 59. Phép biến đổi nào sau đây là **sai**

- A. $\sqrt{5x^2+10x+1} = -x^2-2x+7 \Rightarrow 5x^2+10x+1 = (-x^2-2x+7)^2$
- B. $\sqrt{5x^2+10x+1} = -x^2-2x+7 \Leftrightarrow 5x^2+10x+1 = (-x^2-2x+7)^2$
- C. $\sqrt{5x^2+10x+1} = -x^2-2x+7 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2+10x+1 = (-x^2-2x+7)^2 \\ -x^2-2x+7 \geq 0 \end{cases}$
- D. $\sqrt{5x^2+10x+1} = -x^2-2x+7 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{5x^2+10x+1} \geq 0 \\ t = \frac{1-t^2}{5} + 7 \end{cases}$

Câu 60. Giải phương trình $(x-2)(x-1)+2(x-2)\sqrt{\frac{x-1}{x-2}}=0$ (1)

Bước 1: Điều kiện: $\frac{x-1}{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 1 \end{cases}$

Bước 2: $(1) \Leftrightarrow (x-2)(x-1)+2\sqrt{(x-2)(x-1)}=0$ (2)

Bước 3: $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-2)(x-1)}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \text{ (tm)} \\ x=2 \text{ (loại)} \end{cases} \\ \sqrt{(x-2)(x-1)}=-2 \text{ (loại)} \end{cases}$

Vậy phương trình có một nghiệm $x=1$

Lời giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Đúng B. Sai từ bước 1 C. Sai từ bước 2 D. Sai từ bước 3

Câu 61. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{5x^2+10x+1} = -x^2-2x+7$ là

- A. -3 B. -5 C. -2 D. 2

Câu 62. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2-x} + \frac{2-x}{\sqrt{x-3}} = 0$ là

A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 63. Tìm tập hợp nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2} + 1$.

A. $\{2\}$ B. $\{1; -2\}$ C. $\{-1; 2\}$ D. $\{-1\}$

Câu 64. Số nghiệm nguyên của phương trình sau $\sqrt{x+3} - \sqrt{2x-1} = 1$ là:

A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 65. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2-x} = 1$ là

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 66. Số nghiệm của phương trình $x^2 + 2x + 2x\sqrt{x+3} = 6\sqrt{1-x} + 7$ là

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 67. Phương trình $x^2 + 4x + 3 = (x+1)\sqrt{8x+5} + \sqrt{6x+2}$ có một nghiệm dạng $x = a + \sqrt{b}$ với $a, b > 0$. Khi đó: $a+b =$

A. 7. B. 5. C. 4. D. 6.

Câu 68. Biết phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x-3} = \sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $(x_1 - 1)(x_2 - 1)$

A. 1. B. 0. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 69. Phương trình $\sqrt{x-2} + \sqrt{x^2-x+1} = 2x-1 + \sqrt{x-2}$ có số nghiệm là:

A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 70. Với bài toán: Giải phương trình $\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x} + \sqrt{16-x^2} = 4$. Một học sinh giải như sau:
Bước 1. Điều kiện: $-4 \leq x \leq 4$.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{4+x} - \sqrt{4-x} \Rightarrow t^2 = 8 - 2\sqrt{16-x^2} \Rightarrow \sqrt{16-x^2} = \frac{8-t^2}{2}$$

$$t + \frac{8-t^2}{2} = 4 \Leftrightarrow t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=2 \end{cases}$$

Bước 2. Ta được phương trình

$$\text{Bước 3. Với } t=0 \text{ ta có } \sqrt{16-x^2} = 4 \Leftrightarrow 16-x^2 = 16 \Leftrightarrow x=0.$$

$$\text{Với } t=2 \text{ ta có } \sqrt{16-x^2} = 2 \Leftrightarrow 16-x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy phương trình có tập nghiệm } S = \{0; -2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}\}.$$

Hãy chọn phương án đúng.

A. Lời giải trên sai ở bước 2. B. Lời giải trên đúng hoàn toàn.
C. Lời giải trên sai ở bước 1. D. Lời giải trên sai ở bước 3.

Câu 71. Giải phương trình trên tập số thực: $\frac{\sqrt{5x-4x^2-x}}{x-1} = 2.$

A. $x=1$. B. $x=4$. C. $\begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$. D. $x \in \emptyset$.

Câu 72. Số nghiệm của phương trình $\frac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}} = 0$

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 73. Số nghiệm nguyên của phương trình $x(x+5) = 2^3\sqrt{x^2+5x-2} - 2$ là

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 74. Phương trình $\sqrt{x^2+481} - 3\sqrt{x^2+481} = 10$ có hai nghiệm α, β . Khi đó tổng $\alpha + \beta$ thuộc đoạn nào sau đây?

A. $[2; 5]$. B. $[-1; 1]$. C. $[-10; -6]$. D. $[-5; -1]$.

Câu 75. Phương trình: $2x^2 + 5x - 1 = 7\sqrt{x^3 - 1}$ có nghiệm là $a \pm \sqrt{b}$ thì $2a - b$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Câu 76. Giải phương trình: $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ ta được một nghiệm $x = \frac{a + \sqrt{b}}{c}$, $a, b, c \in \mathbb{N}, b < 20$. Tính giá trị biểu thức $P = a^3 + 2b^2 + 5c$.

A. $P = 61$. B. $P = 109$. C. $P = 29$. D. $P = 73$.

Câu 77. Cho phương trình $\sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1$. Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất

A. $m > 4$. B. $4 < m < 5$. C. $3 < m < 4$. D. $m < 4$.

Câu 78. Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2 - x - 2m} = x - 2$ có nghiệm. Đáp số nào sau đây đúng?

A. $m \geq -\frac{25}{4}$. B. $m \geq 3$. C. $m \geq 0$. D. $m \geq -\frac{25}{8}$.

Câu 79. Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2 - 2x - 2m} = x - 2$ có nghiệm.

A. $m \leq 1$. B. $m \in (1; +\infty)$. C. $m > 2$. D. $m \geq 2$.

Câu 80. Với mọi giá trị dương của m phương trình $\sqrt{x^2 - m^2} = x - m$ luôn có số nghiệm là

A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 81. Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 8x + m} = 2x - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số để phương trình đã cho vô nghiệm.

A. $m \in \left[-\frac{1}{3}; \frac{15}{4}\right)$. B. $m \in \left(-\frac{1}{3}; \frac{15}{4}\right)$. C. $m \in \left(-\infty; \frac{15}{4}\right)$. D. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 82. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 2m} = 2x + 1$ có hai nghiệm phân biệt là $S = (a; b]$. Khi đó giá trị $P = a.b$ là

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 83. Cho phương trình $\sqrt{-x^2 + 4x - 3} = \sqrt{2m + 3x - x^2}$ (1). Để phương trình (1) có nghiệm thì $m \in [a; b]$. Giá trị $a^2 + b^2$ bằng

A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 84. Số các giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - m - 1} = \sqrt{2x - 1}$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 85. Cho phương trình: $\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} + 2\sqrt{4-x^2} + m = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 4. B. 5. C. vô số. D. 10.

Câu 86. Tìm tất cả giá trị m để phương trình $3\sqrt{x-1} - m\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x^2-1}$ có nghiệm là

A. $m < -\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3} < m \leq 1$. C. $-\frac{1}{3} \leq m < 1$. D. $-\frac{1}{3} < m < 1$.

Câu 87. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{m\sqrt{2018+x} + (m^2-2)\sqrt{2018-x}}{(m^2-1)x}$ có đồ thị là (C_m) , (m là tham số). Số giá trị của m để đồ thị (C_m) nhận trục Oy làm trục đối xứng là

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

- Câu 88.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{2(x-m)-x-m}{\sqrt{x+3}}=0$ có nghiệm.
A. $m \in (-\infty; -1)$ B. $m \in (-1; +\infty)$ C. $m \in [-1; +\infty)$ D. $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 89.** Số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018; 2018]$ để phương trình:
 $x^2 + (2-m)x + 4 = 4\sqrt{x^3 + 4x}$
có nghiệm là
A. 2020 B. 2019 C. 2018 D. 2021.
- Câu 90.** Tìm m để phương trình $(\sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 1)(x+1)^3 + x^2 - x - 3 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$, ta được điều kiện $m \notin [a; b]$. Giá trị của biểu thức $P = a^2 + 2b$ bằng
A. $P = 10$ B. $P = 12$ C. $P = 20$ D. $P = 15$.
- Câu 91.** Cho phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} + 3\sqrt{(x-1)(5-x)} = m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có nghiệm?
A. 6 B. 8 C. 7 D. Vô số.
- Câu 92.** Tìm m để phương trình $x + 2\sqrt{x+1} + m = 0$ vô nghiệm
A. $m \in (2; +\infty)$ B. $m \in (1; +\infty)$ C. $m \in (-\infty; 1]$ D. $m \in (-\infty; 2]$.
- Câu 93.** Phương trình $\sqrt{2x^2 - (2m^2 + 1)x + m^2} = 2x - 1$ có hai nghiệm phân biệt thì $m \in (a, b)$. Tính $b - a$.
A. 1 B. 0 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.
- Câu 94.** Phương trình $\sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} = m$ có vô số nghiệm thì giá trị của m thuộc khoảng nào?
A. $m \in (1; 3)$ B. $m \in (2; 4)$ C. $m \in (3; 5)$ D. $m \in (4; 6)$.
- Câu 95.** Phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = m^2(x+1)$ có nghiệm thì $m \in [a; b] \setminus \{0\}$, tính giá trị của $a^2 + b$
A. 0 B. 3 C. 2 D. 4.
- Câu 96.** Số các nghiệm nguyên của phương trình $x(x+5) = 2\sqrt{x^2 + 5x - 2} - 2$ là
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- Câu 97.** Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - x - 1} - \sqrt{3 - \sqrt{x^2 - x - 1}} = 1$ là
A. $\frac{1}{2}$ B. -5 C. 5 D. 1
- Câu 98.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $2x^2 + 2x - \sqrt{x^2 + x + 2\sqrt{x^2 + x - 1}} = 7$ là
A. 11 B. -1 C. -9 D. $\frac{25}{4}$
- Câu 99.** Nếu phương trình $x^2 + 2x + \sqrt{-x^2 - 2x + 15} + m = 0$ có nghiệm duy nhất thì
A. $m \in (-2; 0)$ B. $m = -4$ C. $m \in (-4; 0)$ D. $m = -\frac{65}{4}$
- Câu 100.** Với giá trị nào của tham số m thì phương trình sau có nghiệm (ả n x)

$$2x^2 - 4x + m + \sqrt{-x^2 + 2x} = -1$$

- A. $-\frac{9}{8} \leq m \leq 0$ B. $0 \leq m \leq \frac{1}{4}$ C. $-1 \leq m$ D. $-\frac{9}{8} \leq m \leq -1$

Câu 101. Cho phương trình $\sqrt{x^2(1-2x)} = \sqrt{x^2(m+x)}$. Tìm điều kiện của m để phương trình có nghiệm duy nhất?

- A. $m < -\frac{1}{2}$. B. $m = 1$. C. $\begin{cases} m = 1 \\ m < -\frac{1}{2} \end{cases}$. D. $m > -\frac{1}{2}$.

Câu 102. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x^2} + \sqrt{x+3} = \sqrt{3-2x-x^2}$ là:

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 103. Cho phương trình $4\sqrt{2x^2-3x+1} = \sqrt{9x^2+54x+81}$. Tính tổng các nghiệm của phương trình?

- A. $\frac{13}{23}$. B. 5. C. $\frac{102}{23}$. D. $\frac{125}{23}$.

Câu 104. Biết phương trình $\sqrt{(x^2-3x)\sqrt{2x^2-5x+2}} = \sqrt{(x^2-3x)\sqrt{2x^2-5x+2}}$ có tập nghiệm S . Phát biểu nào là đúng trong các phát biểu sau?

- A. $S \cap \left(0; \frac{1}{4}\right) = \emptyset$. B. $S = \mathbb{R}$.
C. $S = (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$. D. S có hai phần tử.

Câu 105. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $\sqrt{m-x^2} + \sqrt{2x+9} = \sqrt{x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. $m > -5$. B. $m < -3$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \in \emptyset$.

Câu 106. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{17+x} - \sqrt{17-x} = 2$ là:

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 107. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\sqrt{17+x} + \sqrt{17-x} = 8$ là:

- A. 5. B. 2. C. 128. D. 256.

Câu 108. Số nghiệm của phương trình $x + \sqrt{x^2+16} = \frac{40}{\sqrt{x^2+16}}$ là:

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 109. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $4x^3 - 3x = \sqrt{1-x^2}$ là:

- A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 110. Cho phương trình $\sqrt{x^2-1} - x = m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình có nghiệm:

- A. $m \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$. B. $m \in [-1; 0) \cup [1; +\infty)$.
C. $m \in [-2; 0) \cup [2; +\infty)$. D. $m \in [-2; 0] \cup [2; +\infty)$.

Câu 111. Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + mx - 3} = x - m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình vô nghiệm:

A. $m > 1$

B. $m \leq -1$

C. $m > 3$

D. $m \geq 2$

Câu 112. Cho phương trình $\sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt:

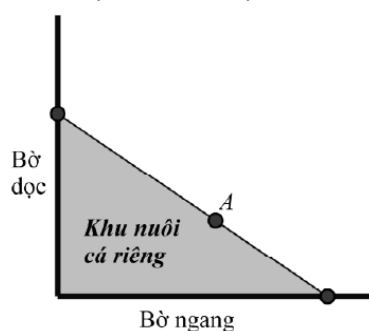
A. $m \in [2; 6]$

B. $m \in [4; 6)$

C. $m \in [2; 5)$

D. $m \in [4; 5)$

Câu 113. Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A . Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là $5m$ và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là $12m$.



A. $120m^2$

B. $156m^2$

C. $238,008(3)m^2$

D. $283,003(8)m^2$