

Câu 1. (1,5 điểm). Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 4$

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy ;

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $7x^2 - 9x - 5 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình,

hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1}{x_2}(1 - x_2) + \frac{x_2}{x_1}(1 - x_1)$.

Câu 3. (0,75 điểm). Một bài kiểm tra trắc nghiệm khách quan gồm 20 câu hỏi với cách thức tính điểm như sau: mỗi câu trả lời đúng được cộng 5 điểm, mỗi câu trả lời sai bị trừ 2 điểm và mỗi câu hỏi không có câu trả lời sẽ không được cộng cũng không bị trừ điểm nào.

a) Bình trả lời toàn bộ các câu trong bài kiểm tra và đúng 13 câu. An không trả lời câu và chỉ đúng 12 câu. Trong hai bạn, ai đạt điểm cao hơn, vì sao?

b) Kết thúc bài kiểm tra, Bách đạt được 69 điểm. Hỏi Bách đã trả lời đúng bao nhiêu câu?

Câu 4. (0,75 điểm). Số tiền lương mỗi tháng y (triệu đồng) của anh Hào, nhân viên bán hàng công ty A , phụ thuộc vào số lượng x sản phẩm bán ra vượt chỉ tiêu của anh trong tháng đó. Mỗi liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$.

a) Tìm biết rằng trong tháng 4, anh Hào bán vượt chỉ tiêu 9 sản phẩm, nhận tiền lương là 9,8 triệu đồng và trong tháng 5, anh bán vượt chỉ tiêu 7 sản phẩm, nhận tiền lương là 9,4 triệu đồng;

b) Anh Hào muốn dùng tiền lương tháng 6 để lắp một máy điều hòa nhiệt độ với tổng chi phí 10480000 đồng thì trong tháng 6 này anh phải bán vượt chỉ tiêu ít nhất bao nhiêu sản phẩm?

Câu 5. (1 điểm). Nhân dịp lễ 30/4, cửa hàng điện máy B thực hiện khuyến mãi giảm 20% so với giá niêm yết cho tất cả các sản phẩm.

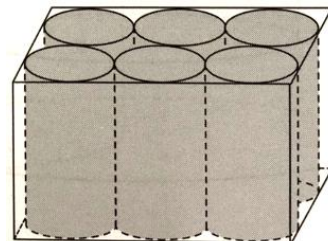
a) Mẹ Lan đã đến cửa hàng này để mua một chiếc tivi có giá niêm yết là 11 triệu đồng. Sau khi được hưởng chương trình khuyến mãi trên, do có thẻ VIP, mẹ Lan còn được giảm 5% trên tổng hóa đơn. Hỏi mẹ Lan phải trả bao nhiêu tiền?

- b) Khi bán tivi cho mẹ Lan, cửa hàng vẫn còn lãi 10% so với giá vốn. Hỏi cửa hàng đã nhập lô 100 chiếc tivi trên với số tiền vốn là bao nhiêu?

Câu 6. (1 điểm). Một lon nước ngọt của hãng C có dạng hình trụ với đường kính đáy là $6,5\text{ cm}$, chứa 355 ml nước ngọt.

- a) Tính chiều cao của lon (làm tròn đến cm), biết rằng để tránh lon vỡ do sự giãn nở vì nhiệt của chất lỏng, lượng nước ngọt trong lon chỉ chiếm 90% thể tích lon.

- b) Người ta thường đóng một lốc 6 lon vào một thùng các-tông dạng hình hộp chữ nhật vừa khít như hình bên, chiều cao của thùng bằng chiều cao của lon (đã làm tròn ở câu a). Tính thể tích của thùng các-tông này.



Câu 7. (1 điểm). Chào đón SEA Games 31, một phân xưởng nhận may đồng phục cho cổ động viên với dự kiến mỗi ngày sẽ may xong 90 bộ quần áo. Khi thực hiện, nhờ cải tiến kỹ thuật, mỗi ngày xưởng đã may được 120 bộ quần áo. Do đó, xưởng đã hoàn thành trước kế hoạch 6 ngày và may thêm được 60 bộ quần áo. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, phân xưởng này cần may bao nhiêu bộ quần áo?

Câu 8. (3 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại B ($AB < BC$), nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Vẽ đường kính BD , tiếp tuyến tại C của (O) cắt các tia AB, AD lần lượt tại E, F .

- a) Chứng minh $AB.AE = AD.AF$ và tứ giác $BDFE$ nội tiếp.
- b) Vẽ đường thẳng d qua A và vuông góc với BD , d cắt (O) và EF theo thứ tự tại M và N ($M \neq A$). Chứng minh tứ giác $BMNE$ nội tiếp và N là trung điểm của EF .
- c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE . Tính khoảng cách từ I đến đường thẳng EF theo R .

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 4$

- Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy ;
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

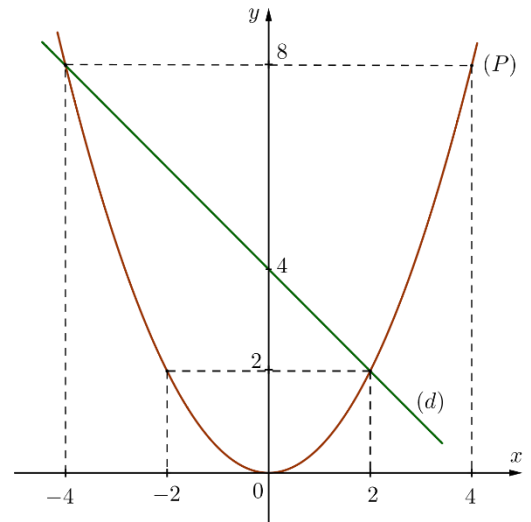
Lời giải

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	0	2	8

x	0	2
$y = -x + 4$	4	2



- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}x^2 &= -x + 4 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + x - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \end{cases}\end{aligned}$$

Thay $x = 2$ vào $y = \frac{1}{2}x^2$, ta được: $y = 2$.

Thay $x = -4$ vào $y = \frac{1}{2}x^2$, ta được: $y = 8$.

Vậy $(2; 2)$, $(-4; 8)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình $7x^2 - 9x - 5 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình,

hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1}{x_2}(1 - x_2) + \frac{x_2}{x_1}(1 - x_1)$.

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 7 = 221 > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lí Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{9}{7} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-5}{7} \end{cases}$$

Ta có:
$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} - (x_1 + x_2)$$

$$A = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} - (x_1 + x_2)$$

$$A = \frac{\left(\frac{9}{7}\right)^2 - 2 \cdot \frac{-5}{7}}{\frac{-5}{7}} - \frac{9}{7} = -\frac{28}{5}$$

Câu 3. (0,75 điểm) Một bài kiểm tra trắc nghiệm khách quan gồm 20 câu hỏi với cách thức tính điểm như sau: mỗi câu trả lời đúng được cộng 5 điểm, mỗi câu trả lời sai bị trừ 2 điểm và mỗi câu hỏi không có câu trả lời sẽ không được cộng cũng không bị trừ điểm nào.

- Bình trả lời toàn bộ các câu trong bài kiểm tra và đúng 13 câu. An không trả lời câu và chỉ đúng 12 câu. Trong hai bạn, ai đạt điểm cao hơn, vì sao?
- Kết thúc bài kiểm tra, Bách đạt được 69 điểm. Hỏi Bách đã trả lời đúng bao nhiêu câu?

Lời giải

- Bình đạt được $13 \cdot 5 - 7 \cdot 2 = 51$ điểm, An đạt được $12 \cdot 5 - 2 \cdot 4 = 52$ điểm.

Vậy An cao điểm hơn.

- Gọi x, y lần lượt là số câu trả lời đúng và sai của Bách, x, y nguyên dương, $x > 13$.

$$\begin{cases} 5x - 2y = 69 & (1) \\ x + y \leq 20 \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow y = 2x + \frac{x - 69}{2}$$

$$\text{Đặt } t = \frac{x - 69}{2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} x = 2t + 69 \\ y = 5t + 138 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 13 \Rightarrow t > -28 \\ x + y \leq 20 \Rightarrow 7t + 207 \leq 20 \Rightarrow t < -26 \end{cases} \Rightarrow t = -27 \Rightarrow x = 15, y = 3$$

Vậy Bách trả lời đúng 15 câu.

Câu 4. (0,75 điểm). Số tiền lương mỗi tháng y (triệu đồng) của anh Hào, nhân viên bán hàng công ty A , phụ thuộc vào số lượng x sản phẩm bán ra vượt chỉ tiêu của anh trong tháng đó. Mối liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$.

- a) Tìm biết rằng trong tháng 4, anh Hào bán vượt chỉ tiêu 9 sản phẩm, nhận tiền lương là 9,8 triệu đồng và trong tháng 5, anh bán vượt chỉ tiêu 7 sản phẩm, nhận tiền lương là 9,4 triệu đồng;
- b) Anh Hào muốn dùng tiền lương tháng 6 để lắp một máy điều hòa nhiệt độ với tổng chi phí 10480000 đồng thì trong tháng 6 này anh phải bán vượt chỉ tiêu ít nhất bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải

- a) Trong tháng 4, anh Hào bán vượt chỉ tiêu 9 sản phẩm, nhận tiền lương là 9,8 triệu đồng, suy ra: $9a + b = 9,8$ (1).

Trong tháng 5, anh bán vượt chỉ tiêu 7 sản phẩm, nhận tiền lương là 9,4 triệu đồng, suy ra: $7a + b = 9,4$ (2).

$$\text{Từ (1) và (2), suy ra: } \begin{cases} 9a + b = 9,8 \\ 7a + b = 9,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ b = 8 \end{cases}$$

- b) $\frac{1}{5}x + 8 \geq 10,48 \Rightarrow x \geq 12,4$

Vậy anh Hào cần bán vượt chỉ tiêu ít nhất 13 sản phẩm.

Câu 5. (1 điểm) Nhân dịp lễ 30/4, cửa hàng điện máy B thực hiện khuyến mãi giảm 20% so với giá niêm yết cho tất cả các sản phẩm.

- a) Mẹ Lan đã đến cửa hàng này để mua một chiếc tivi có giá niêm yết là 11 triệu đồng. Sau khi được hưởng chương trình khuyến mãi trên, do có thẻ VIP, mẹ Lan còn được giảm 5% trên tổng hóa đơn. Hỏi mẹ Lan phải trả bao nhiêu tiền?
- b) Khi bán tivi cho mẹ Lan, cửa hàng vẫn còn lãi 10% so với giá vốn. Hỏi cửa hàng đã nhập lô 100 chiếc tivi trên với số tiền vốn là bao nhiêu?

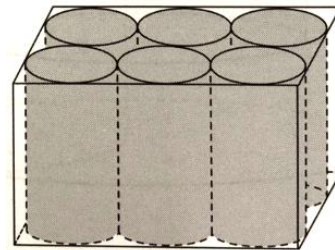
Lời giải

- a) Số tiền mẹ Lan phải trả là $95\% \cdot 80\% \cdot 11 = 8,36$ triệu đồng.
- b) Giá vốn của mỗi tivi: $8,36 : 110\% = 7,6$ triệu đồng

Tiền vốn nhập lô 100 chiếc tivi trên: $100 \cdot 7,6 = 760$ triệu đồng.

Câu 6. (1 điểm) Một lon nước ngọt của hãng C có dạng hình trụ với đường kính đáy là 6,5 cm, chứa 355. ml nước ngọt.

- a) Tính chiều cao của lon (làm tròn đến cm), biết rằng để tránh lon vỡ do sự giãn nở vì nhiệt của chất lỏng, lượng nước ngọt trong lon chỉ chiếm 90% thể tích lon.
- b) Người ta thường đóng một lốc 6 lon vào một thùng các-tông dạng hình hộp chữ nhật vừa khít như hình bên, chiều cao của thùng bằng chiều cao của lon (đã làm tròn ở câu a). Tính thể tích của thùng các-tông này.



Lời giải

a) Thể tích lon: $355 : 90\% = \frac{3550}{9}$ ml

Chiều cao của lon: $\frac{3550}{9} : \left[\pi \left(\frac{6,5}{2} \right)^2 \right] \approx 12$ cm.

b) Các kích thước của thùng: $6,5 \cdot 3 = 19,5$ cm; $6,5 \cdot 2 = 13$ cm; 12 cm

Thể tích của thùng: $19,5 \cdot 13 \cdot 12 = 3042$ cm³.

Câu 7. (1 điểm) Chào đón SEA Games 31, một phân xưởng nhận may đồng phục cho cổ động viên với dự kiến mỗi ngày sẽ may xong 90 bộ quần áo. Khi thực hiện, nhờ cải tiến kỹ thuật, mỗi ngày xưởng đã may được 120 bộ quần áo. Do đó, xưởng đã hoàn thành trước kế hoạch 6 ngày và may thêm được 60 bộ quần áo. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, phân xưởng này cần may bao nhiêu bộ quần áo?

Lời giải

Gọi x là số bộ quần áo xưởng cần may theo kế hoạch ($x \in \mathbb{N}^*$). Thời gian dự kiến may

xong: $\frac{x}{90}$ ngày, thời gian may thực tế $\frac{x+60}{120}$ ngày

Ta có phương trình:

$$\frac{x}{90} - \frac{x+60}{120} = 6 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 2340 \text{ (nhận)}$$

Vậy, theo kế hoạch, xưởng cần may 2340 bộ quần áo.

Câu 8. (3 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại B ($AB < BC$), nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Dựng đường kính BD , tiếp tuyến tại C của (O) cắt các tia AB, AD lần lượt tại E, F .

- a) Chứng minh $AB \cdot AE = AD \cdot AF$ và tứ giác $BDFE$ nội tiếp.
- b) Dựng đường thẳng d qua A và vuông góc với BD , d cắt (O) và EF theo thứ tự tại M và N ($M \neq A$). Chứng minh tứ giác $BMNE$ nội tiếp và N là trung điểm của EF .

- c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE . Tính khoảng cách từ I đến đường thẳng EF theo R .

Lời giải

a) $AB.AE = AC^2 = AD.AF$

$$AB.AE = AD.AF \Rightarrow \frac{AB}{AF} = \frac{AD}{AE} \Rightarrow \triangle ABD \text{ đồng dạng } \triangle AFE \text{ (c - g - c)}$$

$$\angle ABD = \angle AFE \Rightarrow BDFE \text{ nội tiếp.}$$

b) $\angle AMB = \angle ADB = \angle BEN \Rightarrow BMNE$ nội tiếp

$$\angle AEN = \angle AMB = \angle ADB = \angle NAE \text{ (cung phụ } \widehat{MAD})$$

$$\Rightarrow \triangle ANE \text{ cân tại } N \Rightarrow NE = NA$$

Chứng minh $\angle NAF = \angle AFN \Rightarrow \triangle ANF$ cân tại

$$N \Rightarrow NF = NA$$

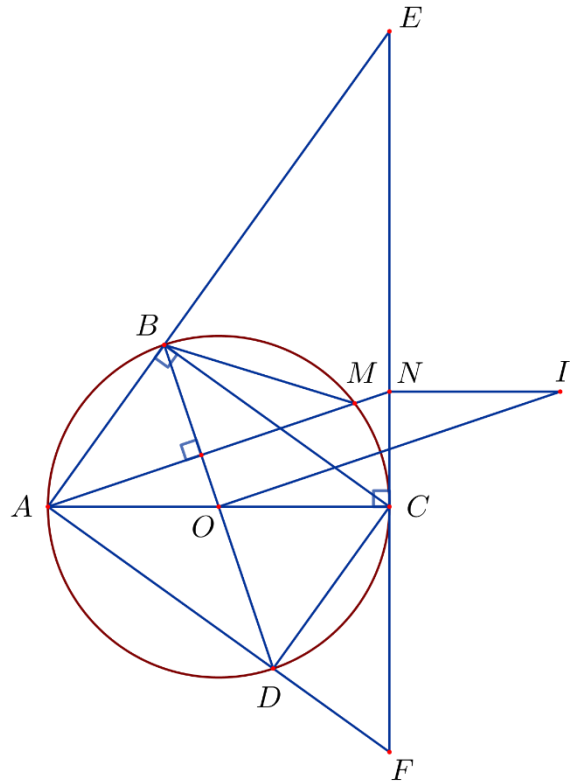
Suy ra N là trung điểm của EF .

- c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BDFE$. Suy ra I là giao điểm của đường trung trực của BD (qua O) và đường trung trực của FE (qua N).

Khoảng cách từ I đến đường thẳng EF là đoạn IN .

Chứng minh $AOIN$ là hình bình hành.

Suy ra $IN = OA = R$.



----HẾT----