

CHUYÊN ĐỀ 3: PHÉP CHIA HẾT VÀ PHÉP CHIA CÓ DƯ

Chủ đề 1: Phương pháp phân tích thành thừa số để chứng minh các bài toán chia hết

PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. PHÉP CHIA HẾT

Với a, b là các số tự nhiên và b khác 0. Ta nói a chia hết cho b nếu tồn tại số tự nhiên q sao cho $a = b.q$.

2. TÍNH CHẤT CHUNG

1) $a : b$ và $b : c$ thì $a : c$.

2) $a : a$ với mọi a khác 0.

3) $0 : b$ với mọi b khác 0.

4) Bất cứ số nào cũng chia hết cho 1.

3. TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA TỔNG, HIỆU

- Nếu a, b cùng chia hết cho m thì $a + b$ chia hết cho m và $a - b$ chia hết cho m .

- Tổng của 2 số chia hết cho m và 1 trong 2 số ấy chia hết cho m thì số còn lại cũng chia hết cho m .

- Nếu 1 trong 2 số a, b chia hết cho m số kia không chia hết cho m thì tổng, hiệu của chúng không chia hết cho m .

4. TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA MỘT TÍCH

- Nếu một thừa số của tích chia hết cho m thì tích chia hết cho m .

- Nếu a chia hết cho m , b chia hết cho n thì $a.b$ chia hết cho $m.n$.

- Nếu a chia hết cho b thì: $a^n : b^n$.

**) Chú ý:*

$$(a^n - b^n) : (a - b), \forall n \geq 2$$

$$(a^n - b^n) : (a + b), \forall n \text{ chẵn.}$$

5. DẤU HIỆU CHIA HẾT

a) Dấu hiệu chia hết cho 2: một số chia hết cho 2 khi và chỉ khi chữ số tận cùng của số đó là số chẵn.

b) Dấu hiệu chia hết cho 3 (hoặc 9): một số chia hết cho 3 (hoặc 9) khi và chỉ khi tổng các chữ của số đó chia hết cho 3 (hoặc 9).

**) Chú ý:* Một số chia hết cho 3 (hoặc 9) dư bao nhiêu thì tổng các chữ số của nó chia cho 3 (hoặc 9) cũng dư bấy nhiêu và ngược lại.

- c) Dấu hiệu chia hết cho 5: một số chia hết cho 5 khi và chỉ khi chữ số của số đó có tận cùng bằng 0 hoặc 5.
- d) Dấu hiệu chia hết cho 4 (hoặc 25): một số chia hết cho 4 (hoặc 25) khi và chỉ khi hai chữ số tận cùng của số đó chia hết cho 4 (hoặc 25)
- e) Dấu hiệu chia hết cho 8 (hoặc 125): một số chia hết cho 8 (hoặc 125) khi và chỉ khi ba chữ số tận cùng của số đó chia hết cho 8 (hoặc 125).
- f) Dấu hiệu chia hết cho 11: một số chia hết cho 11 khi và chỉ khi hiệu giữa tổng các chữ số hàng lẻ và tổng các chữ số hàng chẵn (từ trái sang phải) chia hết cho 11.

PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI

Dạng 1: Chứng minh biểu thức số có chứa lũy thừa chia hết cho một số tự nhiên hoặc một biểu thức số

I. Phương pháp giải:

- Vận dụng phân tích đa thức thành nhân tử (phân tích thành thừa số) để xét tính chất chia hết.
- Chứng minh hai biểu thức cùng chia hết cho một biểu thức số khác

II. Bài toán

Bài 1: Chứng minh rằng: $A = 27^{27} + 3^{77}$ chia hết cho 82

Lời giải

Ta có
$$A = 27^{27} + 3^{77} = (3^3)^{27} + 3^{77} = 3^{81} + 3^{77} = 3^{77}(3^4 + 1) = 82 \cdot 3^{77} : 82$$
 (đpcm)

Bài 2: Chứng minh rằng:

- | | |
|------------------------------------|--|
| a) $A = 5^5 - 5^4 + 5^3 : 7$ | b) $B = 10^6 - 5^7 : 59$ |
| c) $C = 81^7 - 27^9 - 9^{13} : 45$ | d) $D = 10^9 + 10^8 + 10^7 : 555$ và 222 |
| e) $F = 16^5 + 2^{15} : 33$ | |

Lời giải

a) Ta có
$$A = 5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3(5^2 - 5 + 1) = 5^3 \cdot 21 : 7$$

b) Ta có
$$B = 10^6 - 5^7 = (2 \cdot 5)^6 - 5^7 = 5^6(2^6 - 5) = 59 \cdot 5^6 : 59$$

c) Ta có
$$C = 81^7 - 27^9 - 9^{13} = 3^{28} - 3^{27} - 3^{26} = 3^{26}(3^2 - 3 - 1) = 5 \cdot 3^{26} : 5 \cdot 3^2$$

d) Ta có
$$D = 10^9 + 10^8 + 10^7 = 10^7(10^2 + 10 + 1) = 111 \cdot 10^7 = 111 \cdot (2 \cdot 5)^7 = 222 \cdot 2^6 \cdot 5^7 : 222 (= 555 \cdot 2^7 \cdot 5^6 : 555)$$

e) Ta có
$$F = 16^5 + 2^{15} = 2^{20} + 2^{15} = 2^{15}(2^5 + 1) = 33 \cdot 2^{15} : 33$$

Bài 3: Chứng minh rằng:

- | | |
|-------------------------|---------------------------------|
| a) $A = 2^{51} - 1 : 7$ | b) $B = 17^{19} + 19^{17} : 18$ |
|-------------------------|---------------------------------|

$$c) C = 36^{63} - 1 : 7$$

Lời giải

$$A = 2^{51} - 1 = (2^3)^{17} - 1 = (2^3 - 1) \cdot (2^{48} + 2^{45} + \dots + 1) = 7 \cdot (2^{48} + 2^{45} + \dots + 1) : 7$$

a) Ta có

$$B = 17^{19} + 19^{17} = (17^{19} + 1) + (19^{17} - 1)$$

b) Ta có

$$\text{Mà } 17^{19} + 1 = (17^{19} + 17^{18}) - (17^{18} + 17^{17}) + (17^{17} + 17^{16}) - \dots + (17 + 1)$$

$$= 17^{18} \cdot (17 + 1) - 17^{17} \cdot (17 + 1) + 17^{16} \cdot (17 + 1) - \dots + (17 + 1)$$

$$= 18 \cdot 17^{18} - 18 \cdot 17^{17} + 18 \cdot 17^{16} - \dots + 18$$

$$= 18 \cdot (17^{18} - 17^{17} + 17^{16} + \dots + 1) : 18 \quad (1)$$

$$\text{Mà } 19^{17} - 1 = (19^{17} - 19^{16}) + (19^{16} - 19^{15}) + (19^{15} - 19^{14}) + \dots + (19 - 1)$$

$$= 19^{16} \cdot (19 - 1) + 19^{15} \cdot (19 - 1) + 19^{14} \cdot (19 - 1) + \dots + (19 - 1)$$

$$= 19^{16} \cdot 18 + 19^{15} \cdot 18 + 19^{14} \cdot 18 + \dots + 18$$

$$= 18 \cdot (19^{16} + 19^{15} + 19^{14} + \dots + 1) : 18 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow B = 17^{19} + 19^{17} : 18$ (đpcm).

$$c) \text{ Ta có } C = 36^{63} - 1 = (36^{63} - 36^{62}) + (36^{62} - 36^{61}) + (36^{61} - 36^{60}) + \dots + (36 - 1)$$

$$C = 36^{62} \cdot (36 - 1) + 36^{61} \cdot (36 - 1) + 36^{60} \cdot (36 - 1) + \dots + (36 - 1)$$

$$C = 36^{62} \cdot 35 + 36^{61} \cdot 35 + 36^{60} \cdot 35 + \dots + 35$$

$$C = 35 \cdot (36^{62} + 36^{61} + 36^{60} + \dots + 1) : 7$$

(đpcm).

Bài 4: Chứng minh rằng:

$$a) A = 16^5 + 2^{15} : 33$$

$$b) B = 8^8 + 2^{20} : 17$$

Lời giải

$$a) \text{ Ta có } A = 16^5 + 2^{15} = (2^4)^5 + 2^{15} = 2^{20} + 2^{15} = 2^{15} \cdot (2^5 + 1) = 2^{15} \cdot 33 : 33$$

$$B = 8^8 + 2^{20} = (2^3)^8 + 2^{20} = 2^{24} + 2^{20} = 2^{20} \cdot (2^4 + 1) = 2^{20} \cdot 17 : 17$$

b) Ta có

Bài 5: Cho $A = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99}$. Chứng minh A chia hết cho 31.

Lời giải

Nhận xét: Để chứng minh một tổng lũy thừa chia hết cho một số k ta cần thực hiện nhóm số hạng để biến đổi tổng đó về dạng tích của số k với một biểu thức nào đó

$$\begin{aligned} A &= 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} \\ &= (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + 2^5 \cdot (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + \dots + 2^{95} \cdot (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) \\ &= (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) \cdot (1 + 2^5 + 2^{10} + \dots + 2^{95}) \\ &= 31 \cdot (1 + 2^5 + 2^{10} + \dots + 2^{95}) : 31 \end{aligned}$$

Bài 6: Cho $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99}$ hoặc $A = 2^{100} - 1$. Chứng minh rằng A chia hết cho 3; 15; 31.

Lời giải

Ta có A có 100 số hạng

a) Ta có $A = (1 + 2) + (2^2 + 2^3) + \dots + (2^{98} + 2^{99})$

$$= 3 + 2^2 \cdot (1 + 2) + \dots + 2^{98} \cdot (1 + 2)$$

$$= 3 \cdot (1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{98}) : 3$$

b) Ta có $A = (1 + 2 + 2^2 + 2^3) + (2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7) + \dots + (2^{96} + \dots + 2^{99})$

$$= 15 \cdot (1 + 2^4 + \dots + 2^{96}) : 15$$

Bài 7: Cho $M = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{118} + 3^{119}$. Chứng minh rằng M chia hết cho 13.

Lời giải

Ta có:

$$M = (1 + 3 + 3^2) + (3^3 + 3^4 + 3^5) + \dots + (3^{117} + 3^{118} + 3^{119})$$

$$= (1 + 3 + 3^2) + 3^3(1 + 3 + 3^2) + \dots + 3^{117} \cdot (1 + 3 + 3^2)$$

$$\Rightarrow M = 13 + 3^3 \cdot 13 + \dots + 13 \cdot 3^{117} = 13 \cdot (1 + 3^3 + \dots + 3^{117}) : 13$$

Bài 8: Cho $B = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{11}$. Chứng minh rằng B chia hết cho 4.

Lời giải

Ta có:

$$B = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{11} = (1 + 3) + (3^2 + 3^3) + \dots + (3^{10} + 3^{11})$$

$$=4+3^2.(1+3)+...+3^{10}.(1+3)$$

$$=4+3^2.4+...+3^{10}.4$$

$$=4.(1+3^2+...+3^{10}):4$$

Bài 9: Cho $C = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^8$. Chứng minh rằng C chia hết cho 30.

Lời giải

Ta có: $C = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^8 = (5 + 5^2) + (5^3 + 5^4) + \dots + (5^7 + 5^8)$

$$= 30 + 5^2.(5 + 5^2) + \dots + 5^6.(5 + 5^2)$$

$$= 30 + 5^2.30 + \dots + 5^6.30 = 30.(1 + 5^2 + \dots + 5^6) : 30$$

Bài 10: Cho $D = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$. Chứng minh rằng D chia hết cho 3, 7, 15.

Lời giải

Ta có: $D = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$

$$= (2 + 2^2) + (2^3 + 2^4) + \dots + (2^{59} + 2^{60})$$

$$= 2.(1 + 2) + 2^3.(1 + 2) + \dots + 2^{59}.(1 + 2)$$

$$= 2.3 + 2^3.3 + \dots + 2^{59}.3 = 3.(2 + 2^3 + \dots + 2^{59}) : 3$$

$$D = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$$

$$= (2 + 2^2 + 2^3) + (2^4 + 2^5 + 2^6) + \dots + (2^{58} + 2^{59} + 2^{60})$$

$$= 2.(1 + 2 + 2^2) + 2^4.(1 + 2 + 2^2) + \dots + 2^{58}.(1 + 2 + 2^2)$$

$$= 2.7 + 2^4.7 + \dots + 2^{58}.7$$

$$= 7.(2 + 2^4 + \dots + 2^{58}) : 7$$

$$D = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$$

$$= (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8) + \dots + (2^{57} + 2^{58} + 2^{59} + 2^{60})$$

$$= 2.(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 2^5.(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + \dots + 2^{57}.(1 + 2 + 2^2 + 2^3)$$

$$= 2.15 + 2^5.15 + \dots + 2^{57}.15 = 15.(2 + 2^5 + \dots + 2^{57}) : 15$$

Bài 11: Cho $E = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{1991}$. Chứng minh rằng E chia hết cho 13 và 41.

Lời giải

$$E = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{1991} = (1 + 3 + 3^2) + (3^3 + 3^4 + 3^5) + \dots + (3^{1989} + 3^{1990} + 3^{1991})$$

Ta có:

$$E = 13 + 3^3 + (3 + 3 + 3^2) + \dots + 3^{1989} \cdot (1 + 3 + 3^2) = 13 + 13 \cdot 3^3 + \dots + 3^{1989} \cdot 13 = 13 \cdot (1 + 3^3 + \dots + 3^{1989}) : 13$$

$$E = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{1991}$$

$$E = (1 + 3^2 + 3^4 + 3^6) + (3 + 3^3 + 3^5 + 3^7) + \dots + (3^{1984} + 3^{1986} + 3^{1988} + 3^{1990}) + (3^{1985} + 3^{1987} + 3^{1989} + 3^{1991})$$

$$E = (1 + 3^2 + 3^4 + 3^6) + 3 \cdot (1 + 3^2 + 3^4 + 3^6) + \dots + 3^{1984} \cdot (1 + 3^2 + 3^4 + 3^6) + 3^{1985} \cdot (1 + 3^2 + 3^4 + 3^6)$$

$$E = (1 + 3^2 + 3^4 + 3^6) \cdot (1 + 3 + \dots + 3^{1984} + 3^{1985}) = 820 \cdot (1 + 3 + \dots + 3^{1984} + 3^{1985}) = 41 \cdot 20 \cdot (1 + 3 + \dots + 3^{1984} + 3^{1985}) : 41$$

Bài 12:

a) Chứng minh rằng: $2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100} : 3$.

b) Chứng minh rằng: $7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2000} : 8$.

c) Chứng minh rằng: $S = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{1997} + 3^{1998} : 26$

d) Chứng minh rằng: $B = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100}$ (có 100 số hạng) chia hết cho 120.

Lời giải

a) Ta có $2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100} = (2^1 + 2^2) + \dots + (2^{99} + 2^{100})$

$$= 2^1(1 + 2) + \dots + 2^{99}(1 + 2) = 3(2^1 + 2^3 + \dots + 2^{99}) : 3$$

b) Ta có: $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{2000} = (7 + 7^2) + (7^3 + 7^4) + \dots + (7^{1999} + 7^{2000})$

$$= 7(1 + 7) + 7^3(1 + 7) + \dots + 7^{1999}(1 + 7) = 8(7 + 7^3 + \dots + 7^{1999}) : 8$$

c) Ta có $26 = 13 \cdot 2$, ta đi chứng minh S chia hết cho 13 và 2

Ta có S có 1998 số hạng, chia ra làm 666 nhóm

$$S = (3^1 + 3^2 + 3^3) + \dots + (3^{1996} + 3^{1997} + 3^{1998}) = 13 \cdot \underbrace{(3^1 + 3^4 + \dots + 3^{1996})}_{666 \text{ số hạng lẻ chẵn } 2} \Rightarrow S : 13 \cdot 2 = 26$$

$$B = \underbrace{(3 + 3^2 + 3^3 + 3^4)}_{3 \cdot 20} + \dots + \underbrace{(3^{97} + 3^{98} + 3^{99} + 3^{100})}_{3 \cdot 20} \Rightarrow B : 120$$

) Ta có

d

Bài 13: Cho $C = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{11}$. Chứng minh rằng

a) C chia hết cho 13

b) C chia hết cho 40.

Lời giải

a) Ta có $C = (1 + 3 + 3^2) + (3^3 + 3^4 + 3^5) + \dots + (3^9 + 3^{10} + 3^{11}) = 13(1 + 3^3 + \dots + 3^9) : 13$

b) Nhóm 4 số hạng vào 1 nhóm ta được $C = 40 \cdot (1 + 3^4 + 3^8)$ chia hết cho 40 (đpcm)

Bài 14: Chứng minh rằng: $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 100^3$ chia hết cho $B = 1 + 2 + \dots + 100$.

Lời giải

Ta có $B = (1+100) + (2+99) + \dots + (50+50) = 101.50$

Để chứng minh A chia hết cho B ta chứng minh A chia hết cho 50 và 101

$$A = (1^3 + 100^3) + (2^3 + 99^3) + \dots (50^3 + 51^3)$$

$$A = (1+100)(1^2 + 100 + 100^2) + (2+99)(2^2 + 2.99 + 99^2) + \dots + (50+51)(50^2 + 50.51 + 51^2)$$

$$A = 101(1^2 + 100 + 100^2 + 2^2 + 2.99 + 99^2 + \dots + 50^2 + 50.51 + 51^2); 101 \quad (1)$$

$$A = (\overset{1^3}{\boxed{}} + \overset{99^3}{\boxed{}}) + (\overset{2^3}{\boxed{}} + \overset{98^3}{\boxed{}}) + \dots + (\overset{50^3}{\boxed{}} + \overset{100^3}{\boxed{}}) \Rightarrow A : 50(2)$$

Lại có:

Từ (1) và (2) suy ra A chia hết cho $50.101 = B$

Dạng 2: Chứng minh biểu thức đại số có chứa lũy thừa chia hết cho một số tự nhiên.

I.Phương pháp giải:

- Vận dụng phân tích đa thức thành nhân tử (phân tích thành thừa số) để xét tính chất chia hết.

- Vận dụng các tính chất chia hết của một tổng, một hiệu.

II. Bài toán

Bài 15: Chứng minh rằng:

a) $A = n^5 - n : 30 \quad \forall n \in \mathbb{Z}$

b) $B = n^4 - 10n^2 + 9 : 384$ với mọi n lẻ và $n \in \mathbb{Z}$

c) $C = 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n : 10$

d) $D = 2^{4n} - 1; 5, \forall n \in \mathbb{N}$

e) $C = 10^n + 18.n - 1; 27.$

Lời giải

$$A = n^5 - n = n \cdot (n^4 - 1)$$

a) Ta có

$$= n \cdot (n - 1) \cdot (n + 1) \cdot (n^2 + 1)$$

$$= (n - 1) \cdot n \cdot (n + 1) \cdot (n^2 + 1) : 6$$

vì $\frac{(n - 1) \cdot n \cdot (n + 1)}{2}$ là tích của ba số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 2 và 3. (*)

$$A = n^5 - n = n \cdot (n^4 - 1)$$

Mặt khác

$$= n \cdot (n^2 - 1) \cdot (n^2 + 1)$$

$$= n \cdot (n^2 - 1) \cdot (n^2 - 4 + 5)$$

$$= n \cdot (n^2 - 1) \cdot (n^2 - 4) + 5 \cdot n \cdot (n^2 - 1)$$

$$= (n - 2) \cdot (n - 1) \cdot n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2) + 5 \cdot n \cdot (n^2 - 1)$$

Mà $\frac{(n - 2)(n - 1) \cdot n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)}{5 \cdot n \cdot (n^2 - 1)}$ là tích của năm số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 5 và chia hết cho 5.

$$\Rightarrow A = n^5 - n : 5 \quad (**)$$

Từ (*) và (**), ta có A chia hết cho 30.

b) Ta có $A = n^4 - 10n^2 + 9 = (n^4 - n^2) - (9n^2 - 9)$

$$= n^2 \cdot (n^2 - 1) - 9 \cdot (n^2 - 1)$$

$$= (n^2 - 1) \cdot (n^2 - 9)$$

$$= (n - 1) \cdot (n + 1) \cdot (n - 3) \cdot (n + 3)$$

$$= (n - 3) \cdot (n - 1) \cdot (n + 1) \cdot (n + 3)$$

Vì n lẻ nên đặt $n = 2k + 1 (k \in \mathbb{Z})$ nên

$$A = (2k - 2) \cdot 2k \cdot (2k + 2) \cdot (2k + 4)$$

$$= 16 \cdot (k - 1) \cdot k \cdot (k + 1) \cdot (k + 2) : 16 \quad (1)$$

Và $(k-1).k.(k+1).(k+2)$ là tích của 4 số nguyên liên tiếp nên A có chứa bội của 2, 3, 4 nên A là bội của 24 hay A chia hết cho 24. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A : (16.24)$ hay $A : 384$.

$$C = 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = 3^n.(3^2 + 1) - 2^n.(2^2 + 1) = 10.3^n - 5.2^n$$

c) Ta có

d) Ta có

$$D = 2^{4n} - 1 = 16^n - 1 = (16^n - 16^{n-1}) + (16^{n-1} - 16^{n-2}) + \dots + (16 - 1)$$

$$D = 16^{n-1}.(16 - 1) + 16^{n-2}.(16 - 1) + \dots + (16 - 1)$$

$$D = 16^{n-1}.15 + 16^{n-2}.15 + \dots + 15$$

$$D = 15.(16^{n-1} + 16^{n-2} + \dots + 1) : 15$$

e) Ta có

$$C = 10^n + 18.n - 1 = (10^n - 1) + 18.n = 99\dots9 + 18.n \text{ (Sẽ } 99\dots9 \text{ có } n \text{ chữ số } 9)$$

$$C = 9.(11\dots1 + 2.n) \text{ (Sẽ } 11\dots1 \text{ có } n \text{ chữ số } 1)$$

$$C = 9.L$$

Xét biểu thức trong ngoặc

$$L = 11\dots1 + 2.n = 11\dots1 - n + 3.n \text{ (Sẽ } 11\dots1 \text{ có } n \text{ chữ số } 1)$$

Ta đã biết một số tự nhiên và tổng các chữ số của nó sẽ có cùng số dư trong phép chia cho 3.

Sẽ $11\dots1$ (n chữ số 1) có tổng các chữ số là $1 + 1 + \dots + 1 = n$ (vì có n chữ số 1)

$\Rightarrow 11\dots1$ (n chữ số 1) và n có cùng số dư trong phép chia cho 3n.

$$\Rightarrow (11\dots1 - n) : 3$$

$$\Rightarrow L : 3$$

$$\Rightarrow 9.L : 27$$

$$\Rightarrow C = 10^n + 18n - 1 : 27$$

Điều ngược lại cũng đúng.

Bài 16: Cho n là số tự nhiên khác 0, chứng minh rằng $A = n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 : 9$.

Lời giải

$$A = 3.n(n+1)(n-1) + 9.n^2 + 18.n + 9$$

Ta có

(đpcm)

Bài 17: Chứng minh rằng: $A = 10^n + 72.n - 1$ chia hết cho 81.

Lời giải

Ta có $A = 10^n - 1 + 72.n = (10 - 1).(10^{n-1} + 10^{n-2} + \dots + 10 + 1)$

$$= 9.(10^{n-1} + 10^{n-2} + \dots + 10 + 1) - 9.n + 81.n$$

$$= 9.(10^{n-1} + \dots + 10 + 1 - n) + 81.n$$

$$= 9.[(10^{n-1} - 1) + (10^{n-2} - 1) + \dots + (1 - 1)] + 81.n$$

Lại có: $10^k - 1 = (10 - 1)(10^{k-1} + \dots + 10 + 1) : 9$

$$\Rightarrow 9[(10^{n-1} - 1) + (10^{n-2} - 1) + \dots + (1 - 1)] : 81$$

$$\Rightarrow 9.[(10^{n-1} - 1) + (10^{n-2} - 1) + \dots + (1 - 1)] + 81.n : 81$$

$$\Rightarrow A : 81$$

Dạng 3: Chứng minh biểu thức đại số chia hết cho một số.

I. Phương pháp giải:

- Chứng minh biểu thức có chữ số tận cùng chia hết cho số đó
- Vận dụng tính chất chia hết của một tổng

II. Bài toán

Bài 18: Chứng minh rằng $\forall n \in \mathbb{N}$ thì tích $(n+3).(n+6)$ chia hết cho 2.

Lời giải

Ta xét các trường hợp:

Nếu n là số lẻ thì $n+3$ là số chẵn; $n+6$ là số lẻ.

Mà số chẵn nhân với số lẻ có tận cùng là số chẵn.

$$\Rightarrow (n+3)(n+6) : 2.$$

Méu n là số chẵn thì $n+3$ là số lẻ; $n+6$ là số chẵn.

Mà tích của một số lẻ với một số chẵn có tận cùng là chữ số chẵn

$$\Rightarrow (n+3).(n+6) : 2.$$

Vậy với mọi n thuộc $\mathbb{N}$ thì tích $(n+3)(n+6)$ chia hết cho 2 (đpcm).

Bài 19: Chứng minh rằng $(1005.a + 2100.b)$ chia hết cho 15 với mọi a, b thuộc $\mathbb{N}$.

Lời giải

$$\forall i \quad 1005 \vdots 3 \text{ nên } 1005.a \vdots 3 \text{ với } \forall a \in \mathbb{N}.$$

$$\forall i \quad 2100 \vdots 3 \text{ nên } 2100.b \vdots 3 \text{ với } \forall b \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow (1005.a + 2001.b) \vdots 3, \forall a, b \in \mathbb{N}.$$

$$\forall i \quad 1005 \vdots 5 \text{ nên } 1005.a \vdots 5 \text{ với } \forall a \in \mathbb{N}.$$

$$\forall i \quad 2100 \vdots 5 \text{ nên } 2100.b \vdots 5 \text{ với } \forall b \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow (1005.a + 2001.b) \vdots 5, \forall a, b \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Mà } (3; 5) = 1 \Rightarrow (1005.a + 2001.b) \vdots 15 \text{ với } \forall a, b \in \mathbb{N}.$$

Dạng 4: Chứng minh các bài toán chia hết theo tính chất hai chiều.

I. Phương pháp giải:

- Vận dụng tính chất chia hết của một tổng

II. Bài toán

Bài 20: Chứng minh rằng

a) $\overline{abcd}$ chia hết cho 29 $\Leftrightarrow a + 3.b + 9.c + 27.d \vdots 29$

b) $\overline{abc}$ chia hết cho 21 $\Leftrightarrow a + 2.b + 4.c \vdots 21$

c) $m + 4.n$ chia hết cho 13 $\Leftrightarrow 10.m + n \vdots 13, \forall m, n \in \mathbb{N}$

Lời giải

a) Ta có: $\overline{abcd} \vdots 29 \Leftrightarrow 1000.a + 100.b + 10.c + d \vdots 29$

$$\Leftrightarrow 2000.a + 200.b + 20.c + 2.d \vdots 29$$

$$\Leftrightarrow 2001.a - a + 203.b - 3.b + 29.c - 9.c + 29.d - 27.d \vdots 29$$

$$\Leftrightarrow (2001.a + 203.b + 29.c + 29.d) - (a + 3.b + 9.c - 27.d) \vdots 29$$

$$\Leftrightarrow (29.69.a + 29.7.b + 29.c + 29.d) - (a + 3.b + 9.c - 27.d) \vdots 29$$

$$\Leftrightarrow (a + 3.b + 9.c - 27.d) \vdots 29$$

b) Ta có:

$$\overline{abc} \vdots 21$$

$$\Leftrightarrow 100.a + 10.b + c \vdots 21$$

$$\Leftrightarrow (100.a - 84.a) + (10.b - 42.b) + (c + 63.c) + 84.a + 42.b - 63.c : 21$$

$$\Leftrightarrow 16.a - 32.b + 64.c + 84.a + 42.b - 63.c : 21$$

$$\Leftrightarrow (16.a - 32.b + 64.c) + (84.a + 42.b - 63.c) : 21$$

$$\Leftrightarrow 16.(a - 2.b + 4.c) + (21.4.a + 21.2.b - 21.3.c) : 21$$

$$\Leftrightarrow a - 2.b + 4.c : 21$$

c) Ta có:

$$m + 4.n : 13$$

$$\Leftrightarrow 3.(m + 4.n) : 13$$

$$\Leftrightarrow 3.m + 12.n : 13$$

$$\Leftrightarrow 13.m - 10.m + 13.n - n : 13$$

$$\Leftrightarrow (13.m + 13.n) - (10.m + n) : 13$$

$$\Leftrightarrow 13.(m + n) - (10.m + n) : 13$$

$$\Leftrightarrow (10.m + n) : 13$$

Ta có $\overline{abcabc} = \overline{abc000} + \overline{abc} = 1000.\overline{abc} + \overline{abc}$
 $= 1001.\overline{abc} = 7.11.13.\overline{abc} : 7; 11; 13.$ (đpcm)

Bài 21: Chứng minh rằng

- a) Nếu $\overline{ab + cd + eg}$ chia hết cho 11 thì $\overline{abcdeg}$ cũng chia hết cho 11, điều ngược lại có đúng không?
- b) Nếu $\overline{abc - deg} : 7$ thì $\overline{abcdeg}$ cũng chia hết cho 7.

Lời giải

a) Ta có $\overline{abcdeg} = 10000.\overline{ab} + 100.\overline{cd} + \overline{eg}$
 $= \underbrace{9999}_{:11}.\overline{ab} + \underbrace{99}_{:11}.\overline{cd} + \underbrace{1}_{:11}.\overline{ab} + \underbrace{1}_{:11}.\overline{cd} + \underbrace{1}_{:11}.\overline{eg} \Rightarrow \overline{abcdeg} : 11$

Điều ngược lại cũng đúng

b) $\overline{abcdeg} = 1000.\overline{abc} + \overline{deg}$
 $= 1001.\overline{abc} - \overline{abc} + \overline{deg}$
 $= \underbrace{1001}_{:7}.\overline{abc} - (\underbrace{\overline{abc}}_{:7} - \underbrace{\overline{deg}}_{:7})$

$$\Rightarrow \overline{abcdeg}:7$$

Dạng 5: Chứng minh các bài toán có vận dụng tính chất chia hết để tìm số dư.

I. Phương pháp giải:

- Vận dụng tính chất chia hết của một tổng

II. Bài toán

Bài 22:

a) Chứng minh rằng: Tổng của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 3 còn tổng của 4 số tự nhiên liên tiếp không chia hết cho 4.

b) Chứng minh rằng: Tổng của 5 số chẵn liên tiếp chia hết cho 10, tổng của 5 số lẻ liên tiếp chia 10 dư 5.

Lời giải

a) Ta có tổng của ba số tự nhiên liên tiếp là: $n + n + 1 + n + 2 = (3.n + 3):3$ với mọi n là số tự nhiên

và tổng của 4 số tự nhiên liên tiếp là $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 = 4.n + 6 \not\vdots 4$ với mọi n là số tự nhiên.

b) Tổng của 5 số tự nhiên chẵn liên tiếp là $2.k + 2.k + 2 + 2.k + 4 + 2.k + 6 + 2.k + 8 = (10.k + 20):10$ với mọi k

Tổng của 5 số tự nhiên lẻ liên tiếp là $2.k + 1 + 2.k + 3 + 2.k + 5 + 2.k + 7 + 2.k + 9 = 10.k + 25$ chia cho 10 dư 5 (đpcm).

Bài 23:

a) Chứng minh rằng: Với mọi n thuộc $\mathbb{N}$ thì $60.n + 45$ chia hết cho 15 nhưng không chia hết cho 30.

b) Chứng minh rằng không có số tự nhiên nào mà chia cho 15 dư 6 và chia 9 dư 1.

c) Chứng minh rằng: $A = n^2 + n + 1$ không chia hết cho 2 và 5, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Lời giải

a) Ta có: $60:15 \Rightarrow 60.n:15 \Rightarrow 60.n + 45:15$ (theo tính chất chia hết của một tổng)

$60:30 \Rightarrow 60.n:30$; 45 không chia hết cho 30

$\Rightarrow 60.n + 45$ không chia hết cho 30 (theo tính chất chia hết của một tổng)

b) Giả sử có số $a \in \mathbb{N}$ thỏa mãn cả hai điều kiện trên thì

$$a = 15.q_1 + 6 \vdots 3$$

$$a = 9.q_2 + 1 \text{ không chia hết cho 3}$$

Đó là điều mâu thuẫn.

Vậy không có số tự nhiên nào thỏa mãn (đpcm).

c) Vì $n.(n+1)$ là tích hai số tự nhiên liên tiếp, trong hai số liên tiếp luôn luôn có một số chẵn

$\Rightarrow n.(n+1)$ là số chẵn, cộng thêm 1 là số lẻ.

$\Rightarrow n.(n+1)+1$ là số lẻ

$\Rightarrow n.(n+1)+1$ không chia hết cho 2.

Để chứng minh $n.(n+1)+1$ không chia hết cho 5 ta thấy hai số n và $n+1$ có các chữ số tận cùng sau:

$$n \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$$

Tương ứng số tận cùng của $n+1$ lần lượt là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0.

$\Rightarrow$ tích của $n.(n+1)$ tận cùng là 0; 2; 6; 0; 0; 2; 6; 2; 0.

Hay là $n.(n+1)+1$ tận cùng là: 1; 3; 7 không chia hết cho 5.

Bài 25: Cho $S = 3^2 + 3^4 + \dots + 3^{998} + 3^{1000}$

a) Tính S

b) Chứng minh rằng S chia cho 7 dư 6.

Lời giải

a) Ta có tổng S có 100 số hạng

$$S = 3^2 + 3^4 + \dots + 3^{998} + 3^{1000} \Rightarrow 3^2 \cdot S = 3^4 + \dots + 3^{998} + 3^{1000} + 3^{1002}$$

$$3^2 \cdot S - S = 3^{1002} - 3^2 \Rightarrow S = \frac{3^{1002} - 3^2}{8}$$

b) Nhóm 3 hạng tử với nhau vậy dư 2 hạng tử dư

$$S = \underbrace{(3^2 + 3^4)}_{\equiv 0; 7 \text{ dư } 6} + \underbrace{(3^6 + 3^8 + 3^{10})}_{\div 7} + \dots + \underbrace{(3^{96} + 3^{98} + 3^{100})}_{\div 7}$$

Bài 26: Cho $B = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100}$ (có 100 số hạng). Tìm số dư khi chia B cho 82.

Lời giải

Ta có $3^0 + 3^4 = 82$, tổng hai lũy thừa cách nhau 4 số hạng chia hết cho 82 nên ta nhóm 8 số hạng với nhau và còn dư 4 số hạng

$$B = (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + (3^5 + \dots + 3^{12}) + \dots + (3^{93} + \dots + 3^{100})$$

Ta đi chứng minh: $3^k + 3^{k+1} + \dots + 3^{k+7} \div 82$

Thật vậy: $(3^k + 3^{k+4}) + (3^{k+1} + 3^{k+5}) + (3^{k+3} + 3^{k+2+7}) = (3^k + 3^{k+1} + 3^{k+2} + 3^{k+3})(1 + 3^4) \div 82$ (đúng)

Vậy số dư khi chia B cho 82 là số dư của 4 hạng tử còn lại là: $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4$ cho 82.

Kết luận: số dư là 38.

Bài 27: Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho khi viết tiếp số đó vào 2015 ta được một số chia hết cho 113

Lời giải

Giả sử n có k chữ số

Theo bài ra ta có: $\overline{2015.n} : 113$

$$\overline{2015.n} = 2015 \cdot \underbrace{10^k}_{k \text{ chữ số } 0} + n = (17 \cdot 13 + 94) \cdot 10^k + n$$

Có:

$$\Rightarrow \overline{2015.n} : 13 \Leftrightarrow 94 \cdot 10^k + n : 13 (1)$$

$$+) \quad k=1 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 94 \cdot 10 + n : 113 \Leftrightarrow 8 \cdot 113 + 36 + n : 113 \Leftrightarrow 36 + n : 113$$

$$0 < n \leq 9 \Rightarrow 36 + n : 113 (\text{loại})$$

$$+) \quad k=2 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 94 \cdot 10^2 + n : 113 \Leftrightarrow 8 \cdot 113 + 21 + n : 113 \Leftrightarrow 21 + n : 113$$

$$\text{Mà } 10 \leq n \leq 99 \Rightarrow 21 + n = 113 \Leftrightarrow n = 92$$

Vậy $n = 92$ là giá trị cần tìm.

Bài 28: Chứng minh rằng: Nếu $\overline{abc} : 37$ thì $\overline{bca}; \overline{cab}$ đều chia hết cho 37.

Lời giải

Ta có:

$$A = \overline{abc} = (a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c) : 37$$

$$\Rightarrow 10A = (a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + 10 \cdot c) : 37$$

$$\Rightarrow 10A = 1000 \cdot a + 10^2 \cdot b + 10 \cdot c$$

$$\Rightarrow 10 \cdot A = \underbrace{10^2 \cdot b + 10 \cdot c}_{\overline{bca}} + a + 999 \cdot a = \overline{bca} + \underbrace{999 \cdot a}_{37 \cdot 27 \cdot a}$$

$$10 \cdot A : 37 \Rightarrow \overline{bca} : 37$$

$$10 \cdot \overline{bca} : 37; 999 \cdot b : 37 \Rightarrow \overline{cab} : 37$$

Tương tự

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Chứng minh rằng tổng của ba số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 3.

Lời giải

Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là: $a; a+1; a+2 (a \in \mathbb{N})$

Tổng của ba số tự nhiên liên tiếp là: $a + a + 1 + a + 2 = (3.a + 3) : 3$ (đpcm)

Bài 2: Tổng của 4 số tự nhiên liên tiếp có chia hết cho 4 không?

Lời giải

Gọi 4 số tự nhiên liên tiếp là: $a; a+1; a+2; a+3 (a \in \mathbb{N})$

Tổng của 4 số tự nhiên liên tiếp là: $a + a + 1 + a + 2 + a + 3 = 4.a + 6$

Do 4 chia hết cho 4 nên $4a$ chia hết cho 4 mà 6 không chia hết cho 4 nên $(4.a + 6)$ không chia hết cho 4.

$\Rightarrow$ Tổng của 4 số tự nhiên liên tiếp không chia hết cho 4.

Kết luận: Vậy không phải lúc nào tổng n số tự nhiên liên tiếp cũng chia hết cho n

Bài 3: Chứng minh $(495.a + 1035.b)$ chia hết cho 45 với mọi a, b là số tự nhiên.

Lời giải

Vì $495 : 9$ nên $1980.a : 9$ với mọi a .

Vì $1035 : 9$ nên $1035.b : 9$ với mọi b .

Nên $(495.a + 1035.b) : 9$.

Chứng minh tương tự ta có: $(1980.a + 1995.b) : 5$ với mọi a, b .

Mà $(9, 5) = 1$.

$\Rightarrow (495.a + 1035.b) : 45$.

Bài 4: Chứng minh rằng tích của hai số chẵn liên tiếp luôn chia hết cho 8.

Lời giải

Gọi hai số chẵn liên tiếp là: $2.n; 2.n+2 (n \in \mathbb{N}^*)$

Tích của hai số chẵn liên tiếp là: $2.n.(2.n+2) = 4.n.(n+1)$

Vì $n; n+1$ không cùng tính chẵn lẻ nên $n; n+1$ chia hết cho 2.

Mà 4 chia hết cho 4 nên $4.n.(n+1)$ chia hết cho 4.2

$\Rightarrow 4.n.(n+1) : 8$

$\Rightarrow 2.n(2.n+2) : 8$

Bài 5: Chứng minh rằng

- a) Tích của ba số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 3.
 b) Tích của bốn số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 4.

Lời giải

a) Gọi ba số tự nhiên liên tiếp là $n, n+1, n+2$.

Tích của ba số tự nhiên liên tiếp là $n.(n+1).(n+2)$.

Một số tự nhiên khi chia cho 3 có thể nhận một trong các số dư 0; 1; 2.

Nếu $r=0$ thì n chia hết cho 3 $\Rightarrow n.(n+1).(n+2):3$.

Nếu $r=1$ thì $n=3.k+1$ (k là số tự nhiên).

$$\Rightarrow n+2=3.k+1+2=(3.k+3):3$$

$$\Rightarrow n.(n+1).(n+2):3$$

Nếu $r=2$ thì $n=3.k+2$ (k là số tự nhiên).

$$\Rightarrow n+1=3.k+2+1=(3.k+3):3$$

$$\Rightarrow n.(n+1).(n+2):3$$

Tóm lại: $n.(n+1).(n+2)$ chia hết cho 3 với mọi n là số tự nhiên.

b. Chứng minh tương tự ta có $\Rightarrow n.(n+1).(n+2).(n+3):4$ chia hết cho 4 với mọi n là số tự nhiên.

Kết luận: Tích của n số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho n .

Bài 6: Chứng minh rằng:

a) $\overline{ab} + \overline{ba}$ chia hết cho 11

b) $\overline{ab} - \overline{ba}$ chia hết cho 9 với $a > b$.

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $\overline{ab} + \overline{ba} = (10.a + b) + (10.b + a)$

$$= 11.a + 11.b \text{ chia hết cho 11.}$$

b) Ta có: $\overline{ab} - \overline{ba} = (10.a + b) - (10.b + a)$

$$= 9.a - 9.b \text{ chia hết cho 9.}$$

Bài 7: Chứng minh nếu $\overline{ab} + \overline{cd} : 11$ **thì** $\overline{abcd} : 11$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\overline{abcd} = 100.\overline{ab} + \overline{cd}$

$$= 99.\overline{ab} + (\overline{ab} + \overline{cd}) : 11$$

Bài 8: Biết $\overline{abc} : 27$ chứng minh $\overline{bca} : 27$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\overline{abc} : 27 \Rightarrow \overline{abc0} : 27$

$$\Rightarrow 1000.a + \overline{bc0} : 27$$

$$\Rightarrow 999.a + a + \overline{bc0} : 27$$

$$\Rightarrow 27.37a + \overline{bca} : 27$$

Vì $27.37a : 27$ nên $\overline{bca} : 27$

Bài 9: Cho các chữ số 0, a, b. Hãy viết tất cả các số có ba chữ số tạo bởi ba số trên. Chứng minh rằng tổng tất cả các số đó chia hết cho 211.

Hướng dẫn giải

Tất cả các số có ba chữ số tạo bởi ba chữ 0, a, b là: $\overline{a0b}; \overline{ab0}; \overline{ba0}; \overline{b0a}$.

Tổng của các số đó là:

$$\overline{a0b} + \overline{ab0} + \overline{ba0} + \overline{b0a} = 100.a + b + 100.a + 10.b + 100.b + 10.a + 100.b + a$$

$$= 211a + 211b = 211.(a + b) : 211$$

Bài 10: Chứng minh rằng $2113^{2000} - 2011^{2000}$ chia hết cho cả 2 và 5.

Hướng dẫn giải

Để số vừa chia hết cho cả 2 và 5 thì số phải có chữ số tận cùng là 0

$\Rightarrow$ Cần chứng minh số bị trừ và số trừ đều có chữ số tận cùng là 1

Chú ý: Số tự nhiên a có chữ số tận cùng là 1 thì a^n cũng có chữ số tận cùng là 1

$$2113^{2000} = (2113^4)^{500} = \dots^{500} \Rightarrow 2113^{2000}$$

có chữ số tận cùng là 1

2011^{2000} luôn có chữ số tận cùng là 1

$$\Rightarrow 2113^{2000} - 2011^{2000}$$

có chữ số tận cùng là 0

$$\Rightarrow 2113^{2000} - 2011^{2000}$$

chia hết cho cả 2 và 5.

Bài 11: Chứng minh rằng

- a) Nếu viết thêm vào đằng sau một số tự nhiên có 2 chữ số gồm chính 2 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại thì được 1 số chia hết cho 11
- b) Nếu viết thêm vào đằng sau một số tự nhiên có 3 chữ số gồm chính 3 chữ số ấy viết theo thứ tự ngược lại thì được 1 số chia hết cho 11.

Hướng dẫn giải

a) Gọi số tự nhiên có 2 chữ số là $\overline{ab}$, khi viết thêm ta được số $\overline{abba}$

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } \overline{abba} &= 1000.a + 100.b + 10.b + a \\ &= 1001.a + 110.b \\ &= 11.(91.a + 10.b) : 11\end{aligned}$$

b) Gọi số tự nhiên có 3 chữ số là $\overline{abc}$, khi viết thêm ta được số $\overline{abccba}$

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } \overline{abccba} &= 100000a + 10000b + 1000c + 100c + 10b + a \\ &= 100001a + 10010b + 1100c \\ &= 11(9091.a + 910.b + 100.c) : 11\end{aligned}$$

Bài 12: Chứng minh nếu $\overline{ab} = 2.\overline{cd}$ thì $\overline{abcd} : 67$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } \overline{abcd} &= 100.\overline{ab} + \overline{cd} = 100.(2.\overline{cd}) + \overline{cd} = 201.\overline{cd} \\ \text{Vì } 201 : 67 &\Rightarrow \overline{abcd} : 67\end{aligned}$$

Bài 13: Chứng minh rằng $A = n^5 - n$ chia hết cho 30.

Hướng dẫn giải

Bài toán luôn đúng với $n = 0$ và $n = 1$

Xét $n \geq 2$

$$\begin{aligned}A &= n^5 - n = n.(n^2 + 1).(n^2 - 1) \\ \text{Đặt} \\ &= n.(n^2 + 1).(n + 1).(n - 1)\end{aligned}$$

Ta có $A : 10$ (vì n^5 và n có chữ số tận cùng giống nhau)

$A : 3$ (vì trong A có tích của 3 số tự nhiên liên tiếp $(n - 1).n.(n + 1)$)

$$\Rightarrow A : 3; A : 10$$

$$\text{UCLN}(3;10)=1 \Rightarrow A : 3.10 = 30$$

Mà

$$\text{Vậy } A : 30$$

Bài 14: Cho 1 số có 3 chữ số có dạng $\overline{abc}$. Chứng minh rằng: $(\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}) : (a + b + c)$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overline{abc} + (\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}) &= 100.a + 100.b + 100.c + 10.a + 10.b + 10.c + a + b + c \\ &= 111.a + 111.b + 111.c + 111.(a + b + c) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}) : (a + b + c)$$

Bài 15: Chứng minh rằng $\overline{abcdeg}$ chia hết cho 23 và 29, biết rằng $\overline{abc} = 2.\overline{deg}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } \overline{abcdeg} = 1000.\overline{abc} + \overline{deg}$$

$$\text{mà } \overline{abc} = 2.\overline{deg}$$

$$\Rightarrow \overline{abcdeg} = 2001.\overline{deg} = 23.29.3.\overline{deg}$$

$$\Rightarrow \overline{abcdeg} \text{ chia hết cho 23 và 29}$$

Bài 16: Chứng minh rằng $\overline{ab + cd + eg}$ chia hết cho 11 thì $\overline{abcdeg}$ chia hết cho 11.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overline{abcdeg} &= 10000.\overline{ab} + 100.\overline{cd} + \overline{eg} \\ &= 9999.\overline{ab} + 99.\overline{cd} + (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) \end{aligned}$$

$$\text{Mà } (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11 \quad \text{và} \quad 9999.\overline{ab} : 11 \quad \text{và} \quad 99.\overline{cd} : 11$$

$$\Rightarrow \overline{abcdeg} \text{ chia hết cho 11}$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>

Hướng dẫn tìm và tải các tài liệu ở đây

<https://forms.gle/LzVNwfMpYB9qH4JU6>