



Chương

Bài 3. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG

A

Lý thuyết

1. Số trung bình



Định nghĩa

- » Số trung bình (số trung bình cộng) của mẫu số liệu $x_1, x_2, \dots, x_n$, kí hiệu là $\bar{x}$, được tính bằng công thức:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

⚡ Chú ý:

- » Trong trường hợp mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số thì số trung bình được tính theo công thức:

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_k x_k}{n}$$

Trong đó m_k là tần số của giá trị x_k và $n = m_1 + m_2 + \dots + m_k$.

Ý nghĩa

Số trung bình là giá trị trung bình cộng của các số trong mẫu số liệu, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng để đại diện cho mẫu số liệu.

2. Trung vị và tứ phân vị



Trung vị

- » Để tìm trung vị của một mẫu số liệu, ta thực hiện như sau:
- Sắp xếp các giá trị trong mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
 - Nếu số giá trị của mẫu số liệu là:
 - ♦ số lẻ thì giá trị chính giữa của mẫu là trung vị.
 - ♦ số chẵn thì trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa của mẫu.

Ý nghĩa

- » Trung vị là giá trị chia đôi mẫu số liệu. Nghĩa là trong mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm thì giá trị trung vị **ở vị trí chính giữa**.
- » Trung vị không bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường trong khi số trung bình bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường.



Tứ phân vị

» Để tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu có n giá trị, ta làm như sau:

▫ Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.

▫ Tìm trung vị. Giá trị này là Q_2 .

▫ Tìm trung vị của nửa số liệu *bên trái* Q_1 (không bao gồm Q_2 nếu n lẻ). Giá trị này là Q_1 .

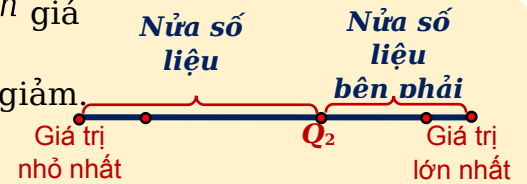
▫ Tìm trung vị của nửa số liệu *bên phải* Q_3 .

Khi đó Q_1, Q_2, Q_3 được gọi là các tứ phân vị của mẫu số liệu.

☞ **Chú ý:**

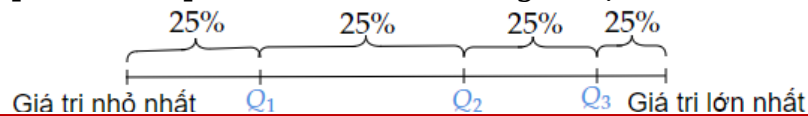
Q_1 được gọi là tứ phân vị thứ nhất hay tứ phân vị dưới.

Q_3 được gọi là tứ phân vị thứ ba hay tứ phân vị trên.



Ý nghĩa

» Các điểm Q_1, Q_2, Q_3 chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn thành bốn phần, mỗi phần đều chứa 25% giá trị



3. Mốt



Mốt

» Mốt của mẫu số liệu là giá trị xuất hiện với tần số lớn nhất.

Ý nghĩa

» Có thể dùng mốt để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu khi mẫu số liệu có nhiều giá trị trùng nhau.



B

Các dạng bài tập



Ví dụ 1.

Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và một của các mẫu số liệu sau:

(1) 23, 41; 71; 29; 48; 45; 72; 41

(2) 12; 32; 93; 78; 24; 12; 54; 66; 78

(3) 101; 25; 55; 42 ; 29; 72; 1; 13

(4) 11; 22; 33; 55; 77; 88; 66; 33; 11

Lời giải

(1) 23, 41; 71; 29; 48; 45; 72; 41

Mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn 23; 29; 41; 41; 45; 48; 71; 72 .
Kích thước mẫu là 8 chẵn.

Số trung bình của mẫu số liệu là
$$\bar{x} = \frac{23 + 29 + 41 + 41 + 45 + 48 + 71 + 72}{8} = 46,25$$

Tứ phân vị $Q_2 = \frac{41 + 45}{2} = 43$ suy ra $Q_1 = \frac{29 + 41}{2} = 35$, $Q_3 = \frac{48 + 71}{2} = 59,5$.
Một là 41.

(2) 12; 32; 93; 78; 24; 12; 54; 66; 78

Mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn 12; 12; 24; 32; 54; 66; 78; 78; 93 .
Kích thước mẫu là 9 lẻ.

Số trung bình là
$$\bar{x} = \frac{12.2 + 24 + 32 + 54 + 66 + 78.2 + 93}{9} = \frac{449}{9} = 49,9$$

Tứ phân vị $Q_2 = 54$ suy ra $Q_1 = \frac{12 + 24}{2} = 18$, $Q_3 = \frac{78 + 78}{2} = 78$.
Một là 12 và 78.

(3) 12; 32; 93; 78; 24; 12; 54; 66; 78

Số trung bình
$$\bar{x} = \frac{1 + 13 + 25 + 29 + 42 + 55 + 72 + 101}{8} = 42,25$$

Vì $n=8$ là số chẵn nên $Q_2 = \frac{29 + 42}{2} = 35,5$.

Ta tìm Q_1 là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 : 1; 13; 25; 29.

$$Q_1 = \frac{13 + 25}{2} = 19$$

Ta tìm Q_3 là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 : 42; 55; 72; 101.

$$Q_3 = \frac{55 + 72}{2} = 63,5$$

Các số liệu đã cho xuất hiện với tần suất như nhau nên không có một.

(4) 101; 25; 55; 42 ; 29; 72; 1; 13

Số trung bình
$$\bar{x} = \frac{11.2 + 22 + 33.2 + 55 + 66 + 77 + 88}{9} = 44$$



Vì $n=9$ là số lẻ nên $Q_2 = 33$.

Ta tìm Q_1 là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 : 11;11;22;33.

$$Q_1 = \frac{11+22}{2} = 16,5$$

Ta tìm Q_3 là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 : 55;66;77;88.

$$Q_3 = \frac{66+77}{2} = 71,5$$

Các số 11;33 đều xuất hiện với số lần lớn nhất (2 lần) nên mẫu số liệu này có hai mode là 11 và 33.



Ví dụ 2.

Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mode của các mẫu số liệu sau:

Giá trị	5	6	7	8	9	10
Tần số	2	5	10	8	6	3

Lời giải

Số trung bình
$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 2 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 8 + 9 \cdot 6 + 10 \cdot 3}{34} = \frac{129}{17} \approx 7,6$$

Vì $n=34$ là số chẵn nên $Q_2 = \frac{7+8}{2} = 7,5$.

Ta tìm Q_1 là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 :

$$Q_1 = 7$$

Ta tìm Q_3 là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 : 42;55;72;101.

$$Q_3 = 6$$

Mode bằng 7.



Ví dụ 3.

Tắm lấy ngẫu nhiên 5 hạt từ một mâm trộn lẫn hạt gạo và hạt thóc. Tắm đếm thử xem có bao nhiêu hạt gạo trong số 5 hạt được lấy ra rồi trả lại vào mâm. Lặp lại phép việc làm trên 1000 lần, Tắm ghi lại kết quả ở bảng sau:

Số hạt gạo	0	1	2	3	4	5
Số lần	78	259	349	230	77	10

Lời giải

Số trung bình
$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 78 + 1 \cdot 259 + 2 \cdot 349 + 3 \cdot 230 + 4 \cdot 77 + 5 \cdot 10}{1000} = 1,999$$

Vì $n=1000$ là số chẵn nên $Q_2 = \frac{2+2}{2} = 2$.

Ta tìm Q_1 là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 :

$$Q_1 = \frac{1+1}{2} = 1$$



Ta tìm Q_3 là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 : 42;55;72;101.

$$Q_3 = \frac{3+3}{2} = 3$$

Mốt bằng 2.



Ví dụ 4.

Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của các mẫu số liệu sau:

Giá trị	23	25	28	31	33	37
Tần số	6	8	10	6	4	3

Lời giải

Kích thước mẫu là 37 lẻ.

$$\bar{x} = \frac{23 \cdot 6 + 25 \cdot 8 + 28 \cdot 10 + 31 \cdot 6 + 33 \cdot 4 + 37 \cdot 3}{37} = 28.30$$

Số trung bình là

Tứ phân vị là $Q_1 = 25$, $Q_2 = 28$, $Q_3 = 31$.

Mốt là 28.



Ví dụ 5.

Tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của các mẫu số liệu sau đây:

(1) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu

9 8 15 8 20

(2) Giá của một số loại giấy (đơn vị nghìn đồng)

350 300 650 300 450 500 300 250

Lời giải

(1) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu

Mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn 8;8;9;15;20. Kích thước mẫu là 5 lẻ.

$$\bar{x} = \frac{8+8+9+15+20}{5} = 12$$

Số trung bình là

$$Q_1 = \frac{8+8}{2} = 8, Q_2 = 9, Q_3 = \frac{15+20}{2} = 17.5$$

Tứ phân vị là

Mốt là 8.

(2) Giá của một số loại giấy (đơn vị nghìn đồng)

Mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn 250;300;300;300;350;450;500;650. Kích thước mẫu là 8 chẵn.

$$\bar{x} = \frac{250+300+300+300+350+450+500+650}{8} = 387.5$$

Số trung bình là

Tứ phân vị là $Q_1 = 300$, $Q_2 = 325$, $Q_3 = 475$.

Mốt là 300.



Ví dụ 6.

An lấy ra ngẫu nhiên 3 quả bóng từ một hộp có chứa nhiều bóng xanh và bóng đỏ. An đếm xem có bao nhiêu bóng đỏ trong 3 bóng lấy ra đó rồi trả bóng lại hộp. An lặp lại phép thử trên 100 lần và ghi lại kết quả như sau:

Số bóng đỏ	0	1	2	3
Số lần	10	30	40	20

Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của bảng kết quả trên:

Lời giải

Số trung bình là $\bar{x} = \frac{0.10 + 1.30 + 2.40 + 3.20}{100} = 1,7$. Kích thước mẫu là 100 lần
 Tứ phân vị là $Q_1 = 1, Q_2 = 2, Q_3 = 2$.
 Mốt là 2.



Ví dụ 7.

Bác Dũng và bác Thu ghi lại số điện thoại mà mỗi người gọi mỗi ngày trong 10 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên từ tháng 01/2021 ở bảng sau:

Bác Dũng	2	7	3	6	1	4	1	4	5	1
Bác Thu	1	3	1	2	3	4	1	2	20	2

- Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của số cuộc điện thoại mà mỗi bác gọi theo số liệu trên.
- Nếu so sánh theo số trung bình thì ai có nhiều cuộc điện thoại hơn?
- Nếu so sánh theo số trung vị thì ai có nhiều cuộc điện thoại hơn?
- Theo bạn, dùng số trung bình hay số trung vị để so sánh xem ai có nhiều cuộc gọi điện thoại hơn mỗi ngày?

Lời giải

- Hãy tìm số trung bình, tứ phân vị và mốt của số cuộc điện thoại mà mỗi bác gọi theo số liệu trên.

Mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn của Bác Dũng và bác Thu ghi lại số điện thoại mà mỗi người gọi mỗi ngày trong 10 ngày là

1; 1; 1; 2; 3; 4; 4; 5; 6; 7

1; 1; 1; 2; 2; 2; 3; 3; 4; 20

Bác Dũng

Số trung bình là $\bar{x} = \frac{1.3 + 2 + 3 + 4.2 + 5 + 6 + 7}{10} = 3,4$. Kích thước mẫu là 10 lần

Tứ phân vị là $Q_1 = 1, Q_2 = \frac{3+4}{2} = 3,5, Q_3 = 5$.

Mốt là 1.

Bác Thu

Số trung bình là $\bar{x} = \frac{1.3 + 2.3 + 3.2 + 4 + 20}{10} = 3,9$.

Tứ phân vị là $Q_1 = 1, Q_2 = 2, Q_3 = 3$.



Mốt là 1 và 2.

(2) Nếu so sánh theo số trung bình thì ai có nhiều cuộc điện thoại hơn?

Theo số trung bình thì Bác Thu có nhiều cuộc điện thoại hơn Bác Dũng.

(3) Nếu so sánh theo số trung vị thì ai có nhiều cuộc điện thoại hơn?

Theo số trung vị thì Bác Dũng là 3,5 có nhiều cuộc điện thoại hơn Bác Thu là 2.

(4) Theo bạn, dùng số trung bình hay số trung vị để so sánh xem ai có nhiều cuộc gọi điện thoại hơn mỗi ngày?

Để so sánh xem ai có nhiều cuộc gọi điện thoại hơn mỗi ngày theo em dùng số trung bình chính xác hơn.



Ví dụ 8.

Hàm lượng Natri (đơn vị miligam, $1\text{mg} = 0,001\text{g}$) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau:

0 340 70 140 200 180 210 150 100 130
140 180 190 160 290 50 220 180 200 210.

Hãy tìm các tứ phân vị. Các phân vị này cho ta thông tin gì?

Lời giải

Sắp xếp các giá trị này theo thứ tự không giảm:

0 50 70 100 130 140 140 150 160 180 180 180 190 200 200 210 210 220 290 340.

Hai giá trị chính giữa

Vì $n=20$ là số chẵn nên Q_2 là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa:

$$Q_2 = (180 + 180) : 2 = 180$$

Ta tìm Q_1 là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 :

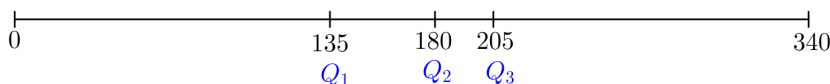
0 50 70 100 130 140 140 150 160 180

và ta tìm được $Q_1 = (130 + 140) : 2 = 135$

Ta tìm Q_3 là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 :

180 180 190 200 200 210 210 220 290 340

và tìm được $Q_3 = (200 + 210) : 2 = 205$



Hình ảnh về sự phân bố của mẫu số liệu

Các tứ phân vị cho ta hình ảnh phân bố của mẫu số liệu. Khoảng cách từ Q_1 đến Q_2 là 45 trong khi khoảng cách từ Q_2 đến Q_3 là 25.

Điều này cho thấy mẫu số liệu tập trung mật độ cao ở bên phải Q_2 và mật độ thấp ở bên trái Q_2 .



Ví dụ 9.

Tìm số trung bình, trung vị, mốt và tứ phân vị của mỗi mẫu số liệu sau đây:

(1) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu:

9 8 15 8 20

(2) Giá của một số loại giày (đơn vị nghìn đồng):

350 300 650 300 450 500 300 250

(3) Số kênh được chiếu của một số hãng truyền hình cáp:

36 38 33 34 32 30 34 35

Lời giải

(1) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu:

9 8 15 8 20

$$\frac{8.2 + 9 + 15 + 20}{5} = 12$$

Số trung bình là

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm 8 8 9 15 20

Trung vị là 9

Số 8 xuất hiện nhiều nhất nên mốt là 8

Tứ phân vị $Q_1 = 8; Q_2 = 9; Q_3 = 17.5$

(2) Giá của một số loại giày (đơn vị nghìn đồng):

350 300 650 300 450 500 300 250

$$\frac{250 + 300.3 + 350 + 450 + 500 + 650}{8} = 387.5$$

Số trung bình là

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm: 250 300 300 300 350 450 500 650

Trung vị là 325

Mốt là 300

Tứ phân vị $Q_1 = 300; Q_2 = 325; Q_3 = 475$

(3) Số kênh được chiếu của một số hãng truyền hình cáp:

36 38 33 34 32 30 34 35

$$\frac{30 + 32 + 33 + 34.2 + 35 + 36 + 38}{8} = 34$$

Số trung bình là

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm: 30 32 33 34 34 35 36 38

Trung vị là 34

Mốt là 34

Tứ phân vị $Q_1 = 32.5; Q_2 = 34; Q_3 = 35.5$



Ví dụ 10.

Hãy chọn số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mỗi mẫu số liệu sau. Giải thích và tính giá trị của số đặc trưng đó.

(1) Số mặt trăng đã biết của các hành tinh:

Hành tinh	Thu ý tinh	Kim tinh	Trái Đất	Hoả tinh	Mộ c tinh	Thổ tinh	Thiên Vương tinh	Hải Vương tinh
Số mặt trăng	0	0	1	2	63	34	27	13

(Theo NASA)

(2) Số đường chuyển thành công trong một trận đấu của một số cầu thủ bóng đá:

32 24 20 14 23

(3) Chỉ số IQ của một nhóm học sinh: 60 72 63 83 68 74 90 86 74 80

(4) Các sai số trong phép đo: 10 15 18 15 14 13 42 15 12 14 42

Lời giải

(1) Số mặt trăng đã biết của các hành tinh:

Chọn số đặc trưng là tứ phân vị, vì các số liệu không đồng đều nhau, nhiều số liệu trong mẫu chênh lệch lớn so với trung vị.

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm 0 0 1 2 13 27 34 63

Tứ phân vị $Q_1 = 0.5$; $Q_2 = 7.5$; $Q_3 = 30.5$

(2) Số đường chuyển thành công trong một trận đấu của một số cầu thủ bóng đá:

Chọn số đặc trưng là số trung bình, các giá trị không lệch lắm.

$$\frac{32 + 24 + 20 + 14 + 23}{5} = 22.6$$

Số trung bình là

(3) Chỉ số IQ của một nhóm học sinh: 60 72 63 83 68 74 90 86 74 80

Chọn số đặc trưng là trung bình, vì các số liệu gần nhau. Số trung bình là:

$$\frac{60 + 63 + 68 + 72 + 74.2 + 80 + 83 + 86 + 90}{10} = 75$$

(4) Các sai số trong phép đo: 10 15 18 15 14 13 42 15 12 14 42

Chọn số đặc trưng là trung vị, vì có số 42 lớn bất thường. Trung vị là 15.



Ví dụ 11.

Số lượng học sinh giỏi Quốc gia năm học 2018 - 2019 của 10 trường Trung học phổ thông được cho như sau: 0 0 4 0 0 0 10 0 6 0

(1) Tìm số trung bình, mốt, các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

(2) Giải thích tại sao tứ phân vị thứ nhất và trung vị trùng nhau.

Lời giải

(1) Tìm số trung bình, mốt, các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

$$\frac{0.7 + 4 + 6 + 10}{10} = 2$$

Số trung bình là

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm 0 0 0 0 0 0 0 4 6 10



Số 0 xuất hiện nhiều nhất nên mốt là 0.

Tứ phân vị $Q_1 = 0; Q_2 = 0; Q_3 = 4$.

(2) Giải thích tại sao tứ phân vị thứ nhất và trung vị trùng nhau.

Tứ phân vị thứ nhất và trung vị trùng nhau do mẫu có 10 số liệu mà số 0 đã xuất hiện 7 lần.



Ví dụ 12.

Bảng sau đây cho biết số chỗ ngồi của một số sân vận động được sử dụng trong Giải Bóng đá Vô địch Quốc gia Việt Nam năm 2018 (số liệu gần đúng).

Sân vận động	Cẩm phả	Thiên Trường	Hàng Đẫy	Thanh Hoá	Mỹ Đình
Chỗ ngồi	20 120	21 315	23 405	20 120	37 546

(Theo vov.vn)

Các giá trị số trung bình, trung vị, mốt bị ảnh hưởng như thế nào nếu bỏ đi số liệu chỗ ngồi của Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình?

Lời giải

$$\frac{20120 + 21315 + 23405 + 20120 + 37546}{5} = 24501.2$$

Số trung bình là

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm 20120 20120 21315 23405 37546 .

Mốt là 20120 .

Trung vị 21315 .

Nếu bỏ số liệu chỗ ngồi của Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình

$$\frac{20120 + 21315 + 23405 + 20120}{4} = 21240$$

Số trung bình là

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm 20120 20120 21315 23405 .

Mốt là 20120 .

Trung vị 20717.5 .

Vậy nếu bỏ số liệu chỗ ngồi của Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình thì mốt giữ nguyên, số trung bình và trung vị sẽ thay đổi.