

Câu 1. (1,5 điểm): Cho Parabol $P : y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $D : y = -\frac{3}{4}x - 1$.

- a) Vẽ P và D trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .
- b) Bằng phép toán xác định tọa độ giao điểm của P và D .

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 11x + 5 = 0$

- a) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 rồi tính tổng và tích hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình.
- b) Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \left(\frac{2}{x_2} - \frac{2}{x_1} \right) \cdot (x_1 - x_2)$

Câu 3. (0,75 điểm) Để đạt kết quả tốt nhất trong kì thi tuyển sinh lớp 10 THPT vào ngày 02 / 6 / 2021, sau khi tổ chức Hội trại truyền thống vào thứ Sáu ngày 26 / 3 / 2021, học sinh khối 9 đã đề ra kế hoạch học tập môn Toán cụ thể như sau: "Mỗi học sinh bắt đầu từ ngày 27/3/2021 đến hết tháng ba mỗi ngày làm 3 bài toán, mỗi ngày trong tháng tư làm 4 bài toán, mỗi ngày trong tháng năm làm 5 bài toán". Biết tháng ba và tháng năm là những tháng có 31 ngày, tháng tư có 30 ngày. Hỏi:

- a) Theo kế hoạch, mỗi học sinh làm được bao nhiêu bài toán?
- b) Ngày thi 02 / 6 / 2021 là thứ mấy? Giải thích vì sao?

Câu 4. (0,75 điểm) Một lon nước ngọt có giá 10000 đồng. Một quyển tập có giá bằng $\frac{2}{5}$ giá một lon nước ngọt, một hộp bút có giá gấp 3 lần giá một lon nước ngọt. Bạn An cần mua một số quyển tập và một hộp bút.

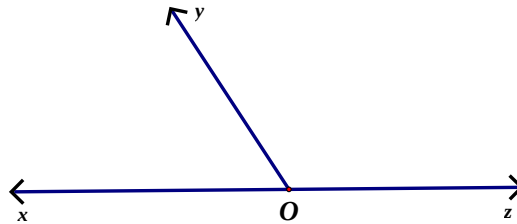
- a) Gọi x là số quyển tập An mua và y là số tiền An phải trả (bao gồm tiền mua tập và một hộp bút). Viết công thức biểu diễn y theo x .
- b) Nếu An bán 2 thùng nước ngọt, mỗi thùng gồm 24 lon với giá đã nêu trên để mua tập và một hộp bút thì tối đa bạn An mua được bao nhiêu quyển tập?

Câu 5. (1 điểm) Một công ty giao cho cửa hàng 100 hộp bánh để bán ra thị trường. Lúc đầu cửa hàng bán 24 hộp bánh với giá bán một hộp bánh là 200000 đồng. Do nhu cầu của thị trường nên từ hộp bánh thứ 25 đến hộp bánh thứ 80 mỗi hộp bánh có giá bán tăng

15% so với giá bán lúc đầu, từ hộp bánh thứ 81 đến hộp bánh thứ 100 mỗi hộp bánh có giá bán giảm 10% so với giá bán lúc đầu.

- a) Hỏi số tiền thu của hàng được khi bán 100 hộp bánh là bao nhiêu?
- b) Biết rằng: Với số tiền thu được khi bán 100 hộp bánh, sau khi trừ đi 10% tiền thuế giá trị gia tăng VAT của hàng vẫn lãi 1152000 đồng. Hỏi mỗi hộp bánh công ty giao cho cửa hàng có giá là bao nhiêu?

Câu 6. (1 điểm) Ba xe máy cùng xuất phát từ O đi theo ba hướng Ox, Oy, Oz trong đó Ox và Oz ngược hướng nhau như hình vẽ.



Xe thứ nhất đi theo hướng Ox , xe thứ hai đi theo hướng Oy , xe thứ ba đi theo hướng Oz , cả ba xe cùng chạy với vận tốc không đổi là 50km/ giờ . Sau 2 giờ xe thứ nhất và xe thứ hai ở cách nhau 107km . Hỏi lúc đó xe thứ hai và xe thứ ba ở cách nhau bao nhiêu ki-lô-mét? (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

Câu 7. (1 điểm) Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thợ thứ nhất làm trong 3 giờ, người thợ thứ hai làm trong 6 giờ thì hoàn thành 25% công việc. Hỏi mỗi người thợ chỉ làm một mình thì trong bao lâu làm xong công việc?

Câu 8. (3 điểm) Cho đường tròn tâm O bán kính OA và dây cung MN vuông góc OA (A nằm trên cung nhỏ MN). Vẽ dây cung AB và dây cung AC sao cho AB cắt MN tại I , AC cắt MN tại K theo thứ tự M, I, K, N .

- a) Chứng minh: Tứ giác $BIKC$ nội tiếp.
- b) Gọi R là giao của AB và MC , S là giao của AC và BN . Chứng minh: $MN \parallel RS$ và $AB \cdot IR = AC \cdot KS$.
- c) Chứng minh: MA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle MBI$ và đường tròn ngoại tiếp $\triangle MCK$ tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp $\triangle MCK$.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm): Cho Parabol (P): $y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = -\frac{3}{4}x - 1$.

a) Vẽ (P) và (D) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy .

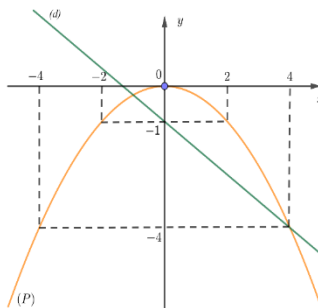
b) Bằng phép toán xác định tọa độ giao điểm của (P) và (D).

Lời giải

a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục :

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{1}{4}x^2$	-4	-1	0	-1	-4



x	0	4
$y = -\frac{3}{4}x - 1$	-1	-4

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$-\frac{1}{4}x^2 = -\frac{3}{4}x - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Thay $x = -1$ vào $y = -\frac{1}{4}x^2$, ta được: $y = -\frac{1}{4}(-1)^2 = -\frac{1}{4}$

Thay $x = 4$ vào $y = -\frac{1}{4}x^2$, ta được: $y = -\frac{1}{4} \cdot (4)^2 = -4$

Vậy $\left(-1; -\frac{1}{4}\right), (4; -4)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. Cho phương trình: $x^2 - 11x + 5 = 0$

a) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 rồi tính tổng và tích hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình.

b) Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \left(\frac{2}{x_2} - \frac{2}{x_1} \right) \cdot (x_1 - x_2)$

Lời giải

a) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 rồi tính tổng và tích hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình.

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4.1.5 = 101 > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 11 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 5 \end{cases}$$

b) Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \left(\frac{2}{x_2} - \frac{2}{x_1} \right) \cdot (x_1 - x_2)$

$$\text{Ta có: } A = \left(\frac{2}{x_2} - \frac{2}{x_1} \right) \cdot (x_1 - x_2)$$

$$A = \left(\frac{2x_1 - 2x_2}{x_1x_2} \right) \cdot (x_1 - x_2)$$

$$A = 2 \cdot \frac{(x_1 - x_2)^2}{x_1x_2}$$

$$A = 2 \cdot \frac{x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2}{x_1x_2}$$

$$A = 2 \cdot \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_2}{x_1x_2}$$

$$A = 2 \cdot \frac{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}{x_1x_2}$$

$$A = 2 \cdot \frac{11^2 - 4.5}{5} = \frac{202}{5}$$

Câu 3. (0,75 điểm) Để đạt kết quả tốt nhất trong kì thi tuyển sinh lớp 10 THPT vào ngày 02/6/2021, sau khi tổ chức Hội trại truyền thống vào thứ Sáu ngày 26/3/2021, học

sinh khối 9 đã đề ra kế hoạch học tập môn Toán cụ thể như sau: "Mỗi học sinh bắt đầu từ ngày 27/3/2021 đến hết tháng ba mỗi ngày làm 3 bài toán, mỗi ngày trong tháng tư làm 4 bài toán, mỗi ngày trong tháng năm làm 5 bài toán". Biết tháng ba và tháng năm là những tháng có 31 ngày, tháng tư có 30 ngày. Hỏi:

- a) Theo kế hoạch, mỗi học sinh làm được bao nhiêu bài toán?
- b) Ngày thi 02/6/2021 là thứ mấy? Giải thích vì sao?

Lời giải

a) Số ngày từ 27/3/2021 đến 31/3/2021

Số bài toán mỗi học sinh làm được theo kế hoạch là:

$$4.(3)+30.(4)+31.(5)=287 \text{ (bài toán)}$$

b) Số ngày từ ngày 26/3/2021 đến ngày 02/6/2021 là: $5+30+31+2=68$ (ngày)

Ta có: $68:7=9$ (dư 5) mà ngày 26/3/2021 là thứ sáu nên ngày 02/6/2021 là ngày thứ tư.

Câu 4. (0,75 điểm) Một lon nước ngọt có giá 10000 đồng. Một quyển tập có giá bằng $\frac{2}{5}$

giá một lon nước ngọt, một hộp bút có giá gấp 3 lần giá một lon nước ngọt. Bạn An cần mua một số quyển tập và một hộp bút.

- a) Gọi x là số quyển tập An mua và y là số tiền An phải trả (bao gồm tiền mua tập và một hộp bút). Viết công thức biểu diễn y theo x .
- b) Nếu An bán 2 thùng nước ngọt, mỗi thùng gồm 24 lon với giá đã nêu trên để mua tập và một hộp bút thì tối đa bạn An mua được bao nhiêu quyển tập?

Lời giải

a) Giá tiền một quyển tập là: $\frac{2}{5} \cdot (10000) = 4000$ (đồng)

Giá tiền một hộp bút là: $3 \cdot (10000) = 30000$ (đồng)

Công thức biểu diễn y theo x là: $y = 4000x + 30000$

b) Số tiền bán 2 thùng nước ngọt là: $2 \cdot 24 \cdot 10000 = 480000$ (đồng)

Thế $y = 480000$ vào $y = 4000x + 30000$, ta được:

$$480000 = 4000x + 30000 \Leftrightarrow 4000x = 450000 \Leftrightarrow x = 112,5$$

Vậy bạn An mua được tối đa 112 quyển tập

Câu 5. (1 điểm) Một công ty giao cho cửa hàng 100 hộp bánh để bán ra thị trường. Lúc đầu cửa hàng bán 24 hộp bánh với giá bán một hộp bánh là 200000 đồng. Do nhu cầu của thị trường nên từ hộp bánh thứ 25 đến hộp bánh thứ 80 mỗi hộp bánh có giá bán tăng 15% so với giá bán lúc đầu, từ hộp bánh thứ 81 đến hộp bánh thứ 100 mỗi hộp bánh có giá bán giảm 10% so với giá bán lúc đầu.

- Hỏi số tiền thu cửa hàng được khi bán 100 hộp bánh là bao nhiêu?
- Biết rằng: Với số tiền thu được khi bán 100 hộp bánh, sau khi trừ đi 10% tiền thuế giá trị gia tăng VAT cửa hàng vẫn lãi 1152000 đồng. Hỏi mỗi hộp bánh công ty giao cho cửa hàng có giá là bao nhiêu?

Lời giải

a) Số tiền thu được khi bán 24 hộp bánh đầu là: $24 \cdot 200000 = 4800000$ (đồng)

Số tiền thu được khi bán được từ hộp bánh thứ 25 đến hộp bánh thứ 80 là:
 $56 \cdot 200000(1+15\%) = 12880000$ (đồng)

Số tiền thu được khi bán được từ hộp bánh thứ 81 đến hộp bánh thứ 100 là:
 $20 \cdot 200000(1-10\%) = 3600000$ (đồng)

Số tiền thu cửa hàng được khi bán 100 hộp bánh là:

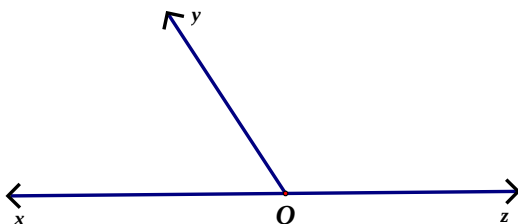
$$4800000 + 12880000 + 3600000 = 21280000 \text{ (đồng)}$$

b) Số tiền thuế giá trị gia tăng VAT là $10\% \cdot 21280000 = 2128000$ (đồng)

Số tiền mỗi hộp bánh công ty giao cho cửa hàng có giá là:

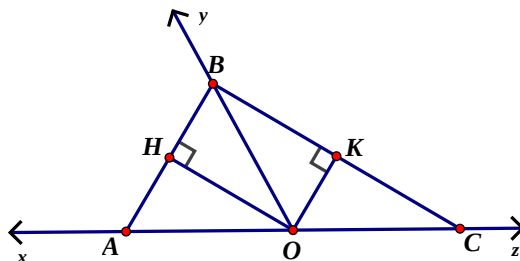
$$[(21280000 - 2128000) - 1152000] : 100 = 180000 \text{ (đồng)}$$

Câu 6. (1 điểm) Ba xe máy cùng xuất phát từ O đi theo ba hướng Ox, Oy, Oz trong đó Ox và Oz ngược hướng nhau như hình vẽ.



Xe thứ nhất đi theo hướng Ox , xe thứ hai đi theo hướng Oy , xe thứ ba đi theo hướng Oz , cả ba xe cùng chạy với vận tốc không đổi là 50km/ giờ . Sau 2 giờ xe thứ nhất và xe thứ hai ở cách nhau 107km . Hỏi lúc đó xe thứ hai và xe thứ ba ở cách nhau bao nhiêu ki-lô-mét? (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

Lời giải



Gọi A, B, C lần lượt là các vị trí mà xe thứ nhất, xe thứ hai, xe thứ ba sau khi xuất phát được 2 giờ.

Vẽ OH vuông góc với AB tại H và OK vuông góc với BC tại K .

Ta chứng được H là trung điểm của AB và K là trung điểm của BC .

Ta dễ tính được $OA = OB = OC = 100\text{km}$; $AC = 200\text{km}$; $BH = 53,5\text{km}$

Xét $\triangle HOB$ vuông tại H , ta có:

$$OH^2 + BH^2 = OB^2 \text{ (định lí Pitago)}$$

$$\Rightarrow OH^2 + 53,5^2 = 100^2$$

$$\Rightarrow OH^2 = 7137,75$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{7137,75}$$

Mà $OH = BK$ (tứ giác $OHBK$ là hình chữ nhật)

$$\text{Nên } BK = \sqrt{7137,75}$$

Mặt khác: $BC = 2BK$ (vì K là trung điểm của BC)

$$\text{Nên } BC = 2\sqrt{7137,75} \approx 169 \text{ km}$$

Câu 7. (1 điểm) Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thợ thứ nhất làm trong 3 giờ, người thợ thứ hai làm trong 6 giờ thì hoàn thành 25% công việc. Hỏi mỗi người thợ chỉ làm một mình thì trong bao lâu làm xong công việc?

Lời giải

Gọi x (giờ) là thời gian người thứ nhất làm xong công việc một mình $x > 16$

y (giờ) là thời gian người thứ hai làm xong công việc một mình $y > 16$

Trong mỗi giờ người thứ nhất làm được: $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong mỗi giờ người thứ hai làm được: $\frac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong nên mỗi giờ cả hai người làm được

$\frac{1}{16}$ (công việc)

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ 3 \cdot \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{y} = 25\% \end{cases}$$

Đặt $a = \frac{1}{x}; b = \frac{1}{y}$. Hệ phương trình trở thành:
$$\begin{cases} a + b = \frac{1}{16} \\ 3a + 6b = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{24} \\ b = \frac{1}{48} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{48} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases}$$

KL: Vậy người thợ thứ nhất chỉ làm một mình trong 24 giờ thì xong công việc
người thợ thứ hai chỉ làm một mình trong 48 giờ thì xong công việc.

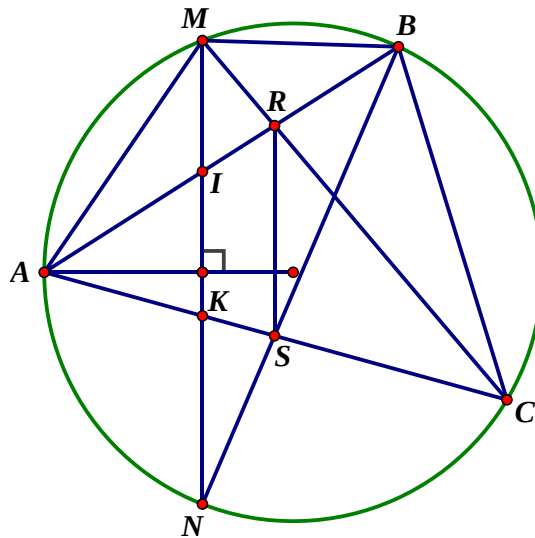
Câu 8. (3 điểm) Cho đường tròn tâm O bán kính OA và dây cung MN vuông góc OA (A nằm trên cung nhỏ MN). Vẽ dây cung AB và dây cung AC sao cho AB cắt MN tại I, AC cắt MN tại K theo thứ tự M, I, K, N.

a) Chứng minh: Tứ giác BIKC nội tiếp.

b) Gọi R là giao của AB và MC, S là giao của AC và BN. Chứng minh: MN // RS và $AB \cdot IR = AC \cdot KS$.

c) Chứng minh: MA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle MBI$ và đường tròn ngoại tiếp $\triangle MCK$ tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp $\triangle MCK$.

Lời giải



a) Chứng minh: Tứ giác $BIKC$ nội tiếp.

Xét (O) , ta có:

$$\begin{cases} OA \text{ là bán kính (gt)} \\ MN \text{ là dây cung (gt)} \Rightarrow A \text{ là điểm chính giữa } MN \\ OA \perp NM \text{ (gt)} \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{cases} \widehat{AIN} = \frac{1}{2}(\text{sđ}MB + \text{sđ}AN) \left(\text{góc có đỉnh bên trong đường tròn chắn } MB \text{ và } AN \right) \\ \text{sđ}AN = \text{sđ}AM \left(A \text{ là điểm chính giữa } MN \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \widehat{AIN} = \frac{1}{2}(\text{sđ}MB + \text{sđ}AM)$$

$$\Rightarrow \widehat{AIN} = \frac{1}{2}\text{sđ}AB$$

$$\text{Mà } \widehat{ACB} = \frac{1}{2}\text{sđ}AB \left(\text{góc nội tiếp chắn } AB \text{ của } (O) \right)$$

$$\text{Nên } \widehat{ACB} = \widehat{AIN}$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BIKC$ nội tiếp (Tứ giác có góc ngoài bằng góc đối trong)

b) Gọi R là giao của AB và MC , S là giao của AC và BN . Chứng minh: $MN \parallel RS$ và $AB \cdot IR = AC \cdot KS$.

Ta có:

$$\begin{cases} \text{RBC} = \frac{1}{2} \text{sđAN} \left(\text{góc nội tiếp chắn AN của } (O) \right) \\ \text{RCS} = \frac{1}{2} \text{sđAM} \left(\text{góc nội tiếp chắn AM của } (O) \right) \\ \text{sđAN} = \text{sđAM} \left(A \text{ là điểm chính giữa MN} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{RBC} = \text{RCS}$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BCSR$ nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh liên tiếp cùng nhìn 1 cạnh dưới 2 góc bằng nhau)

$$\Rightarrow \text{IRS} = \text{BCS}$$

Mà $\text{BCS} = \text{AIK}$ (Tứ giác $BCKI$ nội tiếp)

$$\text{Nên IRS} = \text{AIK}$$

$\Rightarrow \text{MN} \parallel \text{RS}$ (2 góc này ở vị trí đồng vị)

Xét $\triangle \text{AIK}$ và $\triangle \text{ACB}$, ta có:

$$\begin{cases} \text{AIK} = \text{ACB} \left(\text{tứ giác BCKI nội tiếp} \right) \\ \text{IAK} = \text{CAB} \left(\text{góc chung} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle \text{AIK} \sim \triangle \text{ACB} \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{AI}}{\text{AC}} = \frac{\text{AK}}{\text{AB}} \text{ (TSĐD)}$$

$$\Rightarrow \text{AI} \cdot \text{AB} = \text{AK} \cdot \text{AC}$$

Chứng minh tương tự ta có: $\text{AR} \cdot \text{AB} = \text{AS} \cdot \text{AC}$

Ta có:

$$\begin{cases} \text{AR} \cdot \text{AB} = \text{AS} \cdot \text{AC} \\ \text{AI} \cdot \text{AB} = \text{AK} \cdot \text{AC} \end{cases} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \text{AR} \cdot \text{AB} - \text{AI} \cdot \text{AB} = \text{AS} \cdot \text{AC} - \text{AK} \cdot \text{AC}$$

$$\Rightarrow \text{AB}(\text{AR} - \text{AI}) = \text{AC}(\text{AS} - \text{AK})$$

$$\Rightarrow \text{AB} \cdot \text{IR} = \text{AC} \cdot \text{KS}$$

c) Chứng minh: $\underline{MA}$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle \text{MBI}$ và đường tròn ngoại tiếp $\triangle \text{MCK}$ tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp $\triangle \text{MCK}$.

Gọi E, F lần lượt là tâm $(\text{MBI}); (\text{MCK})$

Ta có:

$$\text{AMI} = \text{MBI} \left(2 \text{ góc nội tiếp chắn 2 cung AM và AN bằng nhau của } (O) \right)$$

$\Rightarrow MA$ là tiếp tuyến của (MBI) tại M

$\Rightarrow AM \perp ME$ tại M 2

Chứng minh tương tự ta có: $AM \perp MF$ tại M 2

Từ 1 và 2 $\Rightarrow ME \equiv MF \Rightarrow M, E, F$ thẳng hàng $\Rightarrow E$ nằm giữa F và M

$\Rightarrow FE = MF - ME$

Mà FE là khoảng cách 2 tâm của $(\text{MBI}); (\text{MCK})$, MF, ME là bán kính của $(\text{MBI}); (\text{MCK})$

$\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp ΔMBI tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp ΔMCK

---HẾT---