

DƯƠNG TRỌNG BÁI - TÔ GIANG

BÀI TẬP CƠ HỌC



MỤC LỤC

	Trang	
	A. Đề bài	B. Hd. giải
I - Động học	5	51
II - Động lực học	10	65
III - Tĩnh học	18	82
IV - Các định luật bảo toàn. Công và công suất	24	94
V - Vận vật hấp dẫn	31	114
VI - Dao động và sóng	33	118
VII - Vật rắn và cơ hệ	37	128
VIII - Đề cơ học ở kì thi quốc gia	41	138

Huyet

DƯƠNG TRỌNG BÁI - TÔ GIANG

BÀI TẬP CƠ HỌC

DÙNG CHO LỚP A VÀ CHUYÊN VẬT LÝ PTTH

Trình bày

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC – 1998

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Giám đốc PHẠM VĂN AN
Tổng biên tập NGUYỄN NHƯ Ý

Biên soạn :

ĐƯƠNG TRỌNG BÁI (chủ biên)
TÔ GIANG

Biên tập lần đầu :

NGUYỄN ĐỨC MINH

Biên tập tái bản :

PHẠM QUANG TRỰC

Biên tập kĩ thuật :

TRẦN THU NGÀ

Sửa bản in :

MINH ĐỨC

Sắp chữ :

PHÒNG CHẾ BẢN (NXB GIÁO DỤC)

LỜI NÓI ĐẦU

Phân môn Cơ học có vai trò quan trọng trong chương trình Vật lí phổ thông của tất cả các nước. Ở các kì thi Vật lí quốc gia cũng như quốc tế (Olanhpiat) bao giờ cũng có một bài tập về Cơ học. Ở nước ta phân môn này chưa được chú ý đúng mức vì không dạy ở lớp 12. Nay theo chương trình cải cách phần Dao động và sóng cơ học được dạy ở lớp 12, đòi hỏi học sinh phải ôn lại các kiến thức về cơ học học ở lớp dưới.

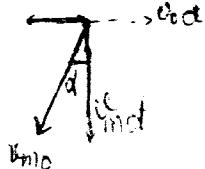
Sách "Bài tập Cơ học chọn lọc" có 177 bài tập về toàn bộ nội dung phân môn Cơ học dạy ở lớp 10 và lớp 12, dành cho học sinh các lớp A và lớp chuyên Vật lí. Lớp A ở đây trò các lớp chọn, gồm các học sinh có khả năng học tốt các môn khoa học tự nhiên, cũng có thể là lớp học sâu hơn về Toán Lí của trường phân ban (nếu có phân ban). Những bài tập có dấu * là dành cho các lớp chuyên, vì nội dung vượt ra khỏi chương trình đại trà. Ví dụ toàn bộ phần 7 (về Cơ học vật rắn và cơ hệ), và phần 8.

Các tác giả cũng đã sưu tầm được các bài tập Cơ học của các kì thi quốc gia, và thi chọn đội tuyển học sinh Việt Nam đi thi Olanhpiat Vật lí quốc tế (phần 8).

Chúng tôi hi vọng cuốn sách này sẽ giúp các bạn giáo viên và học sinh dạy và học tốt hơn phân môn Cơ học, và hoan nghênh các ý kiến nhận xét, phê bình của các bạn.

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

A - ĐỀ BÀI TẬP



I - ĐỘNG HỌC

1.1. Một người muốn chèo thuyền qua sông theo hướng AB vuông góc với bờ sông. Nếu vận tốc của thuyền đối với nước là $v_1 = 3 \text{ m/s}$, vận tốc của dòng nước đối với bờ sông là $v_2 = 1,5 \text{ m/s}$ và chiều rộng của sông là $s = 400\text{m}$, thì người đó phải chèo thuyền theo hướng tạo thành với hướng AB một góc α bằng bao nhiêu và mất bao nhiêu thời gian để tới bờ bên kia ?

1.2. Khi ô tô đang chuyển động với vận tốc 5 m/s thì người ngồi trong xe thấy các giọt nước mưa rơi xuống tạo thành những vạch làm với phương thẳng đứng một góc $\alpha = 30^\circ$. Tính vận tốc rơi xuống đất của các giọt mưa.

Giả thiết rằng khi tới gần mặt đất, giọt nước mưa chuyển động thẳng đứng và đều đối với đất.

1.3. Hai ô tô chạy trên hai đường thẳng vuông góc với nhau. Sau khi gặp nhau ở ngã tư, hai xe tiếp tục chạy theo hướng cũ, xe thứ nhất với vận tốc 40 km/h còn xe thứ hai với vận tốc 30 km/h .

1) Xác định vận tốc của xe thứ nhất đối với xe thứ hai.

2) Xác định khoảng cách giữa hai xe tại thời điểm $t = 2$ giờ kể từ lúc chúng gặp nhau.

1.4. Hai xe đạp đi theo hai đường vuông góc, xe A đi về hướng Tây với vận tốc 25 km/h , xe B đi về hướng Nam với vận tốc 15 km/h . Lúc $t = 0$, A và B còn ở cách giao điểm của hai đường lần lượt là $2,2 \text{ km}$ và 2 km và tiến lại về phía giao điểm. Tìm thời điểm mà khoảng cách hai xe : a) nhỏ nhất, b) bằng khoảng cách ban đầu.

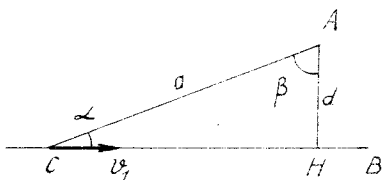
1.5. Một chiếc thuyền bơi từ bến A đến B ở cùng một bên bờ sông, với vận tốc so với nước là $v_1 = 3 \text{ km/h}$. Cùng một lúc một canô chạy từ bến B theo hướng đến bến A với vận tốc đối với nước là $v_2 = 10 \text{ km/h}$. Trong thời gian thuyền đi từ A đến B thì canô kịp đi

được 4 lần khoảng cách đó và về đến B cùng một lúc với thuyền. Hãy xác định hướng và độ lớn của vận tốc của nước sông.

1.6. Một chiếc thuyền đi từ bến A đến bến B cách A 6 km, rồi trở lại A mất một thời gian tổng cộng là 2h 30 ph. Biết rằng vận tốc của nước đối với bờ sông là 1 km/h, tính vận tốc của thuyền trong nước yên lặng và thời gian thuyền đi xuôi, đi ngược dòng.

1.7. Có hai canô làm nhiệm vụ đưa thư giữa hai bến sông A và B như sau : hàng ngày vào lúc quy định hai canô rời bến A và B chạy đến gặp nhau, trao đổi bưu kiện cho nhau rồi quay trở lại. Nếu hai canô cùng rời bến một lúc thì canô ở A phải đi mất 1,5 giờ mới trở về đến bến, còn canô ở B phải đi mất 3 giờ. Hỏi muốn cho hai canô đi mất thời gian bằng nhau thì canô ở B phải xuất phát muộn hơn canô ở A một khoảng thời gian bằng bao nhiêu ? Biết rằng hai canô có cùng vận tốc đối với nước và nước chảy với vận tốc không đổi.

(Gợi ý : giải bằng phương pháp đồ thị)



Hình A.11

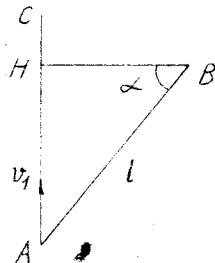
1.8. Một ô tô đang chuyển động trên một đường thẳng với vận tốc $v_1 = 54 \text{ km/h}$ thì có một hành khách đứng cách ô tô một đoạn $a = 400 \text{ m}$ và cách đường ô tô một đoạn $d = 80 \text{ m}$ (H. A.1.1), đang tìm cách chạy đến gặp ô tô. Hỏi người đó phải chạy với vận tốc nhỏ nhất bằng bao nhiêu và theo hướng nào để gặp được ô tô ?

1.9. Tàu A đi theo đường thẳng AC với vận tốc v_1 . Ban đầu, tàu B cách tàu A một khoảng $AB = l$.

Đoạn AB làm với đường BH vuông góc với AC một góc α (H.A.1.2) Môđun vận tốc của B là v_2 .

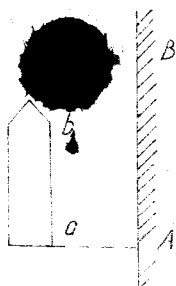
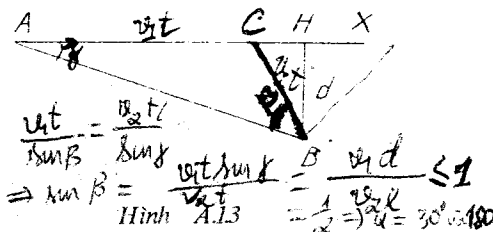
1) Tàu B phải đi theo hướng nào để đến gặp tàu A và sau thời gian bao lâu thì gặp ?

2) Tìm điều kiện để hai tàu gặp nhau ở H.



Hình A.12

1.10. Ôtô A chạy trên đường AX với vận tốc $v_1 = 8 \text{ m/s}$. Tại thời điểm bắt đầu quan sát một người đứng ở cách đường một khoảng $d = 20 \text{ m}$ và cách ô tô một khoảng $l = 160 \text{ m}$ (H.A.1.3). Người ấy phải chạy theo hướng nào để đến gặp ô tô và chạy bao lâu thì gặp? Vận tốc chạy của người $v_2 = 2 \text{ m/s}$.



Hình A.1.4

1.11. Một con thuyền đi trên sông song song và cách bờ (thẳng) $2,5 \text{ m}$ với vận tốc không đổi $v_1 = 1 \text{ m/s}$. Lúc đi ngang qua điểm A trên bờ một người trên thuyền muốn ném một vật trúng một điểm B trên bờ cách A một khoảng $AB = 5 \text{ m}$ (H.A.1.4). Vận tốc ném đối với thuyền là $v_2 = 8 \text{ m/s}$. Hỏi phải ném theo phương làm thành một góc bằng bao nhiêu đối với :

a) bờ sông,

b) thành ab của thuyền (ab song song với AB)

1.12. Một máy bay bay từ A đến B rồi quay ngay trở lại A. Vận tốc của máy bay khi không có gió là v . Ở chuyến khứ hồi thứ nhất gió thổi từ A đến B. Ở chuyến khứ hồi thứ hai, gió thổi vuông góc với AB. Vận tốc mà gió truyền cho máy bay theo hướng của gió là u . Tính tỉ lệ các thời gian bay của hai chuyến. Cho biết máy bay luôn bay đúng theo đường thẳng AB.

1.13. Một con tàu đi theo hướng Đông Nam với vận tốc v . Máy đặt trên tàu cho biết gió thổi vuông góc với trục nối đuôi và mũi tàu, với vận tốc cũng bằng v . Hãy xác định vận tốc của gió đối với Trái Đất.

1.14. Một vật rơi tự do trong giây cuối cùng rơi được một đoạn bằng $3/4$ toàn bộ độ cao rơi. Hỏi thời gian rơi của vật.

1.15. Tại cùng một lúc vật 1 được thả rơi tự do từ độ cao h , còn vật 2 được ném thẳng đứng xuống dưới từ độ cao H ($H > h$). Hỏi phải truyền cho vật 2 một vận tốc đầu v_0 bằng bao nhiêu để hai vật cùng chạm đất một lúc ?

1.16. Một vật được ném lên theo phương thẳng đứng từ độ cao $H = 20\text{m}$. Hỏi phải truyền cho nó vận tốc đầu bằng bao nhiêu để nó rơi xuống đất chậm hơn một giây so với khi để nó rơi tự do từ độ cao đó. Bỏ qua sức cản của không khí và lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

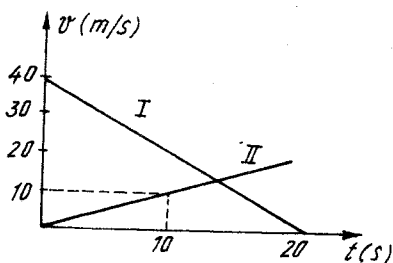
1.17. Một ô tô đang chuyển động với vận tốc 36 km/h thì xuống dốc. Nó chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a = 1 \text{ m/s}^2$. Biết chiều dài của dốc là 192m . Hãy tính thời gian để ô tô đi hết dốc và vận tốc của nó ở chân dốc.

1.18. Vận tốc của một vật chuyển động thẳng nhanh dần đều phụ thuộc vào thời gian theo phương trình $v = 2 + 3t$.

1) Hãy viết phương trình biểu diễn sự phụ thuộc của tọa độ vào thời gian. Lấy $x_0 = 0$.

2) Hãy tìm vận tốc trung bình của vật trong 4 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động và vận tốc tại thời điểm cuối giây thứ 4.

3) Hãy vẽ đồ thị chuyển động của vật.

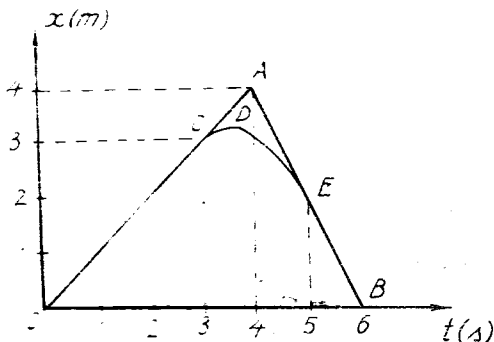


Hình A.15

1.19. Hai vật cách nhau 78m chuyển động ngược chiều đến gặp nhau. Đồ thị vận tốc của chúng được biểu diễn trên hình A.15.

1) Hãy thành lập công thức tính vận tốc tức thời và phương trình chuyển động của hai vật.

2) Hãy xác định vị trí gặp nhau của hai vật.



Hình A.1.6

1.20. Hình A.1.6 là đồ thị tọa độ $x(t)$ của một chất điểm chuyển động thẳng.

1) Mô tả chuyển động có đồ thị OAB. Viết phương trình chuyển động $x(t)$

2) Mô tả chuyển động có đồ thị OCDEB trong đó CDE là cung parabol tiếp xúc với hai đoạn thẳng ở C và E.

Chuyển động nào ứng với thực tế ?

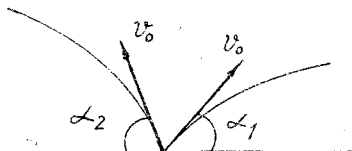
1.21. Từ cùng một điểm người ta ném đồng thời hai vật với vận tốc v_1 và v_2 có cùng phương ngang nhưng ngược chiều. Hỏi sau bao lâu thì góc giữa hai vector vận tốc trở nên bằng 90° ?

Biết gia tốc rơi tự do bằng g .

1.22. Từ một điểm người ta ném đồng thời hai vật với vận tốc đầu v_0 bằng nhau, nhưng dưới các góc khác nhau α_1 và α_2 so với phương ngang (H.A.1.7). Hãy tính :

1) Vận tốc chuyển động tương đối giữa hai vật.

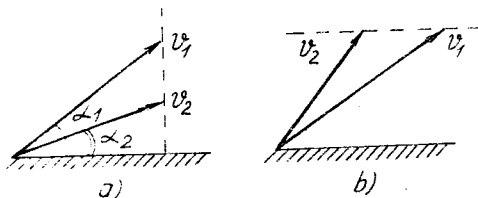
2) Khoảng cách giữa hai vật trong khi đang chuyển động.



Hình A.1.7

1.23. Hai vật được đồng thời ném xiên so với mặt đất nằm ngang với các vận tốc ban đầu v_1 và v_2 (H. A.1.8, a và b)

Không tính toán mà bằng lập luận, hãy tìm xem vật nào chạm đất xa hơn và sớm hơn. Hãy vẽ các quỹ đạo của hai vật minh họa cho lập luận.



Hình A.1.8

1.24.* Một quả lựu đạn treo ở độ cao h nổ, các mảnh văng ra đều đặn theo các phương xuyên tâm với các vận tốc có cùng môđun v_0 . Sau bao lâu thì :

1) Một nửa số mảnh rơi tới đất ?

2) Tất cả các mảnh đều rơi tới đất ?

1.25. Một máy bay bay theo phương ngang ở độ cao $H = 20\text{km}$ với vận tốc $v = 1440\text{ km/h}$. Đúng lúc nó ở trên đỉnh đầu một cỗ pháo cao xạ thì pháo bắn. Tính vận tốc tối thiểu v_0 của đạn và góc α mà vectơ vận tốc v_0 làm với phương ngang để có thể bắn trúng máy bay. Bỏ qua sức cản của không khí. Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.

1.26.* Một người đứng ở bờ biển ném một hòn đá ra biển. Hỏi người ấy phải ném hòn đá dưới một góc bằng bao nhiêu so với phương ngang để nó rơi xa bờ nhất. Khoảng cách xa nhất ấy là bao nhiêu ? Cho biết bờ dốc đứng và hòn đá được ném từ độ cao $H = 20\text{m}$ so với mặt nước và vận tốc đầu của hòn đá $v_0 = 14\text{ m/s}$. Lấy $g = 9,8\text{ m/s}^2$.

1.27.* Một người đứng trên một đỉnh tháp cao H phải ném một hòn đá với vận tốc đầu tối thiểu bằng bao nhiêu để hòn đá rơi cách chân tháp một khoảng L cho trước ? Tính góc ném ứng với vận tốc tối thiểu ấy.

1.28.* Một tấm bê tông nằm ngang được cân cầu nhấc thẳng đứng lên cao với gia tốc $a = 0,5\text{ m/s}^2$. Bốn giây sau khi rời mặt đất, người ngồi trên tấm bê tông ném một hòn đá với vận tốc $v_0 = 5,4\text{ m/s}$ theo phương làm với tấm bê tông một góc $\alpha = 30^\circ$.

1) Tính khoảng thời gian từ lúc ném đá đến lúc nó rơi xuống mặt đất.

2) Tính khoảng cách từ nơi đá chạm đất đến vị trí ban đầu của tấm bê tông (coi như một điểm). Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$.

II - ĐỘNG LỰC HỌC

2.1. Một thanh đồng chất, tiết diện không đổi, chiều dài l chịu tác dụng của hai lực đặt ở hai đầu F_1 và F_2 ($F_2 > F_1$) (H.A.2.1). Tính lực đàn hồi ở tiết diện có hoành độ x .

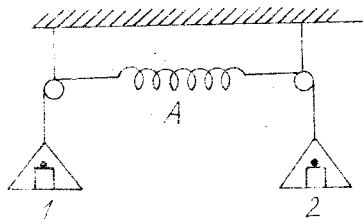


Hình A.2.1

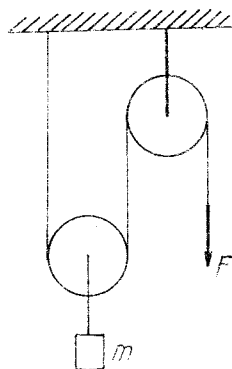
2.2. Trên mặt phẳng nhẵn nằm ngang có hai vật, $m_1 = 1 \text{ kg}$ và $m_2 = 2 \text{ kg}$, được nối với nhau bởi một sợi dây. Hai vật bị kéo theo phương ngang thông qua một lò xo có khối lượng không đáng kể. Lò xo bị dãn ra một đoạn $x = 2 \text{ cm}$. Độ cứng của lò xo $k = 300 \text{ N/m}$. Hãy xác định :

- gia tốc của hai vật
- lực do sợi dây tác dụng lên vật m_2 .

2.3. Một vật khối lượng m được treo vào trục quay của một ròng rọc động (H.A.2.2). Hỏi cần phải kéo đầu dây vắt qua ròng rọc cố định với một lực F bằng bao nhiêu để vật chuyển động lên trên với gia tốc a ? để vật đứng yên ? Bỏ qua khối lượng của các ròng rọc và của sợi dây.



Hình A.2.3



Hình A.2.2

2.4. Trong hình A.2.3 mỗi đĩa có một quả cân 3 kg .

- Lực kế A chỉ bao nhiêu ?
- Bớt 1 kg ở đĩa 1 thì lực kế chỉ bao nhiêu ?

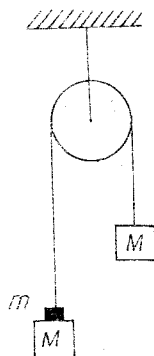
3) Muốn cho lực kế A vẫn chỉ như cũ thì phải thêm vào đĩa 2 một khối lượng x bằng bao nhiêu ?

Bỏ qua khối lượng của các đĩa và của lực kế. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

2.5. Trong hình A.2.4 khối lượng m được đặt lên một trong hai khối lượng M .

- Tính áp lực của nó lên M
- Tính lực tác dụng lên trục ròng rọc. Lực này có bằng tổng trọng lượng của ba vật hay không ?

Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và dây nối.



Hình A.2.4

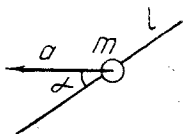
- 2.6. Có hai trọng vật $m_1 = 0,2 \text{ kg}$ và $m_2 = 0,3 \text{ kg}$ được nối với nhau bằng một sợi dây không giãn vắt qua một ròng rọc. Ròng rọc này được treo vào trần của một thang máy nhờ một lực kéo. Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Hỏi lực kéo chỉ bao nhiêu nếu :

- thang máy chuyển động thẳng đều lên trên ?
- thang máy chuyển động lên với gia tốc $a = 1,2 \text{ m/s}^2$?

2.7. Một vật có khối lượng m được treo vào trần một buồng thang máy có khối lượng M ở độ cao h so với sàn. Lực F làm buồng đi lên.

- Tính gia tốc của buồng và lực căng dây treo vật.
- Lực F không đổi. Dây treo vật bỗng nhiên bị đứt. Tính gia tốc ngay sau đó của vật và buồng.
- Tính thời gian để vật rơi tới sàn.



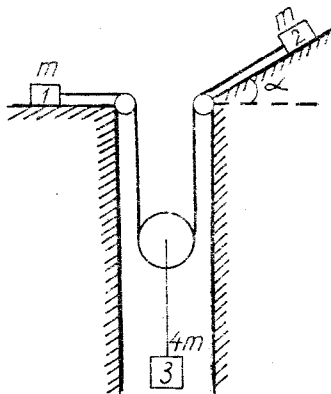
Hình A.25

2.8. Một hạt cườm khối lượng m , được xâu vào một thanh dài $2l$. Hạt cườm có thể trượt không ma sát dọc theo thanh (H.A.2.5). Tại thời điểm ban đầu hạt cườm ở giữa thanh. Cho thanh chuyển động tịnh tiến trong mặt phẳng nằm ngang với gia tốc a theo phương làm thành một góc α so với thanh. Hãy xác định gia tốc tương đối của hạt cườm đối với thanh và thời gian để hạt cườm rời khỏi thanh.

- 2.9. Trong hình A2.6, các mặt phẳng đều nhẵn. Góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$; $m_1 = m_2 = m = 1 \text{ kg}$; $m_3 = 4m$.

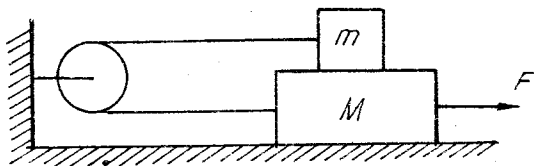
Hãy xác định gia tốc của mỗi vật và lực căng của dây nối hai vật 1 và 2.

Bỏ qua khối lượng của ròng rọc và dây. Bỏ qua ma sát ở ròng rọc.



Hình A.26

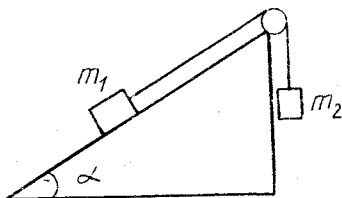
2.10. Đặt một vật khối lượng $M = 2 \text{ kg}$ trên mặt bàn nhẵn nằm ngang. Trên nó có một vật khác khối lượng $m = 1 \text{ kg}$. Hai vật được nối với nhau bởi một sợi dây vắt qua một ròng rọc cố định (H. A.2.7).



Hình A.2.7

Cho rằng sợi dây không giãn và khối lượng của ròng rọc không đáng kể.

Hỏi phải tác dụng một lực F bằng bao nhiêu vào vật dưới để nó chuyển động với gia tốc $a = \frac{1}{2} g$? Hệ số ma sát giữa vật m và vật M là $k = 0,5$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Hình A.2.8

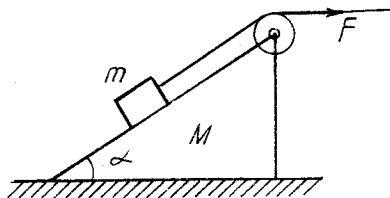
2.11. Hai trọng vật, khối lượng 5 kg và 2 kg , được nối với nhau bằng một sợi dây vắt qua một ròng rọc gắn ở đỉnh một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng $\alpha = 30^\circ$ (H.A.2.8).

Vật $m_1 = 5 \text{ kg}$ nằm trên mặt nghiêng chuyển động xuống dưới theo mặt nghiêng. Hệ số ma sát giữa vật 1 và mặt nghiêng là $k = 0,1$. Bỏ qua khối lượng và ma sát ở ròng rọc. Hãy

tính sức căng của sợi dây và gia tốc chuyển động của hệ. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$

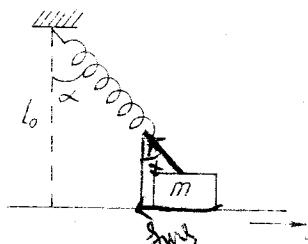
2.12.* Một chiếc nêm có khối lượng M , có góc nghiêng α có thể chuyển động tịnh tiến không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang (H.A.2.9).

Cần phải kéo dây theo phương ngang với một lực F bằng bao nhiêu để vật có khối lượng m chuyển động lên trên theo mặt



Hình A.2.9

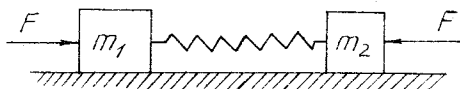
ném ? Khi ấy vật m và ném M chuyển động với gia tốc nào ? Bỏ qua ma sát, khối lượng của dây và của ròng rọc.



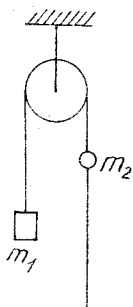
Hình A.2.10

2.13. Một lò xo có độ cứng $k = 10 \text{ N/m}$, đặt thẳng đứng, một đầu nối với một vật $m = 0,5 \text{ kg}$ nằm trên mặt bàn nằm ngang. Đầu kia của lò xo được giữ chặt ở phía trên, ở độ cao $l_0 = 0,1 \text{ m}$. Ở vị trí này lò xo không bị biến dạng. Cho bàn chuyển động đều theo phương ngang, lò xo bị lệch đi một góc $\alpha = 60^\circ$ khỏi phương thẳng đứng (H.A.2.10). Hãy tìm hệ số ma sát giữa vật và bàn.

2.14. Hai vật có khối lượng m_1 và m_2 ($m_1 > m_2$) được gắn vào hai đầu của một lò xo. Khi tác dụng vào hai vật hai lực có độ lớn bằng nhau, lò xo bị nén lại và hai vật đứng yên trên mặt bàn (H. A.2.11). Hỏi điều gì sẽ xảy ra nếu thôi không tác dụng lực vào hai vật nữa ? Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt bàn bằng k .



Hình A.2.11



Hình A.2.12

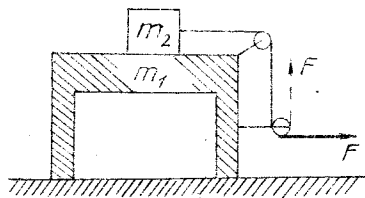
2.15. Một vật có khối lượng m_1 buộc vào đầu một dây vắt qua ròng rọc. Trên nhánh kia của dây có một hòn bi khối lượng m_2 trượt có ma sát với gia tốc a_2 đối với dây (H. A.2.12).

1) Tính gia tốc a_1 của m_1 và lực ma sát của hòn bi.

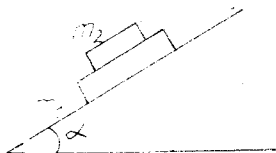
2) Cho $a_2 = g/2$. Hãy tìm điều kiện để đối với đất :

a) m_1 đi lên ; b) m_2 đi lên ; c) cả m_1 và m_2 đều đi xuống.

2.16.* Bàn có khối lượng $m_1 = 15 \text{ kg}$ có thể trượt không ma sát trên mặt sàn nằm ngang. Trên bàn có một vật khối lượng $m_2 = 10 \text{ kg}$, có dây buộc vắt qua hai ròng rọc gắn chặt vào bàn (H. A.2.13). Vật có thể trượt trên mặt bàn với hệ số ma sát $k = 0,6$. Tính gia tốc của bàn khi kéo đầu dây với lực $F = 80 \text{ N}$. Bỏ qua khối lượng của các ròng rọc và dây. Xét hai trường hợp : a) Lực F nằm ngang, b) lực F thẳng đứng. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Hình A.2.13



Hình A.2.14

* 2.17.* Cho hai miếng gỗ khối lượng m_1 và m_2 đặt chồng lên nhau trượt trên mặt phẳng nghiêng (H. A.2.14). Hệ số ma sát giữa chúng là k , giữa vật m_1 và mặt nghiêng là k_1 . Trong quá trình trượt, một miếng gỗ có thể chuyển động nhanh hơn miếng kia không ?

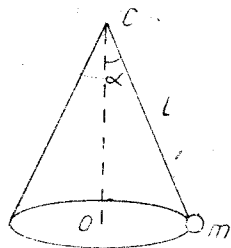
Tìm điều kiện để hai vật cùng trượt như một vật.

2.18*. Một vật có khối lượng $m_1 = 1 \text{ kg}$, có vận tốc đầu $v_0 = 10 \text{ m/s}$ và chịu lực cản $F = -kv$ với hệ số $k = 1 \text{ kg/s}$.

1) Chứng minh rằng vận tốc của vật giảm dần theo hàm số bậc nhất của quãng đường đi.

2) Tính quãng đường đi được tới lúc dừng.

2.19. Buộc một quả cầu vào đầu của một sợi dây dài $l = 0,3 \text{ m}$ và làm cho nó chuyển động sao cho dây tạo thành một hình nón, còn quả cầu vạch một quỹ đạo tròn bán kính $r = 0,15 \text{ m}$ trong mặt phẳng nằm ngang (H.A.2.15). Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Hỏi quả cầu quay được bao nhiêu vòng trong một giây ?



Hình A.2.15

2.20. Một trọng vật được treo vào đầu một chiếc cọc cắm thẳng đứng ở mép một chiếc đĩa tròn nằm ngang bằng một sợi dây dài $l = 0,1\text{m}$. Khi đĩa quay với vận tốc góc 1 vòng/s thì thấy dây lệch đi một góc $\alpha = 30^\circ$ khỏi phương thẳng đứng. Hãy tính bán kính của đĩa. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

2.21. Khi ô tô đi vào đường vòng thì người ngồi bị xô về một phía, nhưng tại sao khi máy bay lượn vòng thì người ngồi lại không bị xô như vậy ? Người ấy có chịu ảnh hưởng gì khác không ? Nếu có thì hãy tính ảnh hưởng ấy trong trường hợp người có khối lượng $m = 50 \text{ kg}$, máy bay đi theo đường tròn bán kính $R = 10 \text{ km}$ với vận tốc $v = 720 \text{ km/h}$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

2.22. Một xô nước chứa 1 kg nước được treo vào đầu một sợi dây và quay tròn đều trong mặt phẳng thẳng đứng. Khoảng cách từ tâm vòng tròn đến đáy xô là $0,8\text{m}$, mặt thoáng của nước cách đáy xô $0,1\text{m}$.

1) Tính số vòng quay cực tiểu trong 1 giây để nước không rơi ra ngoài xô.

2) Tính lực căng dây cực đại khi quay với tần số ấy. Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Bỏ qua khối lượng của xô.

2.23. Từ quảng trường hoàn toàn trống có bán kính $r = 68 \text{ m}$ có 3 đường đi ra ba ngã. Góc giữa các đường 1 và 2 là 90° , giữa các đường 1 và 3 là 120° , ô tô có thể từ đường 1 rẽ sang : a) đường 2 ; b) đường 3 với vận tốc tối đa bằng bao nhiêu để bánh xe không trượt ? Hệ số ma sát giữa mặt quảng trường và bánh xe là $k = 0,4$. Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

2.24*. Khi tăng tốc với gia tốc cực đại trên một đoạn đường thẳng, một ô tô đua đã tăng vận tốc từ $10,0 \text{ m/s}$ đến $10,5 \text{ m/s}$ trong $0,1 \text{ s}$.

1) Hỏi trong thời gian bao lâu nó có thể tăng tốc như thế trên một đoạn đường vòng nằm ngang có bán kính $R = 30\text{m}$?

2) Trên đoạn đường vòng nằm ngang có bán kính bằng bao nhiêu thì nó không thể tăng vận tốc của mình quá 10 m/s .

2.25*. Ở mép một đĩa nằm ngang, bán kính R có đặt một đồng tiền. Đĩa quay tròn với vận tốc góc $\omega = \varepsilon t$, trong đó ε là gia tốc góc không

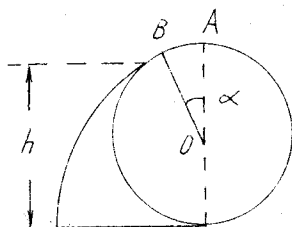
đổi. Tới thời điểm nào thì đồng tiền văng ra khỏi đĩa, nếu hệ số ma sát giữa đồng tiền và đĩa là k ?

2.26.* Hai vật được ném đồng thời dưới góc α_1 và α_2 so với phương ngang. Hãy chứng minh rằng vận tốc tương đối của chúng (so với nhau) là không thay đổi cả về hướng lẫn độ lớn trong suốt thời gian chuyển động.

2.27.* Vật có khối lượng m trượt từ điểm cao nhất A của một hình bán cầu bán kính r , đứng yên trên mặt phẳng nằm ngang.

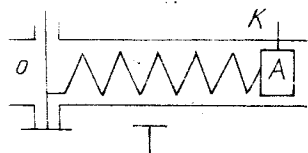
a) Tới độ cao h nào thì nó rời hình cầu ?

b) Tính áp lực của nó ở điểm B. Bán kính OB nghiêng góc $\alpha = 30^\circ$ so với OA (H. A.2.16). Bỏ qua ma sát. Vận tốc ban đầu rất nhỏ.



Hình A.2.16

2.28.* Một vật có khối lượng $m = 4$ kg được buộc vào đầu một dây cao su có chiều dài tự nhiên $l_0 = 0,6$ m, hệ số đàn hồi $k = 10000$ N/m và quay đều trong mặt phẳng thẳng đứng với tần số 80 vòng/ph. Tính độ giãn và lực căng dây ở các điểm cao nhất và thấp nhất. Lấy $g = 10$ m/s². Coi quỹ đạo là tròn ở hai điểm ấy.



Hình A.2.17

2.29.* Một lò xo có chiều dài tự nhiên 0,1 m, có độ cứng $k = 20$ N/m, có khối lượng không đáng kể. Một đầu của lò xo gắn với trục quay thẳng đứng O của một ống nằm ngang T, đầu kia gắn với một vật A có khối lượng $m = 0,5$ kg và có thể trượt trong ống. Ma sát không đáng kể. Kim K gắn với vật A và chuyển động trong một khe của ống cho biết vị trí của A (H.A.2.17).

1) Chứng minh rằng nếu trục O gắn vào sàn của một xe chạy trên mặt đất nằm ngang thì thiết bị này là một gia tốc kế cho biết hướng và độ lớn gia tốc của xe.

2) Ban đầu ống T đặt song song với thành AB của xe và hướng về phía sau coi thời điểm xe xuất phát là thời điểm ban đầu người ta quan sát thấy :

a) Trong thời gian từ 0 đến 20s, ống giữ nguyên hướng và kim ở cách trục 12cm.

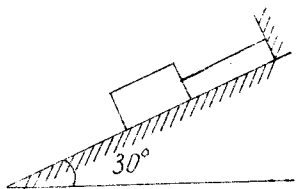
b) Lúc $t = 20\text{s}$ ống đột ngột quay sang trái đến song song với AD rồi trong thời gian 31,4 s tiếp theo giữ nguyên hướng đó và OK vẫn bằng 12cm.

c) lúc $t = 51,4\text{ s}$ ống đột ngột quay về phía trước, song song với AB và khoảng OK = 13cm.

d) đến $t = 61,4\text{ s}$ thì ống đột ngột quay 180° trở lại hướng ban đầu, nhưng OK = 10cm.

Hãy mô tả chuyển động của xe và tính các đặc trưng động học của từng giai đoạn.

III - TÍNH HỌC



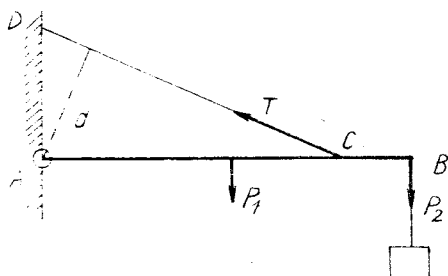
Hình A.3.

3.1. Một vật rắn, khối lượng $m = 2\text{ kg}$ đặt trên một mặt phẳng nghiêng, làm thành một góc $\alpha = 30^\circ$ so với phương ngang. Vật được giữ bằng một sợi dây có khối lượng không đáng kể, song song với mặt phẳng nghiêng (H.A.3.1). Bỏ qua lực ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng.

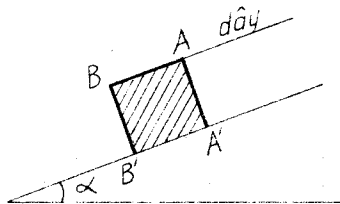
Hãy xác định : 1) lực căng của dây

2) phản lực của mặt nghiêng.

3.2. Một thanh đồng chất, có trọng lượng $P_1 = 10\text{N}$, dài 1,2m, đầu B treo một vật nặng có trọng lượng $P_2 = 10\text{N}$. Thanh được giữ nằm ngang nhờ bản lề A và dây CD. Cho biết sợi dây làm với thành một góc 30° và đầu C của dây cách B 0,3m (H.A.3.2). Hãy tìm lực căng của dây và phản lực của bản lề.



Hinh A.3.2



Hinh A.3.3

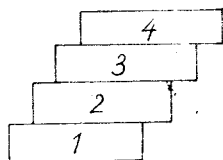
3.3. Một vật rắn hình lập phương, đồng chất, được đặt nằm không ma sát trên một mặt phẳng nghiêng một góc α so với phương ngang. Người ta buộc vào điểm A hoặc điểm A' của vật một sợi dây và giữ cho dây song song với mặt nghiêng (H. A.3.3). Hãy chứng minh rằng chỉ có cân bằng nếu góc α nhỏ hơn một góc α_m xác định.

Điều gì xảy ra nếu :

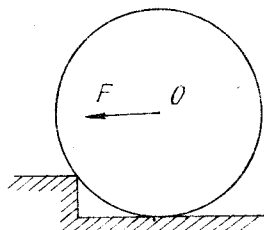
a) $\alpha > \alpha_m$ và dây buộc ở A ?

b) $\alpha > \alpha_m$ và dây buộc ở A' ?

3.4. Có 4 hòn gạch đặt chồng lên nhau sao cho một phần của hòn gạch trên nhô ra khỏi hòn gạch dưới (H.A.3.4). Hỏi mép phải của hòn gạch trên cùng có thể nhô ra khỏi mép phải của hòn gạch dưới cùng một đoạn cực đại bằng bao nhiêu ? Biết chiều dài viên gạch bằng l.



Hinh A.3.4

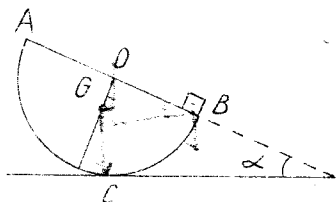


Hinh A.3.5

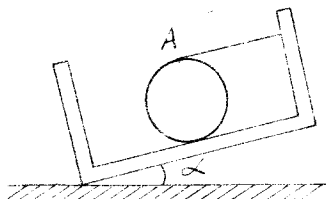
3.5. Để kéo một con lăn nặng, bán kính R leo lên bậc thềm hình chữ nhật (H.A.3.5), người ta đặt vào trục của nó một lực $\vec{F}$ theo phương

ngang. Lực này có cường độ bằng trọng lượng của con lăn. Hãy xác định độ cao cực đại của bậc thềm mà con lăn có thể leo lên được.

3.6. Người ta đặt mặt lồi của một bán cầu trên một mặt phẳng nằm ngang. Tại mép của bán cầu đặt một vật nhỏ làm cho mặt phẳng bán cầu nghiêng đi một góc α so với mặt nằm ngang (H.A.3.6). Biết khối lượng của bán cầu là m_1 , của vật nhỏ là m_2 , trọng tâm G của bán cầu cách tâm hình học O của mặt cầu là $\frac{3r}{8}$ trong đó r là bán kính của bán cầu. Tính góc α .

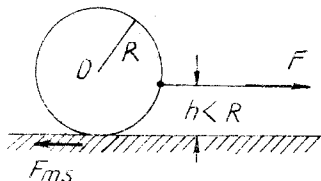


Hình A.3.6



Hình A.3.7

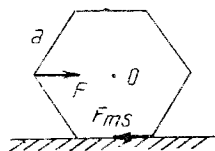
3.7. Một quả cầu được đặt ở đáy phẳng, không nhẵn của một chiếc hộp. Đáy hộp nghiêng một góc α so với phương nằm ngang. Quả cầu được giữ cân bằng bởi một sợi dây song song với đáy, buộc vào đầu A của đường kính vuông góc với đáy (H.A.3.7). Hỏi góc α có thể lớn nhất bằng bao nhiêu để quả cầu vẫn cân bằng? Biết hệ số ma sát giữa quả cầu và đáy hộp bằng k .



Hình A.3.8

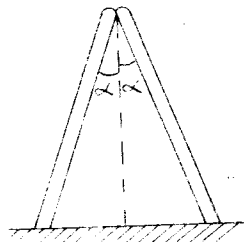
3.8. Một quả cầu, bán kính R , khối lượng m , trượt trên mặt nằm ngang dưới tác dụng của một lực căng F không đổi của một sợi dây nhẹ, không giãn, luôn luôn nằm ngang (H.A.3.8). Tính hệ số ma sát để có hiện tượng này? Gia tốc của quả cầu bằng bao nhiêu?

3.9. Người ta đẩy một cái bút chì có tiết diện hình lục giác đều, cạnh a , đặt trên mặt phẳng nằm ngang, bằng một lực F song song với mặt phẳng và hướng vào trục O (H.A.3.9). Hỏi với những giá trị nào của hệ số ma sát giữa bút chì và mặt phẳng thì bút chì sẽ trượt trên mặt phẳng mà không quay?



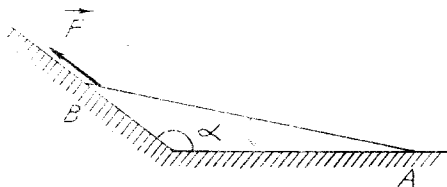
Hình A.3.9

3.10. Hai tấm ván mỏng, giống hệt nhau có mép được bao tròn, nhẵn và được đặt tựa vào nhau trên mặt sàn (H.A.3.10). Góc giữa mặt phẳng thẳng đứng và mỗi tấm ván là α . Hỏi hệ số ma sát k giữa mép dưới của các tấm ván và mặt sàn phải bằng bao nhiêu để chúng không bị đổ?

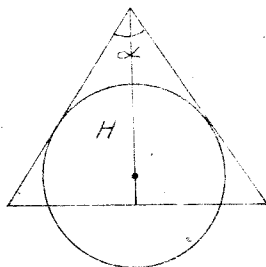


Hình A.3.10

3.11. Một thanh đồng chất AB , khối lượng m , đầu A dựa vào mặt phẳng nằm ngang, đầu B dựa vào mặt phẳng nghiêng (H.A.3.11). Góc giữa hai mặt phẳng là α . Đặt vào đầu B của thanh một lực F hướng dọc theo mặt nghiêng. Hỏi độ lớn của lực này để thanh cân bằng? Bỏ qua ma sát giữa thanh và hai mặt phẳng đỡ.



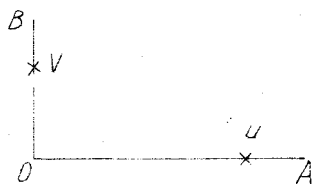
Hình A.3.11



Hình A.3.12

3.12. Người ta làm cho một con rối chiếc mũ hình nón bằng miếng tôn cứng. Mũ cao $H = 20\text{cm}$, góc ở đỉnh $\alpha = 60^\circ$ (H.A.3.12). Đầu của con rối là một quả cầu nhẵn có đường kính $D = 15\text{cm}$.

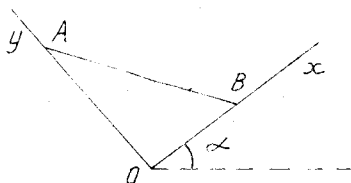
Hỏi con rối có giữ được chiếc mũ này trên đầu hay không?



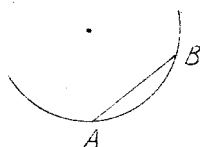
Hình A.3.13

3.13. Ba người vác một dầm sắt hình chữ L, góc O vuông, $OA = 2a$, $OB = 2b$, trọng lượng tỉ lệ với độ dài. Một người đỡ dầm ở O, một người đỡ dầm ở U (trên OA) và một người đỡ dầm ở V (trên OB) (H.A.3.13). Hãy tìm các vị trí của U và V để ba người chịu lực như nhau. Và biện luận kết quả.

3.14. $\widehat{xOy}$ là một góc vuông nằm trong mặt phẳng thẳng đứng, Ox làm với đường nằm ngang góc α . AB là một thanh đồng chất, chiều dài l, trọng lượng P, hai đầu A và B có thể trượt không ma sát trên Ox, Oy (H.A.3.14) Tìm vị trí cân bằng của thanh và giá trị các phản lực ở A và B khi cân bằng. Cân bằng ấy là bền hay không bền ?



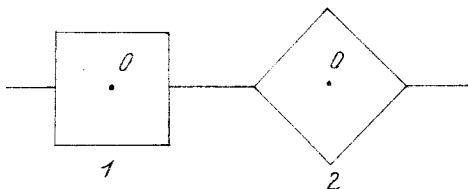
Hình A.3.14



Hình A.3.15

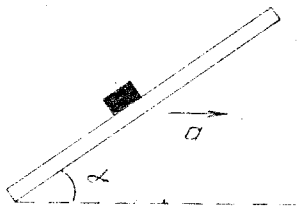
3.15*. Một thanh đồng chất có hai đầu A, B tựa lên một máng hình tròn có mặt phẳng thẳng đứng, chiều dài của thanh bằng bán kính R của đường tròn. (H.A.3.15) Hệ số ma sát là k. Tính góc cực đại mà thanh có thể làm với đường nằm ngang.

3.16*. Khối gỗ lập phương đồng chất, tỉ trọng bằng $\frac{1}{2}$ so với nước, có thể nổi cân bằng trên mặt nước theo hai cách như ở hình A.3.16. Hỏi cân bằng nào bền hơn ?

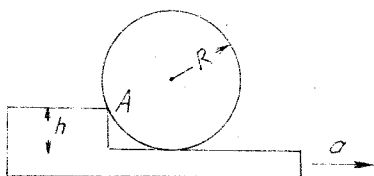


Hình A.3.16

3.17*. Trên một tấm ván nghiêng một góc α so với mặt phẳng nằm ngang có một vật nhỏ. (H.A.3.17). Ván đứng yên thì vật cũng đứng yên. Cho ván chuyển động sang phải với gia tốc a song song với đường nằm ngang. Tính giá trị cực đại của a để vật vẫn đứng yên trên ván. Biết hệ số ma sát là k .



Hình A.3.17

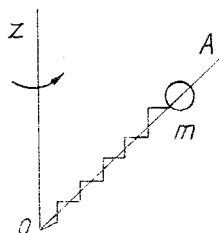


Hình A.3.18

3.18*. Ván nằm ngang có một bậc có độ cao h . Một quả cầu đồng chất có bán kính R đặt trên ván sát vào mép A của bậc. (H.A.3.18). Ván chuyển động sang phải với gia tốc a . Tính giá trị cực đại của gia tốc a để quả cầu không nhảy lên trên bậc trong hai trường hợp :

- 1) Không có ma sát ở mép A
- 2) Ở A có ma sát ngăn không cho quả cầu trượt mà chỉ có thể quay quanh A .

3.19*. Thanh OA quay quanh một trục thẳng đứng OZ với vận tốc góc ω . Góc $\widehat{ZOA} = \alpha$ không đổi. Một hòn bi nhỏ, khối lượng m , có thể trượt không ma sát trên OA và được nối với điểm O bằng một lò xo có độ cứng k và có chiều dài tự nhiên l_0 .



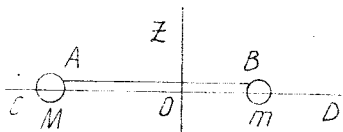
- 1) Tìm vị trí cân bằng của bi và điều kiện để có cân bằng.

- 2) Cân bằng là bền hay không bền ?

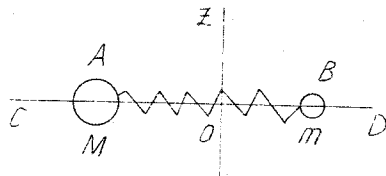
Hình A.3.19

3.20. Thanh cứng CD vuông góc với trục thẳng đứng OZ và quay quanh trục này với vận tốc góc ω . (H.A.3.20).

Hai hòn bi A và B có khối lượng M và m, nối với nhau bằng dây không giãn có chiều dài l, có thể trượt không ma sát trên thanh. Tìm các vị trí cân bằng của hai hòn bi và lực căng của dây. Cân bằng này là bền hay không bền ?



Hình A.3.20



Hình A.3.21

3.21*. Thanh CD vuông góc với trục thẳng đứng OZ và quay quanh trục này với vận tốc góc ω . Hai hòn bi A, B có khối lượng M và m nối với nhau bằng một lò xo có độ cứng k và có chiều dài tự nhiên l_0 (H.A.3.21).

Hai hòn bi có thể trượt không ma sát trên thanh. Tìm các vị trí cân bằng của hai hòn bi. Cân bằng này có bền hay không ?

IV - CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN - CÔNG VÀ CÔNG SUẤT

4.1. Hai quả cầu bằng chì có khối lượng $m_1 = m$ và $m_2 = n m$ và vận tốc $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ vuông góc với nhau đến va chạm và dính vào nhau. Xác định vận tốc v của hai vật sau va chạm.

Áp dụng bằng số : $n = 2$, $v_1 = 3 \text{ m/s}$, $v_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}$

4.2. Trên mặt hồ có một cái thuyền chiều dài L, khối lượng M chở một người có khối lượng m, cả hai ban đầu đứng yên. Nếu người đi

từ mũi thuyền đến đuôi thuyền thì thuyền dịch chuyển bao nhiêu so với nước, theo chiều nào ? Bỏ qua sức cản của nước.

4.3. Một sà lan có khối lượng $M = 600 \text{ kg}$ và chiều dài $l = 12 \text{ m}$ được nước sông cuốn theo với vận tốc $v = 1 \text{ m/s}$ đối với bờ sông. Ở hai đầu sà lan có hai người đồng thời xuất phát để đổi chỗ cho nhau, người có khối lượng $m_1 = 40 \text{ kg}$ đi theo chiều nước chảy, người có khối lượng $m_2 = 60 \text{ kg}$ đi ngược chiều. Cả hai đi với vận tốc $u = 0,8 \text{ m/s}$ đối với sà lan. Tính quãng đường s mà sà lan đi được đối với bờ sông trong thời gian hai người đổi chỗ.

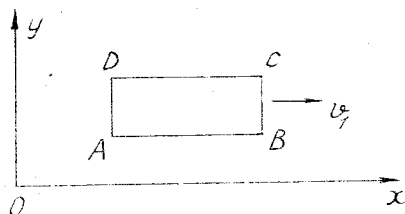
4.4. Một toa xe có khối lượng $M = 280 \text{ kg}$ ban đầu đứng yên trên đường ray và chở hai người, mỗi người có khối lượng $m = 70 \text{ kg}$. Tính vận tốc của toa xe sau khi hai người nhảy ra khỏi xe theo phương song song với đường ray, với vận tốc $u = 6 \text{ m/s}$ đối với xe. Xét các trường hợp sau đây : a) đồng thời nhảy cùng chiều b) đồng thời nhảy trái chiều nhau c) lần lượt và cùng chiều d) lần lượt nhưng trái chiều.

4.5*. Hai toa xe không có thành (loại xe chở sắt, gỗ...) có khối lượng m_1 và m_2 chuyển động theo quán tính song song với nhau với các vận tốc v_1 và $v_2 < v_1$. Xe 1 chở một người có khối lượng m . Người ấy nhảy sang xe 2 rồi lại nhảy trở lại xe 1, lần nào cũng nhảy theo phương song song với bề ngang của toa xe mà người ấy sắp rời. Tính vận tốc của hai xe sau khi người ấy đã trở lại toa 1.

4.6*. Một cái bè ABCD chở người lái có khối lượng tổng cộng m_1 trôi trên sông với vận tốc $\vec{v}_1$. AB và $\vec{v}_1$ song song với bờ sông Ox (H.A.4.1). Từ bờ một người có khối lượng m_2 nhảy lên bè với vận tốc v_2 . Xác định vận tốc của bè chở hai người trong hai trường hợp :

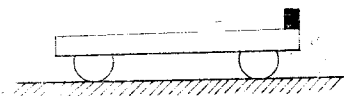
a) $\vec{v}_2$ vuông góc với bờ sông

b) người lái bè thấy $\vec{v}_2$ vuông góc với cạnh AB của bè.



Hình A.4.1

4.7. Toa xe có khối lượng M đang chuyển động trên đường ray nằm ngang với vận tốc $v = 2 \text{ m/s}$ thì một vật nhỏ có khối lượng $m = M/10$ rơi nhẹ xuống mép trước của sàn xe (H.A.4.2). Sàn có chiều dài $l = 5 \text{ m}$. Hệ số ma sát giữa vật và sàn là $k = 0,1$. Vật có thể sau khi trượt nằm yên trên sàn hay không, nếu được thì ở đâu ? Tính vận tốc cuối của xe và vật.



Hình A.4.2

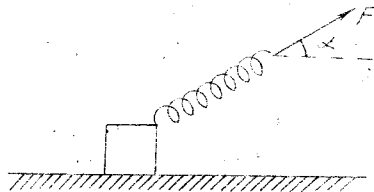
4.8. Đoàn tàu có khối lượng $M = 500$ tấn đang chạy đều trên đường nằm ngang thì toa cuối có khối lượng $m = 20$ tấn bị đứt dây nối và rời ra. Xét hai trường hợp :

a) Toa này chạy một đoạn đường $l = 480 \text{ m}$ thì dừng. Lúc nó dừng, đoàn tàu cách nó bao nhiêu mét nếu lái tàu không biết là có sự cố.

b) Sau khi sự cố xảy ra, đoàn tàu chạy được đoạn đường $d = 240 \text{ m}$ thì lái tàu biết và tắt động cơ, nhưng không phanh. Tính khoảng cách giữa đoàn tàu và toa lúc cả hai đã dừng.

Giả thiết lực ma sát cản đoàn tàu, hoặc toa, tỉ lệ với trọng lượng và không phụ thuộc vào vận tốc ; động cơ đầu tàu khi hoạt động sinh ra lực kéo không đổi.

4.9*. Một lò xo có độ cứng $c = 300 \text{ N/m}$ có một đầu buộc vào một vật có khối lượng $m = 12 \text{ kg}$ nằm trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng : $k = 0,4$. Lúc đầu lò xo chưa biến dạng. Ta đặt vào đầu tự do của lò xo một lực F nghiêng 30° so với phương nằm ngang thì vật dịch chuyển chậm một khoảng $s = 0,4 \text{ m}$ (H.A.4.3). Tính công thực hiện bởi F .



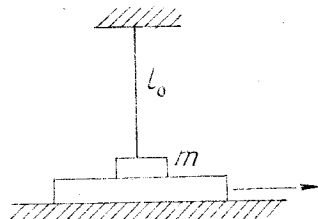
Hình A.4.3

4.10. Trên đường nằm ngang dài $s = 2 \text{ km}$, vận tốc của đoàn tàu tăng từ $v_1 = 54 \text{ km/h}$ lên $v_2 = 72 \text{ km/h}$ (chuyển động nhanh dần đều).

Tính công và công suất trung bình của động cơ biết khối lượng của đoàn tàu là $m = 8.10^5$ kg và có lực cản do ma sát với hệ số ma sát $k = 0.005$. Lấy $g = 10$ m/s².

4.11. Một xe ô tô có khối lượng $m = 10^3$ kg chạy từ nghỉ trên đường nằm ngang. Động cơ sinh ra lực lớn nhất bằng 10^3 N. Tính thời gian tối thiểu để xe đạt được vận tốc $u = 3$ m/s trong 2 trường hợp : a) công suất cực đại của động cơ bằng $P = 4$ kW ; b) công suất cực đại ấy là $P' = 1$ kW. Bỏ qua mọi ma sát.

4.12*. Đặt một vật khối lượng $m = 1$ kg trên một tấm gỗ rồi đặt cả hai lên mặt sàn nằm ngang. Vật được treo vào một điểm O bằng một sợi dây nhẹ đàn hồi, lúc đầu có chiều dài tự nhiên $l_0 = 40$ cm (H.A.4.4). Hệ số ma sát giữa vật và tấm gỗ là $k = 0,2$. Từ từ kéo tấm gỗ cho đến khi vật bắt đầu trượt trên gỗ, khi ấy dây lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha = 30^\circ$. Hãy tính trong hệ quy chiếu gắn với mặt sàn, công của lực ma sát tác dụng lên vật từ lúc đầu đến lúc vật bắt đầu trượt ($g = 10 \frac{m}{s^2}$).



Hình A.4.4

4.13. Giữ nguyên công suất của động cơ thì một ô tô đi lên dốc nghiêng một góc α so với đường nằm ngang với vận tốc v_1 , và xuống cùng cái dốc ấy với vận tốc v_2 . Hỏi nó chạy trên đường nằm ngang với vận tốc v bằng bao nhiêu ? Hệ số ma sát như nhau trong cả ba trường hợp.

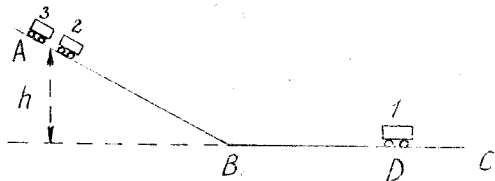
4.14. Hai xuồng có khối lượng $m_1 = 4000$ kg và $m_2 = 6000$ kg ban đầu đứng yên. Một dây cáp có một đầu buộc vào xuồng 1, đầu kia quấn vào trục của động cơ gắn với xuồng 2. Động cơ quay làm dây ngắn lại, lực căng dây không đổi.

Sau $t = 100$ s vận tốc ngắn dây đạt giá trị $v = 5$ m/s Tính các vận tốc của hai xuồng lúc ấy, công mà động cơ đã thực hiện và công suất trung bình.

Bỏ qua sức cản của nước.

4.15. Một người trượt băng có khối lượng $M = 60 \text{ kg}$ ném ra phía trước một quả tạ có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ với vận tốc $v = 12 \text{ m/s}$ đối với sân băng. Tính công mà người ấy thực hiện (công trong hệ quy chiếu gắn với người ấy), bỏ qua ma sát giữa giày và sân băng. Tính vận tốc của quả tạ nếu người cũng tổn công như trên nhưng đứng trên sàn đất và không bị trượt.

4.16. Đề lập đoàn tàu người ta dùng đường ray dốc AB nối với đường ray nằm ngang BC (H.A.4.5). Độ cao của A là h . Có ba toa giống nhau, khối lượng mỗi toa là m . Ở đầu mỗi toa gắn móc có lò xo, khi bị nén đủ thì nó nối hai toa với nhau. Toa 1 đỗ cách B một đoạn $BD = l$. Ở thời điểm 0 toa 2 lăn từ nghỉ xuống B rồi đến nối với toa 1. Đến thời điểm



Hình A.4.5

t₀ toa 3 cũng lăn xuống và đến nối với hai toa 1, 2 ở điểm E. Tính khoảng cách BE và vận tốc cuối của đoàn tàu 3 toa. Cơ năng của hệ ba toa biến đổi thế nào? Bỏ qua ma sát giữa các toa và đường ray.

4.17. Một hạt có khối lượng m và vận tốc v va chạm đàn hồi vào một hạt đứng yên có khối lượng $2m$, rồi bật đi theo phương vuông góc với phương ban đầu. Tính các vận tốc v_1 và v_2 của hai hạt sau va chạm, và góc α của v_2 (của hạt $2m$) làm với v .

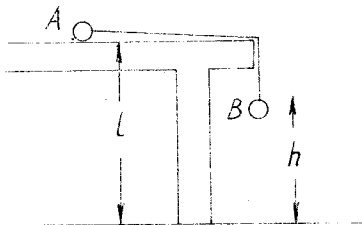
4.18. Hai hạt có khối lượng m và $2m$, có động lượng theo thứ tự là p và $p/2$, chuyển động theo hai phương vuông góc đến va chạm vào nhau. Sau va chạm hai hạt trao đổi động lượng cho nhau. Tính nhiệt lượng tỏa ra khi va chạm.

4.19. Một quả cầu khối lượng $M = 300 \text{ g}$ nằm ở mép bàn. Một viên đạn khối lượng $m = 10 \text{ g}$ bắn theo phương nằm ngang vào tâm quả cầu, xuyên qua quả cầu và rơi cách mép bàn $s_2 = 15 \text{ m}$, còn quả cầu rơi cách mép bàn $s_1 = 6 \text{ m}$. Biết bàn cao $h = 1 \text{ m}$, hãy tính :

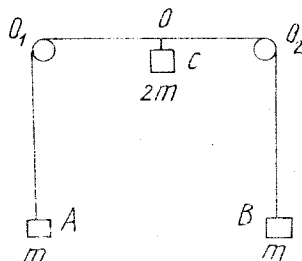
a) vận tốc ban đầu v_0 của viên đạn

b) nhiệt lượng tỏa ra trong va chạm. Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

4.20*. Hai quả tạ giống nhau A và B được nối với nhau bằng dây không giãn, chiều dài l , khối lượng không đáng kể. Lúc ban đầu tạ B ở độ cao $h = \frac{2}{3}l$, chiều cao của bàn cũng bằng l . Thả cho nó rơi và kéo tạ A trượt trên mặt bàn hoàn toàn nhẵn (H.A.4.6). Sau khi va chạm vào sàn, tạ B đứng yên còn tạ A bay ra xa bàn. Hỏi ở độ cao nào của A thì dây lại căng.



Hình A.4.6

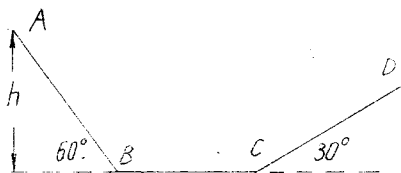


Hình A.4.7

4.21. Ba vật A, B và C được treo vào một sợi dây dài vắt qua hai ròng rọc cố định ở cùng một độ cao (H.A.4.7) $O_1O = OO_2 = 0,5m$. Thả cho hệ thống chuyển động. Khi vật C rơi được 0,5 mét thì vận tốc của nó bằng bao nhiêu, biết C có khối lượng gấp đôi A và B. Bỏ qua ma sát, khối lượng các ròng rọc và dây. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

4.22. Một quả cầu khối lượng m bay với vận tốc v đến va chạm vào quả cầu đứng yên có khối lượng M , theo đường nối các tâm. Sau va chạm, độ lớn vận tốc của quả cầu m là $v/2$. Tính tỉ số giữa các động năng của hệ sau và trước va chạm. Với điều kiện nào thì kiểu va chạm trên đây mới có thể xảy ra.

4.23*. Người ta dùng một dây cáp có độ cứng $k = 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ để thả xuống đất một vật có khối lượng $m = 1000 \text{ kg}$ với vận tốc không đổi $v = 10 \text{ m/s}$. Nếu bất thành linh hãm đầu trên của dây thì lực căng dây có giá trị cực đại bằng bao nhiêu? Bỏ qua khối lượng của dây. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Hình A.4.8

4.24. Một vật khối lượng $m = 0,1 \text{ kg}$ trượt trên một cái máng có ba phần : AB nghiêng 60° , BC nằm ngang và CD nghiêng 30° . Chiều dài $BC = 1,5\text{m}$. Các góc B và C được vát cong để vật không mất động năng khi đi qua.

Ban đầu vật ở điểm A có độ cao $h = 1 \text{ m}$ và trượt không có vận tốc ban đầu. Hệ số ma sát trên toàn bộ máng là $k = 0,2$. Vật sẽ dừng lại ở điểm nào ? Lấy $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (H.A.4.8).

4.25*. Máy bay khi đổ xuống tàu sân bay thì vướng vào cáp hãm, tương đương với một lò xo. Máy bay đi được $l = 30 \text{ m}$ thì dừng (coi l như độ đàn của lò xo). Vận tốc của máy bay lúc bắt đầu vướng cáp là $v = 108 \text{ km/h}$.

Trọng lượng của phi công biến đổi thế nào trong quá trình máy bay bị hãm. Tính giá trị cực đại của trọng lượng ấy nếu phi công có khối lượng $m = 70 \text{ kg}$. Giả thiết máy bay chuyển động theo phương nằm ngang. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$

4.26*. Một tấm ván có khối lượng M được treo vào một dây dài. Nếu viên đạn có khối lượng m bắn vào ván với vận tốc v_0 thì nó dừng ở mặt sau của ván, nếu bắn với vận tốc $v_1 > v_0$ thì đạn xuyên qua ván. Tính vận tốc v của ván sau khi đạn xuyên qua. Giả thiết lực cản của ván đối với đạn không phụ thuộc vào vận tốc của đạn. Lập luận để chọn dấu trong nghiệm.

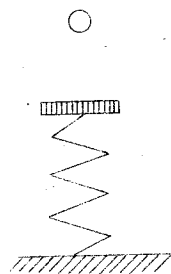
4.27. Búa máy có khối lượng $m = 500 \text{ kg}$ rơi từ độ cao $h = 1,2\text{m}$, so với đầu cọc, làm cọc ngập vào đất $s = 2 \text{ cm}$.

Biết khối lượng của búa rất lớn so với khối lượng của cọc và không nảy lên khi va vào cọc. Tính lực đóng cọc và thời gian nó tác dụng. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$

4.28. Hai hòn bi bằng chì có khối lượng m_1 và $m_2 = m_1/2$ được treo bằng hai dây có cùng chiều dài l vào một điểm. Kéo lệch hòn bi m_1 cho dây treo nằm ngang rồi thả ra không có vận tốc ban đầu. Nó va chạm vào bi m_2 (va chạm hoàn toàn mềm). Sau va chạm hai hòn bi lên tới độ cao cực đại bằng bao nhiêu ?

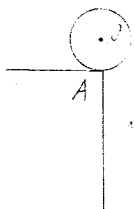
4.29. Đề bài như 4.28 nhưng hai hòn bi bằng thép, va chạm là đàn hồi. Tính độ cao mà mỗi hòn bi đạt tới sau va chạm.

4.30*. Một quả tạ có khối lượng $m = 0,5 \text{ kg}$ rơi từ độ cao $h = 1,25 \text{ m}$ vào một miếng sắt có khối lượng $M = 1 \text{ kg}$ đỡ bởi lò xo có độ cứng $k = 1000 \text{ N/m}$. Va chạm là đàn hồi (H.A.4.9). Tính độ co cực đại của lò xo. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Hình A.4.9

4.31*. Đề bài như 4.30 nhưng thay miếng sắt bằng miếng chì, va chạm là hoàn toàn mềm.



Hình A.4.10

4.32*. Ở mép A của một chiếc bàn chiều cao $h = 1 \text{ m}$ có một quả cầu đồng chất, bán kính $R = 1 \text{ cm}$ (H.A.4.10). Đẩy cho tâm O của quả cầu lệch khỏi đường thẳng đứng đi qua A, quả cầu rơi xuống đất (Vận tốc ban đầu của O không đáng kể). Nó rơi cách xa mép bàn bao nhiêu? Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$

4.33*. Một bị đựng bột trượt không vận tốc đầu từ độ cao $h = 2 \text{ m}$ theo mặt phẳng nghiêng $\alpha = 45^\circ$ so với phương ngang, va chạm với sàn rồi trượt trên mặt sàn nằm ngang. Nó dừng lại ở điểm cách chân mặt nghiêng bao nhiêu? Hệ số ma sát giữa bị và mặt nghiêng hoặc sàn là $k = 0,5$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

V - VẠN VẬT HẤP DẪN

5.1. Vệ tinh địa tĩnh là vệ tinh đứng yên ở trên đường thẳng đứng của một điểm thuộc xích đạo Trái Đất.

Tính : a) bán kính của quỹ đạo vệ tinh ấy

b) vận tốc dài của vệ tinh. Biết khối lượng của Trái Đất $M = 6.10^{24} \text{ kg}$;

hằng số hấp dẫn $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$.

5.2*. Một hành tinh có bán kính $R = 10^4$ km và tự quay một vòng mất 12 giờ. Trọng lượng của một vật đặt ở xích đạo của hành tinh bằng 0,8 trọng lượng khi đặt ở cực. Tính gia tốc rơi tự do ở cực của hành tinh ấy.

5.3. Bán kính của Hỏa tinh : $r = \frac{R}{1,9}$, khối lượng của Hỏa tinh : $m = \frac{M}{9}$, R và M là bán kính và khối lượng của Trái Đất. Tính gia tốc rơi tự do trên bề mặt Hỏa tinh biết gia tốc rơi tự do trên Trái Đất là g_0 . Bỏ qua sự tự quay của hành tinh.

5.4. 1) Ở độ cao H nào so với mặt đất thì gia tốc rơi tự do bằng $g_0/4$, g_0 là gia tốc rơi tự do ở mặt đất.

2) Ở độ sâu l nào so với mặt đất thì gia tốc rơi tự do bằng $g_0/2$, biết rằng lực hấp dẫn của lớp đất đồng chất hình vỏ cầu lên một chất điểm không nằm hẳn trong lớp ấy bằng không. Coi Trái Đất là hình cầu đồng chất có bán kính R .

5.5. Mặt Trăng quay một vòng quanh Trái Đất mất $T = 27$ ngày đêm. Tìm bán kính quỹ đạo r của nó, biết bán kính Trái Đất $R = 6,4 \cdot 10^6$ m, và gia tốc rơi tự do trên mặt đất $g = 9,8$ m/s².

5.6. Hai ngôi sao có khối lượng m và M cách nhau một khoảng không đổi l và quay quanh khối tâm. Coi hệ là cô lập, tìm các quỹ đạo và chu kì quay của hệ.

5.7*. Vệ tinh nhân tạo đầu tiên của Trái Đất có quỹ đạo elip với chu kì $T = 96$ phút, độ cao cực tiểu tính từ mặt đất $h = 220$ km. Tính độ cao cực đại của nó biết rằng nếu vệ tinh bay sát mặt đất, nghĩa là có quỹ đạo tròn với bán kính coi là bằng bán kính Trái Đất $R = 6370$ km, thì nó có chu kì $T_0 = 84$ phút.

5.8*. Một vệ tinh của Trái Đất có khối lượng $M = 200$ kg đang bay trên quỹ đạo tròn với vận tốc $v = 8$ km/s thì phóng ra ngược chiều bay một vật có khối lượng $m = 0,05$ kg với vận tốc (đối với vệ tinh) $u = 1$ km/s.

1) Bán kính của quỹ đạo vệ tinh tăng hay giảm bao nhiêu ?

2) Tính bán kính mới.

3) Vật phóng ra chuyển động thế nào ?

Coi quỹ đạo mới vẫn là tròn, gia tốc trọng trường biến đổi không đáng kể theo chiều cao và có giá trị $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

5.9*. 1) Một trạm vũ trụ bay quanh Trái Đất trên quỹ đạo tròn có bán kính $R = 2 R_0$, $R_0 = 6400 \text{ km}$ là bán kính Trái Đất. Động cơ không hoạt động. Tính vận tốc v và chu kì T của trạm biết vận tốc vũ trụ thứ nhất ở sát mặt đất là $v_0 = 7,9 \text{ km/s}$.

2) Động cơ hoạt động trong một thời gian ngắn làm cho vận tốc có giá trị v_1 . Trạm chuyển sang quỹ đạo elip và có khoảng cách tới tâm Trái Đất bé nhất bằng $R_1 = R$, lớn nhất bằng R_2 . Tính v_1 để $R_2 = 2R_1$. Tính chu kì của chuyển động elip.

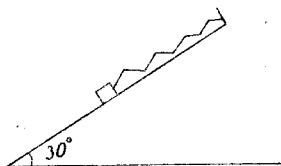
VI - DAO ĐỘNG VÀ SÓNG

6.1. Chất điểm dao động điều hòa với tần số $f = 0,5 \text{ Hz}$. Nó đi qua vị trí cân bằng với vận tốc $v_0 = 31,4 \text{ cm/s}$. Viết biểu thức của hoành độ x của chất điểm.

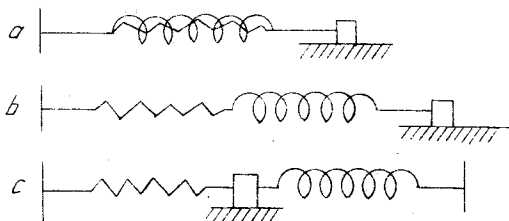
6.2. Chất điểm dao động điều hòa giữa hai vị trí biên A và A' . O là vị trí cân bằng, B là trung điểm của OA , C là điểm cách O một khoảng bằng $2/3$ biên độ OA . Tính theo chu kì T thời gian để chất điểm đi các quãng đường OB , BA , AC .

6.3. Trên mặt phẳng nghiêng góc 30° so với đường nằm ngang (H.A.6.1) có một vật khối lượng $m = 1 \text{ kg}$ gắn vào đầu một lò xo có độ cứng $k = 5.10^3 \text{ N/m}$.

Tìm phương trình dao động của vật biết rằng nó được thả không có vận tốc ban đầu từ vị trí mà lò xo có chiều dài tự nhiên. Bỏ qua ma sát. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



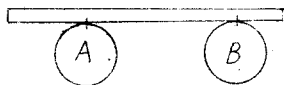
Hình A.6.1



Hình A.6.2

6.4. Một vật nhỏ khối lượng m dao động dưới tác dụng của 2 lò xo có độ cứng k_1 và k_2 mắc theo 3 cách a, b, c (H.A.6.2) khi vật đứng cân bằng cả hai lò xo đều có chiều dài tự nhiên. Tính chu kỳ dao động trong mỗi cách mắc.

6.5. Một tấm ván đồng chất, khối lượng m , đặt nằm ngang trên hai trụ giống nhau, quay ngược chiều nhau. Khoảng cách giữa các đường tiếp xúc là $AB = 2l$ (H.A.6.3) Giả thiết khối tâm của ván lệch khỏi trung điểm của AB một khoảng nhỏ x , tính các lực đè lên hai trụ. Biết hệ số ma sát là k , chứng minh rằng ván dao động điều hòa, tính chu kỳ dao động.



Hình A.6.3

6.6. Các độ đàn tính của một lò xo khi lần lượt móc hai quả nặng khác nhau vào đầu tự do của lò xo là l_1 và l_2 . Nếu đồng thời móc cả hai quả và cho hệ thống dao động thì tần số là bao nhiêu ?

6.7. Chất điểm khối lượng m được gắn vào một dây căng nằm ngang, khoảng cách từ m tới hai đầu dây là a và b . Kéo m xuống thấp một chút rồi thả cho nó dao động nhỏ cùng với dây. Biết sức căng dây là N coi như không đổi, tính chu kỳ dao động.

6.8. Hai lò xo có chiều dài tự nhiên bằng nhau l_0 được treo thẳng đứng giữa hai điểm $AB = 2(l_0 + d)$, lò xo ở trên có độ cứng k_1 , lò xo dưới có độ cứng k_2 , giữa hai lò xo có vật nhỏ khối lượng m . Lấy trung điểm O của AB làm gốc hoành độ, chiều dương hướng xuống dưới.

1) Tìm vị trí cân bằng C của vật.

2) Chứng minh rằng nếu kéo vật lệch khỏi C một khoảng nhỏ theo phương thẳng đứng thì vật dao động điều hòa quanh C . Tìm chu kỳ của dao động.

3) Đưa vật tới gốc O rồi thả không có vận tốc ban đầu. Động năng và thế năng của hệ "vật và hai lò xo" qua cực đại và cực tiểu ở những vị trí nào của vật ? Tính cực đại ấy.

6.9. Một hình hộp bằng gỗ kích thước $0,2 \times 0,2 \times 0,1$ m khối lượng $m = 3,2$ kg, nổi trên mặt nước với đáy to nhất nằm ngang. Ấn nó chìm xuống một chút rồi thả ra, nó có dao động nhỏ. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Tính chu kỳ các dao động này.

6.10. Một hình trụ đồng chất bán kính R nổi trên mặt nước với trục nằm ngang. Khi cân bằng, đúng một nửa hình trụ bị chìm. Tính chu kỳ các dao động nhỏ mà hình trụ thực hiện sau khi bị ấn sâu thêm một chút. Bỏ qua sức cản của không khí và ma sát giữa nước và hình trụ.

6.11. Một ống chữ U có tiết diện không đổi, hai đầu hở, chứa hai chất lỏng không trộn lẫn có khối lượng riêng d_1 và $d_2 < d_1$. Chiều dài các phần ống chứa các chất lỏng là l_1 và l_2 , mặt phân cách hai chất lỏng ở nhánh có chất lỏng d_2 . Tính chu kỳ các dao động nhỏ của chất lỏng.

6.12*. Một tấm ván nằm ngang dao động với chu kỳ $T = 2$ s. Trên ván có một vật nhỏ ban đầu đứng yên đối với ván. Tăng dần biên độ dao động, tới biên độ nào thì vật tách khỏi ván, biết hệ số ma sát giữa vật và ván là $k = 0,2$.

6.13*. Trên một ván phẳng nghiêng góc $\alpha = 0,1$ rad có một vật nhỏ đứng yên. Hệ số ma sát là $k = 0,3$. Cho ván dao động điều hòa trong mặt phẳng của nó theo đường dốc chính với biên độ $A = 5$ cm. Tính tần số dao động cực đại để vật vẫn đứng yên đối với ván. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

6.14. Điểm O là nguồn phát dao động theo phương trình $y = 0,04 \sin 600 \pi t$ (đơn vị là mét và giây). Sóng lan truyền trong môi trường đàn hồi với vận tốc $v = 300 \text{ m/s}$. Điểm M của môi trường ở cách O một khoảng $x = 12,75 \text{ m}$. Giả thiết biên độ sóng giảm không đáng kể

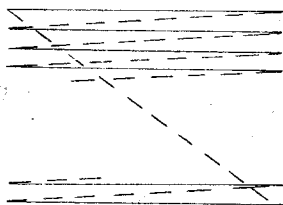
1) Viết phương trình dao động của M.

2) Tính li độ của M ở các thời điểm sau đây :

a) 0,05 giây sau khi O bắt đầu dao động

b) 0,055 giây sau khi M bắt đầu dao động.

3) Vẽ giản đồ Phrexxen biểu diễn các dao động của O và M.



Hình A.6.4

6.15. Máy thu hình vừa nhận sóng trực tiếp của đài phát vừa nhận sóng phản xạ từ một nhà cao tầng ở cách máy 300 m ; máy và nhà ở cách đều đài phát. Hình trên màn có viền do hình phụ gây ra. Bề ngang của viền bằng bao nhiêu ? Biết rằng màn hình của máy rộng 50 cm, tia điện tử vạch ra 625 dòng trên màn trong $1/25$ giây. Bỏ qua thời gian tia đi ngược (nét chấm chấm trong hình A.6.4) Lấy vận tốc sóng điện từ $C = 300\,000\text{ km/s}$.

6.16. Trên một dây đàn có sóng đứng nên ta trông thấy những múi chiều dài 16 cm, bụng rộng 3 cm. Biết vận tốc truyền sóng là $v = 6\text{ m/s}$. Tính biểu thức của li độ theo thời gian $y(t)$ ở các điểm :

- một bụng O
- điểm B cách O là 4cm
- điểm C cách O là 8cm.

6.17. Một lò xo có một đầu cố định, đầu kia gắn với một nhánh của âm thoa có tần số 240 Hz. Âm thoa dao động gây ra sóng dọc đứng trên lò xo. Có tất cả 4 bụng. Khoảng cách giữa nút thứ nhất và nút thứ tư là 30 cm. Đầu lò xo gắn với âm thoa có thể coi là nút vì li độ của nhánh âm thoa rất nhỏ. Tính chiều dài lò xo. Muốn quan sát được ở lò xo này 5 bụng thì tần số âm thoa phải bằng bao nhiêu ?

6.18. Vận tốc truyền sóng trên dây đàn là $v = \sqrt{F/m}$, F là lực căng dây, m là khối lượng một đơn vị dài của dây. Một dây đàn bằng thép có đường kính 0,4 mm, chiều dài $l = 50\text{ cm}$, khối lượng riêng của thép là 7800 kg/m^3 . Tính lực căng dây để âm cơ bản mà nó phát ra là nốt đô có tần số 256 Hz. Tính tần số các họa âm thứ hai và ba.

6.19. 1) Một tấm thép phát ra âm có tần số $f = 348\text{ Hz}$. Tính bước sóng của âm ấy biết vận tốc âm trong không khí là $v = 330\text{ m/s}$

2) Một dây đàn dài 1 m phát ra âm cơ bản có tần số $f_1 = 435\text{ Hz}$ Giữ nguyên lực căng dây thì chiều dài dây phải bằng bao nhiêu để nó phát ra âm cơ bản có tần số 348 Hz.

3) Ở khoảng cách đủ xa để sóng âm từ tấm thép có thể coi là phẳng, có một bức tường phẳng song song với tấm thép. Đi từ tường về tấm thép, âm nghe được biến đổi thế nào ?

6.20. Hai mũi kim O_1 và O_2 dao động đồng bộ, vuông góc với mặt nước gây ra sóng lan truyền trên mặt nước với vận tốc $v = 20 \text{ cm/s}$. Dao động là điều hòa với biên độ $A = 0,5 \text{ cm}$, tần số $f = 25 \text{ Hz}$. Khoảng cách $O_1O_2 = d = 5,6 \text{ cm}$

1) Viết phương trình dao động của O_1 và O_2 .

2) M là một điểm trên mặt nước cách O_1 và O_2 các khoảng $O_1M = d_1 = 3,2 \text{ cm}$ và $O_2M = d_2 = 3 \text{ cm}$. Viết phương trình dao động tổng hợp ở M, giả thiết biên độ sóng giảm không đáng kể.

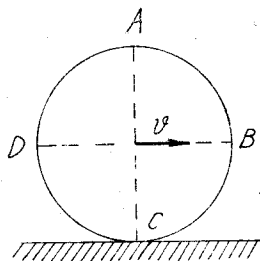
3) Trên đoạn O_1O_2 có các điểm đứng yên (nút). Tìm khoảng cách từ O_1 đến các điểm ấy. Có bao nhiêu nút trên O_1O_2 ?

VII* - VẬT RẮN VÀ CƠ HỆ

7.1. Một đĩa đặc lăn không trượt trên mặt phẳng nằm ngang ; tâm O có vận tốc không đổi v (H.A.7.1). Mặt phẳng của đĩa luôn luôn đứng thẳng.

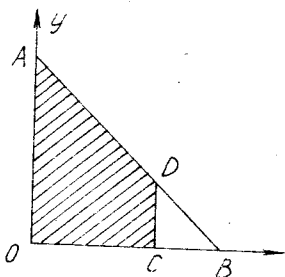
1) Chứng minh rằng vận tốc dài của bất kì điểm nào trên mép đĩa trong chuyển động quay quanh tâm O cũng bằng v .

2) Xác định độ lớn và hướng của vận tốc các điểm ABCD trên mép đĩa đối với người quan sát gắn với mặt phẳng nằm ngang. AC là đường kính đứng thẳng, DB là đường kính nằm ngang.



Hình A.7.1

7.2. Tìm khối tâm của hình cầu đồng chất bán kính R có một hố rỗng hình cầu có bán kính $r < R/2$ và tâm I ở cách tâm O của hình cầu lớn một khoảng bằng $R/2$.



Hình A.7.2

7.3. Một miếng tôn hình tam giác vuông góc cân OAB bị cắt bỏ một mẫu CDB cũng có hình tam giác vuông cân (H.A.7.2).

Tìm khối tâm của phần còn lại biết

$$OA = OB = a, CB = \frac{a}{3}$$

7.4. Một cái thuyền có chiều dài l , khối lượng m ban đầu đứng yên. Ở hai đầu thuyền có hai người với khối lượng m_1 và $m_2 > m_1$. Thuyền di chuyển bao

nhiều, về phía nào, nếu hai người đổi chỗ cho nhau? Bỏ qua sức cản của nước.

7.5. Hai vật nhỏ có khối lượng $m_1 = 40 \text{ g}$ và $m_2 = 120 \text{ g}$ được nối bằng thanh có chiều dài $l = 20 \text{ cm}$, khối lượng không đáng kể. Hệ thống quay quanh đường thẳng vuông góc với thanh và đi qua khối tâm G với tần số 3 vòng / giây. Tính động lượng và mômen động lượng của hệ.

7.6. Một đu quay có dạng đĩa tròn nằm ngang bán kính R , mômen quán tính I , quay quanh trục thẳng đứng đi qua tâm với vận tốc góc ω_0 . Ở mép đĩa có đường ray, trên có một xe khối lượng m ban đầu đứng yên đối với đường ray. Đến một lúc xe khởi động và có vận tốc u đối với đường ray.

Tính vận tốc góc mới ω của đu trong hai trường hợp : xe chuyển động cùng chiều và trái chiều quay của đu.

7.7. Một cái đu quay hình tròn có bán kính R , khối lượng M , mômen quán tính $I = MR^2/2$ đỡ một người có khối lượng m . Lúc đầu người đứng ở mép và đu quay với vận tốc góc ω_0 quanh trục đi qua tâm hình tròn.

Tính vận tốc góc mới khi người đã di chuyển tới :

a) vị trí cách tâm $R/2$

b) tâm của đu.

7.8. Một máy cán có bánh đà là một đĩa đồng chất có bán kính $r = 2 \text{ m}$, khối lượng $m = 10 \text{ tấn}$. Khi động cơ của máy đã làm cho bánh đà quay với vận tốc góc $\omega = 100 \text{ vòng / phút}$ thì người ta tắt

động cơ và chuyển động của bánh đà được truyền cho các trụ cán để cán vật liệu. Bánh đà dừng lại sau 10 s.

Tính công suất trung bình mà bánh đà đã cung cấp cho các trụ cán. Bỏ qua các mất mát động năng vì ma sát. Tại sao người ta không cho động cơ làm quay trực tiếp các trụ cán ?

7.9. Một thanh đồng chất chiều dài l có thể quay quanh một trục nằm ngang đi qua đầu A của thanh và vuông góc với thanh. Bỏ qua ma sát, tính vận tốc góc cực tiểu phải truyền cho thanh ở vị trí cân bằng để nó :

- 1) quay qua vị trí nằm ngang.
- 2) quay qua vị trí đứng thẳng ở phía trên trục.

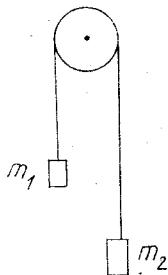
7.10. Một hình trụ có bán kính r , mômen quán tính I , có thể quay quanh một trục cố định O. Một sợi dây không đàn được quấn nhiều vòng vào trụ, đầu tự do mang một vật có khối lượng m (H.A.7.3). Tính gia tốc của vật và lực căng dây.



7.11. Một hình trụ có khối lượng m_1 bán kính r_1 và mômen quán tính $I_1 = m_1 r_1^2 / 2$ quay do quán tính quanh trục của nó với vận tốc góc ω_0 . Người ta áp một hình trụ có khối lượng m_2 , bán kính r_2 , mômen quán tính $I_2 = \frac{m_2 r_2^2}{2}$ sát vào hình

Hình A.7.3

trụ sao cho có chung một đường sinh. Mới đầu mặt trụ 1 trượt trên mặt trụ 2, sau đó hai trụ lăn không trượt lên nhau



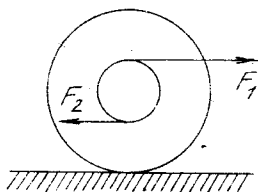
1) Tính các vận tốc góc ω_1 và ω_2 của hai trụ lúc đã hết trượt

2) Tính nhiệt tỏa ra do sự trượt.

7.12. Một dây không đàn vắt lên ròng rọc có bán kính r , mômen quán tính I , hai đầu dây mang hai vật có khối lượng m_1 và $m_2 > m_1$ (H.A.7.4).

Hình A.7.4

Tính gia tốc của hai vật và các lực căng dây.

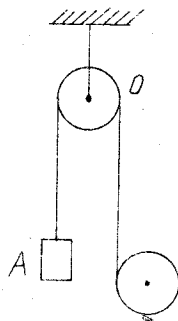


Hình A.7.5

7.13. Một hình trụ có bán kính R và khối lượng m có lõi hình trụ bán kính $r < R$. Người ta quấn dây vào lõi và kéo hai đầu dây bằng những lực nằm ngang trái chiều F_1 và F_2 (H.A.7.5). Hình trụ lăn không trượt trên mặt bàn nằm ngang. Tính gia tốc tịnh tiến của trụ, biết momen quán tính của trụ đối với trục đối xứng là I .

7.14. Một dây không đàn được vắt lên ròng rọc O , khối lượng của dây và ròng rọc không đáng kể. Một đầu dây mang vật A có khối lượng m , đầu kia quấn vào một hình trụ có bán kính r khối lượng cũng bằng m và momen quán tính bằng $I = mr^2/2$. (H.A.7.6)

Hệ thống được thả cho chuyển động từ nghỉ. Tính gia tốc tịnh tiến của hình trụ và lực căng dây. Dây quấn vào trụ có thể coi là thẳng đứng.



Hình A.7.6

7.15. 1) Một hình trụ rỗng có khối lượng m , momen quán tính $I = mr^2$ (r là bán kính), lăn không trượt trên mặt phẳng nằm ngang, rồi lăn lên mặt phẳng nghiêng một góc $\alpha = 15^\circ$. Vận tốc khối tâm lúc bắt đầu lên dốc là $v = 2$ m/s. Tính quãng đường hình trụ đi được trên mặt phẳng nghiêng cho tới lúc nó dừng. Bỏ qua các mất mát động năng do chuyển hướng, sức cản không khí v.v..

2) Xét trường hợp hình trụ đặc có momen quán tính $I' = mr^2/2$. m không đổi, tại sao quãng đường đi được lại dài (hoặc ngắn) hơn ?

7.16. Trên mặt phẳng nghiêng góc α có một hộp nhỏ và một hình trụ rỗng có khối lượng m , bán kính r và momen quán tính $I = mr^2$. Hai vật cùng bắt đầu chuyển động xuống phía dưới, hộp trượt với hệ số ma sát trượt k , trụ lăn không trượt.

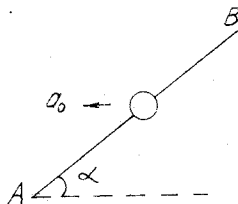
1) Tính α để hai vật khi chuyển động luôn cách nhau một khoảng không đổi.

2) Nếu k' là hệ số ma sát giữa hình trụ và mặt phẳng thì để có chuyển động trên đây, cần có điều kiện gì về k' ?

VIII* - ĐỀ CƠ HỌC Ở KÌ THI QUỐC GIA

8.1. (1982) Người ta lồng một hòn bi có lỗ xuyên suốt và có khối lượng m vào một que sắt AB nghiêng góc α so với mặt phẳng nằm ngang. Lúc đầu bi đứng yên.

1) Cho que tịnh tiến trong mặt phẳng thẳng đứng chứa nó với gia tốc nằm ngang $a_0 = zg$ hướng sang trái (Hình A.8.1), g là gia tốc trọng trường, z là một số dương. Giả sử không có ma sát giữa bi và que. Hãy tính gia tốc j của bi đối với que và phản lực Q của que lên bi.

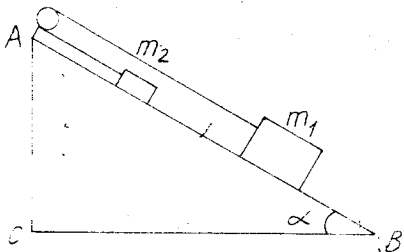


Hình A.8.1

Tìm điều kiện để bi : - chuyển động về phía đầu A - chuyển động về phía đầu B - đứng yên. Vẽ các hình tương ứng.

2) Cũng hỏi như trên nhưng gia tốc a_0 hướng sang phải

3) Hỏi như câu 1 (gia tốc hướng sang trái) nhưng cho biết $z = 2$ và có ma sát giữa bi và que, với hệ số ma sát $k = 1/3$.



Hình A.8.2

8.2 (1983) - Một cái nêm có góc ở B bằng α , đáy CB nằm ngang, và có khối lượng M . Trên mặt nghiêng của nêm có hai vật khối lượng m_1 và m_2 ($m_1 > m_2$) nối với nhau bằng dây không đàn vát qua một ròng rọc nhỏ ở đỉnh A của nêm (H.A.8.2), khối lượng của dây và ròng rọc không đáng kể.

1) Giữ nêm cố định. Hai vật trượt không có ma sát trên mặt nêm, tính gia tốc của chúng.

2) Nêm vẫn cố định, nhưng có ma sát với hệ số K giữa hai vật và mặt nêm.

a) Tính giá trị cực đại của góc α để hai vật đứng yên.

b) Góc α vượt giá trị đó. Tính gia tốc của hai vật.

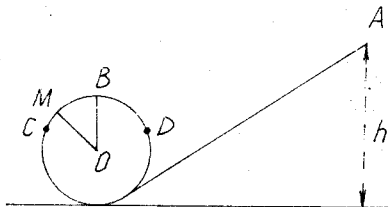
3) Nêm có thể chuyển động không ma sát trên mặt bàn nằm ngang và hai vật cùng trượt không có ma sát trên mặt nêm. Tính gia tốc tương đối a của hai vật đối với nêm, và gia tốc a_M của nêm đối với bàn.

Áp dụng bằng số (cho câu 3)

$$M = \frac{9}{4} \text{ kg}, m_1 = 2 \text{ kg}, m_2 = 1 \text{ kg}, \alpha = 30^\circ, g = 10 \text{ m/s}^2$$

8.3 (1984). Một cái máng nằm trong một mặt phẳng thẳng đứng gồm một phần thẳng nghiêng tiếp tuyến với một phần tròn bán kính R (H.A.8.3).

Một vật nhỏ M khối lượng m trượt không ma sát và không có vận tốc ban đầu từ điểm A có độ cao h . Vị trí của vật trên vòng tròn được xác định bởi



Hình A.8.3

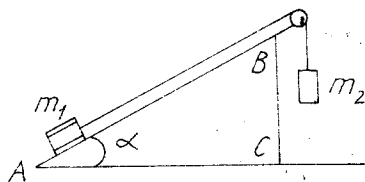
góc α giữa bán kính OM và bán kính đứng thẳng OB .

- 1) a) Tính phản lực N mà máng tác dụng lên vật
- b) Tính giá trị cực tiểu $h_{\min}$ của h để vật không rời khỏi máng.
- 2) Cắt bỏ một phần CD của máng tròn với $COB = BOD = \varphi < \pi/2$
 - a) Tính giá trị h_0 của h để vật rời máng ở C lại đi vào máng ở D .
 - b) Nếu $h \neq h_0$ thì vật chuyển động thế nào ?

8.4. (1985) Ta có các dụng cụ sau đây : bảng có đinh treo ; hai hòn bi nhỏ, một bằng thép có khối lượng M đã biết, một bằng đất sét, cả hai có dây treo mảnh ; dụng cụ đo góc. Hãy nghĩ ra một phương án thí nghiệm về va chạm để xác định khối lượng m của bi đất sét. Va chạm của bi sắt với bi đất sét là hoàn toàn mềm. Tìm các công thức cho ta m và tỉ số cơ năng bị mất $\frac{\Delta K}{K}$.

8.5. (1986) Nêm ABC có đáy AC nằm ngang trên mặt đất, cạnh BC đứng thẳng và góc $\alpha = 30^\circ$ (H.A.8.4). Hai vật có khối lượng $m_1 = 1 \text{ kg}$ và $m_2 = 2 \text{ kg}$ được buộc vào hai đầu một đoạn dây vắt qua ròng rọc.

Khối lượng của ròng rọc và dây không đáng kể. Ban đầu m_2 được giữ ở độ cao $h = 1\text{ m}$ so với mặt đất. Thả cho hệ thống chuyển động không có vận tốc ban đầu, m_1 trượt trên mặt nghiêng với hệ số ma sát : $k = 0,23$.



Hình A.8.4

1) Dùng định luật bảo toàn năng lượng, tính vận tốc v của m_2 khi nó sắp chạm đất.

2) Tính gia tốc a của m_2 và lực căng dây T . Kiểm lại giá trị của v . Lấy $g = 10\text{ m/s}^2$

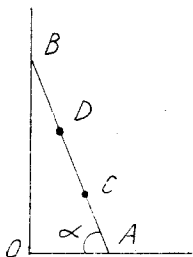
8.6. Một con tàu vũ trụ có khối lượng $m = 1000\text{ kg}$ bay theo quỹ đạo tròn quanh Trái Đất ở độ cao (so với mặt đất) $h_1 = 5,6 \cdot 10^6\text{ m}$. Động cơ của con tàu cần sinh công bằng bao nhiêu để từ quỹ đạo này :

1) đưa nó lên quỹ đạo có độ cao $h_2 = 9,6 \cdot 10^6\text{ m}$?

2) đưa nó thoát khỏi sức hút của Trái Đất ? Coi Trái Đất là hình cầu có bán kính $r = 6,4 \cdot 10^6\text{ m}$ và khối lượng $M = 6 \cdot 10^{24}\text{ kg}$.

$$\text{Hằng số vạn vật hấp dẫn } G = 7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

8.7. (1987) Một chiếc thang có chiều dài $AB = l$ và đầu A tựa vào sàn nhà nằm ngang, đầu B tựa vào tường đứng thẳng (H.A.8.5) Khối tâm C của thang ở cách đầu A $l/3$. Thang làm với sàn nhà một góc α .



Hình A.8.5

1) Chứng minh rằng thang không thể đứng cân bằng nếu không có ma sát.

2) Gọi k là hệ số ma sát ở sàn và tường. Cho biết $\alpha = 60^\circ$. Tính giá trị nhỏ nhất $k_{\min}$ của k để thang đứng cân bằng.

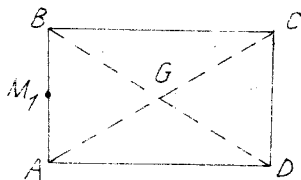
3) $k = k_{\min}$. Thang có trượt không nếu :

a) Một người có trọng lượng bằng trọng lượng của thang đứng ở điểm C ?

b) Người ấy đứng ở điểm D cách đầu A $2l/3$?

4) Chứng minh rằng α càng nhỏ thì đề thang không trượt, ma sát càng phải lớn.

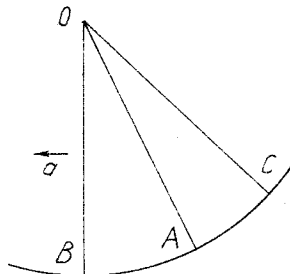
Tính $k_{\min}$ ứng với $\alpha = 45^\circ$ (thang không có người).



Hình A.8.6

8.8. (1988) Ba người vác một khung sắt hình chữ nhật ABCD có khối tâm G ở giao điểm các đường chéo (H.A.8.6). Giả sử khung được vác nằm ngang và cạnh AD không có người đỡ vì mới sơn (trừ hai đầu A và D). Một người đỡ khung ở điểm M_1 cách A khoảng $AM_1 = d$. Tìm vị trí M_2 và M_3 của hai người kia để ba người chịu lực bằng nhau. Biện luận.

8.9. 1) Một con lắc đơn có khối lượng $m = 0,1 \text{ kg}$ và dây dài $R = 1 \text{ mét}$ được treo vào điểm O của một toa tàu đứng yên (H.A.8.7) kéo con lắc đến vị trí A sao cho dây làm một góc 30° với đường thẳng đứng OB rồi thả ra không có vận tốc ban đầu.



Hình A.8.7

a) Tính lực căng dây ở vị trí A.

b) Lực căng dây là cực đại khi con lắc qua vị trí nào, lực ấy bằng bao nhiêu ?

c) Tính chu kì các dao động nhỏ của con lắc.

2) Toa tàu chuyển động thẳng với gia tốc $\vec{a}$ nằm ngang, con lắc nói trên đứng cân bằng ở vị trí A.

a) Tính a .

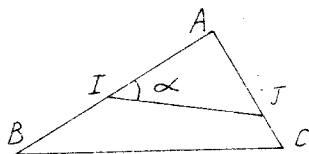
b) Kéo con lắc đến vị trí C cho dây làm một góc 60° với đường thẳng đứng rồi thả ra không có vận tốc ban đầu. Mô tả vận tốc chuyển động của con lắc.

c) Tính lực căng dây ở vị trí C.

d) Lực căng dây là cực đại khi con lắc qua vị trí nào, lực ấy bằng bao nhiêu ?

e) Tính chu kì các dao động nhỏ của con lắc. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$

8.10. (1989) Một khung sắt hình tam giác vuông góc ABC, với góc nhọn B = 30°, được đặt đứng thẳng, cạnh huyền nằm ngang. Hai hòn bi nối với nhau bằng thanh cứng trọng lượng không đáng kể, có thể trượt không ma sát trên hai cạnh góc vuông. Hòn bi I trên cạnh AB có trọng lượng P_1 , hòn bi J trên cạnh AC có trọng lượng P_2 (H.A.8.8)



Hình A.8.8

1) Khi hệ thống đã cân bằng, tính góc $\alpha = \angle IAJ$, lực T căng thanh IJ, các phản lực Q và R của các cạnh AB và AC.

2) Cân bằng là bền hay không bền ?

Xét hai trường hợp a) $P_1 = P_2 = 100 \text{ N}$ (Có thể giải bằng hình học)

b) $P_1 = 100 \text{ N}$, $P_2 = 3P_1$

8.11. Một vật khối lượng $m = 1 \text{ kg}$ trượt trên mặt phẳng nằm ngang với vận tốc $V_0 = 5 \text{ m/s}$ rồi trượt lên một cái nêm có dạng như trong hình A.8.9. Nêm ban đầu đứng yên, có khối lượng $M = 5 \text{ kg}$, chiều cao của đỉnh là H.

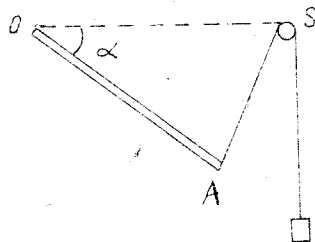


Hình A.8.9

Nêm có thể trượt trên mặt phẳng nằm ngang. Bỏ qua mọi ma sát và mất mát động năng khi va chạm.

1) Mô tả chuyển động của hệ thống và tìm các vận tốc cuối cùng của vật và nêm trong hai trường hợp : a) $H = 1 \text{ m}$
b) $H = 1,2 \text{ m}$

2) Tính v_0 cực tiểu, kí hiệu $v_{\min}$, để với $v_0 > v_{\min}$ thì vật vượt qua nêm cao $H = 1,2 \text{ m}$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.



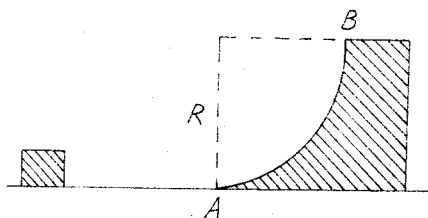
Hình A.8.10

8.12. (1990) Một thanh đồng chất trọng lượng $Q = 2\sqrt{3} \text{ N}$ có thể quay quanh chốt ở đầu O (H.A.8.10) Đầu A của

thanh được nối bằng dây không giãn vắt qua ròng rọc S với một vật có trọng lượng $P = 1N$. S ở cùng độ cao với O và $OS = OA$. Khối lượng của ròng rọc và dây không đáng kể.

a) Tính góc $\alpha = \widehat{SOA}$ ứng với cân bằng của hệ thống và tìm phản lực của chốt O.

b) Cân bằng này là bền hay không bền ?



Hình A.8.11

8.13. Trên mặt bàn nằm ngang có một miếng gỗ khối lượng m , tiết diện như trong hình A.8.11 (hình chữ nhật chiều cao R , khoét bỏ $1/4$ hình tròn bán kính R) Miếng gỗ ban đầu đứng yên. Một mẩu sắt khối lượng m chuyển động với vận tốc v_0 đến đáy miếng gỗ. Bỏ qua ma sát và sức cản không khí.

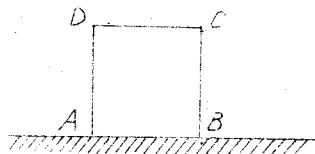
1) Tính các thành phần nằm ngang v_x và thẳng đứng v_y của vận tốc mẩu sắt khi nó đi tới điểm B của miếng gỗ (B ở độ cao R). Tìm điều kiện để mẩu sắt vượt quá B. Gia tốc trọng trường là g .

2) Giả thiết điều kiện ấy được thỏa mãn. Trong giai đoạn tiếp theo, mẩu sắt và miếng gỗ chuyển động thế nào ?

3) Sau khi mẩu sắt trở về độ cao R (tính từ mặt bàn) thì hai vật chuyển động thế nào ; tìm các vận tốc cuối cùng của hai vật.

4) Cho $v_0 = 5m/s$; $R = 0,125m$; $g = 10m/s^2$, tính độ cao tối đa mà mẩu sắt đạt được (tính từ mặt bàn).

8.14. (1991) Một khối gỗ đồng chất có dạng lập phương ABCD, khối lượng $m = 100\text{ kg}$, cạnh bằng a , đặt trên mặt đất nằm ngang theo cạnh AB (H.A.8.12). Người ta muốn lật gỗ cho nó nằm theo cạnh AD.



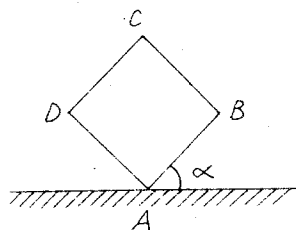
Hình A.8.12

1) Giả sử ma sát giữa gỗ và đất rất lớn, gỗ không thể trượt mà chỉ có thể

quay. Phải đặt lực vào điểm nào của gỗ theo phương và chiều nào, để cường độ của lực làm chuyển động gỗ là nhỏ nhất (vẽ hình và giải thích) ? Tính cường độ tối thiểu ấy.

2) Giả thiết hệ số ma sát giữa gỗ và đất là $k = 0,3$. Có gì xảy ra nếu dùng lực đã tìm được ở câu 1 để lật gỗ ?

3) Giả sử ma sát rất lớn. Người ta dùng lực F có phương luôn luôn nằm ngang và đặt vào đỉnh C để lật gỗ (H.A.8.13). Tìm biểu thức đại số của F theo góc α mà cạnh AB làm với mặt đất ($0 < \alpha < 90^\circ$) sao cho gỗ bị lật rất chậm và nói riêng, không đổ nhào quá nhanh. Vẽ đường biểu diễn $F = f(\alpha)$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$



Hình A.8.13

8.15. Một vật nhỏ khối lượng $m = 0,1 \text{ kg}$ được treo vào một dây cao su có hệ số đàn hồi $k = 10 \text{ N/m}$ đầu kia của dây cố định. Kéo lệch cho dây nằm ngang và có chiều dài tự nhiên $l = 1 \text{ m}$ rồi thả vật ra không có vận tốc ban đầu.

Biết rằng dây cao su bị giãn nhiều nhất khi đi qua vị trí thẳng đứng, tính độ giãn l của dây và vận tốc v của vật khi đi qua vị trí ấy. Bỏ qua khối lượng của dây. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

* THI CHỌN ĐỘI TUYỂN

8.16. (1985) Một hộp đựng cát khối lượng M được treo vào dây có chiều dài l lớn so với kích thước của hộp ; ban đầu hộp đứng yên. Một viên đạn bằng chì khối lượng m được bắn theo phương nằm ngang và tới cắm vào hộp, va chạm là hoàn toàn mềm. Hộp có đạn di chuyển và dây treo đã quét một góc α khi hộp tới vị trí cao nhất.

Biết gia tốc trọng trường là g , tính :

1) Vận tốc của đạn

2) Lực căng dây treo khi hộp bắt đầu di chuyển và khi hộp tới vị trí cao nhất

3) Giả thiết hộp và đạn thu được nhiệt lượng theo tỉ lệ ngược với khối lượng của chúng

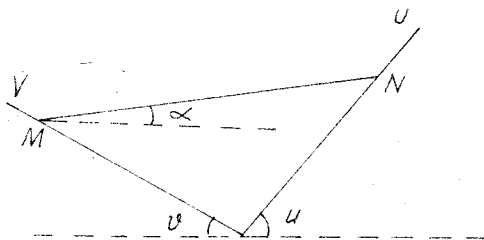
a) tính nhiệt lượng đạn thu được

b) có gì xảy ra với đạn trong hai trường hợp sau : $\alpha = 0,2 \text{ rad}$; $\alpha = 24^\circ$? Cho biết : $m = 0,1 \text{ kg}$; $M = 10 \text{ kg}$; $l = 5 \text{ m}$, nhiệt độ đạn trước va chạm $T_0 = 300 \text{ K}$, nhiệt dung riêng của chì $c = 125 \text{ J/kgK}$, nhiệt nóng chảy riêng của chì $\lambda = 2,5 \cdot 10^4 \text{ J/kg}$, nhiệt độ nóng chảy của chì $T_n = 600 \text{ K}$. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

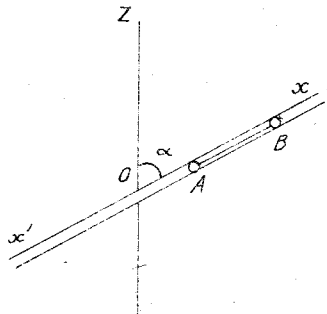
8.17.(1988) Hai máng OU và OV nằm trong một mặt phẳng đứng thẳng và nghiêng các góc u và v so với đường nằm ngang. Một thanh đồng chất MN có trọng lượng P đặt lên hai máng, không có ma sát giữa thanh và máng. Ở vị trí cân bằng MN nghiêng góc α so với đường nằm ngang (H.A.8.14)

1) Tính α theo u và v

2) Cho $u = 45^\circ$; $v = 30^\circ$. Tính α . Cân bằng của thanh (trong trường hợp riêng này) có bền hay không ; nếu đẩy thanh cho α tăng một chút thì thanh chuyển động thế nào ?



Hình A.8.14



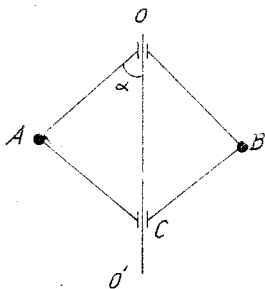
Hình A.8.15

8.18. Một ống x'x đường kính nhỏ được gắn ở điểm O với trục đứng thẳng Oz thành góc $\widehat{xOz} = \alpha$ và quay quanh Oz với vận tốc góc ω . Trong ống có hai hòn bi, A có khối lượng M và B có khối lượng m , nối với nhau bằng thanh AB chiều dài l , khối lượng không đáng kể. Hai bi có thể trượt không ma sát trong ống (hình A.8.15)

Xét tất cả các trường hợp khả dĩ về vị trí của AB so với O, trong mỗi trường hợp :

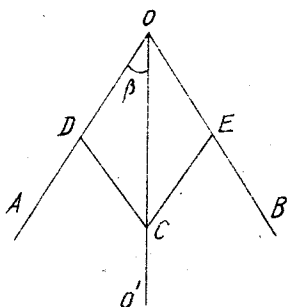
- 1) Tìm vị trí cân bằng đối với ống của hệ hai bi (tính $x = OB$ ứng với cân bằng)
- 2) Tìm điều kiện về ω để có cân bằng.
- 3) Cân bằng là bền hay không bền ?
- 4) Tính lực căng thanh AB khi có cân bằng.

8.19. (1990) Hình A.8.16 là sơ đồ của máy điều chỉnh li tâm. Động cơ có vận tốc cân điều chỉnh làm quay trục OO' gắn với khung OACB. Khung này có hình thoi, cạnh $OA = l$, biến dạng dễ dàng vì 4 đỉnh đều là chốt. Hai quả cầu A và B có khối lượng $m_A = m_B = m$. Con chạy C có khối lượng m_1 trượt không ma sát trên trục ; nó được nối bằng chi tiết (không vẽ trong hình) với bộ phận mở nhiều hay ít van nạp nhiên liệu đi vào xi lanh của động cơ.



Hình A.8.16

- 1) Giải thích cơ chế máy giữ vận tốc quay của động cơ không đổi.
- 2) Tính góc α ứng với vận tốc góc ω của trục OO' (Coi hai quả cầu và con chạy như những chất điểm ; các thanh của hình thoi rất cứng nhưng khối lượng không đáng kể)
- 3) Tính lực căng S của thanh AC và lực căng T của thanh AO.
- 4) Tính vận tốc góc tối-thiểu để hai quả cầu tách ra ($\alpha \neq 0$) khi trục quay.
- 5) Cho $l = 0,1 \text{ m}$; $m = 0,1 \text{ kg}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$ tính m_1 để máy bắt đầu hoạt động khi ω đạt giá trị 90 vòng/phút.



Hình A.8.17

6) Hình A.8.17 vẽ dạng thường gấp hơn của máy điều chỉnh. Các thanh CD và CE bằng $l/2$, D và E là những trung điểm của OA và OB và cũng là chốt để hình thoi ODCE để dàng biến dạng.

a) Tính góc β và lực S' căng thanh CD ứng với vận tốc góc ω

b) So sánh các góc α và β khi l , m , m_1 và ω có những giá trị như nhau trong hai sơ đồ.

B - HƯỚNG DẪN GIẢI

I - ĐỘNG HỌC

1.1. Gọi $\vec{v}$ là vận tốc của thuyền so với bờ sông. Vector $\vec{v}$ luôn luôn hướng vuông góc với bờ. Theo công thức cộng vận tốc ta có : $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$

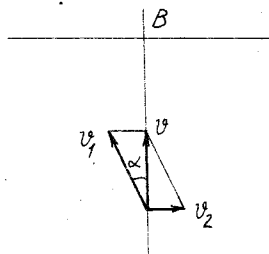
Theo đầu bài : $\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2}$

Theo hình B.1.1 ta thấy :

$$\sin \alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{2}. \text{ Suy ra } \alpha = 30^\circ$$

$$v = v_1 \cos \alpha = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{400.2}{3.\sqrt{3}} \approx 154 \text{ s}$$



Hình B.1.1

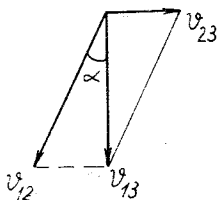
1.2. Gọi giọt mưa là vật 1, ô tô là vật 2 và mặt đất là vật 3. Ta có :

$$\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$$

Theo đầu bài và theo hình B.1.2 ta thấy

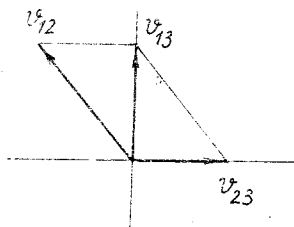
$$v_{23} = 5\text{m/s}$$

$$v_{13} = v_{23} \cdot \cot \alpha = \frac{5.\sqrt{3}}{2} \approx 4,3\text{m/s}$$



Hình B.1.2

1.3. 1) Chọn mốc thời gian là lúc hai xe gặp nhau ở ngã tư và gọi mặt đường là vật 3. Hình B.1.3 diễn tả phép cộng vận tốc $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$, trong đó vector $\vec{v}_{13}$ là vector tổng hợp, vuông góc với vector thành phần $\vec{v}_{23}$. Vector vận tốc tương đối giữa hai xe là vector thành phần $\vec{v}_{12}$ có hướng không đổi, có độ lớn bằng



Hình B.13

$$v_{12} = \sqrt{v_{13}^2 + v_{23}^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ km/h}$$

2) Vì chuyển động của xe 1 so với xe 2 là chuyển động thẳng đều nên khoảng cách giữa hai xe sau 2 giờ là :

$$s = v_{12} \cdot t = 50 \cdot 2 = 100 \text{ km}$$

1.4. 1) Lấy hai trục tọa độ trùng với hai đường (H.B.1.4). Phương trình chuyển động của hai xe là :

$$A : x = -25t + 2,2$$

$$B : y = -15t + 2$$

(t tính bằng giờ, x và y tính bằng km)

Gọi s là khoảng cách hai xe, ta có :

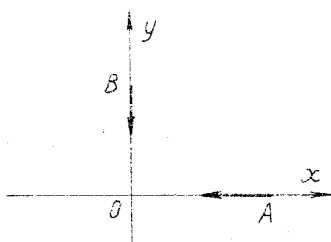
$$\begin{aligned} s^2 &= x^2 + y^2 = (2,2 - 25t)^2 + (2 - 15t)^2 = \\ &= 850t^2 - 170t + 8,84 \end{aligned}$$

$$s_{\min} \text{ khi } t = \frac{170}{1700} = 0,1 \text{ h} = 6 \text{ phút}$$

2) Gọi s_0 là khoảng cách ban đầu,

$$s_0^2 = 8,84 \text{ Phương trình } s^2 = s_0^2$$

$$\text{cho } t = \frac{170}{850} = 0,2 \text{ h} = 12 \text{ ph.}$$



Hình B.14

1.5. Giả sử nước sông chảy theo hướng từ A đến B và gọi khoảng cách AB là s, vận tốc của dòng nước là v_0 . Theo đầu bài ta có :

$$\frac{s}{v_1 + v_0} = 2 \left(\frac{s}{v_2 + v_0} + \frac{s}{v_2 - v_0} \right)$$

$$v_0^2 + 4v_2v_0 + 4v_2v_1 - v_2^2 = 0$$

$$v_0^2 + 40v_0 + 20 = 0$$

Hai nghiệm của v_0 là $-39,5 \text{ km/h}$ và $-0,5 \text{ km/h}$

Loại nghiệm $-39,5 \text{ km/h}$ vì với vận tốc này thì cả thuyền và ca nô không thể đi ngược dòng. Vậy chỉ còn nghiệm $v_0 = -0,5 \text{ km/h}$. Dấu trừ chứng tỏ dòng nước chảy từ B đến A.

1.6. Gọi thuyền là vật 1, nước là vật 2 và bờ sông là vật 3. Khi thuyền đi xuôi dòng :

$$v_{13} \cdot t = (v_{12} + v_{23}) t_1 = 6$$

$$(v_{12} + 1)t_1 = 6. \text{ Suy ra } t_1 = \frac{6}{v_{12}+1} \quad (1)$$

Khi thuyền đi ngược dòng :

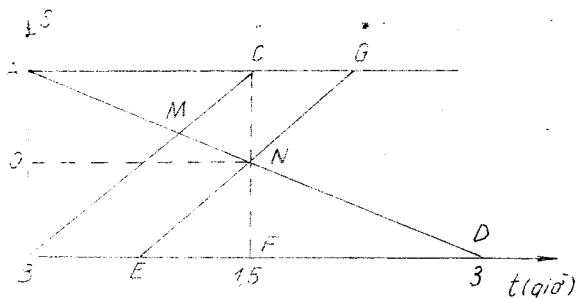
$$(v_{12} - 1)t_2 = 6 \text{ hay } t_2 = \frac{6}{v_{12}-1} \quad (2)$$

$$\text{Theo đầu bài : } t_1 + t_2 = \frac{6}{v_{12}+1} + \frac{6}{v_{12}-1} = 2,5h$$

$$\text{Giải ra ta được } v_{12} = 5\text{km/h (loại nghiệm } v_{12} = -\frac{3}{5} \text{ km/h)}$$

$$t_1 = \frac{6}{v_{12}+1} = \frac{6}{6} = 1h$$

$$t_2 = 2,5 - 1 = 1,5 h = 1h 30 \text{ ph.}$$



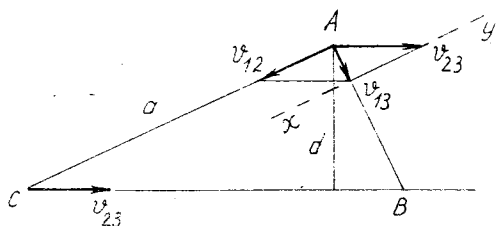
Hình B.15

1.7. Đồ thị đường đi của ca nô A được biểu diễn bằng đường gãy khúc AMC, còn của ca nô B là đường gãy khúc BMD (Điểm M biểu thị nơi gặp nhau và lúc gặp nhau). AM ứng với ca nô A đi ngược dòng lúc đi, MD với ca nô B đi ngược dòng lúc về. Vì

hai vận tốc đi ngược dòng bằng nhau, nên AM và MD có cùng độ dốc (H.B.1.5) Lập luận tương tự ta thấy BM và MC có cùng độ dốc.

Nếu điểm gặp nhau của hai đồ thị là trung điểm N của đoạn thẳng AD thì hai ca nô sẽ chạy với thời gian bằng nhau.

$$\text{Theo đồ thị ta thấy } BE = \frac{1}{2} BF = 45\text{ph}$$



Hình B.16

1.8. Gọi hành khách là vật 1, ô tô là vật 2 và mặt đất là vật 3. Muốn cho hành khách đuổi kịp ô tô với vận tốc nhỏ nhất thì trước hết vector vận tốc $\vec{v}_{12}$ của người ấy đối với ô tô phải luôn luôn hướng về phía ô tô và tại thời điểm ban đầu vector $\vec{v}_{12}$ hướng từ A đến C (H.B.1.6).

Theo công thức cộng vận tốc : $\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$.

Theo H.B.1.6 ta thấy, vector $\vec{v}_{13}$ có gốc tại A tại thời điểm ban đầu có ngọn nằm trên đường $xy \parallel AC$. Muốn cho độ lớn của vector $\vec{v}_{13}$ là nhỏ nhất thì vector $\vec{v}_{13}$ phải vuông góc với đường xy , tức là vuông góc với phương AC. Xét hai tam giác đồng dạng, ta có :

$$\frac{v_{13}}{v_{23}} = \frac{d}{a} \text{ hay } v_{13} = \frac{dv_{23}}{a} = \frac{54.80}{400} = 10,8 \text{ km/h}$$

1.9. 1) Giả sử điểm gặp là D (H.B 1.7) ta có :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{AD}{DB}. \text{ Vì } EF \parallel AB \text{ ta có } v_1 \cos \alpha = v_2 \sin \alpha \quad (1)$$

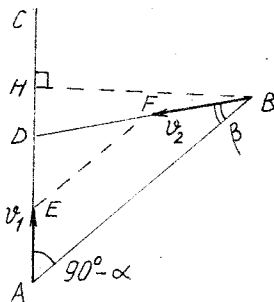
Từ (1) ta xác định được góc β giữa vector

$\vec{v}_2$ và hướng BA, với $\sin \beta = \frac{v_1}{v_2} \cos \alpha$ (điều

kiện phải có là $v_1 \cos \alpha \leq v_2$). Các hình chiếu của hai tàu xuống AB chuyển động với các vận tốc là $v_1 \sin \alpha$ và $v_2 \cos \beta$. Thời gian cần để gặp nhau là :

$$t = \frac{1}{v_1 \sin \alpha + v_2 \cos \beta}. \text{ Với } v_2 \text{ lấy từ (1)}$$

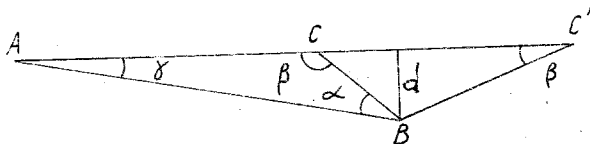
$$\text{ta có : } t = \frac{l \sin \beta}{v_1 \cos(\alpha - \beta)}$$



Hình B.17

$$2) t = \frac{l \sin \alpha}{v_1} = \frac{l \cos \alpha}{v_2} \quad \text{Điều kiện là } \tan \alpha = \frac{v_1}{v_2}$$

1.10. Gọi điểm gặp nhau là C, α là góc cần tìm (H.B.1.8), còn thời gian là t :



Hình B.1.8

$$AC = v_1 t ; CB = v_2 t$$

$$\frac{AC}{\sin \alpha} = \frac{l}{\sin \beta}$$

$$\sin \beta = \frac{d}{v_2 t}$$

$$\text{Suy ra : } \sin \alpha = \frac{v_1 d}{v_2 l} \cdot \text{Điều kiện } v_1 d \leq v_2 l \text{ được thỏa mãn. Thật vậy}$$

$$8.20 < 2.160$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30^\circ \text{ hay } 150^\circ \text{ Vậy có hai cách chạy :}$$

$$1) \alpha = 30^\circ, \sin \gamma = \frac{d}{l} = \frac{1}{8} ; \gamma = 7^\circ 10' ; \beta = 142^\circ 50'$$

$$CB = \frac{d}{\sin \beta} = \frac{20}{0,604} = 33,1 \text{m}$$

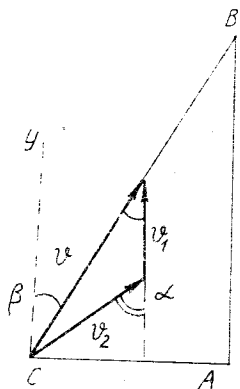
$$t = \frac{33,1}{2} = 16,5 \text{s}$$

$$2) \alpha = 150^\circ ; \gamma = 7^\circ 10' ; \beta' = 22^\circ 50'$$

$$CB = \frac{d'}{\sin \beta'} = \frac{20}{0,388} = 51,53 \text{m}$$

$$t' = \frac{51,53}{2} = 25,8 \text{s}$$

1.11. Vận tốc của vật đối với bờ sông là $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$



Hình B.19

a) $\vec{v}$ phải hướng vào B nghĩa là làm một góc β với bờ sông (H.B.1.9) :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{CA}{AB} = \frac{1}{2} . \text{ Suy ra } \beta = 26^{\circ}34'$$

b) $\vec{v}_2$ làm với thành ab của thuyền một góc α .

$$\text{Ta có : } \frac{v_2}{\sin \beta} = \frac{v_1}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{v_1}{v_2} \sin \beta = \frac{1}{8\sqrt{5}} = 0,056$$

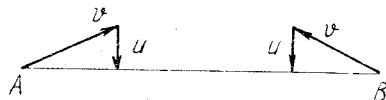
$$\alpha - \beta = 3^{\circ}10'$$

$$\text{Suy ra : } \alpha = 29^{\circ}44'$$

1.12. Gọi khoảng $AB = l$. Ở chuyển đầu :

$$t_1 = \frac{l}{v+u} + \frac{l}{v-u} = \frac{2lv}{v^2 - u^2}$$

Ở chuyển thứ hai, $\vec{v}$ phải hướng lệch đi (H.B.1.10)



Hình B.110

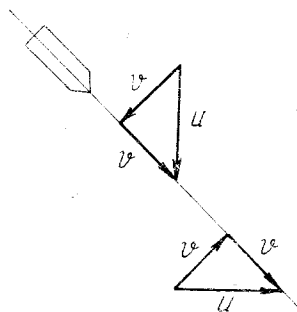
$$t_2 = \frac{2l}{\sqrt{v^2 - u^2}}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{v}{\sqrt{v^2 - u^2}} > 1$$

1.13. 1) Gió thổi từ thành trái sang thành phải (H.B.1.11) Vận tốc $\vec{u}$ của gió đối với Trái Đất hướng từ Bắc xuống Nam :

$$u = v \sqrt{2}$$

2) Gió thổi từ thành phải sang thành trái. Vận tốc $\vec{u}$ hướng từ Tây sang Đông :
 $u = v \sqrt{2}$



Hình B.111

$$1.14. \quad h = \frac{1}{2} gt^2$$

$$h - \frac{3h}{4} = \frac{1}{2} g(t-1)^2$$

$$t^2 = 4(t-1)^2$$

$$t = 2(t-1)$$

$$t = 2s$$

$$1.15. \quad h = \frac{1}{2} gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$H = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$v_0 = \frac{H-h}{t} = \frac{(H-h)\sqrt{g}}{\sqrt{2h}}$$

$$v_0 = \frac{(H-h)\sqrt{2gh}}{2h}$$

1.16. Khi rơi tự do :

$$H = \frac{1}{2} gt^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{40}{10}} = 2s$$

Khi ném lên ta có phương trình về độ cao h của vật (chiều dương hướng lên trên)

$$h = H + v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$h = 20 + v_0 t - 5t^2$$

Khi chạm đất h = 0 và t = ~~3~~ s

$$v_0 = \frac{0 - 20}{t} = \frac{5 \cdot 3^2 - 20}{3} = \frac{25}{3}$$

$$v_0 = 8,3 \text{ m/s}$$

$$1.17. \quad s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

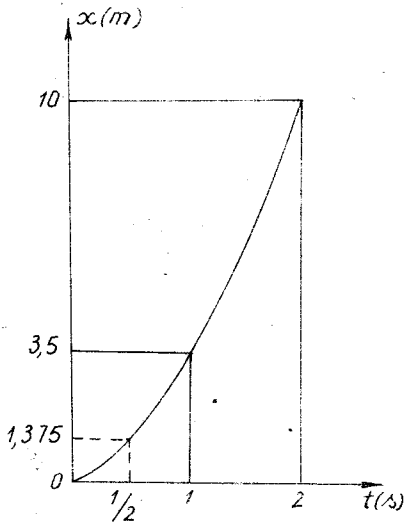
$$192 = 10t + \frac{1}{2} t^2$$

$$t^2 + 20t - 384 = 0$$

$$t = -10 \pm \sqrt{484} = -10 \pm 22$$

$$t = 12s$$

$$v_t = v_0 + at = 10 + 1.12 = 22m/s$$



Hình B.1.12

$$1.18. 1) \quad v_t = v_0 + at$$

$$v_0 = 2m/s$$

$$a = 3m/s^2$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = 2t + 1.5t^2$$

$$2) \quad v_{tb} = \frac{x}{t} = \frac{2.4 + 1.5 \cdot 16}{4} = 8m/s$$

$$v_{(t=4)} = 2 + 3 \cdot 4 = 14m/s$$

3) Xem hình B.1.12

1.19. Theo đồ thị thì vật 1 chuyển động chậm dần đều, còn vật 2 chuyển động nhanh dần đều với vận tốc đầu $v_0 = 0$

1) Chọn trục Ox có gốc O tại vị trí ban đầu của vật 2 và chiều dương là chiều từ vật 2 đến vật 1.

Ta thấy đồ thị I cho $v_t = 0$ khi $t = 20s$, do đó đối với vật 1 ta có :

$$v_t = v_0 + a_1 t$$

$$0 = -40 + 20a_1$$

$a_1 = 2\text{m/s}^2$ ($a_1 > 0$ vì vector gia tốc hướng theo trục Ox, tức ngược chiều chuyển động)

$$v_{(I)} = -40 + 2t \quad (1)$$

Phương trình chuyển động của vật 1 là :

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_1 t^2$$

$$x_{(I)} = 78 - 40t + t^2 \quad (2)$$

Đồ thị II cho $v_t = 10\text{m/s}$ khi $t = 10\text{s}$. Do đó đối với vật 2 ta có :

$$v_2 = a_2 t$$

$$10 = 10a_2$$

$$a_2 = 1\text{m/s}^2$$

$$v_{(II)} = 1.t \quad (3)$$

Phương trình chuyển động của vật 2 là :

$$x = \frac{1}{2} t^2 \quad (4)$$

2) Tại điểm gặp nhau ta có :

$$78 - 40t + t^2 = 0,5t^2$$

$$t^2 - 80t + 156 = 0$$

Ta được hai nghiệm $t_1 = 78\text{s}$

$$t_2 = 2\text{s}$$

Loại nghiệm t_1 vì vật 2 đi được 20s thì dừng.

Thay $t_2 = 2\text{s}$ vào (4) ta được tọa độ x_M của điểm gặp nhau M.

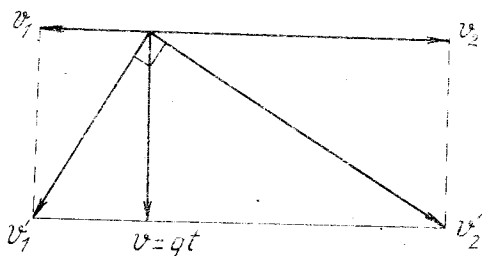
$$x_M = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2\text{m}$$

1.20. a) $0 < t < 4$: chuyển động theo chiều dương với $v = 1\text{m/s}$ do đó : $x = t$. Đến $t = 4\text{s}$, đột ngột đổi chiều.

$4 < t < 6$: chuyển động theo chiều âm với $v = 2\text{m/s}$ do đó $x = 12 - 2t$.

b) $0 < t < 3$ chuyển động thẳng đều với $v = 1\text{m/s}$ rồi chậm dần đều, đến $t \approx 3,5$ thì dừng, đổi chiều, chuyển động nhanh dần đều đến $t = 5\text{s}$ thì đạt vận tốc 2m/s , sau đó tiếp tục chuyển động đều với vận tốc ấy.

Chuyển động sau phù hợp với thực tế vì chất điểm có quán tính, không thể đột ngột đổi chiều.



Hình B.113

1.21. Trong quá trình rơi $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ được cộng thêm cùng một vận tốc $\vec{v}$ ($v = gt$) (H.B.1.13)

Xét tam giác vuông mà các cạnh là các vector vận tốc, ta có :

$$g^2 t^2 = v_1 v_2$$

$$t = \frac{\sqrt{v_1 v_2}}{g}$$

1.22. 1) Chọn hệ tọa độ xoy, có gốc tại điểm bắt đầu ném. Gọi v_{1x} , v_{1y} , v_{2x} , v_{2y} là các hình chiếu của vận tốc hai vật trên các trục tọa độ, ta có :

$$v_{1x} = v_0 \cos \alpha_1 ; \quad v_{2x} = -v_0 \cos \alpha_2$$

$$v_{1y} = v_0 \sin \alpha_1 - gt ; \quad v_{2y} = v_0 \sin \alpha_0 - gt$$

Gọi u là vận tốc của vật 1 đối với vật 2. Khi ấy ta có :

$$u_{1x} = v_0 \cos \alpha_1 - (-v_0 \cos \alpha_2) = v_0 (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$

$$u_{2y} = v_0 \sin \alpha_1 - gt - v_0 \sin \alpha_2 + gt = v_0 (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)$$

$$u = v_0 \sqrt{(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)^2 + (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)^2}$$

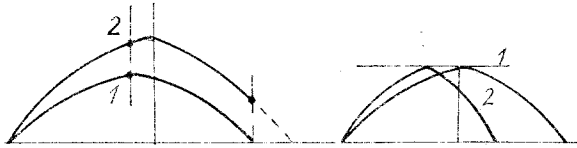
$$u = 2v_0 \cos \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right)$$

vector $\vec{u}$ không đổi cả về hướng và cường độ.

2) Khoảng cách s giữa hai vật :

$$s = 2v_0 \cos \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) t$$

1.23. Theo hình A.18a : $v_1 \cos \alpha_1 = v_2 \cos \alpha_2$ nên các hình chiếu xuống mặt đất (ở cùng một thời điểm) bằng nhau.



Hình B.114

$v_1 \sin \alpha_1 > v_2 \sin \alpha_2$ nên quỹ đạo 1 cao hơn quỹ đạo 2 (H.B.1.14). Khi vật 2 chạm đất thì vật 1 còn bay nên chạm đất xa hơn.

Theo hình A.18b : $v_1 \sin \alpha_1 = v_2 \sin \alpha_2$ nên đỉnh của hai parabol cao bằng nhau, nhưng parabol 1 doãng hơn vì hình chiếu của vật 1 chuyển động nhanh hơn hình chiếu của vật 2. ($v_1 \cos \alpha_1 > v_2 \cos \alpha_2$)

Hai vật đồng thời chạm đất, nhưng vật 1 ở xa hơn.

1.24. Vật được ném với môđun vận tốc nhất định :

- Nếu $\vec{v}_0$ nằm ngang, thì thời gian rơi tới đất bằng thời gian rơi tự

do t_0 từ độ cao $h = \frac{1}{2} g t_0^2$. Suy ra $t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

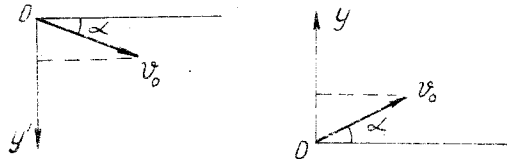
- Nếu $\vec{v}_0$ chệch xuống : hình chiếu của $\vec{v}_0$ lên trục Oy' có giá trị $v = v_0 \sin \alpha + gt$, nên α càng lớn thì vật càng sớm tới đất, sớm nhất là mảnh có $\vec{v}_0$ hướng thẳng đứng xuống dưới (H.B.1.15)

- Nếu $\vec{v}_0$ chệch lên : hình chiếu lên trục Oy có giai đoạn lên cao chậm dần một đoạn :

$s = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g}$ rồi rơi từ độ cao $h + s$ (H.B.1.15)

1) Trong các mảnh có $\vec{v}_0$ chệch xuống

($\frac{1}{2}$ số mảnh) thì tới



Hình B.115

đất muộn nhất là các mảnh có $\vec{v}_0$ gần nằm ngang. Vậy sau $t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ thì một nửa số mảnh đã rơi xuống đất.

2) Trong các mảnh có $\vec{v}_0$ chếch lên (một nửa số mảnh) thì tới đất muộn nhất là mảnh có $\vec{v}_0$ hướng thẳng đứng lên trên ($\alpha = 90^\circ$). Nó

đi khoảng $s = \frac{v_0^2}{2g}$ mất thời gian $t_1 = \frac{v_0}{g}$ rồi rơi khoảng $s + h$ suốt

thời gian $t_2 = \sqrt{\frac{2(s+h)}{g}} = \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$

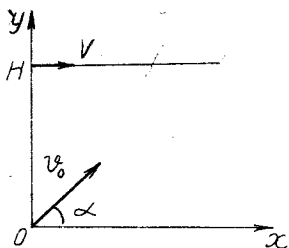
$$t_1 + t_2 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$$

1.25. Lấy gốc trục tọa độ ở vị trí của pháo và thời điểm O lúc pháo bắn. Các tọa độ của máy bay và đạn là :

$$x_1 = vt ; y_1 = H$$

$$x_2 = (v_0 \cos \alpha)t ; y_2 = (v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$$

(H.B.1.16)



Hình B.1.16

Bắn trúng có nghĩa là $x_1 = x_2$ và $y_2 = H$ hay $v = v_0 \cos \alpha$ (1)

và $gt^2 - (2v_0 \sin \alpha)t + 2H = 0$ (2)

$$\Delta' = v_0^2 \sin^2 \alpha - 2gH \geq 0$$

v_0 (min) ứng với $\Delta' = 0$, nghĩa là parabol có đỉnh ở độ cao H.

Thay (1) vào $\Delta' = 0$, ta được

$$v_0(\min) = \sqrt{v^2 + 2gH}$$

$$\cos \alpha = \frac{v}{v_0} = \frac{v}{\sqrt{v^2 + 2gH}} \text{ tức là } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{2gH}}{v}$$

Với $v = 1440 \text{ km/h} = 400 \text{ m/s}$; $H = 2.10^4 \text{ m}$, ta có : $v_0(\min) = 748 \text{ m/s}$ và $\alpha = 57^\circ 40'$

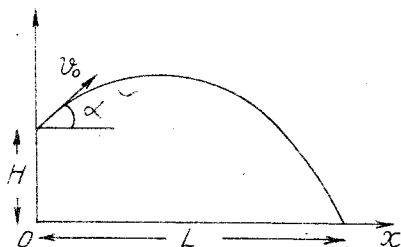
1.26. Trong hệ tọa độ được chọn như ở hình B.1.17. Các phương trình tọa độ của hòn đá là :

$$x = (v_0 \cos \alpha) t \quad (1)$$

$$y = H + (v_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

Thời gian chuyển động t_0 được tính từ (1)

$$t_0 = \frac{L}{v_0 \cos \alpha} \quad (3)$$



Hình B.1.17

Thay (3) vào (2), ta được :

$$\frac{gL^2}{2v_0^2} \tan^2 \alpha - L \tan \alpha + \left(\frac{gL^2}{2v_0^2} - H \right) = 0$$

$$\Delta = L^2 - \frac{4gL^2}{2v_0^2} \left(\frac{gL^2}{2v_0^2} - H \right) \geq 0$$

$$1 - \frac{gL^2}{v_0^4} + \frac{2gH}{v_0^2} \geq 0$$

$$L \leq \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 + 2gH}$$

$L(\max) = \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 + 2gH}$ ứng với nghiệm kép :

$$\tan \alpha = \frac{v_0^2}{gL_{\max}} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gH}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Vậy $\alpha = 30^\circ$

$$L(\max) = 34,64 \text{ m} \quad (g = 9,8 \text{ m/s}^2)$$

1.27. * Phương trình tọa độ của vật là :

$$x = (v_0 \cos \alpha) t \quad (1)$$

$$y = H + (v_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

(H.B.1.17)

Thời gian chuyển động cho đến khi chạm đất :

$$t_0 = \frac{L}{v_0 \cos \alpha} \quad (3)$$

Thay (3) vào (2), ta được phương trình bậc 2 về $\tan \alpha$:

$$\frac{gL^2}{2v_0^2} \tan^2 \alpha - L \tan \alpha + \left(\frac{gL^2}{2v_0^2} - H \right) = 0 \quad (3)$$

Vì $\Delta \geq 0$, suy ra :

$$\frac{gL^2}{v_0^4} - \frac{2gH}{v_0^2} - 1 \leq 0$$

Khi v_0 cực tiểu, ta có :

$$\frac{gL^2}{v_0^4(\min)} - \frac{2gH}{v_0^2(\min)} - 1 = 0$$

$$v_0^4 + 2gHv_0^2 - g^2L^2 = 0$$

đặt $z = v_0^2$, ta được : $z^2 + 2gHz - g^2L^2 = 0$

Giải ra ta được $v_0(\min) = \sqrt{g(\sqrt{H^2 + L^2} - H)}$

$v_0(\min)$ này ứng với $\Delta = 0$, phương trình (3) khi ấy có nghiệm :

$$\tan \alpha = \frac{v_2}{gL} = \frac{\sqrt{H^2 + L^2} - H}{L}$$

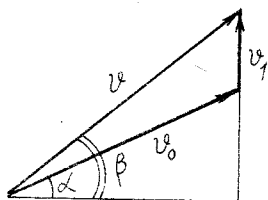
1.28. * 1) Lúc $t = 4s$, bê tông ở độ cao $y_0 = \frac{1}{2}at^2 = 0,25 \cdot 4^2 = 4m$

và có vận tốc $v_1 = at = 2m/s$.

Nếu $\vec{v}$ là vận tốc của đá đối với mặt đất thì $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1$. Vector $\vec{v}$ (H.B.1.18) có các thành phần $v_x = v_0 \cos 30^\circ = 4,68m/s$ và $v_y = v_0 \sin 30^\circ + v_1 = 4,7m/s \approx v_x$

Vậy vector $\vec{v}$ làm với phương ngang góc $\beta = 45^\circ$ và $v = 4,7 \sqrt{2} = 6,65m/s$.

Thời gian đá lên cao $t_1 = \frac{v_y}{g} = 0,47s$



Hình B.1.18

Khoảng lên cao (theo chiều thẳng đứng) $y_1 = v_y t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = 1,11\text{m}$
(xem hình B.1.19). Độ cao cực đại của đá so với mặt đất :

$$y_0 + y_1 = 5,11\text{m}$$

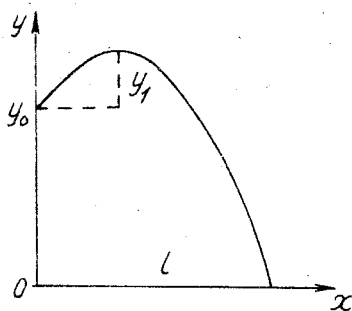
Thời gian đá rơi xuống đất là t_2 với :

$$5,11 = \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$t_2 = 1,01\text{s}$$

Thời gian đá bay $T = t_1 + t_2 = 1,48 \approx 1,5\text{s}$

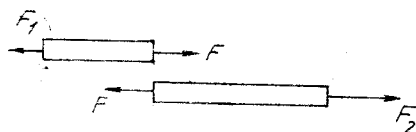
2) Khoảng cách $l = v_x T \approx 7\text{m}$



Hình B.1.19

II - ĐỘNG LỰC HỌC

2.1. Gọi lực ấy là F và khối lượng của thanh là m . Phần bên trái tiết diện có khối lượng $m \frac{x}{l}$ và chịu lực $F - F_1$. Phần bên phải có khối lượng $m \frac{l-x}{l}$ và chịu lực $F_2 - F$, cả hai có gia tốc chung a của thanh (H.B.2.1)



Hình B.2.1

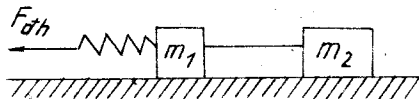
$$a = \frac{F - F_1}{m \frac{x}{l}} = \frac{F_2 - F}{m \frac{l-x}{l}}$$

$$\frac{F - F_1}{x} = \frac{F_2 - F}{l-x}$$

Suy ra :

$$F = \frac{F_2 x}{l} + \frac{F_1 (l-x)}{l}$$

2.2. a) Vì các lực tác dụng lên mỗi vật theo phương thẳng đứng cân bằng nhau, nên ta chỉ cần xét các lực theo phương ngang. Vì sợi dây không giãn nên 2 vật có cùng gia tốc (H.B.2.2)



Hình B.2.2

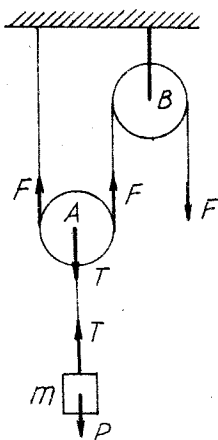
$$a = \frac{F_{dh} - T}{m_1} = \frac{T}{m_2} = \frac{F_{dh}}{m_1 + m_2}$$

$$F_{dh} = kx = 300.0,02 = 6N$$

Thay các giá trị vào a, ta có :

$$a = \frac{6}{1+2} = 2m/s^2$$

b) Lực căng T = m₂a = 2.2 = 4N



Hình B.2.3

2.3. Xét riêng ròng rọc động A. Vì m_A ≈ 0 nên ta có : T = 2F (H.B.2.3)

Xét riêng vật m, ta có :

$$T - mg = ma$$

$$\text{Suy ra } F = (g + a) \frac{m}{2}$$

$$\text{Khi } a = 0 \text{ thì } F = \frac{mg}{2}$$

2.4. 1) Chỉ 3.10N = 30N.

2) Lực mà lực kế chỉ là lực căng T. Gia tốc của hệ thống là a. Ta có :

$$\begin{cases} T - m_1g = m_1a & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_2g - T = m_2a & (2) \end{cases}$$

trong đó m₁ = 2kg ; m₂ = 3kg

Giải hệ phương trình ta được :

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g = 2m/s^2 \quad T = 24N$$

3) Nếu $T = 30\text{N}$, m_1 vẫn bằng 2kg thì (1) cho $a = 5\text{m/s}^2$. Từ (2) suy ra $m_2 = 6\text{kg}$.

Vậy $x = 3\text{kg}$

2.5. 1) Gọi T là lực căng của dây, a là gia tốc của hệ, ta có :

$$\begin{cases} (M+m)g - T = (M+m)a & (1) \\ T - Mg = Ma & (2) \end{cases}$$

Suy ra : $a = \frac{mg}{2M+m}$

Vật có khối lượng m chịu tác dụng của trọng lực mg hướng xuống và phản lực Q của khối M . Ta có :

$$mg - Q = ma$$

$$Q = m(g - a) = \frac{2Mmg}{2M+m}$$

Áp lực N của vật m lên khối M cũng bằng $\frac{2Mmg}{2M+m}$

$$2) F = 2T = \frac{4M(M+m)g}{2M+m}$$

So sánh với $P = (2M + m)g$ ta thấy $P > F$

2.6. a) Gọi T là lực căng của dây. Gia tốc a_1 và a_2 của 2 vật đối với ròng rọc ngược chiều nhau nhưng có độ lớn bằng nhau. (H.B.2.4). Ta có :

$$a_1 = a_2 = \frac{T - m_1g}{m_1} = \frac{m_2g - T}{m_2} =$$

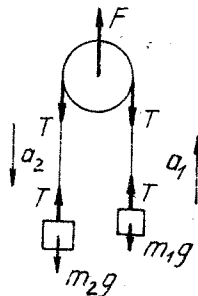
$$= \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2} = \frac{0,1 \cdot 9,8}{0,5}$$

$$a_1 = a_2 = 1,96\text{m/s}^2$$

$$T = m_1(g + a_1) = 0,2(9,8 + 1,96) = 2,35\text{N}$$

Vì gia tốc của ròng rọc bằng 0 nên lực kế chỉ :

$$F = 2T = 4,7\text{N}$$



Hình B.24

b) Khi gia tốc của thang máy bằng $a = 1,2\text{m/s}^2$, cũng tức là khi cả hệ gồm hai trọng vật và ròng rọc đều có thêm gia tốc $a = 1,2\text{m/s}^2$, thì lực truyền gia tốc cho hệ này là F_1 :

$$F_1 = (m_1 + m_2)a = 0,5 \cdot 1,2 = 0,6\text{N}$$

$$\text{Vậy lực kế chỉ : } F' = F_1 + N = 4,7 + 0,6 = 5,3\text{N}$$

2.7. 1) Chọn chiều đi lên làm chiều dương. Gọi a là gia tốc của thang máy, T là lực căng của dây. Ta có :

$$F - (M + m)g = (M + m)a$$

$$a = \frac{F}{M+m} - g$$

$$T - mg = ma$$

$$T = m(g + a) = \frac{mF}{M+m}$$

2) Gọi a' là gia tốc mới của thang máy :

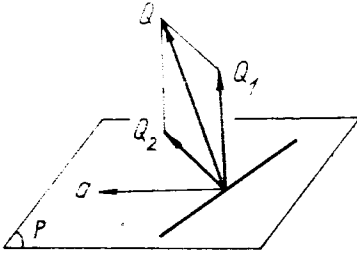
$$F - Mg = Ma' ; a' = \frac{F}{m} - g \text{ (hướng lên)}$$

3) Vật rơi tự do nên có gia tốc g hướng xuống. Đối với buồng của thang máy, vật có gia tốc $a_m = a' + g$ và không có vận tốc đầu nên thời gian rơi được tính bằng công thức :

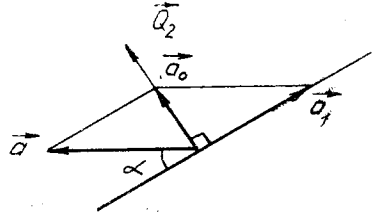
$$h = \frac{1}{2} a_m t^2. \text{ Suy ra : } t = \sqrt{\frac{2h}{a_m}} = \sqrt{\frac{2hM}{F}}$$

2.8. Vì không có ma sát nên phản lực $\vec{Q}$ của thanh lên hạt cườm vuông góc với thanh. Có thể phân tích $\vec{Q}$ thành hai thành phần : $\vec{Q}_1$ có phương thẳng đứng và bị cân bằng bởi trọng lực tác dụng lên hạt cườm, $\vec{Q}_1 = -mg$; $\vec{Q}_2$ có phương nằm ngang và vuông góc với thanh, lực

này truyền gia tốc $\vec{a}_0$ cho hạt cườm, $\vec{a}_0 = \frac{\vec{Q}_2}{m}$ (H.B.2.5). Do tính chất tương đối của chuyển động, ta có $\vec{a}_0 = \vec{a}_1 + \vec{a}$ trong đó $\vec{a}_1$ là gia tốc của chuyển động tương đối của hạt cườm đối với thanh và có phương của thanh, còn $\vec{a}$ là gia tốc kéo theo (của thanh) (H.B.2.6). Ta có :



Hình B.2.5



Hình B.2.6

$$a_1 = a \cos \alpha$$

$$a_2 = a \sin \alpha$$

Thời gian t để hạt cườm rời khỏi thanh :

$$l = \frac{1}{2} a_1 t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a_1}} = \sqrt{\frac{2l}{a \cos \alpha}}$$

Còn phản lực $\vec{Q}$ có độ lớn :

$$Q = \sqrt{Q_1^2 + Q_2^2} = m \sqrt{g^2 + a^2 \sin^2 \alpha}$$

2.9. Lực căng dây tại mọi điểm đều có độ lớn bằng nhau.

$$a_1 = \frac{T}{m}$$

Đối với vật 1 :

$$s_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2$$

$$a_2 = \frac{T + mg \sin \alpha}{m}$$

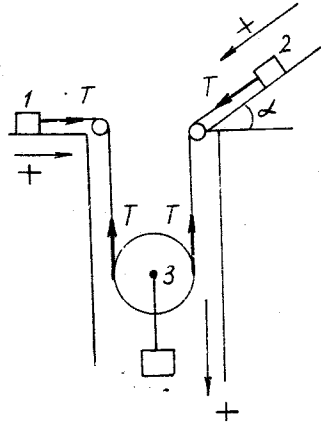
Đối với vật 2 :

$$s_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2$$

$$a_3 = \frac{4mg - 2T}{4m}$$

Đối với vật 3 :

$$s_3 = \frac{1}{2} a_3 t^2$$



Hình B.2.7

Mặt khác ta có : $2s_3 = s_1 + s_2$.

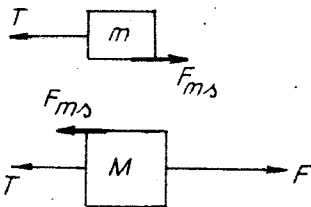
Suy ra : $2a_3 = a_1 + a_2$

$$2\left(\frac{4mg-2T}{4m}\right) = \frac{T}{m} + \frac{T+mgsin\alpha}{m}$$

Giải ra ta được : $T = \frac{mg}{2} = 4,9N$

$$a_1 = \frac{1}{2}g = 4,9m/s^2 ; a_2 = g = 9,8m/s^2 ; a_3 = \frac{3}{4}g = 7,35m/s^2$$

2.10. Vật m chịu hai lực tác dụng là lực căng của dây $\vec{T}$ và lực ma sát $\vec{F}_{ms}$. Vật M chịu ba lực tác dụng là lực $\vec{F}$, lực $\vec{T}$ và lực $\vec{F}_{ms}$ (Xét theo phương ngang. Xem hình B.2.8)



Hình B.2.8

Vì độ lớn của gia tốc của hai vật bằng nhau nên ta có thể viết :

$$a = \frac{F-T-F_{ms}}{M} = \frac{T-F_{ms}}{m}$$

$$a = \frac{F-2F_{ms}}{M+m} . \text{ Suy ra :}$$

$$F = (M + m)a + 2F_{ms}$$

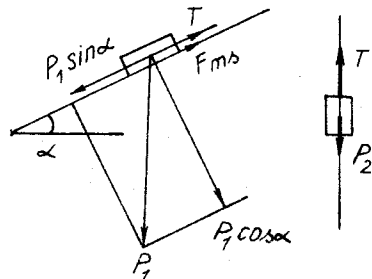
$$F = \frac{1}{2} (m + M)g + 2kmg \text{ Thay giá trị vào ta được : } F = 25N$$

2.11. Vì dây nối không có khối lượng và không giãn nên hai vật chuyển động với cùng một gia tốc $|\vec{a}| = a$. Theo H.B.2.9 ta có :

$$a = \frac{P_1 \sin \alpha - F_{ms} - T}{m_1} \text{ (đối với}$$

vật 1)

$$a = \frac{T - P_2}{m_2} \text{ (đối với vật 2)}$$



Hình B.2.9

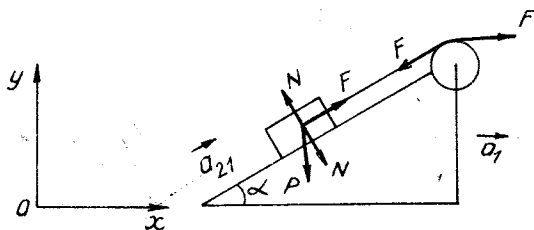
$$\begin{aligned}
 \text{Suy ra : } a &= \frac{P_1 \sin \alpha - F_{ms} - P_2}{m_1 + m_2} = \\
 &= \frac{(m_1 \sin \alpha - m_2) g - k m_2 g \cos \alpha}{m_1 + m_2} = \\
 &= \frac{(2,5 - 2) 10 - 0,1 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 0,87}{7} = 0,093 \text{ m/s}^2
 \end{aligned}$$

$$T = m_2(a + g) = 2(0,093 + 10) = 20,2\text{N}$$

2.12.* Gọi nêm là vật 1 chuyển động với gia tốc $\vec{a}_1$, còn vật m là vật 2 chuyển động với gia tốc $\vec{a}_2$. Chọn hệ quy chiếu là hai trục tọa độ Ox, Oy gắn với mặt nằm ngang (H.B.2.10) và chiếu các vector gia tốc lên các trục, ta có : $\vec{a}_1$ ($a_{1x} = a_1, a_{1y} = 0$)

$$\vec{a}_2 (a_{2x}, a_{2y})$$

Gọi N là phản lực của nêm lên vật và áp dụng định luật 2 Newton cho từng vật, ta được :



Hình B.2.10

$$F \cos \alpha - N \sin \alpha = m a_{2x} \quad (1)$$

$$F \sin \alpha + N \cos \alpha - mg = m a_{2y} \quad (2)$$

$$F - F \cos \alpha + N \sin \alpha = M a_1 \quad (3)$$

Mặt khác, gọi $\vec{a}_{21}$ là gia tốc của vật m đối với nêm thì :

$$\vec{a}_2 = \vec{a}_{21} + \vec{a}_1 \text{ (vector } \vec{a}_{21} \text{ hướng song song với mặt nêm)}$$

Chiếu lên hai trục tọa độ ta được :

$$a_{2x} = a_{21} \cos \alpha + a_1$$

$$a_{2y} = a_{21} \sin \alpha$$

$$\text{Suy ra : } a_{2y} = (a_{2x} - a_1) \operatorname{tg} \alpha \quad (4)$$

Giải hệ 4 phương trình ta tìm được :

$$a_1 = \frac{F(1 - \cos \alpha) + mg \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha}$$

$$a_{2x} = \frac{F(m \sin^2 \alpha + M \cos \alpha) - Mmg \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{m(M + m \cdot \sin^2 \alpha)}$$

$$a_{2y} = \left\{ \frac{F \cos \alpha [M + m(1 - \cos \alpha)] - mg(M + m) \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{m(M + m \cdot \sin^2 \alpha)} \right\} \operatorname{tg} \alpha$$

Muốn cho khối m dịch chuyển lên trên thì phải có hai điều kiện :

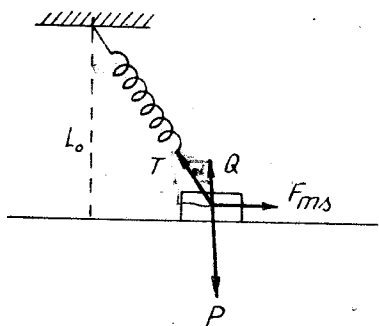
$$a) \ a_{2y} > 0. \text{ Suy ra : } F > \frac{mg(M + m) \sin \alpha}{M + m(1 - \cos \alpha)}$$

$$b) \ N > 0. \text{ Suy ra : } F < \frac{Mg \cos \alpha}{(1 - \cos \alpha) \sin \alpha}$$

Kết hợp lại ta có :

$$\frac{mg(M + m) \sin \alpha}{M + m(1 - \cos \alpha)} < F < \frac{Mg \cos \alpha}{(1 - \cos \alpha) \sin \alpha}$$

Nếu $F = \frac{mg(M + m) \sin \alpha}{M + m(1 - \cos \alpha)}$ thì $a_{21} = 0$, vật đứng yên so với nêm và cùng chuyển động với nêm.



Hình B.2.11

$$2.13. F_{ms} = T \sin \alpha \quad (\text{H.B.2.11})$$

$$F_{ms} = \mu Q \quad (Q \text{ là phản lực của mặt bàn})$$

μ là hệ số ma sát)

$$= \mu (P - T \cos \alpha)$$

$$T = k(l - l_0)$$

$$T = k \left(\frac{l_0}{\cos \alpha} - l_0 \right)$$

$$T = kl_0 \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)$$

$$\text{Suy ra : } \mu = \frac{k l_0 \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right) \sin \alpha}{mg - k l_0 (1 - \cos \alpha)}$$

Thay giá trị vào ta được $\mu = 0,2$

2.14. 1) Nếu $F \leq k m_2 g$ thì hai vật vẫn đứng yên.

2) Nếu $k m_2 g < F < k m_1 g$ thì vật m_2 sẽ chuyển động (dao động tắt dần)

3) Nếu $F > k m_1 g$ thì hai vật sẽ chuyển động về hai phía và dao động tắt dần.

2.15. 1) Lấy chiều dương hướng xuống dưới.

$$Q = Q + T_2$$

Gọi a_{2d} là gia tốc của m_2 đối với đất, ta có :

$a_{2d} = a_2 - a_1$ (nhánh dây mang m_2 có gia tốc bằng và ngược chiều với m_1)

Áp dụng định luật 2 cho hai vật với nhận xét rằng lực ma sát bằng lực căng của dây :

$$m_2 g - F_{ms} = m_2 (a_2 - a_1) \quad (1)$$

$$m_1 g - F_{ms} = m_1 a_1 \quad (2)$$

$$\text{Suy ra : } a_1 = \frac{(m_1 - m_2) g + m_2 a_2}{m_1 + m_2}$$

$$F_{ms} = \frac{m_1 m_2 (2g - a_2)}{m_1 + m_2}$$

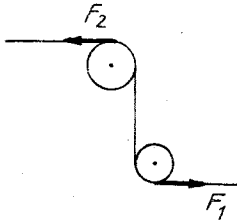
$$a_{2d} = \frac{m_2 g - m_1 (g - a_2)}{m_1 + m_2}$$

$$2) \text{ a) } a_1 < 0 \text{ nếu } m_1 < \left(1 - \frac{a_2}{g}\right) m_2 \text{ hay } m_1 < \frac{m_2}{2}$$

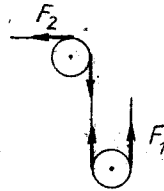
$$b) \text{ } a_{2d} < 0 \text{ nếu } m_2 < \left(1 - \frac{a_2}{g}\right) m_1 \text{ hay } m_2 < \frac{m_1}{2}$$

$$c) \text{ } a_1 \text{ và } a_{2d} \text{ đều dương nếu } \frac{m_2}{2} < m_1 < 2m_2$$

2.16. * a) Lực căng của dây tác dụng lên hai ròng rọc tức là lên bàn, một ngẫu lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ (H.B.2.12) Ngẫu lực này bị sàn khử nên chỉ có lực ma sát F_{ms} của m_2 tác dụng lên bàn và gây ra gia tốc a_1 của bàn.



Hình B.2.12



Hình B.2.13

$$F_{ms} = m_1 a_1$$

Vật m_2 chịu lực căng của dây F và lực ma sát cản :

$$F - F_{ms} = m_2 a_2$$

Vật m_2 trượt hay đứng yên so với bàn ? Giả sử m_2 trượt, nghĩa là

$$a_1 < a_2 \text{ Vì } F_{ms} = k m_2 g = 60 \text{ N nên } a_2 = \frac{F - F_{ms}}{m_2} > a_1$$

$$a_1 = \frac{F_{ms}}{m_1} \text{ hay } F > F_{ms} \left(\frac{m_2}{m_1} + 1 \right) = 100 \text{ N.}$$

Ở đây $F = 80 \text{ N}$. Vậy m_2 không trượt so với bàn, m_2 và m_1 cùng có gia tốc $a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 3,2 \text{ m/s}^2$

b) Tác dụng của dây lên bàn rút lại còn hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ (H.B.2.13) lực F_1 bị trọng lượng của bàn khử, chỉ còn $F_2 = F$ hướng sang trái. Phương trình chuyển động của bàn là :

$$F_{ms} - F = m_1 a_1$$

$$a_1 = -1,3 \text{ m/s}^2$$

Phương trình chuyển động của vật là : $F - F_{ms} = m_2 a_2$; $a_2 = 2 \text{ m/s}^2$

Bàn và vật chuyển động ngược chiều nhau.

2.17. * Chọn chiều dương là chiều xuống dưới. Gọi các gia tốc là a_1 và a_2 . Giả thiết $a_1 > a_2$ (miếng gỗ dưới chuyển động nhanh hơn)

Vật m_1 chịu các lực :

- $m_1 g \sin \alpha$

- lực ma sát $F_1 = k_1(N_1 + N_2)$ ($N_1 = m_1 g \cos \alpha$, $N_2 = m_2 g \cos \alpha$)

- lực ma sát $F = kN_2$

Hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}$ đều hướng lên trên. Ta có phương trình :

$$m_1 g \sin \alpha - F_1 - F = m_1 a_1 \quad (1)$$

Vật m_2 chịu các lực :

- $m_2 g \sin \alpha$, (hướng xuống)

- lực ma sát $F = kN_2$ (hướng xuống vì vật m_1 chuyển động nhanh hơn nên lực ma sát kéo vật m_2 đi). Ta có phương trình :

$$m_2 g \sin \alpha + F = m_2 a_2 \quad (2)$$

Từ (1) suy ra $a_1 = g \sin \alpha - \frac{F + F_1}{m_1}$

Từ (2) suy ra $a_2 = g \sin \alpha + \frac{F}{m_2} > a_1$, mâu thuẫn với giả thiết. Vậy miếng gỗ dưới không thể chuyển động nhanh hơn miếng gỗ trên.

Nếu giả thiết $a_1 < a_2$ thì có các phương trình :

$$m_1 g \sin \alpha - F_1 + F = m_1 a_1 \quad (3)$$

$$m_2 g \sin \alpha - F = m_2 a_2 \quad (4)$$

$$a_1 = g \sin \alpha - \frac{F_1 - F}{m_1}$$

$$a_2 = g \sin \alpha - \frac{F}{m_2}$$

$$a_1 < a_2 \text{ nếu } \frac{F_1 - F}{m_1} > \frac{F}{m_2} \text{ hãy}$$

$$\frac{k_1(N_1 + N_2) - kN_2}{m_1} > \frac{kN_2}{m_2}$$

Thay $N_1 = m_1 g \cos \alpha$, $N_2 = m_2 g \cos \alpha$ và chia cho $g \cos \alpha$, ta được :

$$\frac{k_1(m_1 + m_2) - k m_2}{m_1} > k$$

$k_1 > k$. Vậy vật m_2 có thể chuyển động nhanh hơn m_1 nếu ma sát giữa hai miếng gỗ nhỏ hơn ma sát giữa vật m_1 và mặt phẳng nghiêng.

Nếu $k_1 \leq k$ thì $a_1 = a_2 = g(\sin \alpha - k \cos \alpha)$. Hai vật cùng trượt như một vật.

2.18. * 1) Theo định luật 2 Niuton :

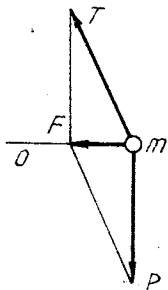
$$m \Delta v = F \Delta t = -k v \Delta t = -k \Delta x$$

$\Delta v = -\frac{k}{m} \Delta x$. Phương trình này chứng tỏ v là hàm bậc nhất nghịch biến của x :

$$v = v_0 - \frac{k}{m} x$$

2) Cho $v = 0$, ta có : $l = \frac{m}{k} v_0 = 10m$

2.19. Quả cầu chịu hai lực tác dụng là trọng lực $\vec{P}$ và lực căng $\vec{T}$. Hợp lực $\vec{F}$ của hai lực này có phương ngang và hướng vào tâm O làm cho vật chuyển động tròn đều (H.B.2.14). Theo quy tắc hình bình hành ta thấy :



$$F = P \operatorname{tg} \alpha$$

$$\alpha = 30^\circ ; \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$m r (2\pi n)^2 = \frac{m g}{\sqrt{3}}$$

$$\text{suy ra : } n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{r\sqrt{3}}}$$

Hình B.2.14

Thay số ta có : $n = 0,98 \approx 1$ vòng/s

2.20. Gọi m là khối lượng của vật và r là khoảng cách từ vật tới trục, ta có :

$$F = P \operatorname{tg} \alpha \quad (\text{H.B.2.15})$$

$$m\omega^2 (R + r) = mg \operatorname{tg} 30^\circ$$

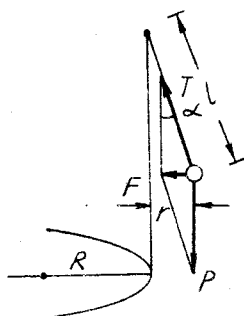
$$4\pi^2 n^2 (R + r) = \frac{g}{\sqrt{3}}$$

$$r = l \sin 30^\circ = 0,05\text{m}$$

với $g \approx 10\text{m/s}^2$; $\pi^2 \approx 10$, ta có :

$$R = \frac{1}{4\sqrt{3}} - 0,05 = 0,094\text{m}$$

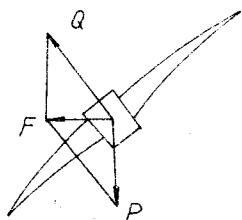
$$R = 9,4\text{cm}$$



Hình B.2.15

2.21. Người bị xô vào thành ôtô chịu phản lực của thành, phản lực này là lực hướng tâm.

Khi máy bay lượn vòng bao giờ nó cũng nghiêng cánh. Lực nâng $\vec{Q}$ vuông góc với mặt cánh sẽ nghiêng một góc so với đường thẳng đứng. Hợp lực của $\vec{Q}$ và trọng lực $\vec{P}$ là lực hướng tâm $\vec{F}$ (H.B.2.16)



Hình B.2.16

Hành khách có gia tốc hướng tâm như máy bay, do hợp lực của $\vec{P}_1 = mg$ và phản lực $\vec{Q}_1$ của ghế ngồi. $\vec{Q}_1$ có phương của $\vec{Q}$ nên vẫn hướng từ sàn đến trần như khi bay thẳng. Khi bay thẳng thì $Q_1 = P_1 = 500\text{N}$, nhưng khi bay vòng thì

$$Q_1^2 = (mg)^2 + \left(\frac{mv^2}{R}\right)^2$$

Suy ra $Q_1 = 538,5\text{N}$. Vậy người ấy chịu ảnh hưởng của hiện tượng "tăng trọng lượng", nhưng tăng rất ít $\Delta Q_1 = 38,5\text{N}$

2.22. 1) Nước dễ rơi nhất khi xô nước qua vị trí cao nhất. Nước không rơi ra nếu lực quán tính li tâm lớn hơn hoặc bằng trọng lực :

$$m\omega^2 r \geq mg$$

Bán kính r bé nhất ở mặt thoáng : $r \geq 0,7\text{m}$

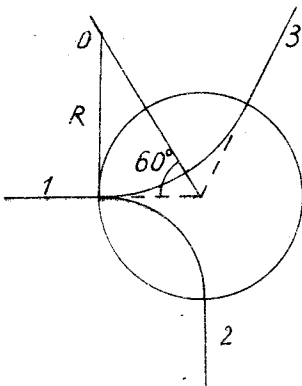
$$\omega \geq \sqrt{\frac{g}{r}} \geq 3,74 \text{ rad/s}$$

Suy ra : $n \geq 0,6$ vòng/s

2) Lực căng của dây là cực đại khi xô nước qua vị trí thấp nhất, bằng tổng của trọng lực và lực quán tính li tâm :

$$T = P + F_{qt} = m(g + \omega^2 R)$$

Lấy R ứng với khối tâm của nước $R = 0,75\text{m}$ và $\omega = 3,74\text{rad/s}$ ta được $T = 20,3 \text{ N}$



Hình B.2.17

2.23. a) Từ đường 1 sang đường 2 phải đi theo cung tròn, bán kính r . Lực hướng tâm tối đa bằng lực ma sát $k mg$.

Vậy $\frac{mv^2}{r} \leq k.m.g$ hay $v \leq \sqrt{kg r}$. Thay số, ta được $v \leq 58,8 \text{ km/h}$

b) Từ đường 1 sang đường 3 đi theo cung tròn bán kính $R = r \tan 60^\circ = r \sqrt{3}$ (H.B.2.17)

$v \leq \sqrt{kg r \sqrt{3}}$. Thay số $v \leq 75 \text{ km/h}$

2.24. * 1) Trên đoạn đường thẳng :

$$a_{\max} = \frac{\Delta_v}{\Delta_t} = \frac{10,5-10}{0,1} = 5 \text{ m/s}^2$$

Trên đường vòng nằm ngang, lực gây ra gia tốc tiếp tuyến a_t và gia tốc pháp tuyến a_n do ma sát sinh ra, cũng là do động cơ sinh ra. Vậy :

$$a_{(\text{toàn phần cực đại})} = 5 \text{ m/s}^2$$

$$a^2 = a_t^2 + a_n^2$$

$$a_t = \sqrt{a^2 - a_n^2} = \sqrt{a^2 - \frac{v^4}{R^2}}$$

Thay số, ta được : $a_t \approx 3,72 \text{m/s}^2$

Theo công thức $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ suy ra $\Delta t = \frac{\Delta v}{a_t} = \frac{0,5}{3,72} \approx 0,14 \text{s}$

2) Khi $a_n = a_{\max} = 5 \text{m/s}^2$ thì $a_t = 0$

Ô tô chuyển động tròn đều qua đường vòng có bán kính nhỏ nhất được tính bằng :

$$a_{n(\max)} = \frac{v^2}{R_{\min}}$$

$$R_{\min} = \frac{v^2}{a_{\max}} = \frac{100}{5} = 20 \text{m}$$

2.25 * Vì chuyển động tròn không đều nên vật có gia tốc pháp tuyến (tức gia tốc hướng tâm) và gia tốc tiếp tuyến.

$$a_1 = \omega^2 R = R \varepsilon^2 t^2$$

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{R \varepsilon \Delta t}{\Delta t}$$

$$\text{Gia tốc toàn phần } a = \sqrt{R^2 \varepsilon^4 t^4 + R^2 \varepsilon^2} = R \varepsilon \sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4}$$

Lực làm đồng tiền chuyển động cùng với đĩa là :

$$F = ma = m R \varepsilon \sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4}$$

(m là khối lượng của đồng tiền)

Đó là lực ma sát nghỉ, có giá trị cực đại bằng kmg

$$m R \varepsilon \sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4} \leq kmg$$

$$1 + \varepsilon^2 t^4 \leq \frac{k^2 g^2}{R^2 \varepsilon^2}$$

$$\text{Đồng tiền chưa văng ra nếu } t^4 \leq \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{k^2 g^2}{R^2 \varepsilon^2} - 1 \right)$$

$$\text{Điều kiện } t > 0 \text{ là } k^2 g^2 > R^2 \varepsilon^2 \text{ hay } k > \frac{R \varepsilon}{g}$$

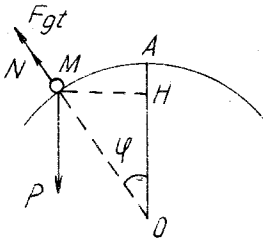
(ma sát đủ lớn). Nhưng lực ma sát cũng chỉ giữ được đồng tiền đến thời điểm :

$$t^2 = \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\frac{k^2 g^2}{R^2 \varepsilon^2} - 1}$$

$$\text{hay } t = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon} - \sqrt{\frac{k^2 g^2}{R^2 \varepsilon^2} - 1}}$$

2.26* Chọn hệ quy chiếu gắn với vật 2. Đây là hệ quy chiếu không quán tính, chuyển động với gia tốc g so với mặt đất. Trong hệ này vật 2 đứng yên, còn vật 1 chịu hai lực cân bằng nhau, đó là trọng lực $\vec{P}$ và lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -mg\vec{e}_2$. Do đó vật 1 chuyển động thẳng đều so với vật 2 với vận tốc $\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 =$ không đổi.

2.27. a) Trong hệ quy chiếu gắn với vật M thì vật chịu tác dụng của ba lực cân bằng nhau : trọng lực P , phản lực N của mặt cầu và lực quán tính li tâm



Hình B.2.18

$$F_{qt} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{qt} = 0 \quad (1)$$

Giả sử vật rời hình cầu khi $\widehat{AOM} = \varphi$ (H.B.2.18). Lúc ấy $N = 0$, ta có :

$$\vec{P} + \vec{F}_{qt} = 0$$

$$\text{Chiếu xuống OM : } -mg\cos\varphi + \frac{mv^2}{r} = 0 \quad (2)$$

Theo định luật bảo toàn cơ năng :

$$\frac{mv^2}{2} = mgr(1 - \cos\varphi) \quad (3)$$

$$(2) \text{ và } (3) \text{ cho ta } \cos\varphi = \frac{2}{3}, \text{ OH} = \frac{2r}{3}$$

$$\text{Suy ra } h = \frac{5}{3} r$$

b) $\alpha < \varphi$: vật còn đè lên hình cầu. Chiếu phương trình vector (1) xuống trục OB, ta được :

$$-mg\cos 30^\circ + N + \frac{mv^2}{r} = 0 \quad (4)$$

Phương trình tương tự như (3) cho :

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgr (1 - \cos 30^\circ)$$

hay $\frac{1}{2} mv^2 = 0,134 mgr$. Thay vào (4) ta được :

$$N = \frac{mg \sqrt{3}}{2} - 0,268mg = 0,6mg$$

2.28* Nếu $P = mg$ là trọng lực, $T = k(l-l_0)$ là lực đàn hồi của dây cao su tác dụng lên vật thì hợp lực $\vec{F} = \vec{P} + \vec{T}$ là lực hướng tâm :

$$F = m\omega^2 l_1 ; \omega = 2\pi \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \pi \text{ rad/s}$$

a) Ở điểm cao nhất B, hai lực $\vec{P}$ và $\vec{T}$ cùng chiều :

$$mg + k(l_1 - l_0) = m\omega^2 l_1$$

$$l_1 = \frac{k l_0 + mg}{k - m\omega^2} = 0,613m$$

Dây giãn $l_1 - l_0 = 0,013m$. Lực căng $T = 10^4 \cdot 0,013 = 130N$

b) Ở điểm thấp nhất A, hai lực $\vec{P}$ và $\vec{T}$ ngược chiều : $T = P = F$

$$k(l_2 - l_0) - mg = m\omega^2 l_2$$

$$l_2 = \frac{k l_0 + mg}{k - m\omega^2} = 0,621m$$

Dây giãn $l_2 - l_0 = 0,021m$ và lực căng $T = 210N$

Chú ý : Cũng có thể giải trong hệ quy chiếu gắn với vật. Vật sẽ chịu ba lực cân bằng là $\vec{P}$, $\vec{T}$ và lực quán tính $\vec{F}_{qt}$

2.29 * 1) Trong hệ quy chiếu gắn với xe, khi xe có gia tốc $\vec{a}$ thì có lực quán tính $\vec{F} = -ma$ tác dụng lên A, làm ống quay theo cùng phương nhưng ngược chiều $\vec{a}$. Lò xo bị giãn một đoạn $\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{m}{k} a$, tỉ lệ với độ lớn của gia tốc

Chú ý rằng nếu xe đi chậm dần thì $\vec{F}$ hướng ra phía trước nhưng không nén lò xo vì hệ thống ở vị trí cân bằng không bền. Ống sẽ quay ra phía trước để vẫn ngược chiều với $\vec{a}$, lò xo bị giãn.

2) $\Delta l = 0,02\text{m}$, $a = \frac{k\Delta l}{m} = \frac{20.0,02}{0,5} = 0,8\text{m/s}^2$. Xe chuyển động thẳng nhanh dần đều với gia tốc a . Vận tốc lúc $t = 20(\text{s})$ là $v = at = 0,8.20 = 16\text{m/s}$. Quãng đường $d = \frac{1}{2}at^2 = 0,4.400 = 160\text{m}$.

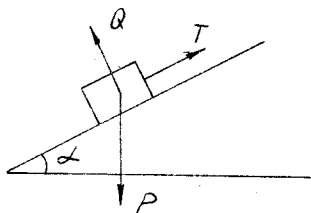
b) Xe quạt sang phải. Ống quạt đến vuông góc với vận tốc, chứng tỏ xe chuyển động tròn đều, có lực quán tính li tâm tác dụng lên A. Độ lớn của gia tốc vẫn là $a = 0,8\text{m/s}^2$, vận tốc $v = 16\text{m/s}$. Vậy bán kính đường tròn $R = \frac{v^2}{a} = 320\text{m}$. Trong thời gian $31,4\text{s}$ xe đi được quãng đường $vt = 16.31,4 = 502,4\text{m}$. Góc $\widehat{EGH} = \frac{502,4}{320} = 1,57 \text{ rad} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$

c) Xe đi thẳng chậm dần đều với gia tốc $a_1 = \frac{20.0,03}{0,5} = 1,2 \text{ m/s}^2$. Sau 10s , vận tốc là v_1 xác định bởi $v_1 = v - a_1t = 16 - 12 = 4\text{m/s}$

d) Xe chạy thẳng đều với vận tốc 4m/s

III - TÍNH HỌC

3.1 1) Vật chịu tác dụng của ba lực trọng lực $\vec{P}$, lực căng $\vec{T}$ của dây và phản lực $\vec{Q}$ của mặt nghiêng (H.B.3.1) $\vec{Q}$ vuông góc với mặt phẳng nghiêng vì không có ma sát.



Hình B.3.1

Từ điều kiện cân bằng $\vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} = 0$

ta suy ra : $\sin\alpha = \frac{T}{P}$

$$T = P \sin\alpha = 2,9.8,0,5 = 9,8\text{N}$$

$$2) \cos\alpha = \frac{Q}{P}$$

$$Q = P \cos\alpha = 2,9,8. \frac{\sqrt{3}}{2} = 17\text{N}$$

3.2. 1) Xét điều kiện cân bằng của thanh AB có thể quay quanh bản lề A, ta có :

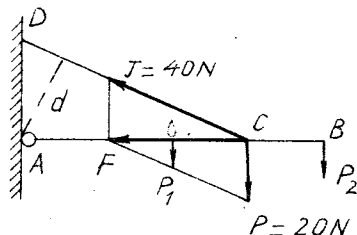
$$P_1 \cdot OA + P_2 \cdot BA = T \cdot d$$

$$100,6 + 101,2 = T \cdot 0,45$$

$$\text{Suy ra } T = 40\text{N}$$

2) Hợp lực $\vec{P}$ của hai lực $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$ đặt tại C và có độ lớn bằng 20N. Vì thanh cân bằng nên hợp lực của $\vec{P}$ và $\vec{T}$ phải đi qua trục quay A (H.B.3.2) và có giá trị :

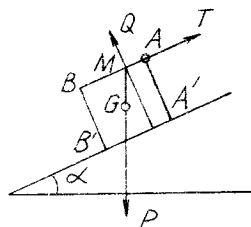
$$F_{hl} = \frac{40\sqrt{3}}{2} = 34\text{N}$$



Hình B.3.2

Phản lực Q cân bằng với F_{hl} : Do đó $Q = 34\text{N}$.

3.3. a) Ta hãy xác định các lực tác dụng lên vật (H.B.3.3) : trọng lượng $\vec{P}$, lực căng $\vec{T}$ của dây và phản lực $\vec{Q}$ của mặt nghiêng. Vì không có ma sát nên $\vec{Q}$ vuông góc với mặt nghiêng. Theo điều kiện cân bằng $\vec{P} + \vec{T} + \vec{Q} = 0$, ba lực này phải đồng quy



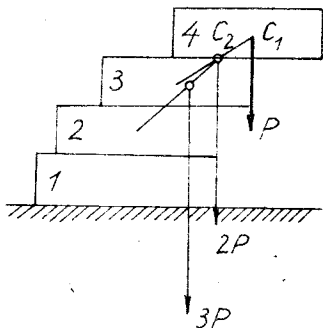
Hình B.3.3

Muốn vậy phản lực $\vec{Q}$ phải đi qua điểm M là giao điểm của giá của trọng lượng $\vec{P}$ và giá của lực căng $\vec{T}$. Điểm M nằm ở mặt trên của vật. Ở vị trí giới hạn $\alpha = \alpha_m$ thì điểm M nằm ở cạnh đi qua A. Từ đó suy ra $\alpha_m = 45^\circ$. Nếu $\alpha > 45^\circ$ thì khối lập phương sẽ quay quanh cạnh đi qua A (theo chiều kim đồng hồ).

b) Lập luận tương tự đối với trường hợp dây buộc ở A'. Khi ấy nếu $\alpha > 45^\circ$ thì vật sẽ quay quanh cạnh đi qua B' (theo chiều ngược với kim đồng hồ).

3.4. Viên gạch (4) nhô ra khỏi viên gạch

(3) cực đại là $\frac{1}{2} l$ (xem H.B.3.4). Dùng quy tắc hợp lực song song ta thấy trọng tâm C_2 của hai viên gạch (3) và (4) ở cách mép phải của



Hình B.3.4

viên gạch (3) một đoạn $\frac{1}{4}l$. Do đó viên gạch (3) chỉ được phép nhô ra khỏi viên gạch (2) một đoạn $\frac{1}{4}l$. Trọng tâm C_3 của 3 viên gạch trên cách mép phải của viên gạch cuối cùng một đoạn $\frac{1}{6}l$, do đó viên gạch (2) chỉ được phép nhô ra khỏi viên gạch cuối cùng một đoạn $\frac{1}{6}l$. (H.B.3.4).

Vậy viên gạch trên cùng nhô ra khỏi mép phải của viên gạch cuối cùng một đoạn lớn nhất bằng $\frac{11}{12}l$

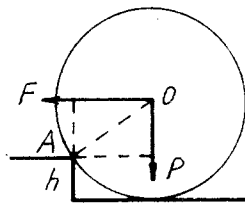
3.5. Con lăn vượt qua được bậc thềm nếu mômen của lực F đối với trục quay A lớn hơn hoặc bằng mômen của trọng lượng P (H.B.3.5)

$$F(R - h) \geq P \sqrt{R^2 - (R - h)^2}$$

$$P(R - h_m) = P \sqrt{R^2 - (R - h_m)^2}$$

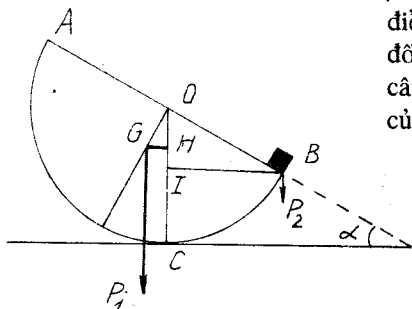
$$2h_m^2 - 4Rh_m + R^2 = 0$$

Giải ra và chỉ lấy nghiệm $0 < h < R$ ta được $h_{\max} = 0,29R$



Hình B.3.5

3.6. Ta coi bán cầu như một vật rắn cân bằng đối với trục quay qua điểm tiếp xúc C (H.B.3.6). Khi ấy mômen đối với C của trọng lượng P_1 của bán cầu cân bằng với mômen của trọng lượng P_2 của vật.



Hình B.3.6

$$P_1 \cdot \overline{GH} = P_2 \cdot \overline{BI}$$

$$m_1 g \frac{3}{8} r \sin \alpha = m_2 g r \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{8}{3} \frac{m_2}{m_1}$$

3.7. Áp dụng quy tắc mômen lực đối với trục quay đi qua A, ta có :

$$M_{F_{ms}} = M_P \text{ (H.B.3.7)}$$

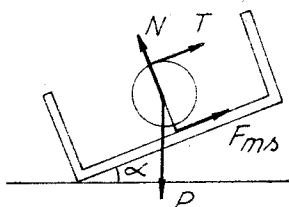
$$2R.F_{ms} = mg R \sin\alpha$$

Vì F_{ms} nghỉ cực đại = $k N$ nên :

$$2R k N = mg R \sin\alpha_m \quad (\alpha_m \text{ là góc } \alpha \text{ cực đại})$$

$$\cdot 2Rk mg \cos\alpha_m = mg R \sin\alpha_m$$

$$\text{tg } \alpha_m = 2k$$



Hình B.3.7

3.8. Vì quả cầu không quay quanh tâm O mà chỉ chuyển động tịnh tiến nên theo quy tắc mô men lực ta có (với $h < R$) :

$$F_{ms} \cdot R = F (R - h)$$

$$F_{ms} = k.mg$$

$$k = \frac{F}{mg} \left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

Theo định luật 2 Newton :

$$a = \frac{F - F_{ms}}{m} = \frac{Fh}{mR}$$

Biện luận : Vì $F_{ms} \leq F_{kéo}$ nên $k \leq \frac{F}{mg}$

3.9. Bút chì chịu 4 lực : trọng lực $\vec{P}$, ngoại lực $\vec{F}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và phản lực vuông góc $\vec{Q}$ (H.B.3.8)

Vì vật không chuyển động theo phương thẳng đứng Oy nên :

$$Q - P = 0$$

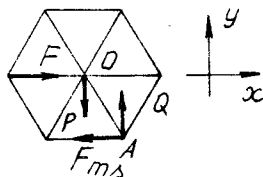
$$Q = P$$

$$F_{ms} = kP \quad (1)$$

Để vật không quay quanh trục A thì phải có :

$$F \frac{a\sqrt{3}}{2} \leq P \frac{a}{2}$$

$$F \leq \frac{P}{\sqrt{3}} \quad (2)$$



Hình B.3.8

Vật chuyển động theo phương ngang OX :

$$F - F_{ms} \geq 0$$

$$F \geq F_{ms}$$

(3)

$$\text{Suy ra : } F_{ms} \leq F \leq \frac{P}{\sqrt{3}}$$

$$kP \leq F \leq \frac{P}{\sqrt{3}}$$

$$k \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$$

3.10. Cặp lực và phản lực $\vec{N}_1$ và $\vec{N}_2$ cùng giá, ngược chiều và cùng độ lớn. Vì hệ vật có tính chất đối xứng nên cặp lực này phải có phương ngang. Áp dụng điều kiện cân bằng tổng quát cho mỗi tấm ván (H.B.3.9) ta có :

$$\vec{R} = 0 \text{ và } \sum \vec{M} = 0$$

Từ $\vec{R} = 0$, ta suy ra :

$$\text{- Đối với trục Oy : } -P + Q_1 = 0$$

$$\rightarrow Q_1 = P_1 = P \quad (1)$$

$$\text{- Đối với trục Ox : } N_1 = F_{ms1}$$

Từ $\sum \vec{M} = 0$, suy ra :

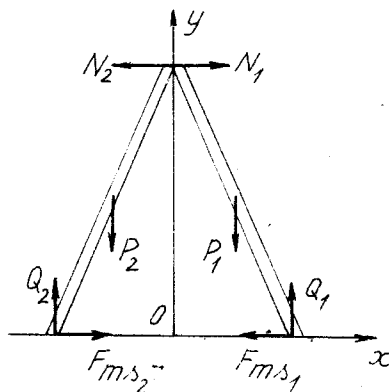
(trục A)

$$P \frac{1}{2} \sin \alpha + F_{ms} l \cos \alpha = Q_1 l \sin \alpha$$

$$F_{ms} = (Q_1 - \frac{1}{2} P) \operatorname{tg} \alpha$$

$$F_{ms} = \frac{1}{2} P \operatorname{tg} \alpha \leq kP$$

$$k \geq \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$$



Hình B.3.9

3.11. Các lực tác dụng lên thanh AB là lực $\vec{F}$, trọng lực $\vec{P}$ và các phản lực $\vec{Q}_1$, $\vec{Q}_2$ vuông góc với các mặt (H.B.3.10). Vật cân bằng nên quy tắc mômen lực đối với trục quay qua A cho ta : $M_P = M_{Q_2}$

$$Pl_1 = Q_2 l_2 = Q_2 \cdot 2l_1$$

$$Q_2 = \frac{1}{2} P$$

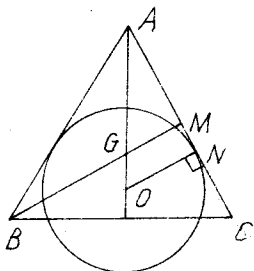
Điều kiện cân bằng lực viết dưới dạng hình chiếu trên trục $Ox \parallel$ với mặt nghiêng cho ta :

$$P \cos(\alpha - 90^\circ) - Q_2 \cos(\alpha - 90^\circ) - F = 0$$

$$\text{hay } P \sin \alpha - Q_2 \sin \alpha - F = 0$$

$$P \sin \alpha - \frac{1}{2} P \sin \alpha = F$$

$$F = \frac{1}{2} P \sin \alpha$$



Hình B.3.11

3.13. N và M là trung điểm của OA và OB. Trọng tâm G ở trên NM (H.B.3.12)

Lấy hai trục Ox, Oy trùng với OA, OB , ta tìm tọa độ của G theo hệ thức :

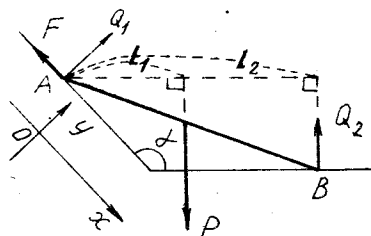
$$a \cdot MG = b \cdot GN$$

$$\frac{MG}{b} = \frac{GN}{a} = \frac{NM}{a+b}$$

$$\frac{x}{a} = \frac{GN}{NM} = \frac{a}{a+b}$$

$$x = \frac{a^2}{a+b}$$

$$\text{cũng vậy : } y = \frac{b^2}{a+b}$$

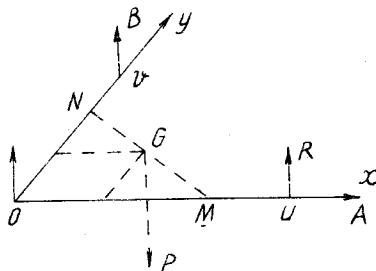


Hình B.3.10

3.12. Trước hết ta xác định vị trí của trọng tâm G của mũ. Trọng tâm G cách đỉnh A một đoạn $AG = \frac{2}{3}H = 13,3 \text{ cm}$

Tam giác AON là một nửa tam giác đều (H.B.3.11) nên : $AO = 20N = 15 \text{ cm}$

Trọng tâm của mũ ở cao hơn trọng tâm của quả cầu, cũng là tâm quay của mũ. Do đó cân bằng là không bền, không giữ được mũ ở trên đầu.



Hình B.3.12

Gọi $Ou = X$, $OV = Y$. Trọng lượng dầm P phải được cân bằng bởi ba lực đỡ $R = \frac{1}{3} P$. Lấy mômen đối với Oy :

$$\frac{1}{3} P.X = P_x$$

$$X = 3x = \frac{3a^2}{a+b}$$

Lấy mômen đối với Ox : $\frac{1}{3} PY = P_y$

$$Y = 3y = \frac{3b^2}{a+b}$$

Biện luận :

1) Giả thiết $a > b$, $Y < \frac{3b}{2}$, $X > \frac{3a}{2}$ Nhưng phải có :

$X \leq 2a$ hay $a < 2b$ nghĩa là OA không được dài quá 2 lần OB .

2) Nếu $a = 2b$ thì v ở trung điểm của OB và U ở đầu A .

3) Nếu $a = b$ thì $X = Y = \frac{3a}{2} = \frac{3}{4} OA$

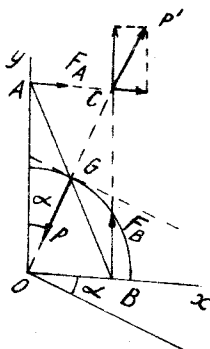
3.14. Gọi trọng tâm của thanh là G , $OG = \frac{1}{2}$, nên quỹ đạo của G

là một cung tròn. Cân bằng không bền ứng với vị trí cao nhất của G , OG thẳng đứng (H.B.3.13) Vị trí cân bằng của thanh được xác định bằng góc $\widehat{GAO} = \widehat{GOA} = \alpha$

Các phản lực ở A và B vuông góc với OA và OB , nên có giá gấp nhau ở C trên đường thẳng đứng OG . Ta có :

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{P} = 0$$

$$\text{Suy ra : } F_A = P \sin \alpha, F_B = P \cos \alpha$$

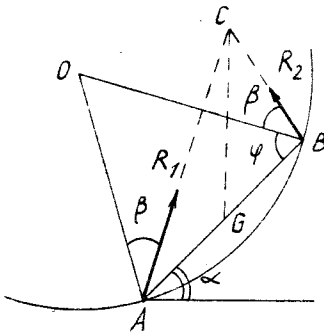


Hình B.3.13

3.15. * Nếu R_1 và R_2 là các phản lực của máng khi thanh cân bằng, ta có :

$$\vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{P} = 0$$

$\vec{R}_1$ và $\vec{R}_2$ phải có giá cắt nhau tại C trên đường thẳng đứng đi qua trọng tâm G (giá của $\vec{P}$) (H.B.3.14).



Hình B.3.14

Gọi α là góc mà thanh AB làm với đường nằm ngang. Góc α cực đại ứng với $\vec{R}_1$ và $\vec{R}_2$ nghiêng cực đại so với các pháp tuyến OA và OB. Góc nghiêng β có tang bằng k là hệ số ma sát nghỉ cực đại. Áp dụng định lí hàm số sin vào các tam giác ACG và GCB ta có :

$$\Delta ACG : \frac{\sin(\varphi - \beta)}{CG} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha - \varphi + \beta)}{R_2} = \frac{\cos(\alpha + \varphi - \beta)}{R_2}$$

$$\Delta GCB : \frac{\sin(\varphi + \beta)}{CG} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \beta - \varphi + \alpha)}{R_2} = \frac{\cos(\alpha - \beta - \varphi)}{R_2}$$

$$\text{Suy ra : } \frac{\sin(\varphi - \beta)}{\sin(\varphi + \beta)} = \frac{\cos(\alpha - \beta + \varphi)}{\cos(\alpha - \varphi - \beta)} . \text{ Với } \varphi = 60^\circ$$

$$\text{ta có : } \sin(60^\circ - \beta)\cos[(\alpha - \beta) - 60^\circ] = \sin(60^\circ + \beta)\cos[(\alpha - \beta) + 60^\circ]$$

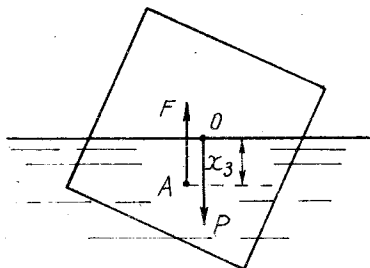
$$\text{Suy ra : } \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{1}{3} \operatorname{tg} \beta$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4k}{3 - k^2}$$

3.16 * Vì khối gỗ còn chịu tác dụng của lực đẩy Acsimet nên thế năng W của gỗ gồm có thế năng $W_p = mgh$ và thế năng W_A gây ra bởi lực đẩy Acsimet F. Để tìm biểu thức W_A ta áp dụng công thức : độ giảm thế năng = công của lực Acsimet

$$W_{A(1)} - W_{A(2)} = F(x_1 - x_2) = Fx_1 - Fx_2$$

$$(\text{vị trí 1}) \quad (\text{vị trí 2})$$



Hình B.3.15

trong đó F là lực đẩy Accimet, x_1 và x_2 là khoảng cách từ tâm dây A (khối tâm của nước bị chiếm chỗ) đến mặt thoáng. Do đó $W_A = Fx$ và $W = mgh + Fx$. Theo đầu bài thì ở các vị trí 1 và 2, mgh là như nhau.

Trong cách 1 : $x_1 = \frac{a}{4}$

Trong cách 2 nổi nghiêng 45° : $x_2 = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{2}}{2} \approx 0,23a < x_1$

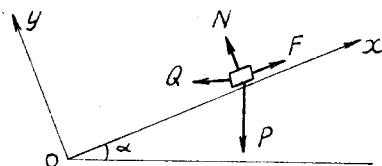
Vậy cân bằng 2 bền hơn

Có thể chứng minh rằng ở vị trí trung gian 3 (H.B.3.15) ngẫu lực $\vec{F}$, $\vec{P}$ kéo vật về vị trí cân bằng 2 nên cách 2 là cân bằng bền.

3.17 * Lấy hệ quy chiếu xoy gắn với tấm ván. Vật chịu các lực : trọng lực $P = mg$, lực quán tính $Q = ma$ hướng sang trái, phản lực N của ván, lực ma sát F (H.B.3.16)

Nếu vật còn ở trên ván thì phải có $N > 0$ (1)

Nếu vật đứng yên trên ván thì tổng hình chiếu các lực xuống hai trục bằng không và lực ma sát không vượt giới hạn $F \leq k N$ (2)



Hình B.3.16

$$\text{Chiếu xuống Ox : } F - mgsin\alpha - ma \cos\alpha = 0 \quad (3)$$

$$\text{Chiếu xuống Oy : } N + masin\alpha - mg \cos \alpha = 0 \quad (4)$$

$$N = m(g \cos \alpha - a \sin \alpha) \quad (4')$$

$$\text{Áp dụng điều kiện (1) vào (4')} \text{ ta được } a < g \cot \alpha \quad (5)$$

Với (3) và (4) ta viết lại điều kiện (2) như sau :

$$m(g \sin \alpha + a \cos \alpha) \leq k.m(g \cos \alpha - a \sin \alpha)$$

$$a \leq \frac{g(k \cos \alpha - \sin \alpha)}{k \sin \alpha + \cos \alpha} \quad (6)$$

Có thể thấy ngay rằng : $\frac{k \cos \alpha - \sin \alpha}{k \sin \alpha + \cos \alpha} < \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

Thật vậy, nhân với $(k \sin \alpha + \cos \alpha) \sin \alpha > 0$,

ta có $k \cos \alpha \sin \alpha - \sin^2 \alpha < k \cos \alpha \sin \alpha + \cos^2 \alpha$

Vậy chỉ cần có (6)

Giá trị max của a là $g \frac{(k \cos \alpha - \sin \alpha)}{k \sin \alpha + \cos \alpha}$

3.18 * 1) Lấy hệ quy chiếu gắn với ván. Quả cầu chịu các lực $P = mg$, lực quán tính $F_{qt} = ma$ hướng sang trái và phản lực Q ở A có phương AO (H.B.3.17)

Nếu hợp lực $\vec{F}$ của $\vec{F}_{qt}$ và $\vec{Q}$ có độ lớn F hơn P thì quả cầu bị nâng lên.

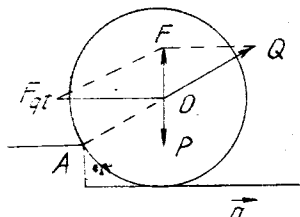
$$Q = \sqrt{P^2 + F_{qt}^2} = m\sqrt{a^2 + g^2}$$

$$F = Q \cos \alpha ; \cos \alpha = \frac{R-h}{R}$$

$$F = m\sqrt{a^2 + g^2} \frac{R-h}{R} < mg$$

$$\text{hay } (a^2 + g^2) \left(\frac{R-h}{R} \right)^2 < g^2$$

$$\text{Giới hạn của } a \text{ là } a = \frac{g\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$$



Hình B.3.17

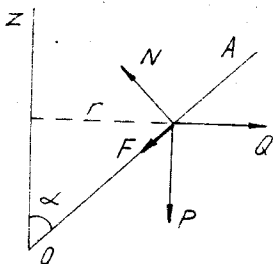
2) Phản lực Q không có phương AO nhưng vẫn đặt ở A . Quả cầu không quay quanh A nếu mômen đối với A của $\vec{F}_{qt}$ nhỏ hơn mômen của $\vec{P}$:

$$F_{qt} (R - h) \leq p \sqrt{R^2 - (R - h)^2}$$

$$ma (R - h) \leq mg \sqrt{h(2R - h)}$$

$$a \leq \frac{g \sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$$

Giới hạn của a như ở trường hợp 1



Hình B.3.18

3.19 * 1) Lấy hệ quy chiếu gắn với thanh OA. Viên bi chịu các lực : trọng lực P , phản lực N của thanh vuông góc với OA, lực quán tính li tâm $Q = m\omega^2 l \sin \alpha$, lực của lò xo $F = k(l - l_0)$ (H.B.3.18)

Xét theo trục OA thì điều kiện cân bằng của viên bi là :

$$k(l - l_0) + mg \cos \alpha - m\omega^2 l \sin^2 \alpha = 0$$

Phương trình này đúng cho cả trường hợp lò xo bị giãn ($l > l_0$) và bị nén ($l < l_0$). Hình vẽ B.3.18 ứng với trường hợp lò xo bị giãn.

$$\text{Cân bằng ứng với } l = \frac{kl_0 - mg \cos \alpha}{k - m\omega^2 \sin^2 \alpha} \quad (1)$$

Phải có $l > 0$. Viên bi nhỏ nên hình chiếu xuống OA của trọng lượng $\vec{mg}$ của nó chỉ có thể làm lò xo co một đoạn $x < l_0$ nghĩa là $mg \cos \alpha = kx < kl_0$. Vậy tử số trong (1) là dương. Điều kiện $l > 0$ là mẫu số dương.

$$k - m\omega^2 \sin^2 \alpha > 0$$

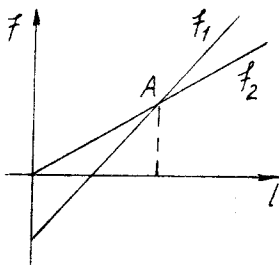
$$\text{hay } \omega < \frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

2) Hình B.3.19 vẽ hai đường thẳng biểu diễn :

$$f_1(l) = kl + mg \cos \alpha - kl_0$$

$$f_2(l) = m\omega^2 \sin^2 \alpha \cdot l$$

Điều kiện (2) có nghĩa là hệ số góc của f_1 lớn hơn của f_2 . Giao điểm A của hai đường ứng với cân bằng. Nếu l tăng thì f_1 tăng nhanh hơn f_2 nên kéo viên bi về vị trí cân bằng. Cân bằng là bền.



Hình B.3.19

3.20. Hai viên bi phải ở hai bên gốc 0. Gọi x và y là khoảng cách từ M và m đến 0 ($x > 0, y > 0$). Khi có cân bằng, các lực li tâm $F_1 = M\omega^2 x$ và $F_2 = m\omega^2 y$ đều bằng lực căng của dây : (xem hình A.3.20)

$$T = M\omega^2 x = m\omega^2 y$$

$$\frac{x}{m\omega^2} = \frac{y}{M\omega^2} = \frac{x+y}{\omega^2(M+m)}$$

$$x = \frac{ml}{M+m} \text{ và } y = \frac{Ml}{M+m}$$

$$T = \frac{Mm\omega^2 l}{M+m}$$

Cân bằng không bền vì nếu x tăng thì y giảm, F_1 tăng, F_2 giảm càng làm cho x tăng nữa.

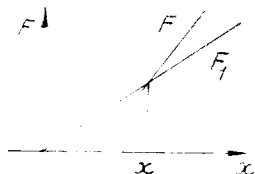
3.21** Gọi $OA = x$, $OB = y$. Trong hệ quy chiếu quay cùng với thanh, hòn bi A chịu lực quán tính li tâm $F_1 = M\omega^2 x$ (1) và lực đàn hồi $F = k \Delta l = k(x + y - l_0)$ (2). Hòn bi B chịu lực $F_2 = m\omega^2 y$ và lực F .

Khi cân bằng $F_1 = F = F_2$. Suy ra : $\frac{x}{y} = \frac{m}{M}$

Thay vào (2) $F = K [x (1 + \frac{M}{m}) - l_0] = M\omega^2 x$ (3)

$x = \frac{mkl_0}{k(M+m) - Mm\omega^2}$ với điều kiện $x > 0$, nghĩa là :

$$\omega < \sqrt{\frac{k(M+m)}{Mm}} \quad (4)$$



Nghiên cứu trạng thái cân bằng của viên bi A. Cân bằng của A phụ thuộc vào F_1 và F . Vẽ các đường thẳng $F_1(x)$ và $F(x)$. (H.B.3.20) Điều kiện (4) có nghĩa là hệ số góc $M\omega^2$ của đường F_1 nhỏ hơn hệ số góc $k \frac{M+m}{m}$ của đường F .

Hai đường cắt nhau cho ta vị trí cân bằng x . Nếu x tăng thì F tăng nhanh hơn F_1 nên kéo A trở về vị trí cân bằng. Cân bằng là bền

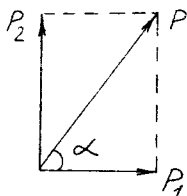
Hình B.320

IV - CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN - CÔNG VÀ CÔNG SUẤT

4.1. Theo định luật bảo toàn động lượng $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ (H.B.4.1) với

$$p_1 = mv_1,$$

$$p_2 = nmv_2,$$



Hình B.4.1

$p = (n + 1) mv$. Tam giác vuông cho ta :

$$(n + 1)^2 m^2 v^2 = m^2 v_1^2 + n^2 m^2 v_2^2.$$

Suy ra :

$$v = \frac{\sqrt{v_1^2 + n^2 v_2^2}}{n + 1} \text{ và } \operatorname{tg} \alpha = n \frac{v_2}{v_1}$$

Áp dụng bằng số : $v = \frac{2\sqrt{3}}{3} = 1,15 \text{ m/s}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\alpha = 30^\circ$

4.2. Có sự bảo toàn động lượng theo phương nằm ngang vì các ngoại lực đều thẳng đứng.

Gọi v là vận tốc của người đối với thuyền, u là vận tốc của thuyền đối với nước. Ta có $m(v + u) + Mu = 0$ hay $\frac{u}{v} = -\frac{m}{M + m}$. Nếu t là thời gian người đi được chiều dài L của thuyền thì trong thời gian đó thuyền dịch chuyển một khoảng x , và $t = \frac{L}{v} = \frac{x}{u}$

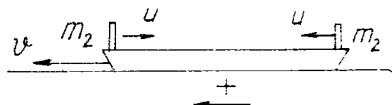
$x = \frac{u}{v} L = -\frac{m}{M + m} L$. Dấu trừ có nghĩa là thuyền dịch chuyển ngược chiều đi của người.

4.3. Theo phương ngang, các ngoại lực tác dụng lên hệ "sà lan và người" cân bằng nhau (v không đổi) nên động lượng của hệ được bảo toàn (H. B.4.2).

Động lượng ban đầu :

$$(M + m_1 + m_2)v \quad (1)$$

Lúc hai người chuyển động, sà lan có vận tốc v' , m_1 có vận



Hình B.4.2

tốc $u + v'$, m_2 có vận tốc $v' - u$ (chiều dương là chiều của v). Động lượng lúc ấy bằng :

$$Mv' + m_1(v' + u) + m_2(v' - u) \quad (2)$$

$$\text{Cân bằng (1) và (2) ta có } v' = v + \frac{u(m_2 - m_1)}{M + m_1 + m_2} = 1,03 \text{ m/s}$$

$$\text{Thời gian hai người đi : } t = \frac{l}{u} = 15\text{s}$$

$$s = v't = 15,3\text{m}$$

4.4. a) Lấy chiều nhảy chung làm chiều dương. Nếu v là vận tốc của xe đối với đất thì vận tốc nhảy đối với đất là $u_0 = u + v$. Động lượng của hệ được bảo toàn (bằng 0) $2m(u + v) + Mv = 0$;

$$v = -\frac{2mu}{M + 2m} = -2 \text{ m/s}$$

b) Hiển nhiên $v = 0$ vì động lượng của hai người bằng và ngược chiều.

c) Lấy chiều nhảy của người đầu làm chiều dương. Người ấy có vận tốc đối với đất $u_1 = u + v_1$, v_1 là vận tốc của xe + người kia, có khối lượng $M + m$.

$$\text{Ta có } m(u + v_1) + (M + m)v_1 = 0$$

$$v_1 = -\frac{mu}{M + 2m} = -1 \text{ m/s} \quad (1)$$

Người thứ hai nhảy với vận tốc u_2 đối với đất :

$u_2 = u + v_2$, v_2 là vận tốc cuối của xe :

$$\text{Ta có } (M + m)v_1 = m(u + v_2) + Mv_2$$

$$v_2 = \frac{(M + m)v_1 - mu}{M + m} = -\frac{mu}{M + m} \left(\frac{1}{M + 2m} + \frac{1}{M + m} \right) = -2,2 \text{ m/s}$$

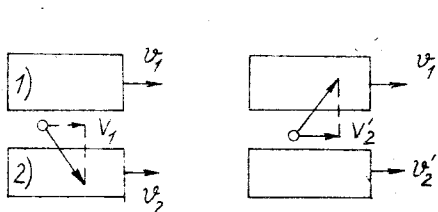
d) Sau khi người thứ nhất nhảy, xe có vận tốc v_1 như ở (1) nhưng lần này người kia nhảy theo chiều âm và có vận tốc đối với đất u_2 :

$$u_2 = -u + v_2, \quad v_2 \text{ là vận tốc cuối của xe}$$

$$\text{Ta có } (M + m).v_1 = m(v_2 - u) + Mv_2. \text{ Thay (1) :}$$

$$v_2 = \frac{mu}{M + m} \left(\frac{1}{M + m} - \frac{1}{M + 2m} \right) = 0,2 \text{ m/s}$$

4.5. * Xét hệ "người + 2 xe" trước và sau khi người ấy nhảy sang xe 2. Không có ngoại lực nào theo phương đường ray nên có sự bảo toàn hình chiếu của tổng động lượng theo phương ấy (H.B.4.3) :



Hình B.4.3

v_2' là vận tốc của xe 2 lúc có người đứng. Xe 1 vẫn có vận tốc v_1 vì người nhảy song song với bề ngang của xe không phải là vuông góc với đường ray mà có nghĩa là vẫn có hình chiếu vận tốc xuống phương đường ray bằng v_1 .

Suy ra :

$$v_2' = \frac{mv_1 + m_2v_2}{m + m_2} \quad (2)$$

Nhảy trở về. Tương tự như trên ta có :

$$m_1v_1 + (m + m_2)v_2' = (m_1 + m)v_1' + m_2v_2'$$

v_1' là vận tốc xe 1 khi đã có người. Xe 2 vẫn giữ vận tốc v_2' vì lí do như trên.

Suy ra : $v_1' = \frac{m_1v_1 + mv_2'}{m + m_1} = \frac{m_1v_1}{m + m_1} + \frac{m}{m + m_1} \left(\frac{mv_1 + m_2v_2}{m + m_2} \right) \quad (2)$

4.6. * Xét hệ "người nhảy + bè" lúc người đang nhảy và sau khi đã đứng trên bè. Theo phương nằm ngang không có ngoại lực nào nên hình chiếu xuống xOy của tổng động lượng của hệ được bảo toàn.

a) Nếu v_2 vuông góc với Ox thì các hình chiếu của động lượng của người nhảy là 0 và m_2v_2 . Gọi v_x và v_y là các hình chiếu của vận tốc của bè khi đã có người. Ta có :

$$m_1v_1 = (m_1 + m_2)v_x \text{ và } m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_y$$

$$\text{Vậy } v_x = \frac{m_1v_1}{m_1 + m_2}, \quad v_y = \frac{m_2v_2}{m_1 + m_2}; \quad v^2 = \frac{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}{(m_1 + m_2)^2}$$

b) Người lái bè thấy v_2 vuông góc với AB có nghĩa là v_2 nghiêng một góc α so với bờ sông và có hình chiếu $v_{2x} = v_1$. Suy ra :

$$v_{2y} = \sqrt{v_2^2 - v_1^2}$$

Định luật bảo toàn động lượng :

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

(H.B.4.4) cho ta :

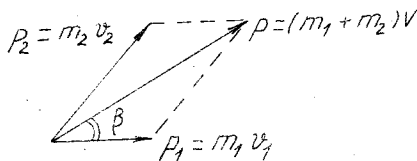
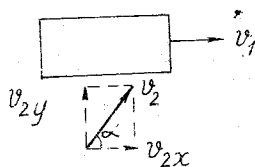
$$m_1 v_1 + m_2 v_{2x} = (m_1 + m_2) v_x$$

$$m_2 v_{2y} = (m_1 + m_2) v_y$$

Suy ra $v_x = v_1$,

$$v_y = \frac{m_2 \sqrt{v_2^2 - v_1^2}}{m_1 + m_2};$$

$$v^2 = v_1^2 + \frac{m_2^2 (v_2^2 - v_1^2)}{(m_1 + m_2)^2}$$



Hình B.4.4

4.7. Mới đầu vật trượt trên sàn. Lực ma sát $F = kmg$ làm vật có gia tốc đối với đất $a = kg$, và có vận tốc $u = at$. Đồng thời lực ma sát làm xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc $-A = -\frac{F}{M} = -\frac{m}{M}a$ và vận tốc $U = v - At$. Nếu l đủ dài thì đến thời điểm t_0 , $u_0 = U_0$, vật sẽ nằm yên trên sàn xe. Ta có :

$$at_0 = v - At_0, t_0 = \frac{v}{a+A}. \text{ Đến lúc đó xe đã đi được quãng đường}$$

$S = vt_0 - \frac{A}{2} t_0^2$, vật đi được $s = \frac{a}{2} t_0^2$ (đối với đất). Đối với xe, vật đi được :

$$S - s = \frac{v^2}{2(a+A)} = \frac{v^2}{2kg(\frac{m}{M}+1)}. \text{ Thay số, ta có : } S - s = 1,8\text{m} < 5\text{m}.$$

Vậy giả thiết l đủ dài là đúng, và vật nằm yên ở cách mép trước 1,8m.

Định luật bảo toàn động lượng cho ta vận tốc cuối v_c của xe và vật :

$$Mv = (M + m) v_c, v_c = \frac{10}{11} v = 1,8\text{m/s}$$

4.8. Nếu v_0 là vận tốc đoàn tàu khi chưa xảy ra sự cố thì ngay sau khi xảy ra, cả đoàn tàu (thiếu toa cuối) và toa m đều vẫn có vận tốc v_0 , vì đứt dây nối là do nội lực, ngoại lực (lực ma sát) không đáng kể trong thời gian rất ngắn xảy ra sự cố, nên động lượng được bảo toàn.

a) Đoàn tàu trước sự cố chạy đều vì lực kéo F của động cơ cân bằng với lực cản $F_c = kMg$, k là hệ số tỉ lệ giữa lực cản và trọng lượng. Sau sự cố, đoàn tàu thiếu toa cuối chạy nhanh dần đều vì bây giờ lực cản F'_c nhỏ hơn F :

$$F'_c = k(M - m)g \text{ Đoàn tàu thiếu có gia tốc :}$$

$$a = \frac{kmg}{M-m}, \text{ và đi được quãng đường :}$$

$$L = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t \quad (1) \text{ trong thời gian } t \text{ mà toa } m \text{ đi được đoạn đường}$$

1. Toa m bị lực cản kmg nên chạy chậm dần đều với gia tốc $a' = kg$. Ta có liên hệ giữa l , v_0 và a' : $v_0^2 = 2a'l = 2kg l \quad (2)$

Mặt khác $v_0 = a't$, vậy $t = \frac{v_0}{a'} = \frac{v_0}{kg}$. Đưa vào (1) ta có

$$L = \frac{v_0^2}{2kg} \left(\frac{2M-m}{M-m} \right). \text{ Thay } v_0^2 \text{ bằng (2) ta được } L = l \left(\frac{2M-m}{M-m} \right) \text{ Vậy khoảng cách giữa đoàn tàu và toa xe khi toa này dừng là } s = L - l = \frac{M}{M-m} l = 500\text{m}$$

b) Sau khi xảy ra sự cố các gia tốc của đoàn tàu (thiếu) và toa m vẫn là $a = \frac{kmg}{M-m}$ (tăng tốc) và $a' = kg$ (giảm tốc). Vận tốc đoàn tàu lúc lái tàu tắt động cơ là v , xác định bởi $v^2 = v_0^2 + 2ad$. Từ lúc đó đoàn tàu đi chậm dần đều với gia tốc $A' = \frac{F_c}{M-m} = kg = a'$

Quãng đường nó đi được trong giai đoạn này là :

$$D = \frac{v^2}{2a'} = \frac{v_0^2}{2a'} + \frac{a}{a'} d = l + \frac{m}{M-m} d$$

Từ lúc xảy ra sự cố đến lúc dừng, đoàn tàu đi được $d + D$, toa m đi được l , vậy khoảng cách khi cả hai đã dừng là :

$$d + D - l = d \left(1 + \frac{m}{M - m} \right) = d \frac{M}{M - m} = 250 \text{ mét}$$

4.9. Công thực hiện A gồm có 2 phần : công A_1 làm giãn lò xo, tăng thế năng lò xo, và công A_2 làm dịch chuyển vật. Vì vật di chuyển chậm nên lực kéo

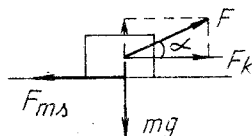
$$F_k \approx F_{ms} = kN \text{ (H.B.4.5)}$$

Áp lực $N = mg - F \sin \alpha$. Mặt khác

$$F_k = F \cos \alpha$$

$$\text{Vậy : } F \cos \alpha = k(mg - F \sin \alpha)$$

$$F = \frac{kmg}{k \sin \alpha + \cos \alpha} = 45 \text{ N (1)}$$



Hình B.4.5

$$\text{Độ giãn của lò xo là } x = \frac{F}{c} = 0,15 \text{ m}$$

$$A_1 = \frac{1}{2} cx^2 = 3,4 \text{ J}$$

$$A_2 = F_k s = F \cos \alpha \cdot s = 15,6 \text{ J}$$

$$\text{Vậy } A = A_1 + A_2 = 19 \text{ J}$$

4.10. Độ tăng động năng của đoàn tàu :

$$\Delta K = \frac{m}{2} (v_2^2 - v_1^2) = 7 \cdot 10^7 \text{ J}$$

Công của động cơ A chuyển thành độ tăng động năng này và công A' để thắng lực ma sát :

$$F_{ms} = kmg = 4 \cdot 10^4 \text{ N ; } A' = F_{ms} \cdot s = 8 \cdot 10^7 \text{ J,}$$

$$A = \Delta K + A' = 15 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$\text{Vận tốc trung bình : } v = \frac{1}{2} (v_1 + v_2) = 63 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 17,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Thời gian đi : } t = \frac{s}{v} = \frac{2000}{17,5} = 114,3 \text{ s}$$

$$\text{Công suất trung bình : } P = \frac{A}{t} = 1,31 \cdot 10^6 \text{ W}$$

4.11. a) Gia tốc cực đại là :

$$a = \frac{10^3 \text{N}}{10^3 \text{kg}} = 1 \text{m/s}^2$$

Công suất của động cơ là $F.v$, v là vận tốc $v = at$, đạt giá trị $u = 3 \text{ m/s}$ sau $t = 3 \text{ s}$. Lúc ấy công suất của động cơ bằng $P = Fu = 3.10^3 \text{ W} = 3 \text{ kW}$, chưa vượt công suất cực đại.

b) Trường hợp sau, đáp số $t = 3 \text{ s}$ không đúng vì lúc đã dùng công suất cực đại $P' = 10^3 \text{ W}$ vận tốc mới chỉ bằng $v_1 = \frac{P'}{F} = 1 \text{ m/s}$ (tuy công suất bé hơn nhưng nhờ hộp số động cơ vẫn có thể sinh lực bằng F , với điều kiện quay chậm hơn). Vận tốc v_1 này đạt được sau thời gian $t_1 = 1 \text{ s}$. Sau giai đoạn chuyển động nhanh dần đều này, để vận tốc tiếp tục tăng thì $F = \frac{P'}{v}$ phải giảm, chuyển động là nhanh dần không đều, vận tốc tăng chậm hơn giai đoạn trước (H.B.4.6). Công A của động cơ chuyển thành độ tăng động năng của xe trong thời gian t_2 để đưa vận tốc từ $v_1 = 1 \text{ m/s}$ lên $u = 3 \text{ m/s}$.

$$A = P't_2 = \frac{m}{2} (u^2 - v_1^2) \quad (1)$$

Suy ra $t_2 = 4 \text{ s}$

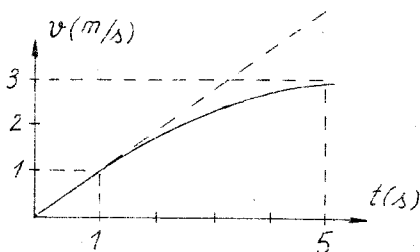
Vậy thời gian tổng cộng để xe đạt vận tốc u là :

$$t = t_1 + t_2 = 5 \text{ s}$$

Chú ý : viết (1) dưới dạng

$$u^2 = \frac{2P'}{m} t + v_1^2, \text{ ta thấy rằng}$$

trong giai đoạn 2, vận tốc tăng tỉ lệ với $\sqrt{t}$.



Hình B.4.6

4.12*. Ở vị trí có $\alpha = 30^\circ$, vật chịu các lực sau đây : trọng lực P , phản lực Q của tấm ván, lực ma sát nghỉ cực đại F_{ms} , lực căng dây T (H.B.4.7).

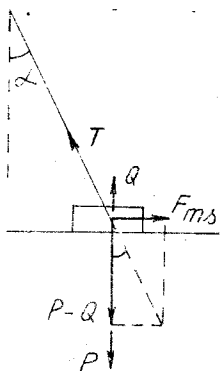
Vật đè lên tấm gỗ với lực $N = Q = P - T \cos \alpha$

$$F_{ms} = kN = k (P - T \cos \alpha) \quad (1)$$

Đối với vật, lực ma sát F_{ms} đóng vai trò lực kéo, còn thành phần $T \sin \alpha$ đóng vai trò lực cản. Lúc bắt đầu trượt thì $F_{ms} = T \sin \alpha$ (2)

$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho } T = \frac{kP}{k \cos \alpha + \sin \alpha} = 3N \quad (3)$$

Độ giãn của dây là $x = l - l_0 = l_0 \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right) = 0,062 \text{ m}$. Công của lực ma sát làm vật dịch chuyển cũng bằng độ tăng thế năng đàn hồi của dây $A = \frac{1}{2} cx^2$, c là hệ số đàn hồi (độ cứng) của dây. Vì $T = cx$ nên $A = \frac{1}{2} Tx = 0,09J$



Hình B4.7

4.13. Gọi m là khối lượng của ô tô, P công suất, l chiều dài dốc, t thời gian lên dốc, k hệ số ma sát.

Công của động cơ khi lên dốc bằng công của trọng lực cộng với công của lực ma sát :

$$P_t = mgs \sin \alpha \cdot l + k mg \cos \alpha \cdot l$$

$$\text{Suy ra } P = v_1 (mg \sin \alpha + mgk \cos \alpha) = v_1 mg (\sin \alpha + k \cos \alpha) \quad (1)$$

Khi xuống dốc, công của động cơ cộng với công của trọng lực bằng công của lực ma sát. Vậy :

$$P = v_2 mg (k \cos \alpha - \sin \alpha) \quad (2)$$

Trên đường nằm ngang, công của động cơ bằng công của lực ma sát. Vậy $P = k mgv$ (3)

Ta có 3 phương trình với 3 ẩn số v , P và k .

Giải bằng cách lần lượt khử P và k , ta được :

$$v = \frac{2v_1 v_2 \cos \alpha}{v_1 + v_2} ; \left(P = \frac{2v_1 v_2 \sin \alpha}{v_2 - v_1} mg ; k = \frac{v_1 + v_2}{v_2 - v_1} \tan \alpha \right)$$

4.14. Gọi v_1 và v_2 là các vận tốc của hai xuồng đối với nước lúc $v = 5 \text{ m/s}$, v là vận tốc của xuồng này đối với xuồng kia.

$v = v_1 - v_2$ Định luật bảo toàn động lượng cho :

$$m_1 v_1 = m_2 v_2. \text{ Suy ra } \frac{v_1}{m_2} = \frac{v_2}{m_1} = \frac{v}{m_1 + m_2}$$

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v = 3\text{m/s}, v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v = 2\text{m/s}$$

Công của động cơ chuyển thành động năng của hai xuồng

$$A = \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2 = 30\,000 \text{ J}$$

$$\text{Công suất trung bình } P = \frac{A}{t} = 300 \text{ W}$$

4.15. Nếu v_1 là vận tốc dật lùi của người khi ném tạ trên băng thì theo định luật bảo toàn động lượng :

$$mv + Mv_1 = 0 \rightarrow v_1 = -\frac{m}{M} v = -1\text{m/s}$$

Vận tốc của quả tạ đối với người băng :

$$v' = 12 + 1 = 13\text{m/s}$$

Công thực hiện bằng động năng của tạ đối với người :

$$A = \frac{m}{2} v'^2 = 422,5\text{J}$$

Nếu đứng trên đất thì vận tốc của tạ là $v' = 13\text{m/s}$

v' lớn hơn v vì không tổn công để làm người dật lùi.

4.16. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng, ta tính được vận tốc của toa 2 ở B : $v = \sqrt{2gh}$. Đến D toa 2 mới vào toa 1, hai toa có vận tốc v_1 xác định bởi :

$$mv = 2mv_1 ; v_1 = v/2$$

Toa 3 cũng có vận tốc v khi đến B. Nó đến D chậm hơn toa 2 thời gian t_0 . Nó đuổi theo hai toa 1 + 2 và đuổi kịp sau thời gian t_1 tính từ lúc nó đến D. $DE = vt_1$

Hai toa 1 + 2 đi quãng đường DE trong thời gian $t_0 + t_1$ với vận tốc $\frac{v}{2}$ vậy $DE = \frac{v}{2} (t_0 + t_1)$. Ta suy ra $t_1 = t_0$ vậy $DE = vt_0 = t_0 \sqrt{2gh}$ và $BE = 1 + t_0 \sqrt{2gh}$

Nếu v' là vận tốc của đoàn ba toa thì ta có :

$$mv + 2m \frac{v}{2} = 3mv' ; v' = \frac{2}{3} v$$

$$\text{Động năng của đoàn tàu } \frac{3m}{2} v^2 = \frac{4}{3} mgh$$

Thế năng ban đầu của hai toa 2 và 3 bằng 2 mgh. Có vẻ cơ năng bị giảm mất $\frac{2}{3}$ mgh. Thực ra phần cơ năng này đã chuyển thành thế năng đàn hồi của các móc có lò xo, nếu ta bỏ qua mọi ma sát.

$$4.17. \text{ Theo định luật bảo toàn động lượng } m\vec{v} = m\vec{v}_1 + 2m\vec{v}_2$$

$$\text{Tam giác vuông (H.B.4.8) cho } 4m^2v^2 = m^2(v^2 + v_1^2) \quad (1)$$

Định luật bảo toàn động năng cho :

$$\frac{m}{2} v^2 = \frac{m}{2} v_1^2 + \frac{2m}{2} v_2^2 \text{ hay } v^2 = v_1^2 + 2v_2^2 \quad (2)$$

Giải hai phương trình (1) và (2) ta được :

$$v_1 = v_2 = \frac{v}{\sqrt{3}} ; \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_1}{v} = -\frac{1}{\sqrt{3}} ; \alpha = 30^\circ$$

4.18. Hạt có khối lượng m và động lượng p thì có động năng

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}$$

Động năng của hai hạt trước va chạm là :

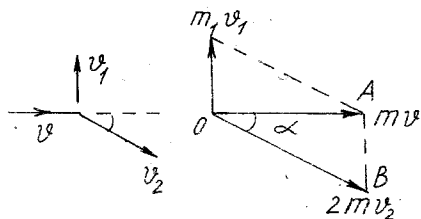
$$K = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} + \frac{1}{2} \frac{p^2/4}{2m} = \frac{9}{16} \frac{p^2}{m}$$

sau va chạm là :

$$K' = \frac{1}{2} \frac{p^2/4}{m} + \frac{1}{2} \frac{p^2}{2m} = \frac{6}{16} \frac{p^2}{m}$$

Nhiệt lượng tỏa ra

$$Q = K - K' = \frac{3}{16} \frac{p^2}{m}$$



Hình B.4.8

4.19. a) Một vật ném theo phương nằm ngang với vận tốc v từ một điểm ở độ cao h so với sàn thì rơi xuống sàn ở khoảng cách $s = v \sqrt{2h/g}$

Áp dụng cho quả cầu và viên đạn, ta tính được vận tốc ném ngang v_1 của quả cầu và v_2 của viên đạn sau khi xuyên qua quả cầu :

$$v_1 = s_1 \sqrt{g/2h} = 13,3 \text{ m/s} ; v_2 = s_2 \sqrt{g/2h} = 32,9 \text{ m/s}$$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho hệ "quả cầu - Viên đạn", ta có : $mv_0 = Mv_1 + mv_2$

$$v_0 = \frac{M}{m} v_1 + v_2 \text{ Thay số, ta được } v_0 = 432 \text{ m/s}$$

b) Động năng ban đầu của đạn :

$$K = \frac{m}{2} v_0^2 = 933 \text{ J}$$

Động năng của quả cầu và đạn sau va chạm :

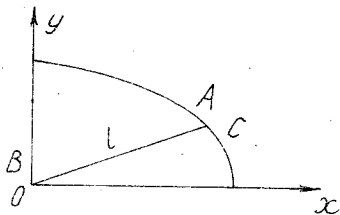
$$K' = \frac{m}{2} v_2^2 + \frac{M}{2} v_1^2 = 26,5 + 5,4 \approx 32 \text{ J}$$

Nhiệt tỏa ra $Q = K - K' = 901 \text{ J}$. Trong va chạm mềm nhiệt tỏa ra càng lớn nếu khối lượng vật chuyển động càng nhỏ so với khối lượng vật đứng yên.

4.20*. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng ta tính được vận tốc v của quả tạ A lúc bắt đầu trượt ra khỏi bàn (cũng bằng vận tốc của quả tạ B lúc sắp đụng sàn) :

$$2 \frac{m}{2} v^2 = mgh \rightarrow v = \sqrt{gh} = \sqrt{\frac{2gl}{3}} \quad (1)$$

Giả thiết v đủ lớn để tạ A chuyển động tròn, lực hướng tâm sẽ là tổng của trọng lực mg và lực căng dây T : $\frac{mv^2}{l} = mg + T \quad (2)$



Hình B.49

Thay v bằng (1) ta thấy $T = -\frac{mg}{3}$

Chứng tỏ giả thiết trên đây không đúng, thực ra dây bị trùng và tạ A chuyển động tự do, nghĩa là theo đường parabol.

Dùng hệ tọa độ xOy như trong hình B.49 ta có các phương trình của chuyển động parabol là :

$$x = vt \quad (3) ; y = l - \frac{1}{2} gt^2 \quad (4)$$

Dây sẽ lại căng khi khoảng cách OA bằng l, tức là $x^2 + y^2 = l^2$
 (5) Thay (1) (3) và (4) vào (5) ta tìm được tọa độ điểm C, từ đó dây

lại căng và ta A chuyển động tròn : $x_c = \frac{\sqrt{8}}{3}$; $y_c = \frac{1}{3}$

4.21. Khi C rơi được 0,5m thì A và B lên cao một đoạn

$$h = O_1C - O_1O = 0,5 (\sqrt{2} - 1) = 0,2m$$

Gọi v_c và v_A là các vận tốc của C và A (hoặc B, vì $v_A = v_B$) định luật bảo toàn cơ năng cho ta :

$$2mg \cdot 0,5 = 2mg \cdot 0,2 + \frac{1}{2} 2mv_c^2 + 2 \frac{m}{2} v_A^2 \quad (1)$$

Hai tam giác COO_1 và COO_2 là vuông cân (H.B.4.10) nên ta có

$v_A = v_B = \frac{v_c}{\sqrt{2}}$ Thay vào (1) ta tính được $v_c = 2 \text{ m/s}$

4.22. Ta phải xét hai trường hợp :

1) Cả hai quả cầu sau va chạm bắn ra phía trước. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng, ta có :

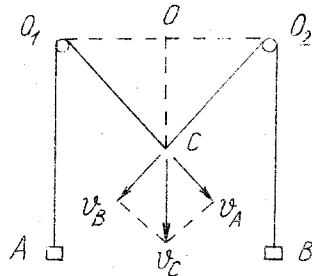
$$mv = m \frac{v}{2} + Mu \quad (u \text{ là vận tốc của quả cầu } M)$$

$$u = \frac{mv}{2M} \text{ với } u \geq \frac{v}{2} \text{ Như vậy phải có } m \geq M$$

$$\text{Động năng của hệ sau va chạm : } K' = \frac{m}{2} \left(\frac{v}{2} \right)^2 + \frac{M}{2} \left(\frac{mv}{2M} \right)^2$$

$$K' = \frac{mv^2}{8} \left(1 + \frac{m}{M} \right)$$

$$\text{Động năng trước va chạm : } K = \frac{m}{2} v^2$$



Hình B4.10

$$\text{Tỉ số : } r = \frac{K'}{K} = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{m}{M} \right)$$

Nếu va chạm là hoàn toàn mềm thì $u = \frac{v}{2}$. Suy ra $m = M$ và $r = \frac{1}{2}$.

Nếu va chạm là tuyệt đối đàn hồi thì động năng được bảo toàn, $r = 1$ và $m = 3M$.

Như vậy trường hợp vận tốc quả cầu m giảm một nửa và hai quả cầu văng ra phía trước chỉ xảy ra nếu :

$$M \leq m \leq 3M \text{ Khi ấy } \frac{1}{2} \leq r \leq 1$$

2) Xét trường hợp sau va chạm quả cầu m bật ngược lại. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng, ta có :

$$mv = -m\frac{v}{2} + Mu$$

$$u = \frac{3mv}{2M} ; K' = \frac{mv^2}{8} \left(1 + \frac{9m}{M} \right)$$

$$r = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{9m}{M} \right) \text{ Phải có } r \leq 1, \text{ ta suy ra } m \leq \frac{M}{3}$$

Nếu $m = \frac{M}{3}$ thì $r = 1$, va chạm là tuyệt đối đàn hồi,

Nếu $m \ll M$ thì $r = \frac{1}{4}$. Vậy kiểu va chạm đang xét xảy ra

$$\text{Nếu } 0 < m \leq \frac{M}{3}$$

Gộp cả hai trường hợp ta thấy kiểu va chạm đang xét (vận tốc quả cầu bay tới giảm một nửa) chỉ xảy ra nếu $m \leq \frac{M}{3}$ hoặc $M \leq m \leq 3M$

4.23*. Khi vật chuyển động đều, lực căng dây F_1 bằng trọng lượng : $F_1 = mg = 10^4 \text{ N}$

Khi vật bị dừng đột ngột thì động năng $\frac{m}{2} v^2$ của nó chuyển thành thế năng đàn hồi $\frac{k}{2} (\Delta l)^2$ của dây cáp, Δl là độ giãn của dây. Nếu F_2 là lực căng tương ứng thì $F_2 = k\Delta l$.

Ta có :

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{k}{2}(\Delta l)^2 = \frac{1}{2k} F_2^2$$

$$\text{Vậy : } F_2 = v \sqrt{km} = 10^5 \sqrt{10} = 31,6 \cdot 10^4 \text{ N}$$

Ngoài ra, vẫn có lực căng F_1 do trọng lượng. Vậy lực căng cực đại là $F = F_1 + F_2 = 32,6 \cdot 10^4 \text{ N}$

$$4.24. \text{ Lực ma sát trên AB là } F_{ms} = kN = k \frac{mg}{2} = 0,1 \text{ N}$$

$$AB = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ m. Thế năng ban đầu } E = mgh = 1 \text{ J}$$

$$\text{Công của lực ma sát trên đoạn AB : } A_1 = 0,1 \frac{2}{\sqrt{3}} = 0,115 \text{ J}$$

$$\text{Động năng có ở B : } E_B = 1 - 0,115 = 0,985 \text{ J}$$

$$\text{Lực ma sát trên BC : } F'_{ms} = kmg = 0,2 \text{ N}$$

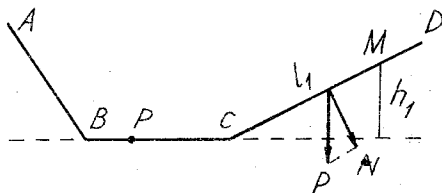
$$\text{Công của lực ma sát trên đoạn BC : } A_2 = 0,2 \cdot 1,5 = 0,3 \text{ J}$$

$$\text{Động năng còn lại ở C : } E_c = 0,985 - 0,3 = 0,685 \text{ J}$$

$$\text{Lực ma sát trên đoạn CD : } F''_{ms} = kmg \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,173 \text{ N}$$

Nếu M là vị trí cao nhất mà vật đạt tới trên CD, có độ cao h_1 thì động năng E_c chuyển thành thế năng $U = mgh_1$ và công A_3 của lực ma sát trên đoạn đường CM dài $l_1 = 2h_1$ (H.B.4.11). Ta có : $E_c = U + A_3$ hay : $0,685 = h_1 + 2h_1 \cdot 0,173$

Suy ra : $h_1 = 0,51 \text{ m}$ và $l_1 = 1,02 \text{ m}$ ở M lực ma sát F'_{ms} bé hơn thành phần $\frac{mg}{2} = 0,5 \text{ N}$ của trọng lực nên vật lại tụt xuống.



Hình B.4.11

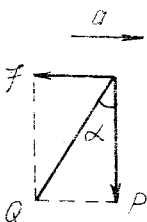
Động năng còn ở C :

$$E'_c = mgh_1 - A_3 = 0,33 \text{ J}$$

Vật tiếp tục trượt trên CB được một đoạn $x = CP$ thì dừng vì động năng E'_c đã tiêu tán do ma sát.

$$E_c = F_{ms}x ; x = \frac{0,33}{0,2} = 1,15m$$

Vậy vật dừng ở điểm P cách C 1,15m



Hình B.4.12

4.25*. Lực đàn hồi $F = kx$ (x là độ giãn, k là độ cứng của lò xo) tác dụng lên hệ "máy bay + phi công" gây ra gia tốc ngược chiều bay $a = F/M$, M là tổng khối lượng của hệ. Lấy hệ quy chiếu gắn với máy bay, phi công chịu thêm lực quán tính $f = -ma$, f tăng dần và cực đại khi $x = l$. Trọng lượng Q của phi công (lực đè vào ghế ngồi) là hợp lực của trọng lực $P = mg$ và lực quán tính f (H.B.4.12). Khi $x = l$ thì động năng ban đầu đã chuyển thành thế năng của lò xo :

$$\frac{Mv^2}{2} = \frac{k l^2}{2} = \frac{F_{\max} l}{2}$$

$$a_{\max} = \frac{F_{\max}}{M} = \frac{v^2}{l} = 30m/s^2 ; f_{\max} = 2100N$$

$$Q_{\max} = \sqrt{P^2 + f_{\max}^2} = 2214 \text{ N, gấp 3,16 lần trọng lượng bình thường } P = 700N.$$

4.26*. Gọi v_2 là vận tốc của đạn sau khi xuyên qua ván. Định luật bảo toàn động lượng cho ta :

$$mv_1 = Mv + mv_2 \quad (1)$$

định luật bảo toàn năng lượng cho ta

$$\frac{m}{2} v_1^2 = \frac{M}{2} v^2 + \frac{m}{2} v_2^2 + Q \quad (2)$$

Q là công của lực cản, biến thành nhiệt.

Trường hợp bắn với vận tốc v_0 , thì ván cùng với đạn có vận tốc v' , công của lực cản vẫn là Q , ta có :

$$mv_0 = (M + m)v' \quad (3)$$

$$\frac{m}{2} v_0^2 = \frac{1}{2} (M + m) v'^2 + Q \quad (4)$$

Ta có hệ 4 phương trình để tìm 4 ẩn số v , v_2 , v' , Q .

- Khử v' trong (3) và (4) :

$$Q = \frac{mM}{2(M+m)} v_0^2 \quad (5)$$

Mặt khác : $v_2 = v_1 - \frac{M}{m} v$ (6) Đưa (5) và (6) vào (2) ta có phương trình bậc 2 để tìm v :

$$v^2 - 2 \frac{mv_1}{M+m} v + \frac{m^2 v_0^2}{(M+m)^2} = 0$$

$$\text{Giải ra } v = \frac{m}{M+m} (v_1 \pm \sqrt{v_1^2 - v_0^2}) \quad (7)$$

Ta lập luận để chọn dấu. Nếu F là lực mà đạn tác dụng lên ván (bằng lực đàn của ván), t là thời gian tác dụng thì $Ft = Mv$. Vì F không đổi nên v càng lớn nếu t càng lớn, nghĩa là đạn càng bay chậm. $v_{\max}$ ứng với $v_{\min} = v_0$

$$(7) \text{ cho : } v_{\max} = \frac{mv_0}{M+m}$$

Vậy khi bắn với vận tốc $v_1 > v_0$ thì v có giá trị (7) với dấu -

$$v = \frac{m}{M+m} (v_1 - \sqrt{v_1^2 - v_0^2}) \text{ Nghiệm với dấu + phải bỏ vì}$$

làm cho v_2 thành âm

4.27. Trong va chạm mềm nếu khối lượng của vật chuyển động rất lớn so với khối lượng vật đứng yên thì phần cơ năng biến thành nhiệt không đáng kể. Vậy có thể cho là toàn bộ độ giảm thế năng của búa $mg(h+s)$ chuyển thành công đóng cọc Fs , F là lực đóng cọc :

$$F = \frac{mg(h+s)}{s} = 305.10^3 \text{N}$$

Trong thời gian t mà búa đẩy cọc thì vận tốc của búa giảm từ $v = \sqrt{2gh} = 4,9 \text{m/s}$ xuống 0. Coi chuyển động của búa là chậm dần đều với gia tốc a trên đoạn đường s , ta có $a = \frac{v^2}{2s} = 600 \text{m/s}^2$. Thời gian búa tác dụng là $t = \frac{v}{a} = 0,008 \text{s}$

4.28. Vận tốc của bi 1 lúc sắp va chạm là $v_0 = \sqrt{2gl}$. Nếu v_1 là vận tốc chung của hai bi sau va chạm thì theo định luật bảo toàn động lượng ta có :

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v_1, \quad v_1 = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}$$

Động năng của hai bi sau va chạm là :

$$K = (m_1 + m_2) \frac{v_1^2}{2} = \frac{(m_1 v_0)^2}{2(m_1 + m_2)}$$

Nó chuyển thành thế năng ở độ cao cực đại h mà hai bi đạt được :

$$K = (m_1 + m_2) gh$$

$$\text{Suy ra } h = \frac{K}{(m_1 + m_2)g}; \text{ với } m_2 = \frac{m_1}{2} \text{ thì } h = \frac{2v_0^2}{9g} = \frac{4}{9} l$$

4.29. Gọi v_1 và v_2 là các vận tốc của hai hòn bi sau va chạm, ta có theo định luật bảo toàn động lượng $m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$. Vì $m_1 = 2m_2$ nên

$$2v_0 = 2v_1 + v_2 \quad (1)$$

Theo định luật bảo toàn động năng ta có : $\frac{m_1}{2} v_0^2 = \frac{m_1}{2} v_1^2 + \frac{m_2}{2} v_2^2$
hay : $2v_0^2 = 2v_1^2 + v_2^2$ (2) Sử dụng (1) ta có phương trình bậc hai để tính v_1 : $3v_1^2 - 4v_0 v_1 + v_0^2 = 0$ (3) ; $v_1 = \frac{2v_0 \pm v_0}{3}$ Nếu lấy dấu + thì $v_1 = v_0, v_2 = 0$ là điều vô lí, vậy phải lấy dấu - :

$$v_1 = \frac{v_0}{3}, v_2 = \frac{4}{3} v_0$$

Bi m_2 lên tới độ cao cực đại h_2 xác định bởi :

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = m_2 g h_2 ; \quad h_2 = \frac{8}{9} \frac{v_0^2}{g} = \frac{16}{9} l$$

Bi m_1 lên tới độ cao cực đại h_1 xác định bởi :

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 g h_1 ; \quad h_1 = \frac{v_0^2}{18g} = \frac{1}{9} l$$

Có thể kiểm lại rằng thế năng của hai bi ở các độ cao h_1 và h_2 bằng thế năng ban đầu của bi 1 ở độ cao l .

4.30*. Gọi v là vận tốc của quả tạ lúc sắp va chạm, v' vận tốc của nó sau va chạm, v_1 vận tốc của miếng sắt sau va chạm : $v = \sqrt{2gh} = 5\text{m/s}$

Theo định luật bảo toàn động lượng : $mv = mv' + 2mv_1$, hay $v = v' + 2v_1$ (1)

Theo định luật bảo toàn động năng : $\frac{m}{2} v^2 = \frac{m}{2} v'^2 + mv_1^2$

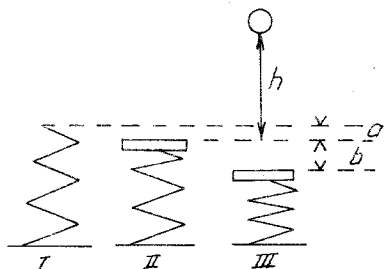
hay $v^2 = v'^2 + 2v_1^2$ (2)

(1) và (2) cho phương trình bậc hai $3v_1^2 - 2vv_1 = 0$

Loại nghiệm $v_1 = 0$, ta có $v_1 = \frac{2}{3}v = \frac{10}{3} \text{ m/s}$

và $v' = -\frac{v}{3} = -\frac{5}{3} \text{ m/s}$ (quả tạ bật ngược lên)

Riêng miếng sắt làm lò xo co đoạn $a = \frac{Mg}{k} = 10^{-2}\text{m}$



Hình B.4.13

Va chạm làm lò xo co thêm đoạn b . Lấy mốc tính độ cao ở vị trí thấp nhất của miếng sắt (lò xo bị nén một đoạn $a + b$), ta áp dụng định luật bảo toàn cơ năng : động năng của sắt sau va chạm + thế năng của nó ở độ cao b + thế năng đàn hồi của lò xo bị nén đoạn a (II trong H.B.4.13) bằng : thế năng của lò xo bị nén đoạn $a + b$ (III trong hình B.4.13).

$$\frac{M}{2} v_1^2 + Mgb + k \frac{a^2}{2} = k \frac{(a+b)^2}{2}$$

Thay số, ta có : $1000 b^2 = 11,2$, $b = 0,11\text{m}$. Độ co cực đại của lò xo : $x = a + b = 0,12\text{m}$

4.31. Nếu va chạm là hoàn toàn mềm thì sau va chạm hai vật có cùng một vận tốc v_2 :

$$mv = (m + 2m)v_2 ; v_2 = \frac{v}{3} = \frac{5}{3} \text{ m/s}$$

Động năng và thế năng của cả hai vật ở độ cao b + thế năng đàn hồi của lò xo bị co đoạn a chuyển thành thế năng của lò xo bị co đoạn $a + b$.

$$\frac{3m}{2} v_2^2 + 3mg b + \frac{k}{2} a^2 = \frac{k}{2} (a + b)^2. \text{ Thay bằng số :}$$

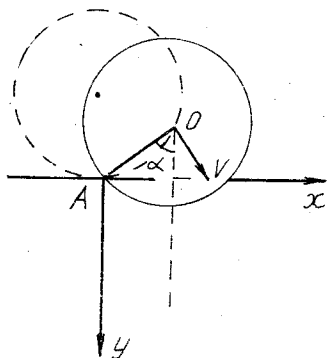
$$500b^2 - 5b - 2 = 0 \rightarrow b = \frac{5 \pm 63,4}{1000}$$

$$\text{Lấy dấu } + : b = 0,07\text{m} ; x = a + b = 0,08\text{m}$$

4.32*. Ban đầu tâm O chuyển động tròn quanh A.

Khi AO làm với đường thẳng đứng góc α (H.B.4.14) thì quả cầu bắt đầu rời mép bàn, chỉ còn trọng lực mg tác dụng lên nó. Thành phần pháp tuyến của lực này là lực hướng tâm : $mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{R}$ (1) Mặt khác định luật bảo toàn cơ năng cho ta :

$$mgR = mgR \cos \alpha + \frac{mv^2}{2} \quad (2)$$



Hình B4.14

$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho ta } \cos \alpha = \frac{2}{3} \text{ và}$$

$$v = \sqrt{\frac{2gR}{3}} = 0,26\text{m/s}$$

Từ lúc đó quả cầu chuyển động như một vật ném xiên với vận tốc ban đầu là v nghiêng góc α . Ta có các phương trình chuyển động (hệ tọa độ xAy như trong hình) :

$$x = v \cos \alpha \cdot t = 0,17t,$$

$$y = v \sin \alpha \cdot t + \frac{1}{2} gt^2$$

$$y = 0,19t + 5t^2$$

Vì $R \ll h$ nên coi như ban đầu O ở gốc A. Lúc $t = t_0$ quả cầu chạm đất ở điểm có tọa độ $x = x_0, y = h = 1\text{m}$.

Ta có phương trình để tính t_0 :

$$5t_0^2 + 0,19t_0 - 1 = 0$$

$$\text{Lấy nghiệm dương : } t_0 = \frac{-0,19+4,48}{10} = 0,43\text{s}$$

$$x_0 = 0,07\text{m}$$

4.33*. Xét giai đoạn trượt trên mặt phẳng nghiêng dài $s = h\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\text{ m}$. Nếu v là vận tốc ở chân mặt phẳng nghiêng thì định luật bảo toàn năng lượng cho ta :

$$mgh = \frac{m}{2} v^2 + k mgs \cos\alpha$$

$mg \cos\alpha$ là áp lực gây ra lực ma sát.

$$s \cos\alpha = h \text{ nên ta suy ra : } v = \sqrt{2gh(1-k)} = 4,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1)$$

Trong va chạm ở chân mặt phẳng nghiêng, thành phần thẳng đứng của động lượng P_y bị triệt tiêu bởi phản lực Q của sàn, sinh ra xung lực $Q\Delta t$ trong thời gian va chạm Δt (H.B.4.15)

$$Q\Delta t = P_y = mv \sin\alpha \quad (2)$$

Thành phần nằm ngang $P_x = mv \cos\alpha$ của động lượng không bị khử nhưng cũng giảm trong thời gian va chạm, vì cái bị sinh áp lực bằng Q lên sàn, nên có lực ma sát $F_{ms} = kQ$ xuất hiện ; xung lực $F_{ms} \Delta t$ trong thời gian Δt làm giảm P_x

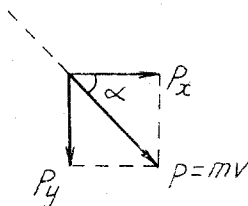
$$F_{ms} \Delta t = mv \cos\alpha - mu$$

u là vận tốc của cái bị sau va chạm.

Ta có :

$$kQ\Delta t = mv \cos\alpha - mu \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta có $u = v(\cos\alpha - k \sin\alpha) = 1,6\text{m/s}$



Hình B.4.15

Trong giai đoạn chuyển động trên sàn, động năng $\frac{\mu^2}{2}$ chuyển thành công của lực ma sát trên đoạn đường x

$$\frac{\mu^2}{2} = k m g x. \text{ Vậy } x = \frac{u^2}{2kg} = 0,25m$$

V - VẬN VẬT HẤP DẪN

5.1. Gọi R là bán kính của quỹ đạo vệ tinh. Lực hướng tâm ở đây là lực hấp dẫn :

$$G \frac{mM}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \quad (1) \quad m \text{ là khối lượng của vệ tinh,}$$

v là vận tốc của nó.

$v = \omega R = \frac{2\pi}{T} R$ (2). Đối với vệ tinh địa tĩnh, chu kì T phải bằng chu kì quay của Trái Đất, $T = 86400 \text{ s}$.

$$(a) \text{ Cho } \frac{GM}{R^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

Thay số : $R = 4,2 \cdot 10^7 m = 42000 \text{ km}$

b) Cho $v = 3 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 3 \text{ km/s}$. Đây là vận tốc vũ trụ thứ nhất ở độ cao lớn, nên nhỏ hơn giá trị ở gần mặt đất (7,9 km/s). Có thể tính

$$v \text{ theo } v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

5.2*. Gọi P_c và g_c lần lượt là trọng lượng và gia tốc rơi tự do ở cực : $P_c = mg_c = F$ (lực hút của hành tinh) ở xích đạo, trọng lượng $P = F - f$, $f = m\omega^2 R$ là lực quán tính li tâm. $P = 0,8 P_c$.
 Vậy : $f = m\omega^2 R = 0,2 mg_c$

$g_c = \frac{\omega^2 R}{0,2}$. Vận tốc góc của hành tinh : $\omega = \frac{2\pi}{12.3600}$ vậy $g_c = 1,06 \text{ m/s}^2$

5.3. Trên Trái Đất $g_0 = G \frac{M}{R^2}$. Trên Hỏa tinh $g = G \frac{m}{r^2}$

$$\text{Vậy } g = G \frac{M}{R^2} \frac{(1,9)^2}{9} = \frac{(1,9)^2}{9} g_0 = 0,4g_0$$

5.4. 1) Ở mặt đất $g_0 = G \frac{M}{R^2}$, M là khối lượng Trái Đất ở độ cao H , tức là ở khoảng cách $r = R + H$ từ tâm Trái Đất gia tốc rơi tự do $g = G \frac{M}{r^2}$. Nếu $g = \frac{g_0}{4}$ thì $r^2 = 4R^2$; $r = 2R$ và $H = R$

2) Chỉ có hình cầu bán kính $R' = R - l$ có tác dụng hấp dẫn lên vật ở độ sâu l . Nó có khối lượng $M' = \frac{4}{3} \pi \rho R'^3$, ρ là khối lượng riêng của Trái Đất. Nếu g' là gia tốc rơi tự do ở độ sâu l thì $g' = G \frac{M'}{R'^2}$. Mặt khác $g_0 = G \frac{M}{R^2}$, với $M = \frac{4}{3} \pi \rho R^3$. Nếu $g' = \frac{g_0}{2}$ thì $\frac{M'}{R'^2} = \frac{M}{2R^2}$. Ta suy ra: $R' = \frac{R}{2}$ và $l = \frac{R}{2}$

5.5. Gọi m và M là khối lượng của Mặt Trăng và Trái Đất, lực hướng tâm tác dụng lên Mặt Trăng $m\omega^2 r$ chính là lực hấp dẫn $G \frac{Mm}{r^2}$. Ta có $\omega^2 r = G \frac{M}{r^2}$ hay $r^3 = G \frac{M}{\omega^2} = G \frac{M}{R^2} \left(\frac{R}{\omega} \right)^2$. Nhưng $G \frac{M}{R^2} = g$ và $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Thay vào ta có $r^3 = g \left(\frac{RT}{2\pi} \right)^2 \rightarrow T = 27.24.3600 = 2,33.10^6 \text{ s}$
 $r^3 = 55,3.10^{24}$; $r = 3,8.10^8 \text{ m} \approx 60R$

5.6. Gọi R và r là các khoảng cách từ m và M tới khối tâm của hệ ta có $R = \frac{Ml}{M+m}$, $r = \frac{ml}{M+m}$. Quỹ đạo là các đường tròn đồng tâm có bán kính R và r với $R + r = l$.

Hai sao có cùng vận tốc góc ω . Các lực hướng tâm bằng lực hấp dẫn giữa chúng:

$$m\omega^2 R = M\omega^2 r = G \frac{Mm}{l^2}$$

$$\text{Suy ra } \omega^2 = G \frac{m}{rl^2} = G \frac{M+m}{l^3}; \omega = \sqrt{\frac{G(M+m)}{l^3}}; \text{ chu kì } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$5.7*. \text{ Bán trục lớn của elip } a = \frac{1}{2} (2R + h + H)$$

Áp dụng định luật 3 Kêple cho vệ tinh có quỹ đạo elip và vệ tinh có quỹ đạo tròn ta có :

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 = \left(\frac{a}{R}\right)^3 = 1,306; a = R \sqrt[3]{1,306} = 1,09R = 6943\text{km};$$

$$H = 2a - 2R - h = 926 \text{ km}$$

5.8.* 1) Nếu v' là vận tốc của vệ tinh sau khi phóng vật thì vận tốc của vật đối với đất là $v' - u$. Định luật bảo toàn động lượng cho ta phương trình :

$$Mv = (M - m)v' + m(v' - u) = Mv' - mu$$

$$mu = M(v' - v) = M\Delta v; \Delta v = \frac{m}{M} u = 0,25\text{m/s}$$

gia tốc trọng trường cũng là gia tốc hướng tâm :

$$g = \frac{v^2}{R} = \frac{(v + \Delta v)^2}{R + \Delta R};$$

$$\Delta R = \frac{R}{v^2} (\Delta v^2 + 2v\Delta v) \approx \frac{2Rv\Delta v}{v^2} = \frac{2v\Delta v}{g}$$

Thay số ta được $\Delta R = 400\text{m}$, bán kính quỹ đạo tăng.

$$2) g = 9,8 = \frac{v'^2}{R'} \quad v' = 8000,25\text{m/s}$$

$$\text{Suy ra } R' = 6531020\text{m} \approx 6531\text{km}$$

$$\text{Kiểm lại } R = \frac{v^2}{g} = 6530,6\text{km}; R' = R + 0,4\text{km}$$

3) Vật có vận tốc $v' - u = 7\text{km/s}$ bé hơn vận tốc 8km/s của chuyển động tròn nên không thành vệ tinh mà rơi xuống đất theo một cung elip.

Chú ý : Thực ra quỹ đạo mới là hình elip. Ta coi gần đúng là hình tròn nên kết quả ngược với điều đã biết là : nếu vệ tinh chuyển động tròn thì bán kính R quỹ đạo càng lớn, vận tốc vệ tinh v càng giảm :

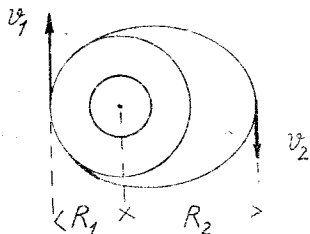
$$v = \sqrt{\frac{M_d G}{R}}, \quad M_d \text{ là khối lượng Trái Đất } G \text{ là hằng số hấp dẫn.}$$

5.9.* 1) Gọi M là khối lượng của Trái Đất. Ta có $\frac{v^2}{R} = G \frac{M}{R^2}$. Suy ra

$$v = \sqrt{G \frac{M}{R}}; \quad v_0 = \sqrt{G \frac{M}{R_0}} \quad \text{Với } R = 2R_0 \text{ thì } v = v_0 \frac{\sqrt{2}}{2} = 5,58 \text{ km/s}$$

$$\text{Chu kì } T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{4\pi R_0}{v} = 14405 \text{ s} = 240 \text{ phút}$$

2) Gọi m là khối lượng của trạm. Cơ năng của trạm gồm có động năng $\frac{mv^2}{2}$ và thế năng hấp dẫn $-G \frac{mM}{R}$. Cơ năng này được bảo toàn, khi động cơ ngừng hoạt động : cơ năng ở cận điểm (ứng với v_1, R_1) bằng cơ năng ở viễn điểm (ứng với v_2, R_2) (H.B.5.1)

$$\frac{mv_1^2}{2} - G \frac{mM}{R_1} = \frac{mv_2^2}{2} - G \frac{mM}{R_2} \quad (1)$$


Hình B.5.1

Mặt khác định luật 2 Kêple cho ta

$$v_1 R_1 = v_2 R_2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$v_2^2 = \frac{2R_1 GM}{R_2(R_1 + R_2)}. \quad \text{Vì } R_1 = 2R_0; R_2 = 4R_0 \text{ nên } v_2^2 = \frac{1}{6} \frac{GM}{R_0} = \frac{v_0^2}{6};$$

$$v_2 = \frac{7,9}{\sqrt{6}} = 3,22 \text{ km/s}; \quad v_1 = 2v_2 = 6,44 \text{ km/s}$$

Chuyển động elip có chu kì T_e và bán trục lớn $\frac{R_1 + R_2}{2} = 3R_0$ chuyển động tròn có chu kì $T = 240$ phút và bán kính $2R_0$. Định luật 3 Kêple cho ta :

$$\left(\frac{T_c}{T}\right)^2 = \left(\frac{3R_o}{2R_o}\right)^3 = (1,5)^3 = 3,375$$

$$T_c = T \sqrt{3,375} = 1,837T = 441 \text{ phút.}$$

VI - DAO ĐỘNG VÀ SÓNG

6.1. Lấy vị trí cân bằng làm gốc hoành độ ta có $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ (1)

Ta xác định A , ω và φ .

$\omega = 2\pi f = \pi \text{ rad/s}$. Biểu thức của vận tốc là đạo hàm của (1)

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) = -A\pi \sin(\pi t + \varphi) \quad (2)$$

Lấy thời điểm chất điểm đi qua vị trí cân bằng làm thời điểm gốc.

(1) và (2) với $t = 0$ cho ta :

$$0 = A \cos \varphi \quad (3) ; \quad v_0 = -A\pi \sin \varphi \quad (4)$$

$\cos \varphi = 0$ cho ta $\varphi = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$. Ta chọn $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ để có $\varphi < 2\pi$

và vế phải của (4) dương. $v_0 = 0,314 = A\pi$; $A = 0,1\text{m}$. Vậy

$$x = 0,1 \cos\left(\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) = 0,1 \sin \pi t \text{ (Đơn vị m và s)}$$

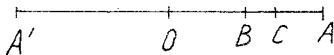
6.2. Lấy O làm gốc, phương trình dao động là $x = x_0 \sin \omega t$,
 $x_0 = OA$; lúc $t = 0$, chất điểm đi qua O (H.B.6.1).-

$$\text{a) } x_B = \frac{x_0}{2} \longrightarrow \frac{1}{2} = \sin \omega t_B = \sin \frac{\pi}{6} \quad \left(\omega = 2\frac{\pi}{T}\right)$$

$$\text{Vậy } t_B = T/12$$

b) Đi quãng OA mất thời gian $T/4$ vậy thời gian để đi quãng BA

$$\text{là } \frac{T}{4} - \frac{T}{12} = \frac{T}{6}$$



Hình B.6.1

c) Vì tính chất đối xứng nên thời gian đi quãng AC cũng bằng thời gian đi quãng CA. Ta hãy tính thời gian để đi quãng OC.

$$\lambda_c = \frac{2x_0}{3}, \sin \frac{2\pi}{T} t_c = \frac{2}{3} = \sin 42^\circ.$$

$$\text{Vậy } t_c = \frac{42}{360} T = 0,117 T$$

$$\text{Thời gian đi CA} = 0,25 T - 0,117 T = 0,133 T$$

6.3. Vị trí cân bằng O ứng với $F_0 = k\Delta l_0 = mg \sin \alpha$ (1). Lấy gốc tọa độ ở O. Vật dịch chuyển quãng x thì lực mà lò xo tác dụng là $F = k(\Delta l_0 - x)$ (chiều dương lên trên như trong H.B.6.2)

Ta có phương trình

$k(\Delta l_0 - x) - mg \sin \alpha = ma$, a là gia tốc của vật. Dùng (1) ta có $-kx = ma$ chứng tỏ hợp lực tỉ lệ và ngược chiều với dịch chuyển, nghĩa là vật dao động điều hòa với tần số góc $\omega = \sqrt{k/m}$. Vị trí ban đầu có vận tốc bằng 0 chính là một vị trí biên, vậy biên độ bằng

$$\Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k}; x = \Delta l_0 \cos \sqrt{k/m} t = 10^{-3} \cos 70t \text{ (đơn vị m và s)}$$

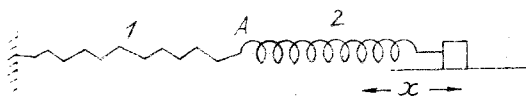


Hình B.6.2

6.4. a) Vật có li độ x thì chịu hai lực đàn hồi là $-k_1x$ và $-k_2x$, hợp lực $F = -(k_1 + k_2)x$ tương đương với lực đàn hồi của một lò xo có độ cứng $k_1 + k_2$, vậy chu kỳ dao động là :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

b) Vật có li độ x thì hai lò xo bị dãn (hoặc nén) x_1 và x_2 , với $x_1 + x_2 = x$. Điểm A giữa hai lò xo (H.B.6.3) đứng cân bằng dưới tác dụng của hai lực k_1x_1 và k_2x_2 , vậy $k_1x_1 = k_2x_2$. Ta có :



$$\frac{x_1}{k_2} = \frac{x_2}{k_1} = \frac{x}{k_1 + k_2}$$

Vật chịu tác dụng của lực

Hình B.6.3

$$F_2 = -k_2 x_2 = -\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} x \quad \text{Suy ra chu kì } T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}$$

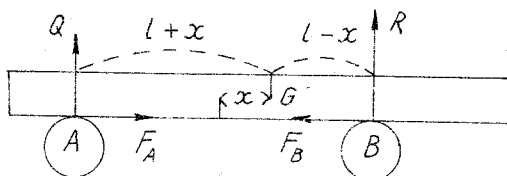
c) Vật có li độ x thì lò xo 1 bị dãn và lò xo 2 bị nén cùng một đoạn x (hoặc ngược lại 1 bị nén, 2 bị dãn), vật chịu hai lực cùng chiều $-k_1 x$ và $-k_2 x$, có hợp lực $F = -(k_1 + k_2)x$. Vậy :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

6.5. Ván cân bằng dưới tác dụng của trọng lực $P = mg$ và các phản lực vuông góc của các trụ Q và R (trực đối với các lực đè lên trụ). Lấy mômen đối với các điểm A và B ta có :

$$Q = \frac{mg(l-x)}{2l};$$

$$R = \frac{mg(l+x)}{2l}$$



Các lực ma sát là :

$$f_A = kQ \text{ và } f_B = kR$$

Hình B.64

Lực tác dụng lên ván là :

$F = k(Q - R) = -\frac{kmg}{l}x$ có dạng $F = -ax$ với $a = \frac{kmg}{l}$, vậy tần số góc là :

$$\omega = \sqrt{\frac{a}{m}} = \sqrt{\frac{kg}{l}} \text{ và chu kì } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{kg}}$$

6.6. Tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, k là độ cứng của lò xo, liên hệ với độ

dãn tĩnh l bằng hệ thức : $mg = kl$ vậy $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Khi móc cả hai quả nặng $l = l_1 + l_2$ nên $\omega = \sqrt{\frac{g}{l_1 + l_2}}$

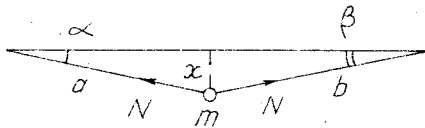
6.7. Chất điểm m chịu lực là tổng các hình chiếu xuống phương vuông góc với dây của hai sức căng (H.B.6.5)

$$F = N(\sin\alpha + \sin\beta)$$

α và β là những góc mà hai

phần dây làm với vị trí cân bằng. Nếu x là li độ của m thì ta có :

$$F = -N \left(\frac{x}{a} + \frac{x}{b} \right) = -N \frac{(a+b)}{ab} x, \text{ có dấu trừ vì } F \text{ ngược chiều } x.$$



Hình B.6.5

$$\text{Suy ra } T = 2\pi \sqrt{\frac{mab}{N(a+b)}}$$

6.8. 1) Ở vị trí cân bằng C (có hoành độ x_c) vật chịu các lực : trọng lực mg hướng xuống dưới, lực đàn hồi $k_1(d + x_c)$ của lò xo 1 kéo lên trên, lực đàn hồi $k_2(d - x_c)$ của lò xo 2 kéo xuống dưới nếu $d > x_c$, đẩy lên trên nếu $d < x_c$

$$mg - k_1(d + x_c) + k_2(d - x_c) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Suy ra } x_c = \frac{mg - d(k_1 - k_2)}{k_1 + k_2} \quad (2)$$

2) Nếu m có hoành độ x thì lực tác dụng lên m có biểu thức giống như (1), chỉ thay x_c bằng x :

$$F = mg - k_1(d + x) + k_2(d - x) \quad (3)$$

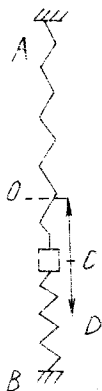
Nếu lấy c làm gốc mới, nghĩa là lấy $x' = x - x_c$ làm hoành độ mới thì :

$$F = mg - d(k_1 - k_2) - (k_1 + k_2) \left[x' + \frac{mg - d(k_1 - k_2)}{k_1 + k_2} \right]$$

$= - (k_1 + k_2)x'$, chứng tỏ vật dao động quanh C với chu kì

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

3) Nếu ở O vật có vận tốc bằng không thì O là một điểm biên và dao động trên đây có biên độ $CO = x_c$ (H.B.6.6). Lấy thời điểm gốc lúc vật ở O thì phương trình dao động là : $x' = x_c \cos(\omega t + \pi)$



Hình B.6.6

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

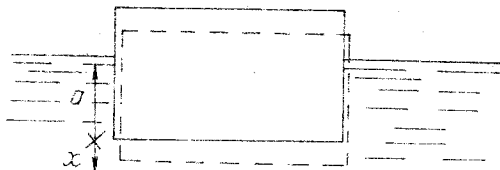
Trong dao động điều hòa này, động năng bằng 0 ở hai vị trí biên 0 và D ($CD = x_c$), và là cực đại khi vật qua C

$$K_{\max} = E = \frac{m\omega^2}{2} x_c^2 = \frac{[mg - d(k_1 - k_2)]^2}{2(k_1 + k_2)}$$

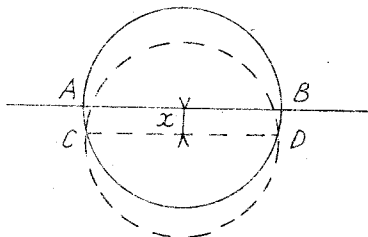
Thế năng là cực tiểu ở vị trí cân bằng C và cực đại ở 0 và D : $U_{\max} = E$.

6.9. Khi nổi và cân bằng, trọng lượng mg của hộp bằng lực đẩy Acsimet ; $mg = dSag$, $d = 10^3 \text{ kg/m}^3$ là khối lượng riêng của nước, $S = 0,2 \times 0,2 \text{ m}^2$ là diện

tích đáy a là chiều cao phần hộp bị ngập. Ấn thêm x , hiệu số $dS(a + x)g - mg = F$ là lực kéo về vị trí cân bằng. (H.B.6.7) $F = dSgx$ vì x và F trái chiều nên có thể viết chính xác hơn : $F = -dSgx = -kx$, chứng tỏ hộp dao động với chu kì :



Hình B.6.7



Hình B.6.8

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{dSg}}$$

Thay số : $T = 0,56s$.

6.10. Gọi chiều dài của trụ là l , khối lượng riêng của nước là d . Ấn ngập thêm khoảng x , có lực đẩy lên trên $F = Sldg$

S là diện tích $ABCD \approx 2Rx$ (H.B.6.8)

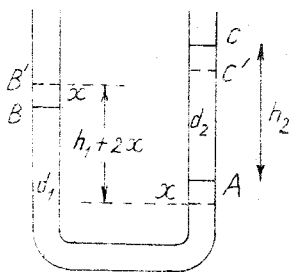
Vậy $F = -2Rldg \cdot x$ (thêm dấu trừ vì x và F ngược chiều)

Tru dao động với tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $k = 2Rldg$, m là khối lượng

hình trụ, bằng $\frac{1}{2}$ khối lượng nước cùng thể tích :

$$m = \frac{1}{2} \pi R^2 l d ; \frac{k}{m} = 4 \frac{g}{\pi R}$$

$$\text{Vậy : } \omega = 2\sqrt{\frac{g}{\pi R}} ; T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{\pi R}{g}}$$



Hình B.69

6.11. Ta lấy mặt phân cách khí cân bằng A làm mốc độ cao (H.B.6.9). Các mặt thoáng B và C có độ cao h_1 và h_2 với $h_1 d_1 = h_2 d_2$ (1)

Khi dao động, nếu A tụt xuống một đoạn x thì B lên cao x ; cột chất lỏng $h_1 + 2x$ gây ra ở mặt phân cách A' áp lực : $F_1 = (h_1 + 2x)sd_1g$, s là tiết diện ống. Mặt khác cột chất lỏng h_2 gây áp lực $F_2 = h_2sd_2g$. Lực kéo chất lỏng trở về vị trí cân bằng là :

$$F = F_1 - F_2 = sg [(h_1 + 2x)d_1 - h_2d_2] = 2sd_1gx$$

F ngược chiều x nên có thể viết $F = -kx$ với $k = 2sd_1g$

Vậy chu kì các dao động nhỏ là : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$m = s(l_1d_1 + l_2d_2)$ là khối lượng toàn bộ chất lỏng, vậy :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_1d_1 + l_2d_2}{2d_1g}}$$

Nếu mặt phân cách ở bên nhánh có chất lỏng d_1 thì lập luận tương tự cho ta kết quả :

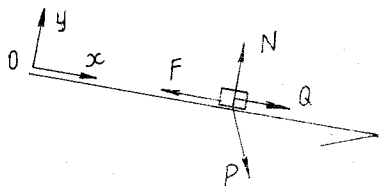
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_1d_1 + l_2d_2}{2d_2g}}$$

Nếu cùng một chất lỏng thì : $d_1 = d_2$ và $T = 2\pi \sqrt{\frac{l_1 + l_2}{2g}}$

6.12. *. Gọi m là khối lượng của vật. Lấy hệ quy chiếu gắn với ván thì vật chịu thêm lực quán tính - ma , a là gia tốc của ván. a cực đại khi ván đổi chiều chuyển động và bằng $A\omega^2$, A là biên độ dao động, ω là tần số góc $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad/s}$. Vậy lực quán tính cực đại bằng $mA\pi^2$. Lực ma sát cực đại bằng kmg . Vật sẽ chuyển động đối với ván nếu $mA\pi^2 > kmg$

$$A > \frac{kg}{\pi^2} \text{ Thay số, ta có } A > 0,2m$$

6.13. *. Lấy hệ quy chiếu xOy , gắn với ván (H.B.6.10) Vật chịu : trọng lực $P = mg$, phản lực vuông góc $N = mg\cos\alpha$, lực ma sát $F = kN$, lực quán tính $Q = -ma$, a là gia tốc của ván.



Hình B.6.10

Vật dễ trượt nhất khi Q là cực đại và hướng xuống dưới, cùng chiều với thành phần $P_t = mg\sin\alpha$ của trọng lực. Khi ấy a hướng lên trên, F cũng vậy.

Nếu vật vẫn đứng yên khi $Q = ma_{\max}$ thì hình chiếu tổng hợp lực xuống Ox bằng 0 :

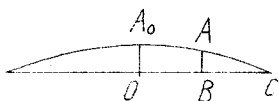
$$mg \sin\alpha - kmg \cos\alpha + ma_{\max} = 0 \quad (1)$$

Dao động điều hòa $x = A \sin\omega t$ có gia tốc $a = -A \omega^2 \sin\omega t$ và $a_{\max} = A\omega^2$ Đưa vào (1) ta có :

$$\omega^2 = \frac{g(k\cos\alpha - \sin\alpha)}{A} ; \alpha \text{ rất nhỏ nên } \sin\alpha \approx 0,1 ; \cos\alpha \approx 1$$

$$\omega^2 = \frac{10(0,3 - 0,1)}{0,05} = 40 ; \omega = \sqrt{40} = 6,32 \text{ rad/s}$$

$$\text{Tần số cực đại } f = \frac{\omega}{2\pi} \approx 1 \text{ Hz}$$



Hình B.6.12

b) Điểm B cách bụng $\lambda/8$ nên biên độ A nhỏ hơn A_0 . (H.B.6.12)

$$A = A_0 \cos \pi/4 = 1,5 \frac{\sqrt{2}}{2} = 1,06 \text{ cm}$$

Mặt khác B dao động đồng pha với bụng (sóng đứng)

Vậy li độ ở B : $y_B(t) = 1,06 \cos(37,5 \pi t)$

c) Điểm C cách bụng $8\text{cm} = \lambda/4$ nên là nút $y_C(t) = 0$

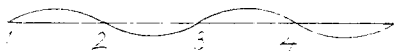
6.17. Từ nút 1 đến nút 4 có 1,5 bước sóng (H.B.6.13)

$$1,5\lambda = 30\text{cm} ; \lambda = 20\text{cm} ; l = 2\lambda = 40\text{cm}$$

Nếu có 5 bụng thì cả dây gồm 2,5 bước sóng λ'

$$2,5\lambda' = 40 ; \lambda' = 16\text{cm}.$$

Nếu f và f' là các tần số ứng với các bước sóng λ và λ' thì $f\lambda = f'\lambda' = v$



Hình B.6.13

$$\text{Vậy } f' = \frac{\lambda}{\lambda'} f = \frac{20}{16} 240 = 300\text{Hz}$$

6.18. Âm cơ bản có bước sóng : $\lambda_1 = 2l = \frac{v}{f_1} = \frac{1}{f_1} \sqrt{E/m}$

$$F = 4l^2 f_1^2 / m ; f_1 = 256$$

$$m = 7800 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 10^{-8} = 9,8 \cdot 10^{-4} \text{kg/m}$$

$$\text{Vậy } F = 64,2 \text{ N}$$

$$\text{Họa âm thứ 2 có tần số } f_2 = 2f_1 = 512 \text{ Hz}$$

$$\text{Họa âm thứ 3 có tần số } f_3 = 3f_1 = 768 \text{ Hz}$$

$$6.19. 1) \lambda_0 = \frac{v}{f} = 0,95\text{m}$$

2) Dây dài 1m thì âm cơ bản có bước sóng $\lambda' = 2\text{m}$ ứng với tần số $f' = 435 \text{ Hz}$. Vận tốc truyền sóng trên dây đàn u không phụ thuộc

6.14. 1) Chu kỳ $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{300} \text{ s}$; Bước sóng $\lambda = vT = 1\text{m}$. Phương trình dao động của M :

$$Z = 0,04 \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = 0,04 \sin 600\pi \left(t - 0,0425 \right) \quad (1)$$

2) a) M bắt đầu dao động lúc $t_0 = \frac{x}{v} = 0,0425 \text{ s}$

Thay trong (1) : $t = 0,05$ ta có :

$$Z = 0,04 \sin 600\pi(0,0075) = 0,04 \sin \frac{\pi}{2} = 0,04\text{m}$$

b) Thay trong (1) : $t = 0,0425 + 0,055 = 0,0975 \text{ s}$, ta có :

$$Z = 0,04 \sin 600\pi(0,055) = 0,04 \sin 33\pi = 0$$

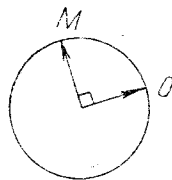
3) M ở cách O khoảng

$$12,75\lambda = \left(12 + \frac{3}{4} \right) \lambda$$

Hiệu số pha bằng $\frac{3}{4}2\pi = \frac{3}{2}\pi$.

Ta có giản đồ trong H.B.6.11.

O và M lệch pha nhau $\frac{\pi}{2}$.



Hình B.6.11

6.15. Tín hiệu phụ chậm hơn tín hiệu chính một thời gian là $\Delta t = 0,3 : 300000 = 10^{-6} \text{ s}$

Vận tốc diềm sáng trên màn :

$$v = \frac{0,5,625}{1/25} = 7812 \text{ m/s}$$

Bề ngang của viền $d = v\Delta t = 0,0078 \approx 8\text{mm}$

6.16. Bước sóng $\lambda = 2,16 = 32 \text{ cm} = \frac{v}{f}$

$$f = \frac{6}{0,32} = 18,75 \text{ Hz}; \omega = 2\pi f = 37,5\pi \text{ rad/s}$$

a) Biên độ ở bụng O :

$$A_o = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ cm}$$

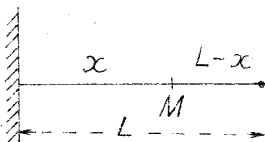
Li độ ở O : $y_o(t) = 1,5 \cos (37,5\pi t)$

chiều dài dây. nếu giữ nguyên lực căng dây : $u = f \lambda' = f\lambda$, λ là bước sóng ứng với tần số $f = 348$. Suy ra $\lambda = \frac{2.435}{348} = 2,5\text{m}$

Chiều dài dây tương ứng $l = \lambda/2 = 1,25\text{m}$

3) Có giao thoa giữa sóng từ nguồn âm và sóng phản xạ vào tường. Điểm M ở cách tường khoảng x sẽ là nút nếu $x - (L-x) = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

(k là số nguyên) (H.B.6.14) $x = \frac{L}{2} + (2k+1)\frac{\lambda}{4}$. Các nút (có cường độ âm cực tiểu) cách nhau một số lẻ lần $\frac{\lambda}{4}$, tức là một số nguyên lần $\frac{\lambda}{2} = 0,475\text{m}$. Các bụng (có cường độ âm cực đại) cũng cách nhau $0,475\text{m}$. Vậy đi từ tường về nguồn âm ta lần lượt nghe được âm cực đại rồi cực tiểu.



Hình B.6.14

6.20. 1) Chu kỳ $T = \frac{1}{25} = 0,04\text{s}$. Tần số

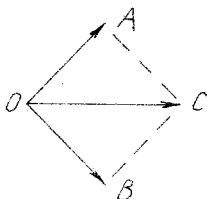
góc $\omega = 50\pi$

Bước sóng $\lambda = vT = 20.0,04 = 0,8\text{ cm}$

Phương trình dao động ở O_1 và O_2 là :

$y = 0,5 \cos(50\pi t)$. Đơn vị : cm, giây. Lấy $t = 0$ khi y cực đại.

2) $d_1 = 3,2\text{cm} = 4\lambda$ nên ở M dao động y_1 từ O_1 đến đồng pha với dao động gốc ; $d_2 = 3\text{cm} = \left(4 - \frac{1}{4}\right)\lambda$ nên dao động y_2 từ O_2



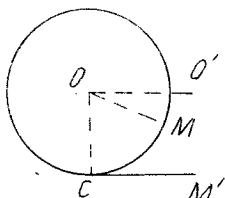
Hình B.6.15

đến chậm pha $\frac{\pi}{2}$ so với dao động gốc. Ta vẽ giản đồ vector (H.B.6.15) $\vec{OA}$ biểu diễn y và y_1 $\vec{OB}$ biểu diễn y_2 . Đường chéo $\vec{OC}$ biểu diễn dao động tổng hợp Z ở M, có biên độ $0,5\sqrt{2} = 0,7\text{cm}$, chậm pha $\frac{\pi}{4}$ so với y .

Phương trình : $Z = 0,7 \cos \left(50\pi t - \frac{\pi}{4} \right)$

3) Các điểm đứng yên N (nút) được xác định bởi $l_1 - l_2 = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$, l_1 và l_2 là các khoảng cách O_1N và O_2N . Vì $l_2 = d - l_1$ nên $l_1 = \frac{d}{2} + (2n+1)\frac{\lambda}{4}$, n là số nguyên. Các nút cách nhau $\frac{\lambda}{2} = 0,4\text{cm}$; $\frac{5,6}{0,4} = 14$ nghĩa là đoạn O_1O_2 chứa 14 nửa bước sóng, vậy có 14 nút (O_1 và O_2 là bụng vì $d = 7\lambda$)

VII * - VẬT RẮN VÀ CƠ HỆ



Hình B.7.1

7.1. 1) Lăn không trượt có nghĩa là khi đĩa quay được một góc $\alpha = \widehat{COM}$ thì độ dài cung CM đúng bằng $CM' = OO' =$ quãng đường tâm O đi được. Nếu ω là vận tốc góc và v là vận tốc tịnh tiến (của tâm O) thì trong đơn vị thời gian $CM = R\omega$, $OO' = v$. Vậy $v = R\omega$ (R bán kính của đĩa)

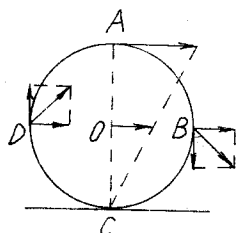
Trong chuyển động quay quanh O, điểm nào trên vành đĩa cũng có vận tốc dài bằng $R\omega$, vậy đúng bằng vận tốc tịnh tiến v của đĩa (H.B.7.1)

2) Vận tốc đối với quan sát viên bằng vận tốc quay quanh O cộng với vận tốc tịnh tiến của O (cộng vector) :

$\vec{v}_A = \vec{v}_{A/O} + \vec{v}_O$; $\vec{v}_A$ nằm ngang và có độ lớn $2v$

$\vec{v}_B = \vec{v}_{B/O} + \vec{v}_O$, $\vec{v}_B$ nghiêng 45° xuống dưới và có độ lớn $v\sqrt{2}$. Tương tự, $\vec{v}_D$ nghiêng 45° lên trên và có độ lớn $v\sqrt{2}$

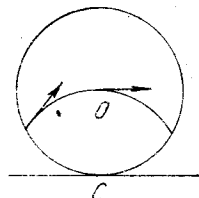
$v_C = 0$ (H.B.7.2)



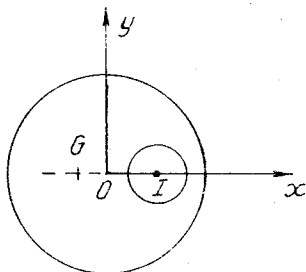
Hình B.7.2

3) $v_C = 0$ nên C là tâm quay tức thời của đĩa. Các điểm của đĩa cách C một đoạn bằng R đều có vận tốc bằng v như điểm O (H.B.7.3).

Chú ý : Có thể giải câu 2 bằng cách coi đĩa như đang quay quanh C với vận tốc góc ω .



Hình B.7.3



Hình B.7.4

7.2. Vì đối xứng, hiển nhiên khối tâm G nằm trên đường OI. Lấy O làm gốc trên trục OIx (H.B.7.4) Nếu hình cầu nhỏ cũng chứa đầy chất thì khối tâm là O có hoành độ bằng không.

$$O = m_l x_G + m_n \frac{R}{2} \quad (1)$$

m_l là khối lượng hình cầu lớn có hốc, có khối tâm G với hoành độ x_G , m_n là khối lượng hình cầu nhỏ có khối tâm I với hoành độ $\frac{R}{2}$.

$$m_n = \frac{4}{3} \pi r^3 d, \text{ d là khối lượng riêng}$$

$$m_l = m - m_n ; m = \frac{4}{3} \pi R^3 d, \text{ vậy } m_l = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) d$$

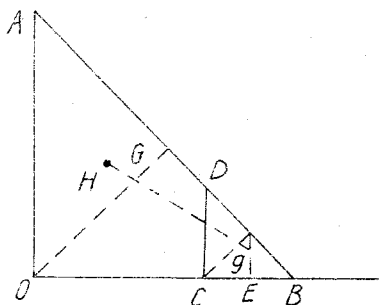
$$\text{Đưa vào (1) ta tính được } x_G = -\frac{Rr^3}{2(R^3 - r^3)}$$

7.3. Nếu G là khối tâm tam giác OAB thì các tọa độ của nó là $x_G = a/3$, $y = a/3$. Tam giác có khối lượng :

$$M = d \frac{a^2}{2}, \text{ d là khối lượng của đơn vị diện tích. Gọi g là khối tâm}$$

của tam giác nhỏ bị cắt, có khối lượng $m = d \frac{a^2}{18}$ (H.B.7.5)

$$x_g = OC + \frac{2}{3} CE = \frac{2}{3} a + \frac{2}{3} \frac{a}{6} = \frac{7}{9} a$$



Hình B.75

$y_g = \frac{a}{9}$. Hình thang có khối

$$\text{lượng } m' = M - m = \frac{4}{9} da^2$$

Khối tâm H của nó có tọa độ x_H và y_H tính theo các công thức :

$$x_G = \frac{mx_g + m'x_H}{M} \text{ và } y_G = \frac{my_g + m'y_H}{M}$$

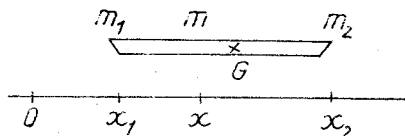
Thay các giá trị của x_G , y_G , x_g , y_g , M , m và m' ta tính được :

$$x_H = \frac{5}{18} a < x_G ; y_H = \frac{13}{36} a > y_G$$

Vậy điểm H ở trên đường thẳng G_g , bên trái G và cao hơn G.

7.4. Lấy trục Ox, chiều dương hướng sang phải (H.B.7.6). Khối tâm G của hệ có hoành độ : $x_G = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + mx}{m + m_1 + m_2}$ (1)

x_1 , x_2 là hoành độ của m_1 và m_2 , x là hoành độ của khối tâm H của thuyền. Nếu a (đại số), là độ dịch chuyển của H thì biểu thức mới của x_G là :



Hình B.76

$$x_G = m_1(x_2 + a) + m_2(x_1 + a) + \frac{m(x+a)}{M} \quad (2)$$

$$M = m + m_1 + m_2$$

Không có ngoại lực theo phương x nên khối tâm G đứng yên ; Cho bằng nhau (1) và (2) ta suy ra :

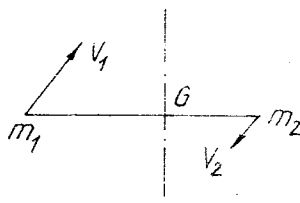
$$a = \frac{(x_2 - x_1)(m_2 - m_1)}{M} = \frac{1(m_2 - m_1)}{M} > 0$$

Thuyền di chuyển ngược chiều di chuyển của người nặng hơn.

7.5. Gọi r_1 và r_2 là các khoảng cách từ G đến m_1 và m_2 ta có : $m_1 r_1 = m_2 r_2$

$$\frac{r_1}{m_2} = \frac{r_2}{m_1} = \frac{l}{m_1 + m_2}$$

$$\text{Vậy } r_1 = \frac{lm_2}{m_1 + m_2} ; r_2 = \frac{lm_1}{m_1 + m_2}$$



Hình B.7.7

Động lượng của hệ $\vec{P} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$

Các vận tốc $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ song song và ngược

chiều nhau (H.B.7.7) nên : $P = m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_1 r_1 \omega - m_2 r_2 \omega = 0$, ω là vận tốc góc của hệ

Mômen động lượng của hệ : $L = I\omega$

Mômen quán tính : $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

Áp dụng bằng số : $r_1 = 15\text{cm} ; r_2 = 5\text{cm} ; \omega = 2\pi \cdot 3 = 18,85 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$I = 0,0012 \text{ kg m}^2 ; L = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

7.6. Mômen động lượng đối với trục Z của hệ "đu và xe" được bảo toàn vì các ngoại lực (trọng lực) đều song song với Z. Mômen động lượng ban đầu của hệ $L = (I + mR^2) \omega_0$

Vận tốc của xe đối với mặt đất sau khi xe khởi động là : $v = R\omega \pm u$

ω là vận tốc góc của đu sau khi xe chuyển động, lấy dấu + nếu xe chuyển động cùng chiều với đu, dấu - nếu ngược lại.

Xe có mômen động lượng : $mvR = mR(R\omega \pm u)$

Đu có mômen động lượng : $I\omega$

Định luật bảo toàn mômen động lượng cho ta :

$$(I + mR^2)\omega_0 = mR(R\omega \pm u) + I\omega$$

Ta suy ra $\omega = \omega_0 \pm \frac{mRu}{I + mR^2}$ (Lấy dấu - nếu xe chuyển động cùng chiều với đu)

7.7. Mômen động lượng ban đầu của hệ "đu và người" là :

$$L_0 = \left(\frac{MR^2}{2} + mR^2 \right) \omega_0$$

a) Mômen động lượng của hệ khi người ở khoảng cách $R/2$ là

$$L_1 = \left(\frac{MR^2}{2} + \frac{mR^2}{4} \right) \omega_1$$

Định luật bảo toàn mômen động lượng $L_0 = L_1$ cho ta :

$$\omega_1 = \frac{2M+4m}{2M+m} \omega_0 > \omega_0$$

b) Khi người ở tâm $L_2 = \frac{MR^2}{2} \omega_2$

$$L_2 = L_0 \text{ cho ta } \omega_2 = \frac{M+2m}{M} \omega_0 > \omega_1$$

Khi người đi về phía tâm của đu thì momen quán tính của hệ giảm nên để bảo toàn mômen động lượng, vận tốc góc phải tăng

7.8. Động năng của bánh đà có mômen quán tính $I = \frac{mr^2}{2}$ và vận tốc góc ω là

$$\frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{4} mr^2 \omega^2 = 10^4 \left(\frac{200\pi}{60} \right)^2 = 1097 \text{ kJ}$$

Động năng này biến thành công của các trụ cán trong 10s. Vậy công suất trung bình là 109,7 kW. Đây là công suất rất lớn, động cơ không thể nào cung cấp trực tiếp cho các trụ cán. Nhờ có bánh đà, công suất nhỏ của động cơ chạy trong thời gian tương đối dài sẽ tích trữ thành động năng lớn của bánh đà. Ví dụ động cơ có công suất 10kW, ta cho nó chạy trong $1097/10 \approx 110$ s

7.9. Gọi m là khối lượng của thanh. Mômen quán tính đối với A theo định lí Steiner là :

$$I = I_G + m \left(\frac{l}{2} \right)^2 \quad I_G \text{ là mômen quán tính đối với trục đi qua khối tâm G (trung điểm của thanh) } I_G = \frac{ml^2}{12} \text{ Vậy } I = \frac{ml^2}{12} + \frac{ml^2}{4} = \frac{ml^2}{3} \quad (1)$$

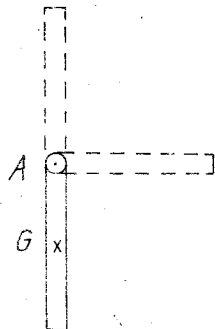
1) Để đi qua vị trí nằm ngang thì động năng ban đầu $\frac{1}{2} I\omega^2$ phải lớn hơn thế năng ở vị trí ấy. Lấy mốc độ cao ở vị trí cân bằng của G (H.B.7.8) ta có :

$$\frac{1}{2} I\omega^2 > mg \frac{l}{2} \text{ thay (1) vào, suy ra } \omega > \sqrt{\frac{3g}{l}}$$

2) Để thanh đi qua vị trí thẳng đứng ở trên trục quay ứng với thế năng mgl, phải có :

$$\frac{1}{2} I\omega^2 > mgl ; \omega > \sqrt{\frac{6g}{l}}$$

7.10. Gọi a là gia tốc của vật, G là gia tốc góc của hình trụ, T lực căng dây.



Hình B.7.8

Phương trình chuyển động của vật là :

$$mg - T = ma \text{ (1) của hình trụ là : } Tr = IG \text{ (2)}$$

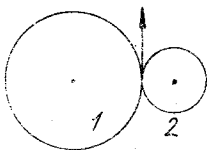
Mặt khác dây không trượt trên hình trụ nên khi vật tụt một quãng l thì hình trụ cũng quay một góc α có độ dài cung $\alpha r = l$ (3). Lấy đạo hàm hai lần (3) ta có liên hệ giữa gia tốc dài a và gia tốc góc G :

$a = rG$ (4) Ba phương trình (1) (2) và (4) cho phép ta tính ba ẩn số a , T và G :

$$a = \frac{mgr^2}{I+mr^2} < g ; T = \frac{I}{I+mr^2} mg < mg$$

7.11. 1) Không trượt có nghĩa là các vận tốc dài bằng nhau :

$$v = r_1\omega_1 = r_2\omega_2 \text{ (1)}$$



Hình B.7.9

Trụ 2 quay nhờ có trụ 1 tác dụng lên nó lực F có mômen $M = Fr_2$ (H.B.7.9). Áp dụng định lí mômen lực bằng đạo hàm của mômen động lượng $M = \frac{\Delta(I\omega)}{\Delta t}$ nếu Δt là thời gian vận tốc góc của trụ 2 tăng từ 0 lên ω_2 thì $\Delta(I\omega) = I_2\omega_2$, vậy $M\Delta t = Fr_2\Delta t = I_2\omega_2$ (2)

Cũng trong thời gian ấy, phản lực $F' = F$ của trụ 2 lên trụ 1 làm vận tốc góc của trụ 1 giảm từ ω_0 xuống ω_1 . Ta có tương tự như (2) :

$$Fr_1\Delta t = I_1(\omega_0 - \omega_1) \quad (3)$$

$$(2) \text{ và } (3) \text{ cho } F\Delta t = \frac{I_2\omega_2}{r_2} = \frac{I_1(\omega_0 - \omega_1)}{r_1}$$

Kết hợp với (1) ta suy ra :

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{1 + \frac{I_2}{I_1} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} = \frac{\omega_0}{1 + \frac{m_2}{m_1}}; \quad \omega_2 = \frac{r_1}{r_2} \frac{\omega_0}{1 + \frac{m_2}{m_1}}$$

2) Nhiệt tỏa ra bằng hiệu giữa động năng ban đầu của trụ 1 K_0 và động năng hai trụ lúc sau $K_1 + K_2$

$$Q = \frac{1}{2} [I_1\omega_0^2 - (I_1\omega_1^2 + I_2\omega_2^2)]$$

$$\text{Ta có } K_0 = \frac{m_1 r_1^2}{4} \omega_0^2; \quad K_1 = \frac{m_1 r_1^2}{4} \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) \omega_0^2;$$

$$K_2 = \frac{m_2 r_1^2}{4} \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) \omega_0^2;$$

$$Q = \frac{m_2 m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{r_1^2 \omega_0^2}{4} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} K_0$$

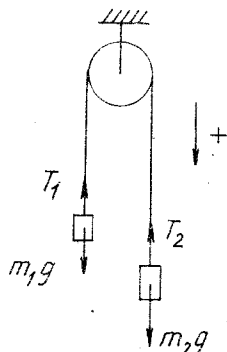
7.12. Lấy chiều dương đi xuống ; a là môđun gia tốc của hai vật, T_1 và T_2 là các lực căng dây, G là gia tốc góc của ròng rọc (H.B.7.10), ta có các phương trình :

$$m_2 g - T_2 = m_2 a \quad (1)$$

$$m_1 g - T_1 = -m_1 a \quad (2)$$

$$(T_2 - T_1)r = IG \quad (3)$$

$$a = rG \quad (4)$$



Hình B.7.10

$$(3) \text{ và } (4) \text{ cho : } (T_2 - T_1)r = \frac{Ia}{r} \quad (5)$$

$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho : } (m_2 - m_1)g - (T_2 - T_1) = (m_1 + m_2)a \quad (6)$$

$$(5) \text{ và } (6) \text{ cho } a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \frac{I}{r^2}} g \quad (7)$$

Thay vào (1) và (2)

$$T_2 = \frac{m_2(2m_1r^2 + I)}{r^2(m_1 + m_2) + I} g ; T_1 = \frac{m_1(2m_2r^2 + I)}{r^2(m_1 + m_2) + I} g$$

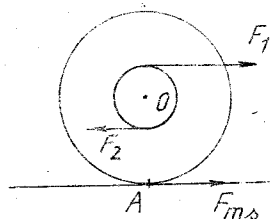
Vì $m_2 > m_1$ nên $T_2 > T_1$

7.13. Giả thiết $F_1 > F_2$, trục lăn sang phải, nó không trượt nhờ có lực ma sát F_{ms} hướng sang phải ngăn không cho điểm tiếp xúc trượt về phía trái trong chuyển động quay quanh O (H.B.7.11). Nếu a là gia tốc tịnh tiến của O và G là gia tốc góc của trụ trong chuyển động quay thì ta có các phương trình :

$$F_1 + F_{ms} - F_2 = am \quad (1)$$

$$(F_1 + F_2)r - F_{ms}R = IG \quad (2)$$

$$a = RG \quad (3)$$



Hình B.7.11

Giải ra ta được :

$$a = \frac{R[(F_1 + F_2)r + (F_1 - F_2)R]}{I + mR^2}$$

7.14. Khối lượng của ròng rọc không đáng kể nên lực căng dây ở hai bên đều bằng nhau (T). Nếu a và a' là các gia tốc của vật A và hình trụ G thì các phương trình chuyển động của vật : $mg - T = ma$ (1) và của trụ : $mg - T = ma'$ chứng tỏ $a = a'$.

Các quãng đường đi của A và G đối với mặt đất bằng nhau. Nhưng khi A đi xuống một đoạn x thì kéo G đi lên đoạn ấy, và để G đi xuống đối với đất đoạn x thì dây quấn vào trụ phải nhả ra một đoạn $2x$, ứng với góc quay của trụ $\alpha = \frac{2x}{r}$

Gia tốc góc của trụ là :

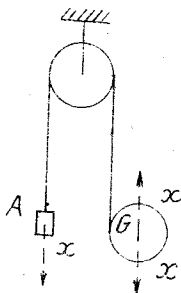
$$G = \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{2a}{r} \quad (2)$$

Phương trình quay của trụ là : $Tr = IG \quad (3)$

Ta có 3 phương trình để tìm 3 ẩn a, T, G ;
Kết quả là :

$$a = \frac{mr^2}{2I + mr^2} g = \frac{g}{2} ;$$

$$T = \frac{2Im}{2I + mr^2} g = \frac{mg}{2} ; G = \frac{g}{r}$$



Hình B.7.12

Lực tác dụng lên điểm treo bằng $2T = mg$, chỉ bằng một nửa tổng trọng lượng của vật và trụ đứng yên (H.B.7.12)

7.15. 1) Hình trụ lên dốc được nhờ động năng biến dần thành thế năng. Lúc nó dừng toàn bộ động năng đã chuyển thành thế năng :

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{mr^2}{2} \omega^2 = mgh \quad (1)$$

h là độ cao của khối tâm lúc trụ dừng.

Trong sự lăn không trượt, ta có liên hệ giữa vận tốc tịnh tiến v và vận tốc góc ω : $v = r\omega \quad (2)$

$$(1) \text{ và } (2) \text{ cho } h = \frac{v^2}{g}$$

Quãng đường đi được $l = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{v^2}{g \sin\alpha}$. Nếu $v = 2\text{m/s}$, $\sin 15^\circ = 0,259$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ thì $l = 1,54\text{m}$

2) Nếu $I = \frac{mr^2}{2}$ thì $h' = \frac{3}{4} \frac{v^2}{g}$; $l' = \frac{3}{4}l = 1,16 \text{ m}$

$l' < l$ vì với cùng khối lượng m và bán kính r hình trụ đặc có mômen quán tính nhỏ hơn hình trụ rỗng, và do đó có động năng quay ban đầu nhỏ hơn (với cùng một vận tốc tịnh tiến v)

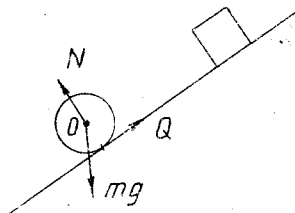
7.16. 1) Gia tốc của vật là : (H.B.7.13)

$$a = g(\sin\alpha - k\cos\alpha) \quad (1)$$

Phương trình chuyển động tịnh tiến của trụ là :

$$ma' = mg \sin\alpha - Q \quad (2)$$

trong đó a' là gia tốc của khối tâm O, Q là lực ma sát giữ cho trụ không trượt, đồng thời gây ra sự quay quanh O mà phương trình là : $Qr = IG$ (3), G là gia tốc góc của trụ. Lăn không trượt có nghĩa là $a' = rG$ (4)



Hình B.7.13

(3) và (4) cho $Q = \frac{Ia'}{r^2}$. Đưa vào (2) ta có :

$$a' = \frac{g\sin\alpha}{1 + \frac{I}{mr^2}} = \frac{g\sin\alpha}{2} \quad (5) \text{ Cho bằng nhau (1) và (5) tìm ra điều}$$

kiện để hai vật có cùng một gia tốc, do đó khi chuyển động luôn cách nhau một khoảng không đổi ;

$$\tan\alpha = 2k \quad (6)$$

2) Lực cản $Q = \frac{mgs\sin\alpha}{2}$ là do ma sát sinh ra nên phải nhỏ hơn lực ma sát cực đại $k' mg \cos\alpha$

$$\text{Ta suy ra } \frac{\sin\alpha}{2} \leq k' \cos\alpha ; \tan\alpha \leq 2k'$$

Vậy phải có $k' \geq k$

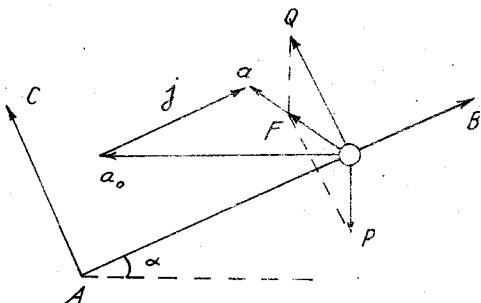
VIII* - ĐỀ CƠ HỌC Ở KÌ THI QUỐC GIA

8.1. 1) Bi chịu trọng lượng $P = mg$ và phản lực Q vuông góc với que (vì không có ma sát) Hợp lực $\vec{F}$ gây ra gia tốc tuyệt đối $\vec{a}$:

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{Q} = m\vec{a} \quad (1)$$

Gia tốc $\vec{a}$ này là tổng vector của $\vec{a}_0$ và $\vec{j}$ là gia tốc của chuyển động của bi đối với que (vẽ song song với que trong hình B.8.1)

$$\vec{P} + \vec{Q} = m(\vec{a}_0 + \vec{j})$$



Hình B.8.1

Chiếu xuống AB và AC vuông góc với các chiều dương như trong hình, ta có:

$$-mg \sin \alpha = m(-a_0 \cos \alpha + j) \quad (3)$$

$$-mg \cos \alpha + Q = ma_0 \sin \alpha \quad (4)$$

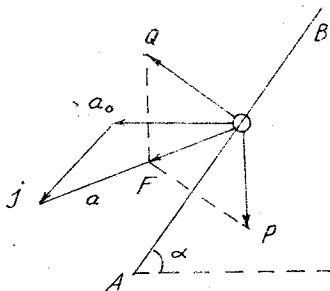
Ở đây Q là dương vì phản lực hướng lên trên, còn j là giá trị đại số vì ta chưa biết chiều chuyển động của bi. Ta có

$$Q = m(a_0 \sin \alpha + g \cos \alpha) \quad (5)$$

$$j = a_0 \cos \alpha - g \sin \alpha \quad (6)$$

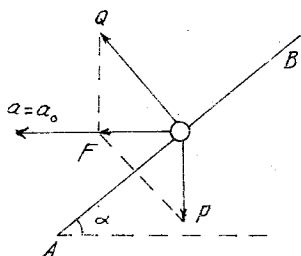
Nếu $\tan \alpha > \frac{a_0}{g}$ thì $j < 0$ bi đi về đầu A (H.B.8.2)

Nếu $\tan \alpha < \frac{a_0}{g}$ thì $j > 0$ bi đi về đầu B (H.B.8.2)

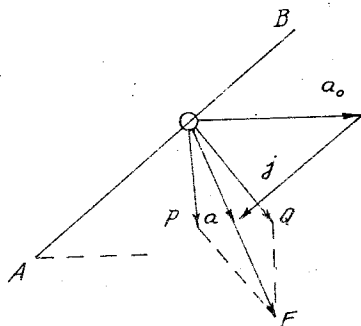


Hình B.8.2

Nếu $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_0}{g}$ thì bi đứng yên trên que (H.B.8.3)



Hình B.8.3



Hình B.8.4

2) Phản lực Q hướng xuống dưới nếu hợp lực F lệch về A (3) và (4) thành ra :

$$-mg \sin \alpha = m(a_0 \cos \alpha + j) \quad (7)$$

$$-mg \cos \alpha - Q = ma_0 \sin \alpha \quad (8)$$

Suy ra $Q = -m(a_0 \sin \alpha + g \cos \alpha)$

và $j = -(a_0 \cos \alpha + g \sin \alpha) < 0$

bi đi về A (H.B.8.4)

3) Phản lực Q có hai thành phần N vuông góc và f dọc theo que là lực ma sát $f = kN = N/3$

Cũng chiếu (2) xuống hai trục và chú ý rằng lực ma sát ngược chiều vận tốc, ở đây thì ngược chiều gia tốc vì chuyển động từ nghỉ, ta có :

$$-mg \sin \alpha \pm \frac{N}{3} = m(-2g \cos \alpha + j) \quad (9)$$

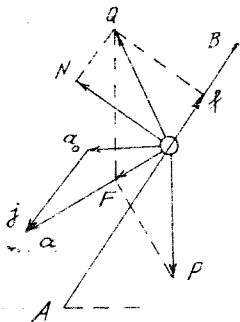
$$-mg \cos \alpha + N = m2g \sin \alpha \quad (10)$$

Trong (9) ta lấy dấu $+$ nếu $j < 0$, lấy dấu $-$ nếu $j > 0$

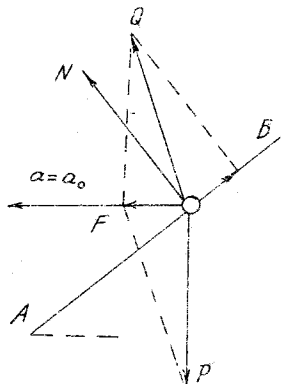
Lấy dấu $+$. Ta có :

$$N = -mg(2 \sin \alpha + \cos \alpha) \quad (11)$$

$j = \frac{g}{3} (7\cos\alpha - \sin\alpha) < 0$ nghĩa là $\tan\alpha > 7$; $\alpha > 82^\circ$ Bi đi về A
(H.B.8.5)



Hình B.8.5

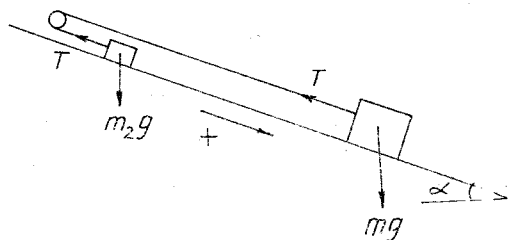


Hình B.8.6

Lấy dấu - Ta có N như ở (11) và $j = \frac{5g}{3} (\cos\alpha - \sin\alpha) > 0$ nghĩa là $\alpha < 45^\circ$ Bi đi về B.

$45^\circ < \alpha < 82^\circ$. Bi đứng yên (H.B.8.6)

Hệ số ma sát nghỉ có thể biến thiên từ 0 đến $1/3$ nghĩa là góc mà Q làm với pháp tuyến có thể biến thiên từ 0 đến $18^\circ 30'$.



Hình B.8.7

8.2 1) Gọi T là lực căng dây, a gia tốc của vật 1 đối với nêm ; -a sẽ là gia tốc của vật 2. Lấy chiều dương là chiều xuống dốc của vật 1, ta có các phương trình chuyển động sau đây :

$$m_1 g \sin\alpha - T = m_1 a$$

$$m_2 g \sin\alpha - T = -m_2 a$$

(H.B.8.7)

Suy ra :
$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \sin \alpha \quad (1)$$

2) a) Hai vật đứng yên : $m_1 g \sin \alpha = T + k m_1 g \cos \alpha$
 $m_2 g \sin \alpha + k m_2 g \cos \alpha = T$

(Các lực ma sát ngược chiều chuyển động H.B.8.8)

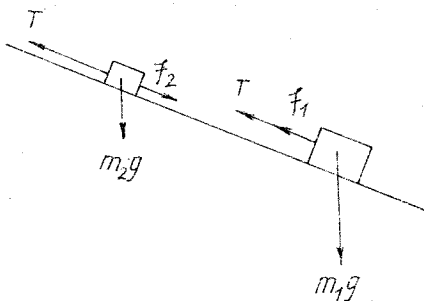
Suy ra $\tan \alpha_0 \leq k \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} \quad (2)$

b) $\alpha > \alpha_0$ hai vật có gia tốc a .

Ta có các phương trình :

$$m_1 g \sin \alpha - T - k m_1 g \cos \alpha = m_1 a$$

$$m_2 g \sin \alpha + k m_2 g \cos \alpha - T = -m_2 a$$

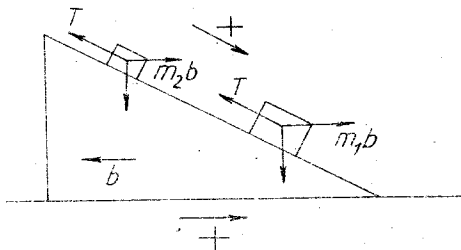


Hình B.8.8

$$a = g \frac{(m_1 - m_2) \sin \alpha - k(m_1 + m_2) \cos \alpha}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

3) Vì không có ngoại lực theo phương nằm ngang nên khối tâm của cả hệ (nêm + 2 vật) không chuyển động ngang. $m_1 > m_2$ nên khối

tâm hai vật chuyển sang phải, khối tâm của nêm chuyển sang trái, nêm có gia tốc b hướng sang trái. Nếu lấy hệ quy chiếu gắn với nêm thì các vật có thêm lực quán tính $m_1 b$ và $m_2 b$ hướng sang phải (H.B.8.9). Ta có các phương trình chuyển động trong hệ này :



Hình B.8.9

$$m_1 g \sin \alpha - T + m_1 b \cos \alpha = m_1 a$$

$$m_2 g \sin \alpha - T + m_2 b \cos \alpha = -m_2 a$$

Khử T ta có liên hệ giữa a và b :

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} (g \sin \alpha + b \cos \alpha) \quad (4)$$

Nếu $\vec{v}$ là vận tốc của vật 1 đối với nêm (song song với mặt nghiêng) thì đối với bàn nó có vận tốc $\vec{v} + \vec{v}'$, $\vec{v}'$ là vận tốc của nêm đối với bàn ; hình chiếu xuống trục nằm trên mặt bàn và hướng sang phải là $v \cos \alpha - v'$, hình chiếu của động lượng của m_1 là :

$$m_1 (v \cos \alpha - v')$$

Tương tự, hình chiếu động lượng của m_2 là $m_2 (-v \cos \alpha - v')$

Hình chiếu tổng động lượng của hệ luôn luôn bằng không nghĩa là :

$$v \cos \alpha (m_1 - m_2) - v'(m_1 + m_2 + M) = 0$$

(Định luật bảo toàn chỉ đúng đối với bàn, là hệ quy chiếu quán tính)

Chuyển động của hai vật và nêm là nhanh dần đều từ nghỉ nên các vận tốc đều tỉ lệ với gia tốc tương ứng :

$$\frac{v'}{v} = \frac{\cos \alpha (m_1 - m_2)}{M + m_1 + m_2} = \frac{b}{a} \quad (5)$$

(5) là một hệ thức thứ hai giữa a và b,

(4) và (5) cho ta các gia tốc phải tìm :

$$a = \frac{g \sin \alpha (m_1 - m_2)}{m_1 + m_2 - \frac{\cos^2 \alpha (m_1 - m_2)}{M + m_1 + m_2}} \quad (6)$$

$$b = - \frac{g \sin \alpha \cos \alpha (m_1 - m_2)^2}{(M + m_1 + m_2) (m_1 + m_2) - \cos^2 \alpha (m_1 - m_2)^2} \quad (7)$$

Nếu $M = \infty$ thì (6) rút về (1), (7) cho $b = 0$

Áp dụng bằng số :

$$a = \frac{7}{4} \text{ m/s}^2 ; \quad b = - \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ m/s}^2$$

8.3. 1) Các lực tác dụng lên vật là trọng lượng $P = mg$ và phản lực N của máng hướng vào tâm O . Chiếu phương trình $\vec{mg} + \vec{N} = m\vec{a}$ xuống bán kính, hình chiếu của gia tốc chính là gia tốc hướng tâm $\frac{v^2}{R}$ (H.B.8.10)

$$mg \cos \alpha + N = mv^2/R$$

Độ lớn của phản lực :

$$N = mg \left(\frac{v^2}{gR} - \cos \alpha \right) \quad (1)$$

Để tìm v ta dùng định luật bảo toàn cơ năng : thế năng ban đầu mgh chuyển thành động năng $\frac{mv^2}{2}$ và thế năng ứng với độ cao $R(1 + \cos \alpha)$

$$\text{ta có :} \quad mgh = \frac{mv^2}{2} + mgR(1 + \cos \alpha)$$

$$\text{Vậy} \quad v^2 = 2gR \left(\frac{h}{R} - 1 - \cos \alpha \right) \quad (2)$$

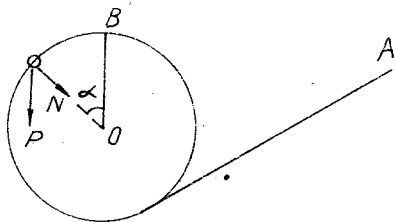
a) Thế vào (1) ta có :

$$N = mg \left(\frac{2h}{R} - 2 - 3 \cos \alpha \right) \quad (3)$$

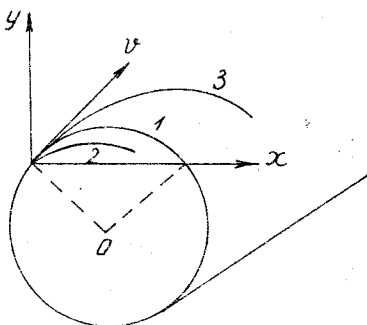
b) N giảm khi α giảm nghĩa là vật lên cao. Cực tiểu của N ứng với $\alpha = 0$ nghĩa là vật ở điểm cao nhất B.

$$N_{\min} = mg \left(\frac{2h}{R} - 5 \right) \quad (4)$$

Nếu vật còn bám máng ở B thì nó bám máng ở mọi điểm. Bám máng có nghĩa là $N \geq 0$. Cho $N_{\min} = 0$ trong (4), ta suy



Hình B.8.10



Hình B.8.11

ra độ cao tối thiểu của h : $h_{\min} = \frac{5}{2} R$

2) Nếu cắt bỏ cung CD thì vật rời máng ở C và chuyển động như một vật ném xiên góc φ với vận tốc ban đầu v tính theo (2) :

$$v^2 = 2gR \left(\frac{h}{R} - 1 - \cos\varphi \right) \quad (4)$$

a) Lấy hai trục tọa độ như trong hình H.B.8.11, phương trình chuyển động của vật là :

$$x = v \cos\varphi \cdot t ; y = -\frac{gt^2}{2} + v \sin\varphi \cdot t$$

Quỹ đạo là một parabol. Vật sẽ lại đi vào máng (quỹ đạo 1) nếu tầm xa của vật ném xiên đúng bằng dây cung CD nghĩa là :

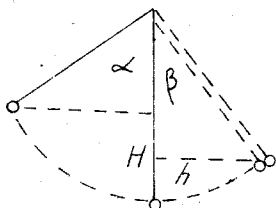
$$\frac{v^2 \sin 2\varphi}{g} = 2R \sin\varphi$$

Suy ra $v^2 = \frac{gR}{\cos\varphi}$ (5) Đưa vào (4) ta tính được

$$h_0 = R \left(1 + \cos\varphi + \frac{1}{2\cos\varphi} \right)$$

Để chắc chắn rằng vật không rời máng trước khi tới C, ta phải kiểm tra rằng ở C phản lực $N \geq 0$. Đưa giá trị (5) vào (1) ta được :

$$N = mg \left(\frac{1}{\cos\varphi} - \cos\varphi \right) > 0 \text{ vì } 0 < \varphi < \pi/2$$



Hình B.8.12

b) Nếu $h < h_0$ thì vận tốc ở C nhỏ hơn giá trị tính từ (5) quỹ đạo là parabol 2 nằm trong vòng trên.

Nếu $h > h_0$ thì quỹ đạo là parabol 3 nằm ngoài vòng tròn.

8.4. Treo hai hòn bi vào đỉnh (dây dài bằng nhau, chiều dài l). Kéo bi thép cho lệch một góc α rồi thả cho nó đến va chạm vào bi đất sét, hai hòn bi dính vào nhau (va chạm mềm) và quay một góc tối đa là β . Ta đo các góc α và β (H.B.8.12)

Gọi v và u là vận tốc của bi thép ngay trước va chạm và vận tốc của cả hai hòn bi ngay sau va chạm. Định luật bảo toàn động lượng cho ta : $Mv = (M + m) u$ (1)

Lấy vị trí ban đầu của bi đất sét làm mốc độ cao và gọi H , h là các độ cao của bi thép lúc ban đầu và của hai bi lúc cuối, định luật bảo toàn cơ năng cho ta :

$$MgH = \frac{Mv^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{2gH} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)} = 2\sqrt{gl} \sin \alpha/2$$

$$\frac{(M+m)u^2}{2} = (M + m) gh \rightarrow u = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl(1 - \cos\beta)} = 2\sqrt{gl} \sin\beta/2$$

$$v - u = 2\sqrt{gl} (\sin\alpha/2 - \sin\beta/2)$$

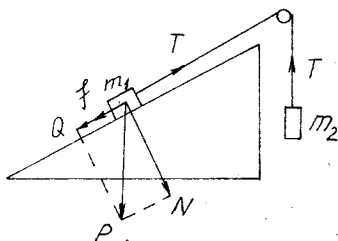
$$(1) \text{ cho ta } m = \frac{M(v-u)}{u} = \frac{M(\sin \alpha/2 - \sin \beta/2)}{\sin \beta/2}$$

$$\text{Động năng bị mất là : } \Delta K = \frac{Mv^2}{2} - \frac{(M+m)u^2}{2}$$

$$\Delta K = 2gl \left[M \sin^2 \frac{\alpha}{2} - (M+m) \sin^2 \frac{\beta}{2} \right]$$

$$K = \frac{Mv^2}{2} \text{ Vậy tỉ số cơ năng biến thành nhiệt là :}$$

$$\frac{\Delta K}{K} = 1 - \frac{M+m}{M} \frac{u^2}{v^2} = 1 - \frac{M+m}{M} \left(\frac{\sin\beta/2}{\sin\alpha/2} \right)^2$$



Hình B.8.13

8.5. 1) Vật m_1 chịu lực ma sát :
(H.B.8.13)

$$f = k m_1 g \cos 30^\circ = 2N$$

m_2 tụt 1 mét thì m_1 lên cao 0,5m.

Độ giảm thế năng bằng

$$20 - 5 = 15 \text{ J}$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng độ giảm này đã chuyển thành động năng

$(m_1 + m_2) \frac{v^2}{2}$ của hệ, v là vận tốc lúc m_2 sắp chạm đất, và công của lực ma sát f di chuyển $1m$:

$$15 = 3 \frac{v^2}{2} + 2 ; \quad v^2 = 8,6 ; \quad v = 2,9 \text{ m/s}$$

2) m_2 chịu trọng lực m_2g và lực căng dây T ; m_1 chịu theo phương chuyển động lực căng T , lực ma sát f và thành phần trọng lực $Q = m_1g \sin 30^\circ = 5N$

Ta có các phương trình chuyển động :

$$m_2g - T = m_2a$$

$$T - Q - f = m_1a \quad a \text{ là gia tốc của } m_1 \text{ và } m_2$$

Hệ hai phương trình này cho phép ta tính hai ẩn số a và T :

$$a = 4,3 \text{ m/s}^2 ; T = 11,3 \text{ N}$$

Vì m_2 chuyển động nhanh dần đều từ nghỉ, từ độ cao h , với gia tốc a nên vận tốc ở cuối đoạn đường h là :

$$v = \sqrt{2ah} = 2,9 \text{ m/s} \text{ đúng như đã tìm được ở phần 1.}$$

8.6. Khi con tàu bay theo quỹ đạo tròn có bán kính R với vận tốc v thì năng lượng E của nó là tổng của động năng $\frac{mv^2}{2}$ và thế năng $-G \frac{mM}{R}$:

$$E = \frac{mv^2}{2} - G \frac{mM}{R} \quad (1)$$

Trong chuyển động tròn này lực hướng tâm $\frac{mv^2}{R}$ chính là lực hút vạn vật $G \frac{mM}{R^2}$. Ta suy ra $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$. Đưa vào (1) ta có

$$E = -G \frac{mM}{2R} \quad (2)$$

1) Ở độ cao h_1 , năng lượng $E_1 = -G \frac{mM}{2(r+h_1)}$

ở độ cao h_2 , năng lượng $E_2 = -G \frac{mM}{2(r+h_2)} > E_1$

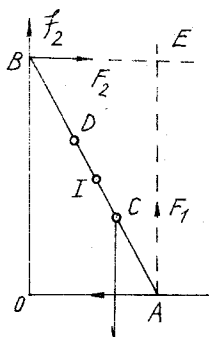
vì $h_2 > h_1$. Hiệu $E_2 - E_1$ bằng công A mà động cơ phải sinh ra. Thay bằng số ta tính được :

$$A = 4,4 \cdot 10^9 \text{ J}$$

2) $E < 0$ có nghĩa là con tàu còn bị Trái Đất hút (thế năng hấp dẫn trong (1) có giá trị tuyệt đối lớn hơn động năng), $E = 0$ có nghĩa là con tàu thoát khỏi sức hút của Trái Đất.

Hiển nhiên công A_{th} mà động cơ phải sinh bằng :

$$A_{th} = -E_1 = 1,7 \cdot 10^{10} \text{ J}$$



Hình B.8.14

8.7. 1) Không có ma sát thì các phản lực F_1 , F_2 ở A và B đều vuông góc với sàn và tường, và có hợp lực đặt ở E, không thể cân bằng với trọng lượng P thẳng đứng đặt ở C (H.B.8.14).

$$2) \text{ Có các lực ma sát } f_1 = k.F_1 \quad (1)$$

và $f_2 = kF_2$ (2) Các điều kiện cân bằng là :

$$P = F_1 + f_2 \quad (3) ; F_2 = f_1 \quad (4)$$

$$\frac{2}{3}Pl\cos\alpha + F_2l\sin\alpha - Fl\cos\alpha = 0 \quad (5)$$

(lấy mômen đối với O)

$$(5) \text{ cho } P = \frac{3}{2}(F_1 - F_2 \tan\alpha) = \frac{3}{2}F_2\left(\frac{1}{k} - \tan\alpha\right) \quad (6)$$

$$(1) - (4) \text{ cho } P = \frac{F_2}{k} + kF_2 \quad (7)$$

(6) và (7) cho phương trình bậc hai :

$$2k^2 + 3\tan\alpha \cdot k - 1 = 0 \quad (8)$$

$$\text{hay } 2k^2 + 3\sqrt{3}k - 1 = 0 \quad (9)$$

$$\text{Lấy nghiệm dương ta có : } k_{\min} = \frac{-3\sqrt{3} + \sqrt{35}}{4} = 0,18$$

3) a) Kết quả trên đây không phụ thuộc giá trị của P nên nếu có người đứng ở C thì coi như P tăng, thang vẫn không trượt.

b) Người ở D, khối tâm chung là trung điểm I

Phương trình mômen (5) phải thay bằng :

$$\frac{1}{2} P' \cos \alpha + F_2 \sin \alpha - F_1 \cos \alpha = 0 \quad (10)$$

với $P' = 2P$; (3) thay bằng $P' = F_1 + f_2$ (11).

Các phương trình (1), (2) và (4) không đổi.

$$(10) \text{ Cho ta : } P' = 2F_2 \left(\frac{1}{k} - \tan \alpha \right) \quad (12)$$

Kết hợp với (11) ta có phương trình bậc hai : $k^2 + 2 \tan \alpha \cdot k - 1 = 0$

$$\text{hay : } k^2 + 2\sqrt{3} k - 1 = 0 \quad (13)$$

Nghiệm dương cho ta :

$$k = -\sqrt{3} + 2 = 0,27$$

$k > k_{\min}$ nên thang trượt.

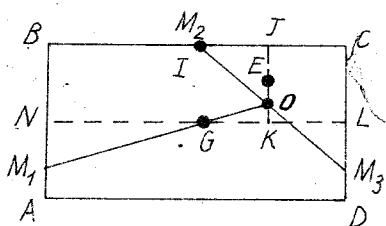
4) Trở lại phương trình (8) khi không có người, ta có nghiệm :

$$k_{\min} = \frac{-3 \tan \alpha + \sqrt{9 \tan^2 \alpha + 8}}{4}$$

Đặt $\tan \alpha = x$, $y = 4k_{\min}$, ta có hàm số :

$y = -3x + \sqrt{9x^2 + 8}$. Đạo hàm $y' < 0$ nên y nghịch biến, nghĩa là α giảm thì $k_{\min}$ tăng. Với $\alpha = 45^\circ$, $\tan \alpha = 1$

$$k_{\min} = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4} = 0,28 > 0,18$$



Hình B.8.15

8.8. Vẽ đường thẳng M_1G (H.B.8.15). Hợp lực của hai người M_2, M_3 phải đặt ở O với

$$GO = \frac{1}{2} GM_1$$

Quỹ tích của O khi M_1 di chuyển là trung tuyến của IC, I là trung điểm của BC. Vẽ qua O đường thẳng cắt BC và CD ở hai điểm, ta thấy muốn cho hai điểm này

cách đều O thì M_2 phải ở I. Còn vị trí M_3 phụ thuộc d, khi M_1 ở A (d = 0) thì M_3 ở trung điểm L của CD ; Khi $AM_1 = d$ thì $OE = \frac{d}{2}$, E là trung điểm của JK và $LM_3 = d$.

Khi M_1 ở trung điểm N của AB thì M_3 ở D.

M_1 ở quá N thì không có lời giải.

8.9. 1) a) Lực căng dây ở A :

$$T_A = mg \cos 30^\circ = 0,866N \text{ (H.B.8.16)}$$

b) Ở các vị trí khác lực căng dây bằng thành phần pháp tuyến của trọng lực cộng với lực quán tính li tâm $Q = \frac{mv^2}{R}$. Vậy T là cực đại ở B. Ta dùng định luật bảo toàn cơ năng để, tính vận tốc ở B :

$$v^2 = 2gh = 2gR (1 - \cos 30^\circ) = 2,68 \left(\frac{m}{s}\right)^2,$$

$$Q = 0,27 \text{ N}$$

$$T_B = 1 + 0,27 = 1,27 \text{ N}$$

$$c) T = 2\pi\sqrt{R/g} \approx 2s$$

2) a) Trong hệ quy chiếu toạ tàu, mọi vật có thêm lực quán tính - ma, ngoài trọng lực mg.

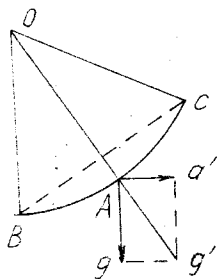
Có thể coi là bây giờ ta có gia tốc trọng trường hiệu dụng $\vec{g} = \vec{g} + \vec{a}$,

$$\vec{a} = -\vec{a} \text{ và } a' = g \tan 30^\circ = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ m/s}^2$$

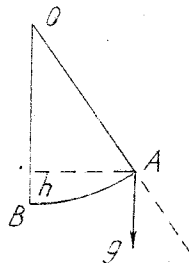
Đường "thẳng đứng" mới bây giờ nghiêng 30° so với đường bình thường. (H.B.8.17)

b) Con lắc dao động quanh A là vị trí cân bằng mới, C và B là hai điểm biên mới.

c) Lực căng dây ở C là thành phần pháp tuyến của trọng lực hiệu dụng mg' (H.B.8.17)



Hình B.8.17



Hình B.8.16

$$g' = 2a' = \frac{20}{\sqrt{3}} = 11,55 \text{ m/s}^2$$

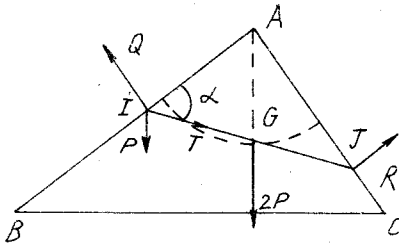
$$T_c = mg' \cos 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 \text{ N}$$

d) Lực căng dây là cực đại ở A, ngoài mg' còn có thêm lực quán tính li tâm $Q' = \frac{mv^2}{R}$ với $v^2 = 2g'h = 3,1 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$

$$Q' = 0,3 \text{ N}$$

$$T_A = 1,15 + 0,3 = 1,45 \text{ N}$$

$$\text{e) } T' = 2\pi\sqrt{R/g'} = 1,85 \text{ s}$$



Hình B.8.18

8.10. 1) a) Trung điểm G của IJ là khối tâm vì

$$P_1 = P_2 = P \text{ (H.B.8.18)}$$

$$GA = \frac{1}{2} IJ \text{ nên G có quỹ}$$

tích là đường tròn tâm A. Ta có cân bằng bền khi G ở vị trí thấp nhất là điểm tiếp xúc của đường tròn với tiếp tuyến nằm ngang. Khi ấy AG vuông góc với BC và $\widehat{GAC} = 30^\circ$. Tam giác cân IGA cho ta $\alpha = \widehat{BAG} = 60^\circ$.

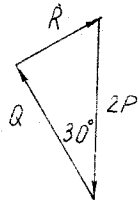
Hai phản lực Q, R vuông góc với nhau IJ cân bằng có nghĩa là các lực 2P, Q và R tạo thành tam giác (vuông góc) (H.B.8.19) Ta suy ra :

$$Q = 2P \cos 30^\circ = 173,2 \text{ N} ;$$

$$R = 2P \sin 30^\circ = 100 \text{ N}$$

Để tính lực căng thanh T, ta xét cân bằng của điểm I, nó chịu các lực P, Q và T (H.B.8.18)

$$T = P = 100 \text{ N}$$



Hình B.8.19

b) Trường hợp $P_2 = 3P_1$
(H.B.8.20)

I chịu các lực P_1 , Q và T ; chiếu xuống Ax ta có lực làm I dịch chuyển :

$$F_x = P_1 \sin 30^\circ - T \cos \alpha$$

J chịu các lực $3P_1$, R và T , chiếu xuống Ay , ta có lực làm J dịch chuyển :

$$F_y = 3P_1 \sin 60^\circ = T \sin \alpha$$

Điều kiện cân bằng là : $F_x = F_y = 0$ hay

$$P_1 \sin 30^\circ - T \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

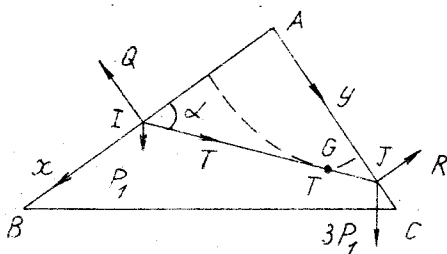
$$3P_1 \sin 60^\circ - T \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

Ta suy ra $\tan \alpha = 3 \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = 3\sqrt{3}$

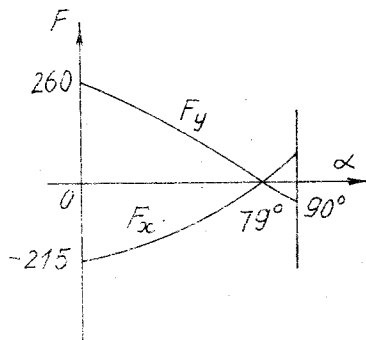
$$\alpha = 79^\circ \text{ và } T = \frac{P_1 \sin 30^\circ}{\cos \alpha} = 265 \text{ N}$$

Ở cân bằng có nghĩa là các lực $4P_1$ và Q , R tạo thành tam giác (vuông góc) Ta suy ra :

$$Q = 4P_1 \cos 30^\circ = 346,4 \text{ N} ; R = 4P_1 \sin 30^\circ = 200 \text{ N}$$



Hình B.8.20



Hình B.8.21

2) Ta vẽ các đường cong biểu diễn $F_x = 50 - 265 \cos \alpha$ và $F_y = 260 - 265 \sin \alpha$ (H.B.8.21)

Hai đường cắt trục $O\alpha$ ở điểm $\alpha = 79^\circ$ ứng với cân bằng. Ta thấy rằng nếu α tăng thì F_x dương tức là kéo I về phía B, còn F_y âm tức là kéo J về phía A, cả hai đều kéo thanh về vị trí cũ, cân bằng là bền.

Chú ý : Quỹ đạo khối tâm G là elip có các bán trục trên AB và AC bằng $1/4$ và $3/4$, l là chiều dài IJ. Cân bằng bền cũng ứng với G ở điểm thấp nhất của elip này.

8.11. 1) Nếu H tương đối lớn thì vật không tới được đỉnh nêm mà cao nhất là tới độ cao h , lúc đó vật và nêm có cùng vận tốc v . Định luật bảo toàn cơ năng cho ta phương trình :

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + (M + m) \frac{v^2}{2} \quad (1)$$

Mặt khác ta có định luật bảo toàn động lượng :

$$mv_0 = (M + m) v \quad (2)$$

$$\text{Suy ra } h = \frac{Mv_0^2}{2g(M+m)} = 1,04 \text{ m}$$

$$\text{và } v = \frac{5}{6} \text{ m/s}$$

a) Nếu $H = 1$ m thì vật tới được đỉnh và trượt xuống, đồng thời hãm nêm và cuối cùng vượt lên trước. Gọi v_1 và v_2 là các vận tốc cuối cùng của vật và nêm ta có các phương trình :

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2} \quad (3)$$

$$mv_0 = mv_1 + Mv_2 \quad (4)$$

$$v_2 = \frac{m(v_0 - v_1)}{M}. \text{ Thế vào (3), ta có phương trình bậc hai để tìm } v_1 :$$

$$v_1^2 (M + m) - 2mv_0v_1 - (M - m)v_0^2 = 0$$

$$v_1 = v_0 \text{ hoặc } -\frac{(M-m)v_0}{M+m} \quad (5) \text{ Ta chọn } v_1 = v_0 \text{ và } v_2 = 0.$$

b) Nếu $H = 1,2$ m thì vật tới độ cao $1,04$ m thì tụt xuống, đẩy nêm đi nhanh hơn, $v_2 > v_1$.

Ta vẫn có các phương trình (3) và (4) nhưng trong hai nghiệm (5) ta phải lấy nghiệm âm :

$$v_1 = - \frac{(M - m)v_0}{M + m} = - 3,3 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \frac{2mv_0}{M + m} = 1,67 \text{ m/s}$$

2) Trường hợp giới hạn thì vật tới đỉnh và cùng chuyển động với nêm. Định luật bảo toàn cơ năng cho ta :

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH + (M + m) \frac{v^2}{2}$$

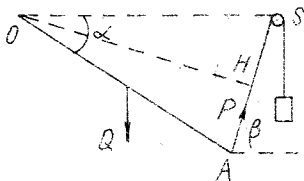
Định luật bảo toàn động lượng vẫn là (2)

$$\text{Suy ra : } v_{\min} = \sqrt{\frac{2gH(M+m)}{M}} = 5,37 \text{ m/s}$$

Nếu $v_0 > v_{\min}$ thì vật vượt qua nêm.

8.12. a) Góc mà dây AS làm với đường nằm ngang là $\beta = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

Cân bằng của thanh phụ thuộc vào mômen của Q đặt ở trung điểm OA và mômen của lực căng dây P đặt ở A (có cánh tay đòn $OH = l \cos \frac{\alpha}{2}$)



$$M(Q) = Q \frac{l}{2} \cos \alpha ; M(P) = -Pl \cos \frac{\alpha}{2}$$

Cân bằng ứng với :

$$Q \frac{1}{2} \cos \alpha - Pl \cos \frac{\alpha}{2} = 0$$

$$P = 1, Q = 2\sqrt{3} ; \text{Đặt } \cos \frac{\alpha}{2} = x,$$

ta có :

$$2\sqrt{3} x^2 - x - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{Ta chỉ lấy nghiệm dương : } x = \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

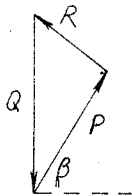
$$\alpha = 60^\circ, \beta = 60^\circ$$

Phản lực R của chốt O tạo với Q và P thành tam giác có hai cạnh $Q = 2\sqrt{3}$, $P = 1$ và góc ở giữa bằng 30° (H.B.8.23)

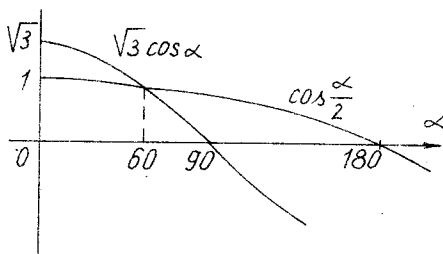
Ta suy ra : $R_x = F \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$R_y = Q - P \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$R = \sqrt{7} \text{ N}$



Hình B.8.23



Hình B.8.24

b) Ta vẽ hai đường cong $M(Q) = \sqrt{3} \cos \alpha$ và $M'(P) = \cos \frac{\alpha}{2}$

(Lấy $l = 1$) (H.B.8.24)

Hai đường này cắt nhau ở $\alpha = 60^\circ$ ứng với cân bằng. Ta thấy rằng nếu α tăng $M'(P)$ giảm chậm hơn $M(Q)$ nên lực P sẽ kéo thanh trở về vị trí cũ. Cân bằng là bền.

8.13. 1) Các định luật bảo toàn hình chiếu của động lượng và bảo toàn cơ năng cho ta các phương trình :

$$mv_0 = 2mv_x \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = mv_x^2 + \frac{1}{2} mv_y^2 + mgR \quad (2)$$

$$\text{Suy ra } v_x = \frac{v_0}{2}; v_y = \sqrt{\frac{v_0^2}{2} - 2gR} \quad (3)$$

Điều kiện để mẩu sắt vượt quá B là :

có v_y , tức là $v_0 > 2\sqrt{gR}$

2) Sau khi mẩu sắt rời gỗ thì gỗ chuyển động đều với vận tốc v_x , còn sắt thì có vận tốc xiên góc đối với bàn nên có quỹ đạo parabol. Nhưng sắt có vận tốc chuyển động ngang đúng bằng vận tốc v_x của miếng B.

3) Khi trở về độ cao R thì sắt lại tiếp xúc với gỗ ở điểm B, nó tụt xuống theo BA và đẩy gỗ đi nhanh hơn, cuối cùng nó rời gỗ và có vận tốc v_1 , gỗ có vận tốc v_2 .

Ta có các phương trình :

$$mv_0 = m(v_1 + v_2) ; \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m}{2} (v_1^2 + v_2^2)$$

Khử v_2 ta có $v_1^2 - v_1 \cdot v_0 = 0 ; v_1 = 0$ hoặc v_0

Hiển nhiên ta phải chọn $v_1 = 0$, do đó $v_2 = v_0$. Hiện tượng giống như va chạm đàn hồi của hai vật cùng khối lượng, vật có vận tốc v_0 va chạm vào vật đứng yên và truyền toàn bộ động lượng và động năng cho vật ấy.

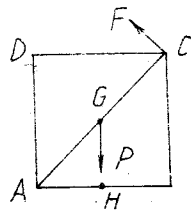
4) (3) Cho ta $v_y^2 = 10$. Mẩu sắt được ném lên cao với vận tốc thẳng đứng v_y sẽ đạt độ cao h tính theo : $2gh = v_y^2$.

Ta suy ra : $h = 0,5$ m, nếu tính độ cao từ mặt bàn thì $H = 0,625$ m

8.14. 1) Trọng lực P đặt ở G trung điểm đường chéo AC (H.B.8.25) Phải đặt lực F vào C vuông góc với AC , để F có mômen cực đại đối với A :

$$P \cdot AH = F \cdot AC, HA = a/2$$

$$F = \frac{mg}{2\sqrt{2}} = 354 \text{ N}$$



2) Áp lực của gỗ lên đất Q bằng P trừ đi thành phần thẳng đứng của F :

Hình B.8.25

$$Q = P = F \cos 45^\circ = 750 \text{ N}$$

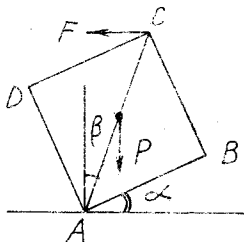
Lực ma sát : $F_{ms} = k Q = 225 \text{ N}$, bé hơn thành phần nằm ngang của F , $F_x = 250 \text{ N}$. Vậy gỗ sẽ trượt sang trái.

3) a) $\alpha < 45^\circ$; $\beta = 45^\circ - \alpha$

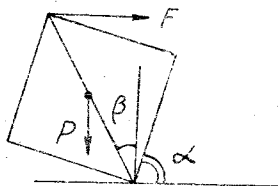
Muốn gỗ quay rất chậm thì các mômen của P và F đối với A phải có độ lớn bằng nhau (H.B.8.26)

$$P a \frac{\sqrt{2}}{2} \sin (45^\circ - \alpha) = F a \sqrt{2} \cos (45^\circ - \alpha)$$

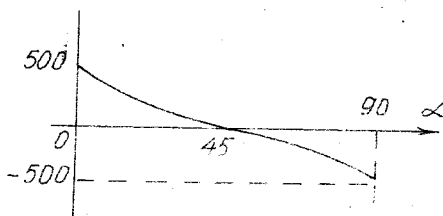
$$F = \frac{P}{2} \operatorname{tg} (45^\circ - \alpha) = 500 \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha) \quad (1)$$



Hình B.8.26



Hình B.8.27



Hình B.8.28

b) $\alpha > 45^\circ$. Để tránh cho gỗ khỏi đổ nhào ta phải đổi chiều F (H.B.8.27). Bây giờ :

$$\beta = \alpha - 45^\circ ;$$

$$F = 500 \operatorname{tg}(\alpha - 45^\circ) \quad (2)$$

Lấy chiều dương sang trái thì có thể gộp (1) và (2) thành :

$$F = 500 \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha).$$

Đường cong biểu diễn $F = f(\alpha)$ vẽ trong hình B.8.28.

8.15. Lấy mốc tính độ cao ở A. Ở A lực đàn hồi $T = k\Delta l$ (1) và trọng lực $P = mg$ gây ra lực hướng tâm F : $F = T - mg$

Vì dây dài nhất ở A nên bán kính chính khúc ở A là $AO = l + \Delta l$

$$F = \frac{mv^2}{l + \Delta l} = T - mg \quad (2)$$

Định luật bảo toàn cơ năng cho ta :

$$mg(1 + \Delta l) = \frac{mv^2}{2} + k \frac{(\Delta l)^2}{2} \quad (3)$$

Số hạng cuối cùng là thế năng đàn hồi.

Ta có 3 phương trình để tính Δl , T và v . (2) và (1) cho ta :

$$mv^2 = (1 + \Delta l) (k \Delta l - mg) \quad (4)$$

Biến đổi (3) $mv^2 = 2 mg(1 + \Delta l) - k(\Delta l)^2$ (5) (4) và (5)

cho ta phương trình bậc hai để tính Δl

$$2k(\Delta l)^2 + (kl - 3mg)\Delta l - 3mgl = 0$$

$$\text{hay} \quad 20(\Delta l)^2 + 7\Delta l - 3 = 0$$

$$\text{Lấy nghiệm dương } \Delta l = \frac{-7+17}{40} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ m}$$

$$T = k\Delta l = 2,5 \text{ N}$$

$$(2) \text{ cho } v^2 = 18,75 \rightarrow v = 4,3 \text{ m/s}$$

8.16. 1) Gọi v và u lần lượt là vận tốc của đạn và của hộp có đạn ngay sau va chạm. Định luật bảo toàn động lượng cho là :

$$mv = (M + m)u$$

Động năng của hộp có đạn biến thành thế năng ở độ cao h :

$$(M + m) \frac{u^2}{2} = (M + m)gh = (M + m)gl(1 - \cos \alpha)$$

$$u^2 = 4gl \sin^2 \frac{\alpha}{2} : u = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

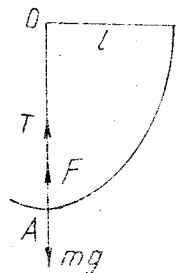
$$v = \frac{M+m}{m} u = 2 \frac{M+m}{m} \sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (2)$$

2) Sau va chạm hộp có đạn chịu lực hướng tâm :

$$F = (M + m) \frac{v^2}{l} = 4g(M + m) \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

Lực này là tổng vector của lực căng dây treo R_0 và trọng lực $P = (M + m)g$

$$F = R_0 - P \text{ Vậy } R_0 = F + P = (M + m) \left(1 + 4\sin^2 \frac{\alpha}{2}\right) g$$



Hình B.8.29

khí hộp tới vị trí cao nhất (vận tốc triệt tiêu) thì lực căng R chỉ còn bằng hình chiếu của trọng lực P xuống dây :

$$R = (M + m) g \cos \alpha < R_0$$

3) Toàn bộ nhiệt tỏa ra bằng động năng bị mất :

$$Q = \frac{mv^2}{2} - (M + m) \frac{u^2}{2}$$

Dùng (1) và (2) ta có :

$$Q = 2gl \frac{M(M+m)}{m} \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

a) Gọi Q_d và Q_h là các nhiệt lượng mà đạn và hộp thu được, ta có $Q_d + Q_h = Q$

$$\frac{Q_h}{m} = \frac{Q_d}{M} = \frac{Q}{M+m} \quad \text{Vậy } Q_d = 2gl \frac{M^2}{m} \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

b) Nếu chì chỉ nóng lên tới nhiệt độ $T < T_n$ thì

$$Q_d = mc (T - T_0) \quad (4)$$

Nếu $T > T_n$ thì $Q_d = mc (T - T_0) + \lambda m$

Nếu $\alpha = 0,2 \text{ rad}$ thì $\sin \frac{\alpha}{2} \approx 0,1$

$Q_d = 1000 \text{ J}$. Đưa $m = 0,1 \text{ kg}$ chì từ $T_0 = 300 \text{ K}$ lên $T_n = 600 \text{ K}$ cần $(T_n - T_0) mc = 3750 \text{ J}$

Vậy trường hợp này đạn không nóng chảy mà chỉ nóng lên đến nhiệt độ T xác định bởi (4)

$$T = 380 \text{ K}$$

Nếu $\alpha = 24^\circ$, $\sin 12^\circ = 0,208$

$Q_d = 4300 \text{ J}$. Trong số nhiệt lượng này thì 3750 J dùng để đưa đạn lên nhiệt độ nóng chảy 600 K , còn lại 550 J làm nóng chảy một phần của đạn có khối lượng :

$$m' = \frac{550}{25000} = 0,022 \text{ kg} ; \quad \frac{m'}{m} = 22\%$$

Vậy đạn ở nhiệt độ nóng chảy, 22% là lỏng, 78% vẫn rắn.

8.17. 1) Các phần lực Q , R ở N và M đều vuông góc với OU , OV và cùng với trọng lực P tạo thành tam giác (H.B.8.30) có các góc bằng u và v . Ta có :

$$\frac{Q}{\sin v} = \frac{P}{\sin(u+v)} \quad (1)$$

Mặt khác lấy mômen đối với M ta có :

$$P_1 \cos \alpha = Q_2 \cos (\alpha - \alpha) \quad (2)$$

$$21 = MN$$

Hai phương trình (1) và (2) cho phép tính hai ẩn số α và Q :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} v} - \frac{1}{\operatorname{tg} u} \right) \quad (3); \quad Q = P \frac{\sin v}{\sin(u+v)} \quad (4)$$

Nếu $u > v$ thì $\alpha > 0$, đầu M thấp hơn đầu N ; nếu $u < v$ thì ngược lại.

2) $u = 45^\circ$; $v = 30^\circ$; $\operatorname{tg} \alpha = 0,366$; $\alpha = 20^\circ$

Cân bằng của MN phụ thuộc vào sự so sánh giữa hai mômen ngược chiều nhau của P và Q

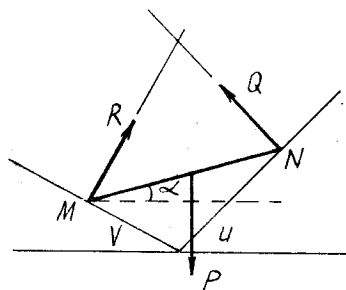
$$f(\alpha) = P \cos \alpha ; g(\alpha) = \frac{2Pl \sin v}{\sin(u+v)} \cos(u - \alpha)$$

Với $\sin v = 0,5$,

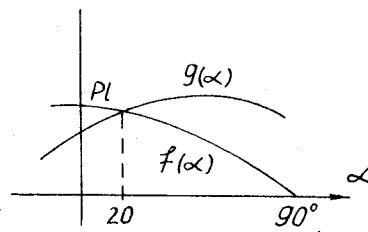
$$\sin(u+v) = \sin 75^\circ = 0,966$$

$$\text{thì } g(\alpha) = 1,04 \text{ Pl } \cos (45^\circ - \alpha)$$

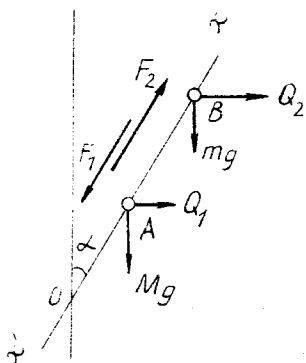
Vẽ các đường biểu diễn $f(\alpha)$ và $g(\alpha)$ ta thấy chúng cắt nhau ở $\alpha = 20^\circ$ ứng với cân bằng và α tăng thì $f(\alpha)$ giảm, $g(\alpha)$ tăng, làm cho α càng tăng. Cân bằng là không bền (H.B.8.31)



Hình B.8.30



Hình B.8.31



Hình B.8.32

8.18. a) Trường hợp cả A và B đều ở trên O.

1) Lấy hệ quy chiếu gắn với ống quay, các hòn bi chịu thêm lực quán tính li tâm.

$$Q_1 = M\omega^2 (x - l) \sin\alpha$$

$$Q_2 = m\omega^2 x \sin\alpha$$

Nếu ta chiếu các lực tác dụng lên AB xuống x'x thì hình chiếu các phản lực bằng không vì không có ma sát. Gọi F_1 là tổng các hình chiếu hướng về O và F_2 là tổng các hình chiếu hướng ra xa O, ta có (H.B.8.32) :

$$F_1 = (M + m) g \cos\alpha ; F_2 = [mx + M(x - l)] \omega^2 \sin^2\alpha$$

Cân bằng ứng với $F_1 = F_2$. Suy ra :

$$x = \frac{Ml}{M+m} + \frac{g \cos\alpha}{\omega^2 \sin^2\alpha} \quad (1)$$

2) Điều kiện cần có là $x > l$, dẫn tới điều kiện ống không được quay nhanh quá, $\omega < \omega_0$

$$\text{với} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sin\alpha} \sqrt{\frac{(M+m) g \cos\alpha}{ml}} \quad (2)$$

3) Nếu $\omega > \omega_0$ thì $F_2 > F_1$ AB bật về phía x

Nếu x tăng thì F_1 không đổi, F_2 tăng, AB cùng đi về phía x, cân bằng là không bền.

4) Hòn bi B đứng cân bằng dưới tác dụng của $P_1 = mg$, Q_2 , lực căng T và phản lực R_2 của ống. Chiếu xuống x'x ta có :

$$T + mg \cos\alpha = Q_2 \sin\alpha = m \omega^2 x \sin^2\alpha$$

Thay x bằng (1) ta tính được :

$$T = \frac{Mm}{M+m} \omega^2 \sin^2\alpha \quad (3)$$

A trùng với O, $x = l$; chỉ có cân bằng nếu $\omega = \omega_0$, cân bằng không bền, lực căng thành :

$$T = Mg \cos \alpha$$

A ở dưới O, B ở trên (H.B.8.33). Ta có :

$$F_1 = (M + m)g \cos \alpha + M(l - x)\omega^2 \sin^2 \alpha$$

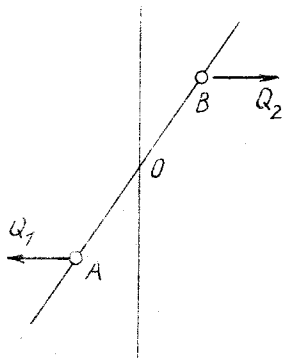
$$F_2 = m\omega^2 x \sin^2 \alpha$$

Điều kiện cân bằng $F_1 = F_2$ cho ta x như (1). Nhưng điều kiện $x < l$ dẫn tới điều kiện ống phải quay đủ nhanh $\omega > \omega_0$, ω_0 vẫn bằng (2)

Tăng x thì Q_2 tăng Q_1 giảm, làm F_2 tăng, F_1 giảm, AB bị bật về phía x.

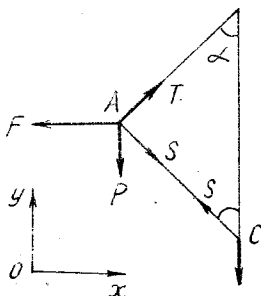
Lực căng thanh vẫn có biểu thức (3)

Cả A và B đều ở dưới O, không thể có cân bằng vì các trọng lực và lực quán tính li tâm đều có khuynh hướng kéo AB về phía x'.



Hình B.8.33

8.19. 1) Nếu vận tốc góc ω tăng thì các lực quán tính li tâm tác dụng lên A và B tăng (vì chúng tỉ lệ với ω^2) ; A và B ra xa trục, kéo C lên cao làm đóng bớt van nạp nhiên liệu nên động cơ chạy chậm hơn. Nếu ω giảm thì ngược lại, van được mở thêm. Thực tế ω được giữ không đổi.



Hình B.8.34

2) Lấy hệ quy chiếu gắn với các quả cầu. Quả cầu A chịu trọng lực $P = mg$, lực quán tính li tâm $F = m\omega^2 l \sin \alpha$, các lực căng S và T (H.B.8.34).

Chiếu xuống hai trục Ox nằm ngang và Oy đứng thẳng, ta có các phương trình diễn tả sự đứng yên của A :

$$-m\omega^2 l \sin \alpha + T \sin \alpha + S \sin \alpha = 0 \quad (1)$$

$$-mg + T \cos \alpha - S \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

Phương trình diễn tả sự đứng yên của C là :

$$2S \cos \alpha - m_1 g = 0 \quad (3)$$

Khử T giữa (1) và (2) ta có :

$$-m\omega^2 l \cos \alpha + 2S \cos \alpha + mg = 0 \quad (4)$$

$$\text{Dùng (3) ta đi tới } \cos \alpha = \frac{(m + m_1)g}{ml\omega^2} \quad (5)$$

$$\text{Với điều kiện } (m + m_1)g < ml\omega^2 \quad (6)$$

$$3) \quad S = \frac{m_1 g}{2 \cos \alpha} = \frac{mm_1 l \omega^2}{M(m + m_1)} \quad (7)$$

$$T = S + \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{(2m + m_1) ml \omega^2}{2(m + m_1)} > S \quad (8)$$

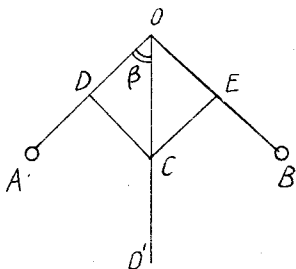
4) Điều kiện (6) cho ta $\omega_{\min}$:

$$\omega_{\min} = \sqrt{\frac{(m + m_1)g}{ml}} \quad (9)$$

$$5) \quad \omega = 90 \text{ vòng/phút} = 9,42 \text{ rad/s}$$

$$\text{Điều kiện (6) cho } m_1 < \frac{ml\omega^2}{g} - m$$

$$\text{hay } m_1 < 0,07 \text{ kg}$$



Hình B.8.35

6) Nếu S' là lực căng thanh CD thì so với S của trường hợp thanh nối với A, $S' = 2S$ vì trong sự quay của A quanh O, S' có cánh tay đòn chỉ bằng một nửa so với S . Ta phải thay S bằng $\frac{S'}{2}$ trong các phương trình (1) (2) và (4) Riêng (3) vẫn có dạng cũ :

$$2S' \cos \beta - m_1 g = 0 \quad (10)$$

$$(4) \text{ thay bằng : } -ml\omega^2 \cos \beta + S' \cos \beta + mg = 0 \quad (11)$$

a) Ta suy ra :
$$\cos\beta = \frac{\left(m + \frac{m_1}{2}\right) g}{ml\omega^2} \quad (12)$$

$$S' = \frac{m_1 g}{2\cos\beta} = \frac{m m_1 l \omega^2}{2m + m_1}$$

b) Điều kiện $\cos\beta < 1$ cho $\omega'_{\min} = \sqrt{\frac{(m + 0,5m_1) g}{ml}}$ bé hơn $\omega_{\min}$ ở (9)

Vì $m + m_1 > m + 0,5 m_1$ nên $\cos\alpha > \cos\beta \longrightarrow \alpha < \beta$

Vậy máy điều chỉnh theo sơ đồ 2 nhạy hơn máy theo sơ đồ 1, nó hoạt động sớm hơn và khi hoạt động thì có góc mở β lớn hơn.

MỤC LỤC

	Trang	
	A. Đề bài	B. Hd. giải
I - Động học	5	51
II - Động lực học	10	65
III - Tĩnh học	18	82
IV - Các định luật bảo toàn. Công và công suất	24	94
V - Vận vật hấp dẫn	31	114
VI - Dao động và sóng	33	118
VII - Vật rắn và cơ hệ	37	128
VIII - Đề cơ học ở kì thi quốc gia	41	138

BÀI TẬP CƠ HỌC

Mã số : 8H574T8

In 5.000 bản, khổ 14,3 x 20,3

Tại Xí nghiệp in Đường sắt Hà Nội

Số in : 460 - Số XB : 734 264-98

In xong và nộp lưu chiểu tháng 10
năm 1998

Giá : 6.600đ