

(Hướng dẫn chấm có 05 trang)

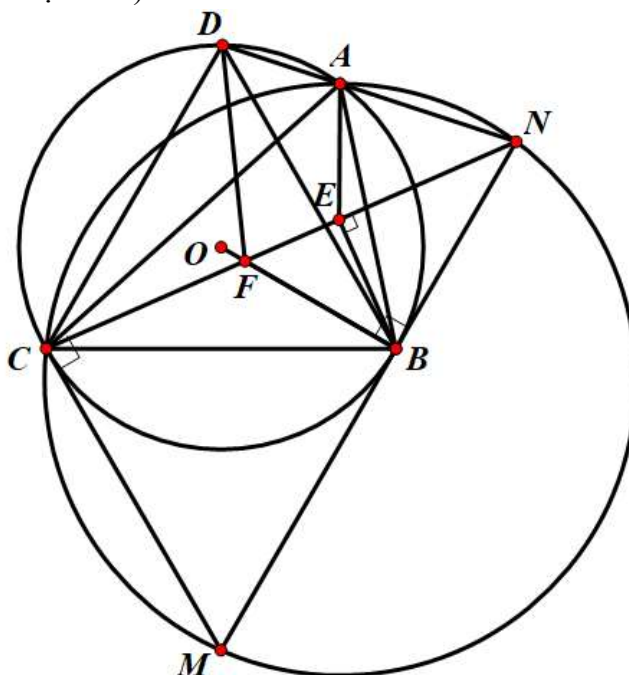
* **Lưu ý:**

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong hướng dẫn chấm nhưng đúng thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Cho biểu thức $A = \left(\frac{2x}{x-9} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \right) : \left(\frac{7-\sqrt{x}}{x-3\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0, x \neq 9$. Rút gọn biểu thức A và tìm tất cả các giá trị của x để $A = 2$.	1,5
	$A = \frac{2x - \sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} : \frac{7 - \sqrt{x} + 2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}$	0,25
	$= \frac{x + 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
	Kết quả $A = \frac{x}{\sqrt{x} + 1}$.	0,25
	$A = 2 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x} + 1} = 2 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{x} + 2$	0,25
	$\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 = 3 \Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - 1 = \sqrt{3} \\ \sqrt{x} - 1 = -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 1 + \sqrt{3} \\ \sqrt{x} = 1 - \sqrt{3} \end{cases}$	0,25
	Loại $\sqrt{x} = 1 - \sqrt{3}$. Giải được $x = 4 + 2\sqrt{3}$ (nhận). Vậy giá trị của x cần tìm là: $x = 4 + 2\sqrt{3}$.	0,25
Câu 2	Cho tổng $S = (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2, n \in \mathbb{N}^*$. a) Chứng minh S là số tự nhiên chẵn với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm tất cả các giá trị của n để $S + 10$ là số chính phương.	1,0
	$S = (n^2 - 2n + 1) + n^2 + (n^2 + 2n + 1) + (n^2 + 4n + 4) = 4n^2 + 4n + 6$ Do đó S là một số tự nhiên chẵn.	0,5
	Ta có: $S + 10 = 4n^2 + 4n + 16$. Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ ta có: $4n^2 + 4n + 1 < 4n^2 + 4n + 16 < 4n^2 + 12n + 9$ hay: $(2n+1)^2 < S + 10 < (2n+3)^2$.	0,25

	$S + 10$ là số chính phương $\Rightarrow S + 10 = (2n + 2)^2$ $\Leftrightarrow 4n^2 + 4n + 16 = 4n^2 + 8n + 4 \Leftrightarrow n = 3$ (nhận). Vậy $n = 3$.	0,25
	b) Chứng minh rằng nếu $\frac{S}{2}$ là số nguyên tố thì n chia cho 3 dư 1.	0,5
	Ta có: $S = 4n^2 + 4n + 6 \Rightarrow \frac{S}{2} = 2n(n+1) + 3$ là số tự nhiên lớn hơn 3. Nếu $n = 3k$ ($k \in \mathbb{N}^*$) thì $\frac{S}{2}$ chia hết cho 3 nên không phải số nguyên tố. (Loại)	0,25
	Nếu $n = 3k + 2$ ($k \in \mathbb{N}$) $\Rightarrow n + 1 = 3(k + 1)$ thì $\frac{S}{2}$ chia hết cho 3 nên không phải số nguyên tố. (Loại) Vậy nếu $\frac{S}{2}$ là số nguyên tố thì $n = 3k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$).	0,25
Câu 3	a) Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 3x} = x^2 + 3x - 2$.	0,75
	Điều kiện: $x^2 + 3x \geq 0$. Đặt $\sqrt{x^2 + 3x} = t, t \geq 0$. Ta có $x^2 + 3x - 2 = t^2 - 2$.	0,25
	Phương trình đã cho trở thành: $t = t^2 - 2 \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = 0$ Giải được $t = -1, t = 2$. Nhận $t = 2$, loại $t = -1$.	0,25
	Ta có phương trình: $\sqrt{x^2 + 3x} = 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x = 4 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$. Giải được 2 nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = -4$ (nhận). Tập nghiệm $\{1; -4\}$.	0,25
	b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - y^2 + 4x - 4y = 0 & (1) \\ x^2 - 2xy + 4 = 0 & (2) \end{cases}$	0,75
	$(1) \Leftrightarrow (x - y)(x + y) + 4(x - y) = 0 \Leftrightarrow (x - y)(x + y + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = -y - 4 \end{cases}$	0,25
	Với $x = y$ thay vào (2), ta được: $y^2 - 2y^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow y^2 = 4 \Leftrightarrow y = \pm 2$. Hai nghiệm $(x; y)$ là $(2; 2), (-2; -2)$.	0,25
	Với $x = -y - 4$ thay vào (2) ta được: $(-y - 4)^2 - 2(-y - 4)y + 4 = 0 \Leftrightarrow 3y^2 + 16y + 20 = 0$ Giải được $y = -2; y = -\frac{10}{3}$. Hai nghiệm $(x; y)$ là $(-2; -2), \left(-\frac{2}{3}; -\frac{10}{3}\right)$. Vậy hệ phương trình có ba nghiệm $(x; y)$ là $(2; 2), (-2; -2), \left(-\frac{2}{3}; -\frac{10}{3}\right)$.	0,25

Câu 4	Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $(d): y = mx + 2m$, (m là tham số, $m \neq 0$). Tìm tất cả các giá trị của m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 0 < x_2$ và $x_1^2 + x_2^2 = 5$.	1,0
	PT hoành độ giao điểm của (P) và $(d): 2x^2 = mx + 2m$ $\Leftrightarrow 2x^2 - mx - 2m = 0$ (1) (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 0 < x_2$ khi và chỉ khi PT (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu $\Leftrightarrow 2 \cdot (-2m) < 0 \Leftrightarrow m > 0$ (2)	0,25
	Ta có: $x_1 + x_2 = \frac{m}{2}$; $x_1 x_2 = \frac{-2m}{2} = -m$.	0,25
	$x_1^2 + x_2^2 = 5 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 5 \Leftrightarrow \frac{m^2}{4} + 2m = 5 \Leftrightarrow m^2 + 8m - 20 = 0$	0,25
	Giải được $m = 2, m = -10$. Nhận $m = 2$, loại $m = -10$. Vậy giá trị m cần tìm là $m = 2$.	0,25
Câu 5	Cho tam giác nhọn ABC ($AB < BC < CA$) nội tiếp đường tròn (O) . Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B, C cắt nhau tại M . Đường tròn ngoại tiếp tam giác ACM cắt tia đối của tia BM tại N . Tia NA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D . Kẻ $BE \perp CN$ ($E \in CN$); đường thẳng BO cắt CN tại F .	3,5
5a	a) Chứng minh $NA \cdot ND = NB^2$.	1,25
	Hình vẽ phục vụ câu a)	0,25



	Xét $\triangle NAB$ và $\triangle NBD$ có: $\widehat{ANB} = \widehat{DNB}$ $\widehat{ABN} = \widehat{BDN}$ (cùng chắn cung nhỏ $\widehat{AB}$ của đường tròn (O))	0,25
	Suy ra: $\triangle NAB$ và $\triangle NBD$ đồng dạng (g-g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{NA}{NB} = \frac{NB}{ND} \Rightarrow NA \cdot ND = NB^2$. (đ.p.c.m)	0,5
5b	b) Chứng minh tứ giác $ADFE$ nội tiếp.	1,25
	Hình vẽ phục vụ câu b)	0,25
	$\triangle NBF$ vuông tại B có đường cao $BE \Rightarrow NE \cdot NF = NB^2$ (1)	0,25
	Theo kết quả câu a) ta có: $NA \cdot ND = NB^2$ (2) Từ (1), (2) suy ra: $NA \cdot ND = NE \cdot NF \Rightarrow \frac{NA}{NF} = \frac{NE}{ND}$	0,25
	Lập luận $\triangle NAE$ và $\triangle NFD$ đồng dạng.	0,25
	$\Rightarrow \widehat{NAE} = \widehat{NFD}$ Vậy tứ giác $ADFE$ nội tiếp. (đ.p.c.m)	0,25
5c	c) Chứng minh $\widehat{NAE} = 2 \cdot \widehat{CNB}$	1,0
	$\widehat{MCA} = \widehat{CDA}$ (cùng chắn $\widehat{ABC}$ của đường tròn (O))	0,25
	$\widehat{MCA} + \widehat{MNA} = 180^\circ$ (do tứ giác $ACMN$ nội tiếp) Suy ra: $\widehat{CDA} + \widehat{MNA} = 180^\circ$. Do đó $CD \parallel MN$.	0,25
	$BF \perp MN, CD \parallel MN \Rightarrow BF \perp CD \Rightarrow BF$ đi qua trung điểm của CD $\Rightarrow BF$ là đường trung trực của CD $\Rightarrow FC = FD$. $\triangle FCD$ cân tại $F \Rightarrow \widehat{FDC} = \widehat{FCD}$ (3) $CD \parallel MN \Rightarrow \widehat{FCD} = \widehat{CNB}$ (4)	0,25
	Theo chứng minh câu b) ta có: $\widehat{NAE} = \widehat{NFD} = \widehat{FDC} + \widehat{FCD}$ $= 2 \cdot \widehat{FCD}$ (do (3)) $= 2 \cdot \widehat{CNB}$ (do (4)). (đ.p.c.m)	0,25

Câu 6	Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 6$. a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = ab + bc + ca$.	0,5
	Ta có: $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$, dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$.	0,25
	$36 = (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \geq 3(ab + bc + ca)$ $\Rightarrow S = ab + bc + ca \leq 12$. $S = 12$ khi $a = b = c = 2$. Vậy giá trị lớn nhất của S là 12.	0,25
	b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{a}{b^2 + 4} + \frac{b}{c^2 + 4} + \frac{c}{a^2 + 4}$.	0,5
	Ta có: $b^2 + 4 \geq 4b$, dấu “=” xảy ra khi $b = 2$. $\Rightarrow \frac{4a}{b^2 + 4} = a - \frac{ab^2}{b^2 + 4} \geq a - \frac{ab^2}{4b} = a - \frac{ab}{4}$. Tương tự ta có: $\frac{4b}{c^2 + 4} \geq b - \frac{bc}{4}$ và $\frac{4c}{a^2 + 4} \geq c - \frac{ca}{4}$.	0,25
	Suy ra $4T = \frac{4a}{b^2 + 4} + \frac{4b}{c^2 + 4} + \frac{4c}{a^2 + 4} \geq a + b + c - \frac{ab + bc + ca}{4} = 6 - \frac{ab + bc + ca}{4}$, dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = 2$. Từ kết quả câu a) ta có: $ab + bc + ca \leq 12$, dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = 2$. Do đó: $4T \geq 6 - \frac{12}{4} = 3 \Rightarrow T \geq \frac{3}{4}$. $T = \frac{3}{4}$ khi $a = b = c = 2$. Vậy giá trị nhỏ nhất của T là $\frac{3}{4}$.	0,25

..... **HẾT**