

Câu 1. Cho phương trình $z^2 - mz + 2m - 1 = 0$ trong đó m là tham số phức. Giá trị của m để phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2 + z_2^2 = -10$ là:

- A. $m = 2 + 2\sqrt{2}i$. B. $m = 2 \pm 2\sqrt{2}i$. C. $m = -2 - 2\sqrt{2}i$. D. $m = 2 - 2\sqrt{2}i$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{6}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d_1 cắt d_2 . B. d_1 trùng d_2 . C. $d_1 // d_2$. D. d_1 chéo d_2 .

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

- A. $x=1$ và $y=-3$. B. $x=-1$ và $y=2$.
C. $x=2$ và $y=1$. D. $x=1$ và $y=2$.

Câu 4. Một người gửi số tiền 2 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,65%/tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Số tiền người đó lãnh được sau hai năm, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi là:

- A. $2 \cdot (1,0065)^{24}$ triệu đồng. B. $(2,0065)^{24}$ triệu đồng.
C. $2 \cdot (2,0065)^{24}$ triệu đồng. D. $(1,0065)^{24}$ triệu đồng.

Câu 5. Phát biểu nào sau đây là đúng

- A. Hình tứ diện đều có: 6 đỉnh, 6 cạnh, 4 mặt.
B. Hình tứ diện đều có: 4 đỉnh, 4 cạnh, 4 mặt.
C. Hình tứ diện đều có: 6 đỉnh, 4 cạnh, 4 mặt.
D. Hình tứ diện đều có: 4 đỉnh, 6 cạnh, 4 mặt.

Câu 6. Cho số thực a thỏa mãn $\int_{-1}^a e^{x+1} dx = e^2 - 1$. Số thực a là

- A. -1. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 7. Cho số phức z thỏa mãn $3z + 2\bar{z} = (4-i)^2$. Môđun của số phức z là

- A. -73. B. $-\sqrt{73}$. C. 73. D. $\sqrt{73}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và cực tiểu tại $x=-2$.
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và cực tiểu tại $x=0$.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và cực tiểu tại $x=0$.
 D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và cực đại tại $x=0$.

Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào chỉ có cực đại mà không có cực tiểu?

- A. $y = \frac{x-2}{x+1}$.
 B. $y = -17x^3 + 2x^2 + x + 5$.
 C. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$.
 D. $y = -10x^4 - 5x^2 + 7$.

Câu 10. Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC vuông góc từng đôi một và $OA=a; OB=2a; OC=3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, BC . Thể tích của khối tứ diện $OCMN$ theo a bằng.

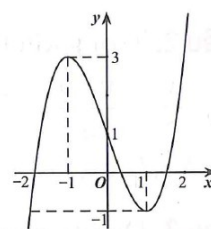
- A. $\frac{a^3}{4}$.
 B. a^3 .
 C. $\frac{3a^3}{4}$.
 D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 11. Đối với hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$, khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $xy' - 1 = -e^y$.
 B. $xy' + 1 = -e^y$.
 C. $xy' - 1 = e^y$.
 D. $xy' + 1 = e^y$.

Câu 12. Đường con trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = -x^2 + x - 1$.
 B. $y = x^3 - 3x + 1$.
 C. $y = -x^3 + 3x + 1$.
 D. $y = x^4 - x^2 + 1$.



Câu 13. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^3, y = 4x$ là:

- A. 9.
 B. 8.
 C. 13.
 D. 12.

Câu 14. Một hình nón có đỉnh S , đáy là đường tròn (C) tâm O , bán kính R bằng với đường cao của hình nón. Tỉ số thể tích của hình nón và hình cầu ngoại tiếp hình nón bằng:

- A. $\frac{1}{2}$.
 B. $\frac{1}{3}$.
 C. $\frac{1}{4}$.
 D. $\frac{1}{6}$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là:

- A. 12.
 B. 11.
 C. $12i$.
 D. 1.

Câu 16. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + e^{-x}$.

- A. $\int f(x)dx = x^3 + e^{-x} + C$.
 B. $\int f(x)dx = x^3 - e^{-x} + C$.
 C. $\int f(x)dx = x^2 - e^{-x} + C$.
 D. $\int f(x)dx = x^3 - e^x + C$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + 2x^2 + mx + 1$ có 2 điểm cực trị thỏa mãn $x_{CD} < x_{CT}$.

- A. $0 < m < 2$. B. $-2 < m < 0$. C. $m < 2$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ sao cho $f'(x) < 0; \forall x > 0$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(e) + f(\pi) = f(3) + f(4)$. B. $f(e) - f(\pi) \leq 0$.
C. $f(e) + f(\pi) < 2f(2)$. D. $f(1) + f(2) = 2f(3)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 10$ và các khoảng sau:

- (I): $(-\infty; -\sqrt{2})$; (II): $(-\sqrt{2}; 0)$; (III): $(0; \sqrt{2})$.

Hỏi hàm số đồng biến trên các khoảng nào?

- A. (I) và (II). B. Chỉ (II). C. Chỉ (I). D. (I) và (III).

Câu 20. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
B. Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_x a$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ luôn đi qua điểm $M(a; 1)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$ cắt

nhau. Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là

- A. $6x + 9y + z + 8 = 0$. B. $6x - 9y - z - 8 = 0$.
C. $-2x + y + 3z - 8 = 0$. D. $6x + 9y + z - 8 = 0$.

Câu 22. Cho hình nón tròn xoay có thiết diện qua đỉnh là một tam giác vuông cân. Hãy chọn câu sai trong các câu sau:

- A. Hai đường sinh tùy ý thì vuông góc với nhau.
B. Đường cao bằng tích bán kính đáy và $\tan 45^\circ$.
C. Đường sinh hợp với trục góc 45° .
D. Đường sinh hợp với đáy góc 60° .

Câu 23. Hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc 60° ?

- A. (P): $2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và (Q): $-x + 2y + z - 5 = 0$.
B. (P): $2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và (Q): $x + 2y - z - 2 = 0$.

C. $(P): 2x - 11y + 5z - 21 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 2 = 0$.

D. $(P): 2x - 5y + 11z - 6 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

Câu 24. Cho 4 điểm $A(3; -2; -2); B(3; 2; 0); C(0; 2; 1); D(-1; 1; 2)$. Mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 2)^2 = \sqrt{14}$.

B. $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 2)^2 = 14$.

C. $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = \sqrt{14}$.

D. $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 14$.

Câu 25. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{-x+1}{2x+3}$ trên đoạn $[0; 2]$ là:

A. 2.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $-\frac{1}{7}$.

D. 0.

Câu 26. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Mô đun của số phức z là

A. 3.

B. $\sqrt{41}$.

C. 1.

D. 9.

Câu 27. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện:

$$|\bar{z} + 1 - i| \leq 4$$

A. Đường tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = 4$.

B. Hình tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 4$.

C. Hình tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = 4$ (cả những điểm nằm trên đường tròn).

D. Đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 4$.

Câu 28. Nếu $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x > \sqrt{3} + \sqrt{2}$ thì

A. $x > -1$.

B. $\forall x \in \mathbb{R}$.

C. $x < 1$.

D. $x < -1$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc tơ $a(2; 1; 0)$ và $b(-1; m-2; 1)$. Tìm m để $a \perp b$.

A. $m = 0$.

B. $m = 4$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.

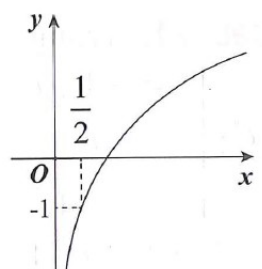
Câu 30. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \log_2 x$.

B. $y = \log_2(2x)$.

C. $y = \log_{\sqrt{2}} x$.

D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.



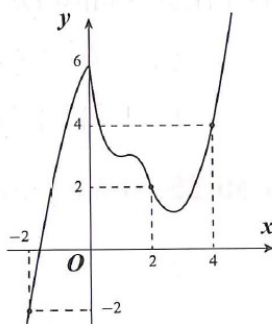
Câu 31. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3a, AD=4a, AA'=4a$. Gọi G là trọng tâm tam giác $CC'D'$. Mặt phẳng chứa $B'G$ và song song với $C'D$ chia khối hộp thành 2 phần. Gọi (H) là khối đa diện chứa C . Tính tỉ số $\frac{V_{(H)}}{V}$ với V là thể tích khối hộp đã cho.

- A. $\frac{19}{54}$. B. $\frac{38}{3}$. C. $\frac{25}{4}$. D. $\frac{25}{2}$.

Câu 32. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 36$, điểm $I(1;2;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{-1}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d, N thuộc (S) sao cho I là trung điểm của MN .

- A. $\begin{bmatrix} M(3;2;1) \\ N(3;6;-1) \end{bmatrix}$. B. $\begin{bmatrix} M(-3;-2;1) \\ N(3;6;-1) \end{bmatrix}$.
C. $\begin{bmatrix} M(-3;2;1) \\ N(3;6;1) \end{bmatrix}$. D. $\begin{bmatrix} M(-3;-2;-1) \\ N(3;6;1) \end{bmatrix}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Khi đó giá trị của biểu thức $\int_0^4 f'(x-2)dx + \int_0^2 f'(x+2)dx$ bằng bao nhiêu?



- A. 2. B. 8.
C. 10. D. 6.

Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=11m, BC=AD=20m, BD=AC=21m$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

- A. $770m^3$. B. $340m^3$. C. $720m^3$. D. $360m^3$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $|z+i+1| = |\bar{z}-2i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 1$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc O tạo thành một tứ giác nội tiếp.

- A. $m=\pm 1$. B. $m=-1$. C. $m=1$. D. Không tồn tại m .

Câu 37. Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức sau:

$$\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$$

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

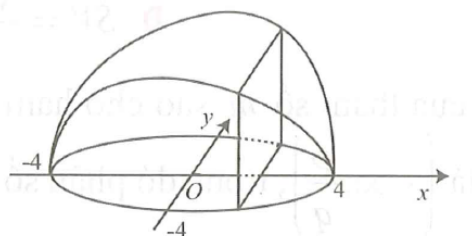
Câu 38. Gọi A, B là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+3}{x-3}$, độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng AB là

- A. 2. B. 4. C. $4\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ và hai điểm $A(1; 2; -1), B(3; -1; -5)$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A và cắt đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng d là lớn nhất. Khi đó, gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của d với đường thẳng Δ . Giá trị $P = a + b + c$ bằng

- A. -2. B. 4. C. 2. D. 6.

Câu 40. Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là hình vuông. Thể tích của vật thể là



- A. $\int_{-1}^4 (16 - x^2) dx$. B. $\int_{-4}^4 4\pi x^2 dx$.
C. $\int_{-4}^4 4x^2 dx$. D. $\int_{-4}^4 4\pi (16 - x^2) dx$.

Câu 41. Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$, biết $\int_0^1 \left[f^2(x) + 2\ln^2\left(\frac{2}{e}\right) \right] dx = 2 \int_0^1 [f(x) \ln(x+1)] dx$. Tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = \ln \frac{e}{4}$. B. $I = \ln \frac{4}{e}$. C. $I = \ln \frac{e}{2}$. D. $I = \ln \frac{2}{e}$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+m}{x-1}$. Tính tổng các giá trị của tham số m để $\left| \max_{[2;3]} f(x) - \min_{[2;3]} f(x) \right| = 2$.

- A. -4. B. -2. C. -1. D. -3.

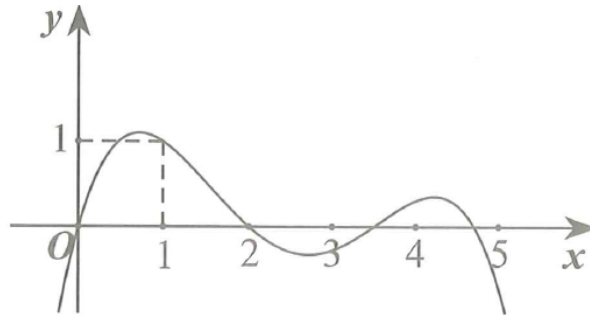
Câu 43. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_3 (2x-1) = 2 \log_2 x$ là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 44. Cho phương trình $2^{\left|\frac{28}{3}x+1\right|}=16^{x^2-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Tổng các nghiệm của phương trình là một số nguyên.
- B. Tổng các nghiệm của phương trình là một số nguyên.
- C. Tích các nghiệm của phương trình là một số dương.
- D. Phương trình vô nghiệm.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ



Tìm m để bất phương trình $f(x+1) - \frac{1}{3}x^3 + x - m > 0$ có nghiệm trên $[0; 2]$.

- A. $m < f(0)$.
- B. $m < f(3) - \frac{2}{3}$.
- C. $m < f(2) + \frac{2}{3}$.
- D. $m < f(1)$.

Câu 46. Một hình lập phương có diện tích mặt chéo bằng $a^2\sqrt{2}$. Gọi V là thể tích khối cầu và S là diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương nói trên. Khi đó tích SV bằng

- A. $SV = \frac{3\pi^2 a^5}{2}$.
- B. $SV = \frac{3\sqrt{3}\pi^2 a^5}{2}$.
- C. $SV = \frac{3\sqrt{6}\pi^2 a^5}{2}$.
- D. $SV = \frac{\sqrt{3}\pi^2 a^5}{2}$.

Câu 47. Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = -x^4 + (2m - 3)x^2 + m$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ là $\left(-\infty; \frac{p}{q}\right)$, trong đó phân số $\frac{p}{q}$ tối giản và $q > 0$. Hỏi tổng $p + q$ là:

- A. 7.
- B. 5.
- C. 9.
- D. 3.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất. Khi đó, mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M_1(-1; -2; 0)$.
- B. $M_2(1; -2; 0)$.
- C. $M_3(-1; 2; 0)$.
- D. $M_1(1; 2; 0)$.

Câu 49. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 x + \log_2(x + 3y) \leq 2 + 2\log_2 y$. Biết giá trị lớn nhất của

biểu thức $S = \frac{x+y}{\sqrt{x^2 - xy + 2y^2}} - \frac{2x+3y}{x+2y}$ là $\sqrt{a} - \frac{b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 30$.

B. $P = 15$.

C. $P = 17$.

D. $P = 10$.

Câu 50. Cho số phức $z = \left(\frac{2+6i}{3-i} \right)^m$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m \in [1; 50]$ để z là số thuần ảo?

A. 25.

B. 50.

C. 26.

D. 24.

Đáp án

1-B	2-C	3-D	4-A	5-D	6-D	7-D	8-D	9-D	10-A
11-D	12-B	13-B	14-C	15-A	16-B	17-A	18-C	19-D	20-C
21-A	22-A	23-A	24-B	25-C	26-B	27-C	28-D	29-B	30-A
31-A	32-B	33-D	34-D	35-D	36-A	37-C	38-C	39-D	40-A
41-B	42-A	43-C	44-B	45-B	46-B	47-A	48-D	49-D	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B

Áp dụng định lý Vi-ét cho phương trình $z^2 - mz + 2m - 1 = 0$ trong tập số phức ta có:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = m \\ z_1 z_2 = \frac{c}{a} = 2m - 1 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } z_1^2 + z_2^2 = -10 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = -10$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2(2m - 1) = -10 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 12 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2}i.$$

Áp dụng định lý Vi-ét cho phương trình bậc hai

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} \\ z_1 z_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Câu 2: Đáp án C

Đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 2; 3)$ và đi qua $M_1(1; 0; 3)$

Đường thẳng $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{6}$ có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (2; 4; 6)$ và đi qua $M_2(0; 1; 2)$

Nhận thấy $\vec{u}_2 = 2\vec{u}_1$ nên $\vec{u}_1; \vec{u}_2$ cùng phương. Lại có, thay tọa độ $M_2(0; 1; 2)$ $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ ta được

$$\frac{0-1}{1} = \frac{1}{2} = \frac{2-3}{3} \Leftrightarrow -1 = \frac{1}{2} = -\frac{1}{3} \text{ (vô lý) nên } M_2 \notin d_1.$$

Vậy $d_1 // d_2$.

Câu 3: Đáp án D

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có đường TCD: $x=1$ và đường TCN: $y=2$.

Câu 4: Đáp án A

Số tiền sau 2 năm (24 tháng) người đó nhận được là $M = 2(1+0,65\%)^{24} = 2.(1,0065)^{24}$ triệu đồng.

Câu 5: Đáp án D

Hình tứ diện đều có 4 mặt, 4 đỉnh và 6 cạnh.

Câu 6: Đáp án D

Ta có $\int_{-1}^a e^{x+1} dx = e^{x+1} \Big|_{-1}^a = e^{a+1} - e^{-1+1} = e^{a+1} - 1$.

Theo đề bài $\int_{-1}^a e^{x+1} dx = e^2 - 1$ nên $e^{a+1} - 1 = e^2 - 1 \Leftrightarrow a+1=2 \Leftrightarrow a=1$.

Câu 7: Đáp án D

Gọi $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Ta có: $3z + 2\bar{z} = (4-i)^2 \Leftrightarrow 3(a+bi) + 2(a-bi) = 16 - 8i + i^2$

$$\Leftrightarrow 5a + bi = 15 - 8i \Leftrightarrow \begin{cases} 5a = 15 \\ b = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -8 \end{cases} \Rightarrow z = 3 - 8i$$

Vậy $|z| = \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{73}$.

Câu 8: Đáp án D

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Lại có $y'' = 6x - 6$, suy ra $y''(0) = 6.0 - 6 = -6 < 0$ và $y''(2) = 6.2 - 6 = 6 > 0$

Nên $x=0$ là điểm cực đại của hàm số và $x=2$ là điểm cực tiểu của hàm số.

+ Tính y' , giải phương trình $y' = 0$ tìm được các nghiệm x_i

+ Tính $y'' \Rightarrow y''(x_i)$. Nếu $y''(x_i) < 0$ thì x_i là điểm cực đại của hàm số, nếu $y''(x_i) > 0$ thì x_i là điểm cực tiểu của hàm số.

Hoặc lập bảng biến thiên rồi kết luận.

Câu 9: Đáp án D

Đáp án A: Hàm phân thức không có cực trị nên loại A.

Đáp án B: Hàm bậc ba nếu có cực đại thì chắc chắn có cực tiểu nên loại B.

Do đó ta chỉ xét các hàm số ở mỗi đáp án C và D.

Đáp án D: $y' = -40x^3 - 10x = -10x(4x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

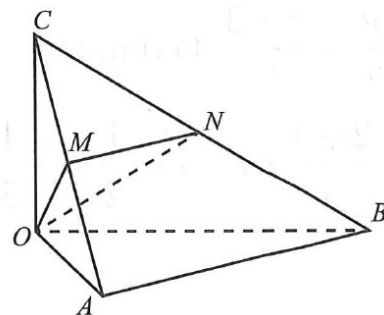
Ngoài ra y' đổi dấu từ dương sang âm qua $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực đại của hàm số, hàm số không có cực tiểu.

Câu 10: Đáp án A

$$\text{Ta có } V_{OABC} = \frac{1}{3} OA \cdot S_{OBC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 3a = a^3$$

$$\text{Lại có } \frac{V_{OCMN}}{V_{OCAB}} = \frac{OC}{OC} \cdot \frac{OM}{OA} \cdot \frac{ON}{OB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$V_{OCMN} = \frac{1}{4} V_{OCAB} = \frac{1}{4} a^3 = \frac{a^3}{4}.$$



Công thức tỉ lệ thể tích: Cho hình chóp $S.ABCD$ có M, N, P lần lượt thuộc các cạnh SA, SB, SC .

$$\text{Khi đó ta có } \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC}.$$

Câu 11: Đáp án D

$$\text{Ta có: } y = \ln \frac{1}{x+1} = \ln 1 - \ln(x+1) = -\ln(x+1)$$

$$\text{Suy ra } y' = [-\ln(x+1)]' = -\frac{(x+1)'}{x+1} = -\frac{1}{x+1}$$

$$\text{Do đó } xy' - 1 = x \cdot \left(-\frac{1}{x+1}\right) - 1 = \frac{-x - (x+1)}{x+1} = \frac{-2x-1}{x+1}$$

$$xy' + 1 = x \cdot \left(-\frac{1}{x+1}\right) + 1 = \frac{-x + (x+1)}{x+1} = \frac{1}{x+1}$$

$$e^y = e^{-\ln(x+1)} = e^{\ln \frac{1}{x+1}} = \frac{1}{x+1} = xy' + 1$$

$$\text{Vậy } xy' + 1 = e^y.$$

Câu 12: Đáp án B

Từ hình dáng đồ thị hàm số ta xác định rằng đây là đồ thị hàm đa thức bậc ba nên loại A và D.

Lại có điểm có tọa độ $(-1; 3)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta thay $x = -1; y = 3$ vào hai hàm số còn lại thì chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ thỏa mãn.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số là hàm bậc 3 nên loại đáp án A và D.

Lại có nét cuối của đồ thị hướng lên trên nên $a > 0 \Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Câu 13: Đáp án B

$$\text{Xét phương trình } x^3 = 4x \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Do đó:

$$S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx + \int_0^2 (x^3 - 4x) dx$$

$$= \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 \right) \Big|_0^2 = 4 + 4 = 8.$$

Công thức tính diện tích:

$$S = \int_{x_0}^{x_n} |f(x) - g(x)| dx = \left| \int_{x_0}^{x_1} (f(x) - g(x)) dx \right| + \left| \int_{x_1}^{x_2} (f(x) - g(x)) dx \right| + \dots + \left| \int_{x_{n-1}}^{x_n} (f(x) - g(x)) dx \right|$$

Câu 14: Đáp án C

Vì hình nón có bán kính R và chiều cao h bằng nhau nên $h = R$

và thể tích hình nón đã cho là $V_n = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot R = \frac{1}{3} \pi R^3$

Cắt hình nón bởi mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là tam

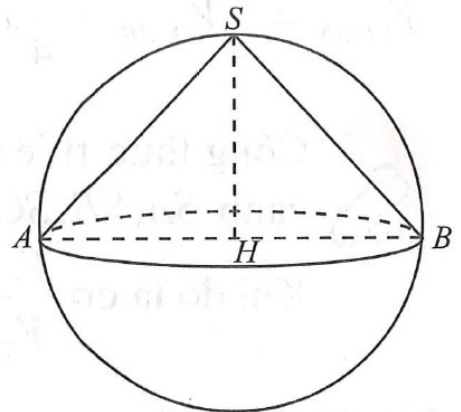
giác cân SAB có $SH = h = R = HB = \frac{BA}{2}$ nên $\triangle SAB$ vuông tại S .

Khi đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB và H cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình nón đỉnh S .

Nên bán kính mặt cầu là $HS = R$ nên thể tích hình cầu này là

$$V_c = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

$$\text{Suy ra } \frac{V_n}{V_c} = \frac{\frac{1}{3} \pi R^3}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{1}{4}.$$



Câu 15: Đáp án A

Ta có: $w = 3z_1 - 2z_2 = 3(1 + 2i) - 2(2 - 3i) = 3 + 6i - 4 + 6i = -1 + 12i$

Vậy phần ảo của w là 12.

Câu 16: Đáp án B

Ta có $\int f(x) dx = \int (3x^2 + e^{-x}) dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} - e^{-x} + C = x^3 - e^{-x} + C.$

Sử dụng các công thức nguyên hàm: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C (n \neq -1); \int e^u du = e^u + C$

Câu 17: Đáp án A

Hàm số đã cho có hai điểm cực trị thỏa mãn $x_{CD} < x_{CT}$ nếu và chỉ nếu $a > 0$ và phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- $a > 0 \Leftrightarrow \frac{m}{3} > 0 \Leftrightarrow m > 0$

- $y' = 0 \Leftrightarrow mx^2 + 4x + m = 0$ có $\Delta' = 4 - m^2$

Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 4 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

Kết hợp ta được $0 < m < 2$.

Câu 18: Đáp án C

Vì $f(x) < 0; \forall x > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$ suy ra

$$f(1) > f(2) > f(e) > f(3) > f(\pi) > f(4)$$

Khi đó

$$+ \begin{cases} f(e) > f(3) \\ f(\pi) > f(4) \end{cases} \Rightarrow f(e) + f(\pi) > f(3) + f(4) \text{ nên A sai}$$

$$+ f(e) > f(\pi) \text{ nên } f(e) - f(\pi) > 0 \text{ nên B sai}$$

$$+ \begin{cases} f(e) < f(2) \\ f(\pi) < f(2) \end{cases} \Rightarrow f(e) + f(\pi) < 2f(2) \text{ nên C đúng}$$

$$+ \begin{cases} f(1) > f(3) \\ f(2) > f(3) \end{cases} \Rightarrow f(1) + f(2) > 2f(3) \text{ nên D sai}$$

$f'(x) < 0; \forall x \in (a; b)$ thì $f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$, khi đó $f(b) < f(a)$.

Câu 19: Đáp án D

$$y = -x^4 + 4x^2 + 10 \Rightarrow y' = -4x^3 + 8x = -4x(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Nhận thấy: $y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\sqrt{2} \\ 0 < x < \sqrt{2} \end{cases}$ nên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$ (khoảng

(I) và (III))

Câu 20: Đáp án C

+ Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ thì đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên A sai.

+ Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ thì nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên B sai.

+ Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$ nên C đúng

+ Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ luôn đi qua điểm $M(1; a)$ nên D sai.

Câu 21: Đáp án A

Mặt phẳng (P) chứa d và d' nếu nó đi qua $M = d \cap d'$ và nhận $\left[\begin{smallmatrix} \text{uu} & \text{uu} \\ u_d & u_{d'} \end{smallmatrix} \right]$ làm vectơ pháp tuyến.

$$d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3} \Rightarrow d: \begin{cases} x=1-2t' \\ y=-2+t' \\ z=4+3t' \end{cases}$$

Gọi M là giao điểm của d và d' , khi đó $\begin{cases} 1-2t'=-1+t \\ -2+t'=-t \\ 4+3t'=-2+3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t'+t=2 \\ -t'-t=-2 \\ -3t'+3t=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t'=0 \\ t=2 \end{cases}$.

Suy ra $M(1; -2; 4)$.

Ta có: $\vec{u_d} = (-2; 1; 3), \vec{u_{d'}} = (1; -1; 3) \Rightarrow n = [\vec{u_d}; \vec{u_{d'}}] = (6; 9; 1)$

Mặt phẳng (P) đi qua $M(1; -2; 4)$ và nhận $n = (6; 9; 1)$ làm vector pháp tuyến nên

$$(P): 6(x-1) + 9(y+2) + 1(z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x + 9y + z + 8 = 0.$$

Câu 22: Đáp án A

Hình nón đỉnh S có thiết diện đi qua đỉnh là tam giác vuông cân SAB khi đó xét tam giác vuông SHB có đường cao $SH = HB \cdot \tan 45^\circ$ nên B đúng.

Tam giác SBH vuông có $\angle SBH = 45^\circ$ nên $\triangle SHB$ vuông cân, suy ra $\angle HSB = 45^\circ$ hay đường sinh SB hợp với trục SH góc $HSB = 45^\circ$ nên C đúng

Và đường sinh SB tạo với đáy góc $\angle SBH = 45^\circ$ nên D đúng.

Hai đường sinh bất kì SB, SC chưa chắc vuông góc với nhau nên A sai.

Câu 23: Đáp án A

Đáp án A: $\vec{n_p} = (2; 11; -5), \vec{n_q} = (-1; 2; 1)$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{|2 \cdot (-1) + 11 \cdot 2 + (-5) \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 11^2 + (-5)^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

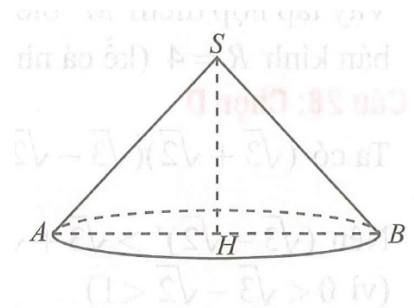
Góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ thỏa mãn: $\cos \alpha = \frac{|\vec{n_p} \cdot \vec{n_q}|}{|\vec{n_p}| \cdot |\vec{n_q}|}$.

Câu 24: Đáp án B

Ta có $\vec{BC} = (-3; 0; 1); \vec{BD} = (-4; -1; 2) \Rightarrow [\vec{BC}; \vec{BD}] = (1; 2; 3)$

Mặt phẳng (BCD) đi qua $B(3; 2; 0)$ và có 1 vector pháp tuyến là $n = [\vec{BC}; \vec{BD}] = (1; 2; 3)$ nên phương trình mặt phẳng (BCD) là $1(x-3) + 2(y-2) + 3(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 7 = 0$

Vì mặt cầu (S) tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) nên bán kính mặt cầu là



$$R = d(A; (BCD)) = \frac{|3 + 2 \cdot (-2) + 3 \cdot (-2) - 7|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} = \sqrt{14}$$

Phương trình mặt cầu (S) là $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 2)^2 = 14$.

+ Mặt cầu (S) có tâm $I(x_0; y_0; z_0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) thì có bán kính $R = d(I; (P))$ và phương trình mặt cầu là $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.

+ Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có 1 vectơ pháp tuyến là $n = \begin{bmatrix} \overrightarrow{AB} & \overrightarrow{AC} \end{bmatrix}$.

Câu 25: Đáp án C

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-1.3 - 2.1}{(2x+3)^2} = -\frac{5}{(2x+3)^2} < 0, \forall x \neq -\frac{3}{2}$$

Do đó hàm số nghịch biến trên $[0; 2] \Rightarrow \min_{[0; 2]} y = y(2) = -\frac{1}{7}$.

Câu 26: Đáp án B

$$\text{Số phức } z = 5 - 4i \text{ có môđun } |z| = \sqrt{5^2 + (-4)^2} = \sqrt{41}$$

Câu 27: Đáp án C

Gọi $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$, khi đó:

$$|\bar{z} + 1 - i| \leq 4 \Leftrightarrow |(x+1) - (y+1)i| \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} \leq 4 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 \leq 4^2$$

Vậy tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn bài toán là hình tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = 4$ (kể cả những điểm nằm trên đường tròn).

Câu 28: Đáp án D

$$\text{Ta có } (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \Leftrightarrow \sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1}.$$

$$\text{Nên } (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x > \sqrt{3} + \sqrt{2} \Leftrightarrow (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x > (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1} \Leftrightarrow x < -1$$

(vì $0 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 1$)

Câu 29: Đáp án B

$$\text{Ta có: } a \perp b \Leftrightarrow a.b = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (-1) + 1 \cdot (m - 2) + 0.1 = 0 \Leftrightarrow m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4.$$

Điều kiện để $a \perp b$ là $a.b = 0$.

Câu 30: Đáp án A

Từ đồ thị ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên $a > 1$, loại D.

Điểm có tọa độ $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta thay $x = \frac{1}{2}; y = -1$ vào từng hàm số còn lại, chỉ có hàm số $y = \log_2 x$ thỏa mãn $\left(\text{do } \log_2\left(\frac{1}{2}\right) = -1\right)$ nên chọn A.

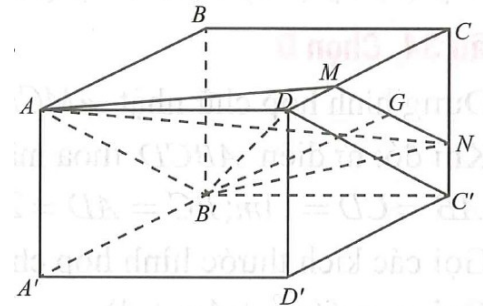
Câu 31: Đáp án A

Gọi (α) là mặt phẳng chứa $B'G$ và song song với $C'D$.

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của (α) với CD và CC' .

Khi đó ta có: $MN \parallel C'D$ và $\frac{CM}{CD} = \frac{CN}{CC'} = \frac{2}{3}$

Và (α) là mặt phẳng $(AMNB')$, (H) là phần khối đa diện chứa C .



Khi đó ta có: $V_{(H)} = V_{M.BCNC'} + V_{B'.ABM}$

Ta có: $BCNC'$ là hình thang vuông tại B, C có diện tích:

$$S_{BCNC'} = \frac{1}{2}(BB' + CN).BC = \frac{1}{2}\left(4a + \frac{2}{3}.4a\right).4a = \frac{40a^2}{3}$$

$$\Rightarrow V_{MBCNC'} = \frac{1}{3}MC.S_{BCNC'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3a \cdot \frac{40}{3}a^2 = \frac{80a^3}{9}$$

$$\text{Mặt khác } S_{\triangle ABM} = S_{ABCD} - S_{\triangle BCM} - S_{\triangle ADM} = 3a.4a - \frac{1}{2}.4a \cdot \frac{2}{3}.3a - \frac{1}{2}.4a \cdot \frac{1}{3}.3a = 6a^2$$

$$\Rightarrow V_{B'.ABM} = \frac{1}{3}BB'.S_{\triangle ABM} = \frac{1}{3}.4a.6a^2 = 8a^3 \Rightarrow V_{(H)} = \frac{80}{9}a^3 + 8a^3 = \frac{152}{9}a^3$$

$$\text{Thể tích hình hộp chữ nhật là: } V = 3a.4a.4a = 48a^3 \Rightarrow \frac{V_{(H)}}{V} = \frac{152a^3}{9} \cdot \frac{1}{48a^3} = \frac{19}{54}.$$

Câu 32: Đáp án B

$$+ \text{ Đường thẳng } d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -t \end{cases}$$

$$\forall M \in d \Rightarrow M(2 + 3t; 2 + 4t; -t)$$

$I(1; 2; 0)$ là trung điểm đoạn MN

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_N}{2} \\ y_I = \frac{y_M + y_N}{2} \\ z_I = \frac{z_M + z_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_I - x_M = -3t \\ y_N = 2y_I - y_M = 2 - 4t \\ z_N = 2z_I - z_M = t \end{cases} \Rightarrow N(-3t; 2 - 4t; t)$$

Vì $N \in (S)$ nên thay tọa độ điểm N vào phương trình mặt cầu:

$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 36$ ta được:

$$(-3t-1)^2 + (-4t)^2 + (t-3)^2 = 36 \Leftrightarrow 26t^2 - 26 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow N(-3; -2; 1) \\ t=-1 \Rightarrow N(3; 6; -1) \end{cases}$$

Câu 33: Đáp án D

Ta có: $\int_0^4 f'(x-2)dx + \int_0^2 f'(x+2)dx = \int_0^4 f'(x-2)d(x-2) + \int_0^2 f'(x+2)d(x+2)$

$$= f(x-2) \Big|_0^4 + f(x+2) \Big|_0^2$$

$$= f(2) - f(-2) + f(4) - f(2) = f(4) - f(-2) = 4 - (-2) = 6.$$

Câu 34: Đáp án D

Dựng hình hộp chữ nhật $AMCN.PBQD$ như hình bên.

Khi đó: tứ diện $ABCD$ thỏa mãn

$$AB = CD = 11m; BC = AD = 20m; BD = AC = 21m.$$

Gọi các kích thước hình hộp chữ nhật là m, n, p .

Gọi $y = f(m^2 + 4m + 4)$

Ta có: $V_{PADB} = V_{MABC} = V_{QBCD} = V_{NACD} = \frac{1}{3} \cdot ND \cdot S_{ACN}$

$$= \frac{1}{3} \cdot ND \cdot \frac{1}{2} \cdot AN \cdot NC = \frac{1}{6} \cdot ND \cdot NA \cdot NC = \frac{1}{6} \cdot m \cdot n \cdot p = \frac{1}{6} \cdot VA_{MCN.PBQD}$$

Suy ra $V_{PADB} + V_{MABC} + V_{QBCD} + V_{NACD} = \frac{1}{6}V + \frac{1}{6}V + \frac{1}{6}V + \frac{1}{6}V = \frac{2}{3}V$.

Mà $V_{PADB} + V_{MABC} + V_{QBCD} + V_{NACD} + V_{ABCD} = V$

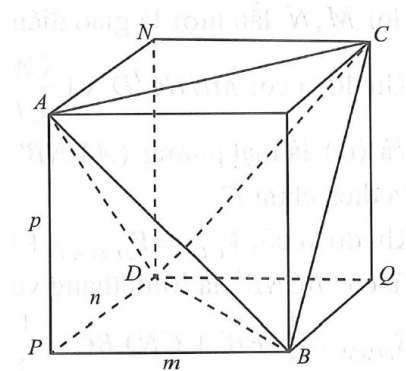
Suy ra: $V_{ABCD} = \frac{1}{3}V = m \cdot n \cdot p$

Xét các tam giác vuông APB ; APD ; PDB , theo định lý Pytago ta có:

$$\begin{cases} m^2 + n^2 = BD^2 \\ m^2 + p^2 = AD^2 \\ p^2 + n^2 = AB^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + n^2 = 21^2 \\ m^2 + p^2 = 20^2 \\ p^2 + n^2 = 11^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + n^2 + p^2 = 481 \\ m^2 + n^2 = 21^2 \\ m^2 + p^2 = 20^2 \\ p^2 + n^2 = 11^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6\sqrt{10} \\ n = 9 \\ p = 2\sqrt{10} \end{cases}$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} m \cdot n \cdot p = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{10} \cdot 9 \cdot 2\sqrt{10} = 360m^3$$

Đối với tứ diện gần đều $ABCD$ có $AB = CD = a, AC = BD = b, AD = BC = c$ thì ta có công thức thể tích



$$V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)}.$$

Câu 35: Đáp án D

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$.

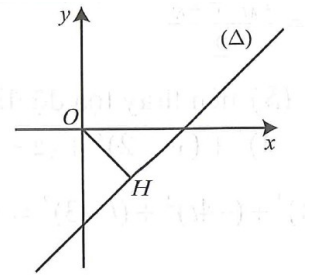
Ta được: $|(x+1) + (y+1)i| = |x - (y+2)i|$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = x^2 + (y+2)^2$$

$$\Leftrightarrow 2x+1+2y+1=4y+4 \Leftrightarrow x-y-1=0.$$

Do đó tập hợp các số phức z thỏa mãn bài toán là đường thẳng $x - y - 1 = 0$.

Từ hình vẽ ta thấy $|z|$ đạt GTNN khi $|z| = OH = d(O; (\Delta)) = \frac{|0-0-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$



Câu 36: Đáp án A

Ta có

$$y' = 4x^3 - 4m^2x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2=m^2 \end{cases}$$

Điều kiện để hàm số có 3 điểm cực trị là

$$m^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=m^4+1 \\ x=m \Rightarrow y=1 \\ x=-m \Rightarrow y=1 \end{cases}$$

Gọi $A(0; m^4+1); B(-m; 1); C(m; 1)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Vì B, C đối xứng nhau qua trục Oy và $O, A \in Oy$ nên $\begin{cases} OB=OC \\ AB=AC \end{cases}$

Lại có cạnh OA chung nên $\triangle BAO = \triangle CAO$ (c-c-c) suy ra

$\angle OBA = \angle OCA$, mà tứ giác $OBAC$ nội tiếp nên $\angle OBA + \angle OCA = 180^\circ \Rightarrow \angle OBA = \angle OCA = 90^\circ$

Hay $AB \perp OB \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-m; -m^4); \overrightarrow{OB} = (-m; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB} = m^2 - m^4 = 0$

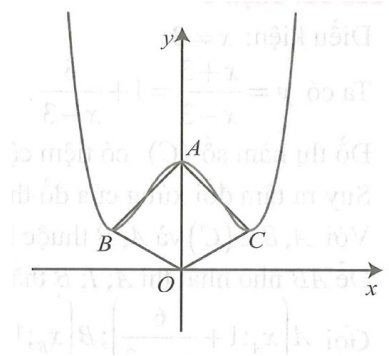
$$\Leftrightarrow m^2(1 - m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0(L) \\ m=1(TM) \\ m=-1(TM) \end{cases}$$

Vậy $m = \pm 1$.

Câu 37: Đáp án C

Điều kiện: $a > 0$

Ta có: $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$



$$\Leftrightarrow \log_2 a + \log_3 2 \cdot \log_2 a + \log_5 2 \cdot \log_2 a = \log_2 a \cdot \log_3 2 \cdot \log_5 2 \cdot \log_2 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a (1 + \log_3 2 + \log_5 2) = \log_2^3 a \cdot \log_3 2 \cdot \log_5 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a (\log_2^2 a \cdot \log_3 2 \cdot \log_5 2 - 1 - \log_3 2 - \log_5 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ \log_2^2 a \cdot \log_3 2 \cdot \log_5 2 - 1 - \log_3 2 - \log_5 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ \log_2^2 a = \frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 2 \cdot \log_5 2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ \log_2 a = \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 2 \cdot \log_5 2}} = t_1 \\ \log_2 a = -\sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 2 \cdot \log_5 2}} = t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2^{t_1} > 0 \\ a = 2^{t_2} > 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm $a > 0$.

Công thức đổi cơ số: $\log_a c = \log_a b \cdot \log_b c$

Câu 38: Đáp án C

Điều kiện: $x \neq 3$.

Ta có $y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$.

Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng $x = 3$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

Suy ra tâm đối xứng của đồ thị (C) là $I(3;1)$.

Với $A, B \in (C)$ và A, B thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị.

Để AB nhỏ nhất thì A, I, B thẳng hàng hay I là trung điểm của AB .

Gọi $A\left(x_A; 1 + \frac{6}{x_A - 3}\right); B\left(x_B; 1 + \frac{6}{x_B - 3}\right)$ thuộc đồ thị (C).

Vì $I(3;1)$ là trung điểm của AB nên $x_A + x_B = 2x_I \Leftrightarrow x_A + x_B = 6 \Leftrightarrow x_B = 6 - x_A$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + \left(\frac{6}{x_B - 3} - \frac{6}{x_A - 3}\right)^2} \\ &= \sqrt{(6 - 2x_A)^2 + \left(\frac{6}{3 - x_A} - \frac{6}{x_A - 3}\right)^2} = \sqrt{4(x_A - 3)^2 + \frac{144}{(x_A - 3)^2}} \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } AB^2 = 4(x_A - 3)^2 + \frac{144}{(x_A - 3)^2} \geq 2\sqrt{4(x_A - 3)^2 \cdot \frac{144}{(x_A - 3)^2}} = 48 \quad (\text{áp dụng BĐT Côsi})$$

$$\text{Suy ra } AB_{\min} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \Leftrightarrow 4(x_A - 3)^2 = \frac{144}{(x_A - 3)^2} \Leftrightarrow (x_A - 3)^4 = 36 \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3 + \sqrt{6} \\ x_A = 3 - \sqrt{6} \end{cases}$$

Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (C) nhận $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$ làm tâm đối xứng với A, B thuộc hai nhánh đồ thị (C) thì để AB nhỏ nhất khi I là trung điểm của AB.

Câu 39: Đáp án D

Gọi $M = d \cap \Delta$ thì $M(-1+2t; 3t; -1-t)$

Khi đó $\overrightarrow{AM} = (-2+2t; 3t-2; -t)$, $\overrightarrow{BA} = (-2; 3; 4)$, $\overrightarrow{BM} = (-4+2t; 3t+1; 4-t)$

$$[\overrightarrow{BM}; \overrightarrow{BA}] = (15t-8; -6t+8; 12t-10)$$

$$\Rightarrow d(B, d) = \frac{|\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BA}|}{|\overrightarrow{AM}|} = \frac{\sqrt{(15t-8)^2 + (-6t+8)^2 + (12t-10)^2}}{\sqrt{(2t-2)^2 + (3t-2)^2 + t^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(15t-8)^2 + (-6t+8)^2 + (12t-10)^2}{(2t-2)^2 + (3t-2)^2 + t^2}} = \sqrt{\frac{405t^2 - 576t + 228}{14t^2 - 20t + 8}}$$

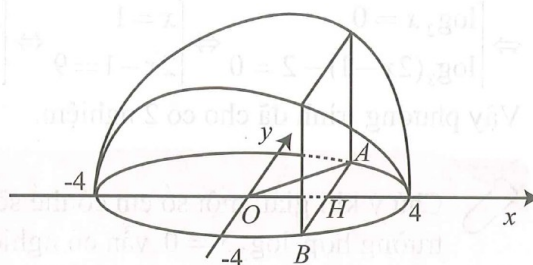
Xét hàm số $f(t) = \frac{405t^2 - 576t + 228}{14t^2 - 20t + 8}$ tìm GTLN được $\max f(t) = 29$ tại $t = 2$.

Do đó $M(3; 6; -3)$ hay $a=3; b=6; c=-3 \Rightarrow a+b+c=6$.

Câu 40: Đáp án A

Đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ có tâm $O(0;0)$ và bán kính $R=4$.

Gọi thiết diện cắt trục Ox tại điểm $H(x;0)$ ($-4 < x < 4$) thì $OH=x$ và thiết diện cắt đường tròn đáy tại A, B (hình vẽ), suy ra $OA=4$.



$$\text{Xét tam giác vuông } OAH \text{ có } HA = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{16 - x^2} \Rightarrow AB = 2\sqrt{16 - x^2}$$

$$\text{Diện tích thiết diện là } S = AB^2 = (2\sqrt{16 - x^2})^2 = 4(16 - x^2)$$

$$\text{Thể tích vật thể là } V = \int_{-4}^4 4(16 - x^2) dx.$$

Câu 41: Đáp án B

Sử dụng phương pháp tích phân từng phần ta tính được:

$$\int_0^1 \ln^2(x+1) dx = 2 \ln^2 \frac{2}{e} = \int_0^1 2 \ln^2 \frac{2}{e} dx.$$

Do đó giả thiết tương đương với:

$$\int_0^1 [f(x) - \ln(x+1)]^2 dx = 0 \Leftrightarrow f(x) = \ln(x+1), \forall x \in [0;1]$$

$$\text{Suy ra } I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \ln(x+1) dx = \ln \frac{4}{e}.$$

Câu 42: Đáp án A

Hàm số $y = f(x) = \frac{2x+m}{x-1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[2;3]$

Với $m = -2$, hàm số trở thành $y = 2 \Rightarrow \max_{[2;3]} f(x) = \min_{[2;3]} f(x) = 2$ (không thỏa mãn).

Với $m \neq -2$, ta có $y' = \frac{-2-m}{(x-1)^2}$.

Khi đó hàm số luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên $[2;3]$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \max_{[2;3]} f(x) = f(2); \min_{[2;3]} f(x) = f(3) \\ \max_{[2;3]} f(x) = f(3); \min_{[2;3]} f(x) = f(2) \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } \left| \max_{[2;3]} f(x) - \min_{[2;3]} f(x) \right| = |f(3) - f(2)| = \left| \frac{6+m}{2} - (4+m) \right| = \left| \frac{2+m}{2} \right|$$

$$\text{Theo giả thiết } \left| \max_{[2;3]} f(x) - \min_{[2;3]} f(x) \right| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{2+m}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -6 \end{cases}.$$

Vậy tổng các giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là -4 .

Câu 43: Đáp án C

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$\text{Khi đó phương trình } \Leftrightarrow \log_2 x \cdot \log_3 (2x-1) - 2 \log_2 x = 0 \Leftrightarrow \log_2 x [\log_3 (2x-1) - 2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_3 (2x-1) - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x-1 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Chú ý khi giải, một số em có thể sẽ chia cả hai vế cho $\log_2 x$ mà quên không xét trường hợp $\log_2 x = 0$ vẫn có nghiệm $x = 1$.

Câu 44: Đáp án B

$$\text{Ta có } 2^{\left| \frac{28}{3}x+1 \right|} = 16^{x^2-1} \Leftrightarrow 2^{\left| \frac{28}{3}x+1 \right|} = 2^{4(x^2-1)} \Leftrightarrow \left| \frac{28}{3}x+1 \right| = 4(x^2-1) \text{ (với } \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{28}{3}x + 1 = 4(x^2 - 1) \\ \frac{28}{3}x + 1 = 4(1 - x^2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x^2 - 28x - 15 = 0 \\ 12x^2 + 28x - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7 + \sqrt{94}}{6} \text{ (thoả mãn)} \\ x = \frac{7 - \sqrt{94}}{6} \text{ (loại)} \\ x = \frac{-7 + 2\sqrt{19}}{6} \text{ (loại)} \\ x = \frac{-7 - 2\sqrt{19}}{6} \text{ (thoả mãn)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7 + \sqrt{94}}{6} \\ x = \frac{-7 - 2\sqrt{19}}{6} \end{cases}$$

Câu 45: Đáp án B

Bài toán tương đương với: $m < f(x+1) - \frac{1}{3}x^3 + x$ có nghiệm trên $[0; 2]$

Xét hàm số $g(x) = f(x+1) - \frac{1}{3}x^3 + x$ trên $[0; 2]$.

Bài toán trở thành tìm m để $m < g(x)$ có nghiệm trên $[0; 2]$

$$\Leftrightarrow m < \max_{[0; 2]} g(x)$$

Ta có $g'(x) = f'(x+1) - x^2 + 1 = 0$.

$$\text{TH1: } x \in [0; 1) \Rightarrow \begin{cases} 0 < f'(x+1) \\ 0 < -x^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow g'(x) > 0$$

$$\text{TH2: } x = 1 \Rightarrow \begin{cases} f'(x+1) = 0 \\ -x^2 + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) = 0.$$

Suy ra $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$$\text{TH3: } x \in (1; 2] \Rightarrow \begin{cases} f'(x+1) < 0 \\ -x^2 + 1 < 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) < 0.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm $g(x)$ trên $[0; 2]$

x	0	1	2		
$g'(x)$		+	0	-	
$g(x)$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(2) + \frac{2}{3}$	$\searrow$	$f(3) - \frac{2}{3}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m < \max_{[0;2]} g(x) = g(2) = f(2) + \frac{2}{3}$.

Vậy $m < f(2) + \frac{2}{3}$.

Câu 46: Đáp án B

Gọi hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh x có diện tích mặt

chéo $S_{ACC'A'} = a^2\sqrt{2}$

Ta có $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = x\sqrt{2}$ nên

$$S_{ACC'A'} = AC \cdot AA' = x\sqrt{2} \cdot x = a^2\sqrt{2} \Rightarrow x = a$$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Nên thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi a^2$

$$\text{Suy ra } S.V = 3\pi a^3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^3 = \frac{3\sqrt{3}}{2}\pi^2 a^5.$$

Câu 47: Đáp án A

Ta có: $y' = -4x^3 + 2(2m-3)x = 2x(-2x^2 + 2m-3)$

Hàm số nghịch biến trên $(1;2) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (1;2) \Leftrightarrow 2x(-2x^2 + 2m-3) \leq 0, \forall x \in (1;2)$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 2m-3 \leq 0, \forall x \in (1;2) \text{ (vì } 2x > 0, \forall x \in (1;2))$$

$$\Leftrightarrow 2m-3 \leq 2x^2, \forall x \in (1;2)$$

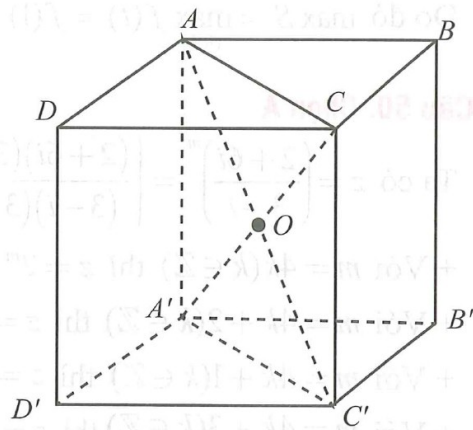
Dễ thấy hàm số $f(x) = 2x^2$ đồng biến trên $(1;2)$ nên $f(x) > f(1) = 2$

$$\text{Do đó } 2m-3 \leq 2x^2, \forall x \in (1;2) \Leftrightarrow 2m-3 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}$$

$$\text{Suy ra } m \in \left(-\infty; \frac{5}{2}\right] \Rightarrow p=5, q=2 \Rightarrow p+q=7$$

Câu 48: Đáp án D

Gọi H là hình chiếu của O xuống mặt phẳng (P) . Khi đó $OH \leq OA$ nên OH lớn nhất khi $H \equiv A$



Hay (P) là mặt phẳng qua $A(1;1;1)$ và nhận $\overrightarrow{OA} = (1;1;1)$ làm vector pháp tuyến nên phương trình mặt phẳng (P) là $1(x-1)+1(y-1)+1(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+z-3=0$

Thay tọa độ các điểm $M_1; M_2; M_3; M_4$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy chỉ có điểm $M_4(1;2;0)$ thỏa mãn $1+2+0-3=0 \Leftrightarrow 0=0$ (luôn đúng) nên $M_4 \in (P)$.

Câu 49: Đáp án D

Theo giả thiết ta có: $\log_2(x^2 + 3xy) \leq \log_2(4y^2) \Leftrightarrow x^2 + 3xy \leq 4y^2 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^2 + 3\left(\frac{x}{y}\right) \leq 4$

$$\Rightarrow 0 < t = \frac{x}{y} \leq 1.$$

Khi đó $S = f(t) = \frac{t+1}{\sqrt{t^2 - t + 2}} - \frac{2t+3}{t+2}$ (với $0 < t \leq 1$).

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{5-3t}{2\sqrt{(t^2 - t + 2)^3}} - \frac{1}{(t+2)^2} \geq \frac{2}{2\sqrt{2^3}} - \frac{1}{(t+2)^2} = \frac{(t+2)^2 - 2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}(t+2)^2} > 0$$

$$\text{Do đó } \max S = \max_{(0;1]} f(t) = f(1) = \sqrt{2} - \frac{5}{3} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=5 \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow P=10.$$

Câu 50: Đáp án A

$$\text{Ta có } z = \left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m = \left(\frac{(2+6i)(3+i)}{(3-i)(3+i)}\right)^m = (2i)^m = 2^m i^m$$

+ Với $m=4k(k \in \mathbb{Z})$ thì $z = 2^m$

+ Với $m=4k+2(k \in \mathbb{Z})$ thì $z = -2^m$

+ Với $m=4k+1(k \in \mathbb{Z})$ thì $z = 2^m i$

+ Với $m=4k+3(k \in \mathbb{Z})$ thì $z = -2^m i$

Vậy để z là số thuần ảo thì $\begin{cases} m=4k+1 \\ m=4k+3 \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ mà $1 \leq m \leq 50$

$$\text{Nên } \begin{cases} 1 \leq 4k+1 \leq 50 \\ 1 \leq 4k+3 \leq 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq 4k \leq 49 \\ -2 \leq 4k \leq 47 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq k \leq 12,25 \\ -0,5 \leq k \leq 11,75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \in \{0;1;2;3;\dots;12\} \\ k \in \{0;1;2;\dots;11\} \end{cases}$$

Vậy có tất cả $13+12=25$ giá trị của k thỏa mãn điều kiện, tức cũng có 25 giá trị của m thỏa mãn điều kiện đề bài.