

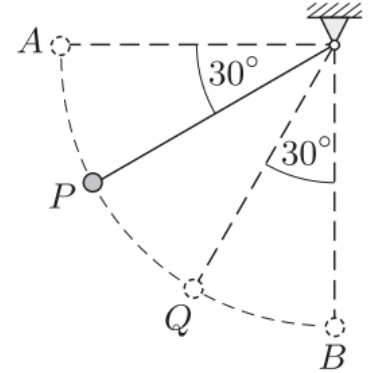
**CÂU I (cơ học chất điểm): 5 điểm**

Một con lắc đơn (gồm vật nặng coi như chất điểm  $m$  và sợi dây nhẹ không giãn chiều dài  $l$ ) được thả không vận tốc đầu từ trạng thái mà sợi dây đang căng và có phương ngang.

a. Khi dây treo con lắc hợp với phương ngang một góc  $\varphi$ , hãy xác định gia tốc của vật nặng theo gia tốc rơi tự do  $g$ . Từ đó cho biết giá trị lớn nhất và nhỏ nhất gia tốc của vật trong quá trình chuyển động.

b. Quỹ tích điểm cuối của vectơ gia tốc của nó là dạng đường cong nào?

c. Cung nào trong số hai cung,  $AP$  và  $PB$  như được chỉ ra trong hình bên sẽ có thời gian thực hiện sẽ ngắn hơn?

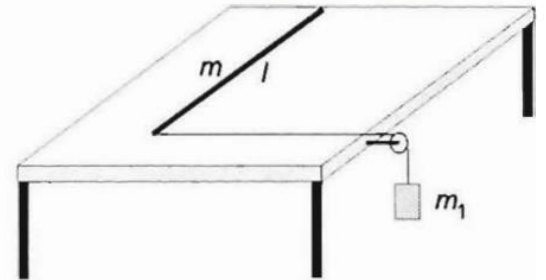


**CÂU II (Cơ học vật rắn): 4 điểm**

1. Có một thanh dài  $l$ , khối lượng  $m$  nằm trên mặt bàn nằm ngang. Một sợi dây được dẫn qua một ròng rọc, phần nằm ngang của nó được gắn vuông góc với một đầu của thanh, phần thẳng đứng của nó được gắn với vật nặng khối lượng  $m_1$ . Khối lượng của ròng rọc và ma sát không đáng kể.

1a) Điểm nào của thanh có gia tốc bằng không tại thời điểm thả quả nặng?

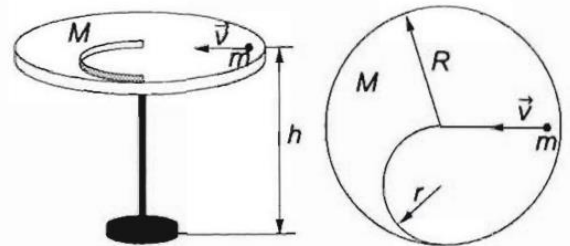
1b) Gia tốc trọng tâm của thanh cực đại tại thời điểm thả quả nặng khi tỉ lệ khối lượng của thanh và vật nặng bằng bao nhiêu? Xác định gia tốc cực đại này.



2. Một đĩa khối lượng 2 kg và bán kính  $R = 0,5$  m có thể quay tự do quanh một trục thẳng đứng được đỡ bởi các ổ trục ở độ cao  $h = 1$  m tính từ mặt đất.

Một mặt chịu lực thẳng đứng (vành chắn) có khối lượng không đáng kể, có dạng là một cung tròn bán nguyệt bán kính  $r = R/2$ , được đặt cố định trên đĩa như hình vẽ bên.

Một quả cầu nhỏ khối lượng  $m = 1$  kg được đặt trên đĩa đứng yên và được truyền vận tốc  $v = 3$  m/s sao cho nó tiếp xúc với mặt trong của cung tròn theo phương tiếp tuyến.

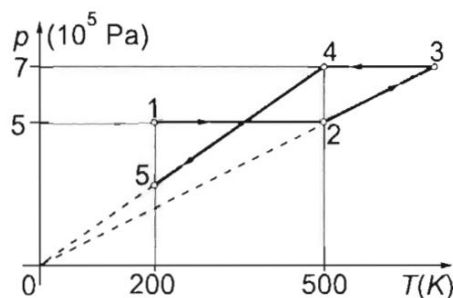


2a) Tìm khoảng cách từ vành đĩa đến nơi mà quả cầu chạm đất.

2b) Vị trí mà quả cầu chạm đất cách vị trí rời trên đĩa bao xa? (Bỏ qua mọi ma sát).

### CÂU III (Nhiệt): 4 điểm

1. Khí Hidro có khối lượng  $m = 20$  g thực hiện quá trình biến đổi 1 – 2 – 3 – 4 – 5 như hình vẽ bên. Cho biết:  $p_1 = p_2 = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $p_3 = p_4 = 7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T_1 = T_5 = 200 \text{ K}$ ,  $T_2 = T_4 = 500 \text{ K}$ . (Trong các trạng thái 2 – 3 và 4 – 5 của quá trình, áp suất tỉ lệ thuận với nhiệt độ)



1a) Tìm thể tích của các trạng thái 1,2,3,4, và 5, và các giá trị áp suất, nhiệt độ chưa biết của các trạng thái đó.

1b) Biểu diễn các quá trình trong hệ tọa độ  $p - V$  và  $T - V$ .

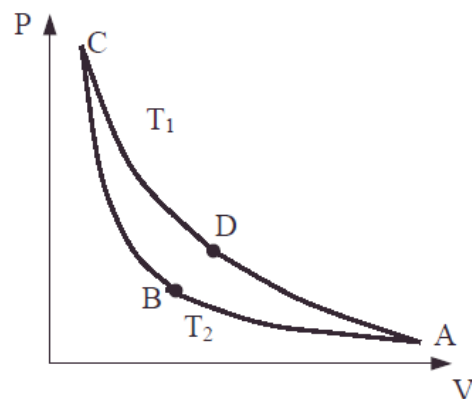
1c) Xác định tổng nhiệt lượng mà khí nhận được và tổng công khí thực hiện trong toàn bộ quá trình biến đổi.

2. Hiệu suất của động cơ nhiệt hoạt động theo chu trình Carnot thuận nghịch (gồm 2 quá trình đoạn nhiệt và 2 quá trình đẳng nhiệt) là  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$  với  $T_1$  và  $T_2$  là nhiệt độ của nguồn nóng và nguồn lạnh ( $T_1 > T_2$ ).

Trong bài này ta chỉ xét tác nhân là khí lý tưởng thực hiện chu trình biến đổi trên đồ thị  $p-V$

2a) Từ điểm A cố định ta thực hiện các quá trình biến đổi AB, BC, CD, DA tạo thành chu trình Carnot sao cho áp suất lớn nhất của tác nhân trong chu trình là  $p_c$  có giá trị không đổi  $p_{\max}$ .

Tìm hiệu suất lớn nhất  $\eta_M$  của chu trình trên theo  $p_A$ ,  $p_{\max}$ . Khi đó nhiệt độ nguồn nóng, được ký hiệu là  $T_{1\eta}$ , có giá trị bao nhiêu?



2b) i) Thiết lập theo  $\eta$  và  $p_c$  công sinh ra trong một chu trình với tác nhân là  $n$  mol khí.

ii) Để công sinh ra trong một chu trình là lớn nhất thì hiệu suất của chu trình, lúc này được ký hiệu là  $\eta_A$ , thỏa mãn điều kiện gì? Khi đó nhiệt độ nguồn nóng, được ký hiệu là  $T_{1A}$ , có giá trị là bao nhiêu?

2c) Áp dụng bằng số, tính các giá trị  $\eta_M$ ,  $T_{1\eta}$ ,  $\eta_A$ ,  $T_{1A}$  với các giả thiết sau:

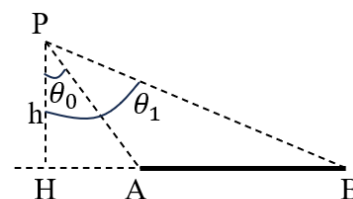
+ Tác nhân là 1 mol khí lý tưởng có hệ số đoạn nhiệt  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$

+ Áp suất và nhiệt độ của điểm A là  $p_A = 1 \text{ atm}$ ,  $T_A = T_2 = 298 \text{ K}$

+ Áp suất cực đại của chu trình có giá trị  $p_{\max} = 60 \text{ atm}$

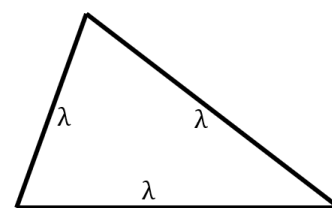
### CÂU IV (Tĩnh điện): 4 điểm

1. Xét một thanh cách điện mỏng, tích điện đều với mật độ  $\lambda$ . Tìm điện trường tại điểm P cách thanh một khoảng  $h$  như trong hình 4a. Biết rằng hai góc tạo bởi đường nối P và các đầu của thanh lần lượt hợp với phương thẳng đứng các góc là  $\theta_0$  và  $\theta_1$ . Biểu diễn kết quả theo  $\lambda$ ,  $h$ ,  $\theta_0$  và  $\theta_1$ .



Hình 4a

2. Một hình tam giác được làm từ các thanh cách điện mỏng có độ dài khác nhau và được tích điện đều với cùng mật độ điện tích là  $\lambda$  (hình 4b). Tìm một điểm trong mặt phẳng của tam giác mà tại đó cường độ điện trường bằng không.



Hình 4b

**CÂU V (Phương án thực hành): 3 điểm**

Người ta sấy nóng một lọ đựng parafin lên nhiệt độ cao để làm toàn bộ parafin trong lọ tan chảy. Cắm vào tâm của lọ một nhiệt kế để đo nhiệt độ của parafin giảm theo thời gian và nhiệt độ của môi trường làm thí nghiệm được giữ không đổi  $31,5^{\circ}\text{C}$  thì thu được bảng số liệu sau:

Thời gian (Phút)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Nhiệt độ ( $^{\circ}\text{C}$ )	73,8	69,3	65,4	61,8	58,8	56,1	55	54,4	53,8	53,3

Thời gian (Phút)	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
Nhiệt độ ( $^{\circ}\text{C}$ )	52,8	52,4	52	51,6	51,1	50,8	50,4	50	49,6	49,3

a) Vẽ đồ thị biểu diễn sự giảm nhiệt độ của parafin theo thời gian. Từ đồ thị cho biết quá trình giảm nhiệt độ này có gì đặc biệt?

b) Lập một phương trình tuyến tính cho thấy mối liên hệ độ chênh lệch nhiệt độ của vật với môi trường và thời gian truyền nhiệt ra môi trường.

c) Từ bảng số liệu trên và biểu thức tuyến tính lập được ở câu b) hãy vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc tuyến tính đó.

d) Từ đồ thị thí thu được hãy đưa ra những lập luận và tính toán để xác định nhiệt độ đông đặc của parafin trong thí nghiệm này.

----- HẾT -----

## ĐÁP ÁN

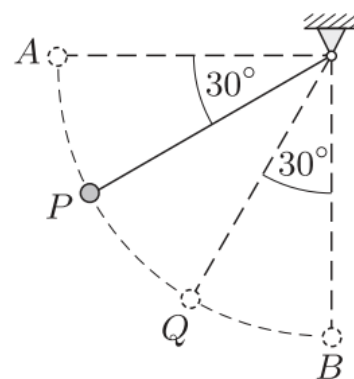
### CÂU I (cơ học chất điểm): 5 điểm

Một con lắc đơn (gồm vật nặng coi như chất điểm  $m$  và sợi dây nhẹ không giãn chiều dài  $l$ ) được thả không vận tốc đầu từ trạng thái mà sợi dây đang căng và có phương ngang.

a. Khi dây treo con lắc hợp với phương ngang một góc  $\varphi$ , hãy xác định gia tốc của vật nặng theo gia tốc rơi tự do  $g$ . Từ đó cho biết giá trị lớn nhất và nhỏ nhất gia tốc của vật trong quá trình chuyển động.

b. Quỹ tích điểm cuối của vector gia tốc của nó là dạng đường cong nào?

c. Cung nào trong số hai cung,  $AP$  và  $PB$  như được chỉ ra trong hình bên sẽ có thời gian thực hiện sẽ ngắn hơn?



### Giải

a. Gia tốc của vật nặng tại vị trí bất kì gồm hai thành phần: gia tốc tiếp tuyến  $a_t$  và gia tốc hướng tâm  $a_n$ . Khi con lắc hợp với phương ngang một góc  $\varphi$ , như Hình 1.

Gia tốc tiếp tuyến là do thành phần tiếp tuyến của lực hấp dẫn:

$$a_t = g \cos \varphi \dots \dots \dots 0,5đ$$

Tốc độ của vật có thể được tìm thấy từ sự bảo toàn cơ năng, vật đã hạ xuống theo phương thẳng đứng trong một khoảng cách  $l \cdot \sin \varphi$

$$v = \sqrt{2gl \cdot \sin \varphi}$$

Vì vậy, gia tốc hướng tâm được cho bởi

$$a_n = \frac{v^2}{l} = 2g \sin \varphi \dots \dots \dots 0,5đ.$$

Gia tốc của vật là:

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = g \sqrt{\cos^2 \varphi + 4 \sin^2 \varphi} \\ &= g \sqrt{-3 \cos^2 \varphi + 4} \dots \dots \dots 0,5đ \end{aligned}$$

Từ đây ta thấy gia tốc cực đại  $a_{max} = 2g$ , đạt được khi  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  nghĩa là khi vật qua vị trí cân bằng,

Gia tốc cực tiểu  $a_{min} = g$  đạt được tại vị trí ban đầu ( $\varphi = 0$ )  $\dots \dots \dots 0,5đ$

b. Chọn trục tọa độ (x,y) như hình vẽ. Các thành phần x (ngang) và y (dọc) của gia tốc của vật

$$\begin{aligned} a_x &= a_n \cos \varphi + a_t \sin \varphi = 3g \sin \varphi \cos \varphi, \\ a_y &= a_n \sin \varphi - a_t \cos \varphi = 2g \sin^2 \varphi - g \cos^2 \varphi. \end{aligned}$$

Các biểu thức này có thể được chuyển đổi bằng cách sử dụng các hệ thức lượng giác và thu được

$$a_x = \frac{3}{2} g \sin (2\varphi), \quad a_y = \frac{1}{2} g - \frac{3}{2} g \cos (2\varphi) \dots \dots \dots 0,5đ.$$

Đây là dạng tham số của phương trình cho một đường tròn, cũng có thể được viết dưới dạng

$$a_x^2 + \left(a_y - \frac{1}{2}g\right)^2 = \left(\frac{3}{2}g\right)^2 \dots\dots\dots \mathbf{0,5đ}$$

Quỹ tích của điểm cuối của vector gia tốc  $a$  của con lắc là một vòng tròn bán kính  $3g/2$  có tâm là  $(0, g/2)$ , như hình 2. Sự thả ban đầu tương ứng với điểm  $(0, -g)$  và vòng tròn đi qua theo hướng ngược chiều kim đồng hồ....  $\mathbf{0,5đ}$

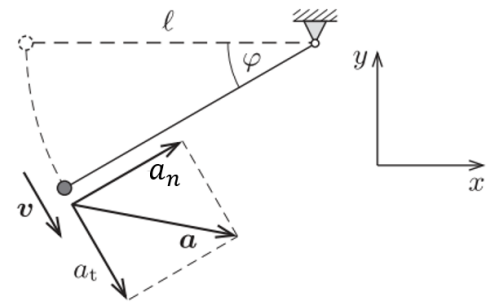
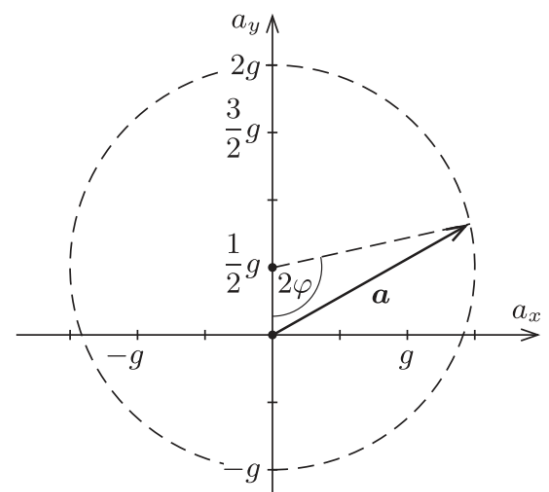


Fig. 1

Lưu ý rằng, trong thời gian 'nửa chu kì' đầu tiên, tức là cho đến khi con lắc nằm ngang với vật của nó ở trạng thái nghỉ lần đầu tiên, vòng tròn hoàn chỉnh được cắt ngang. Tại thời điểm này vector gia tốc đảo ngược hướng và phủ toàn bộ vòng tròn, nhưng theo chiều kim đồng hồ.

Vẽ hình: .....  $\mathbf{0,5đ}$



c. Gọi chiều dài của con lắc là  $l$ . Dọc theo cung AP, gia tốc thẳng đứng của vật nhỏ hơn hoặc bằng  $g$  (chỉ bằng nhau tại điểm ban đầu). Tương ứng, thời gian cần thiết để quét cung này rõ ràng là lớn hơn là nếu vật rơi tự do giữa các mức độ cao của A và P:

$$t_{AP} > \sqrt{\frac{2\ell \sin 30^\circ}{g}} = \sqrt{\frac{\ell}{g}} \dots\dots\dots \mathbf{0,25đ}$$

Tiếp theo, chúng ta hãy chia cung PB thành hai phần bằng nhau, PQ và QB. Tại các điểm P và Q, tốc độ của dao động có thể được tìm thấy bằng cách sử dụng định luật bảo toàn năng lượng:

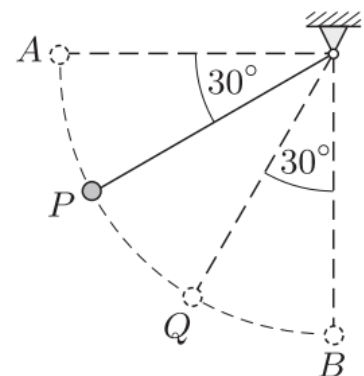
$$v_P = \sqrt{2g\ell \sin 30^\circ} = \sqrt{g\ell},$$

Trong khi

$$v_Q = \sqrt{2g\ell \sin 60^\circ} = \sqrt{\sqrt{3}g\ell} \dots\dots\dots \mathbf{0,25đ}$$

Bob rõ ràng bao phủ các vòng cung dài  $\frac{\ell\pi}{6}$  PQ và QB nhanh hơn so với khi nó di chuyển dọc theo đoạn đầu với tốc độ không đổi  $v_P$  và dọc theo đoạn sau với tốc độ  $v_Q$ . Như một công thức:

$$t_{PB} < \frac{\ell\pi}{6v_P} + \frac{\ell\pi}{6v_Q} \approx 0.92 \sqrt{\frac{\ell}{g}} \dots\dots\dots \mathbf{0,25đ}$$



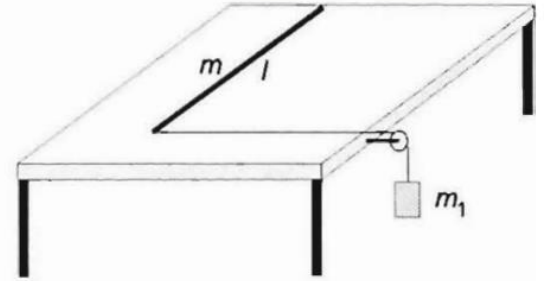
So sánh các bất đẳng thức (1) và (2), có thể thấy rằng  $t_{AP} > t_{PB}$ , và do đó chúng ta kết luận rằng PB là cung đi qua trong thời gian ngắn hơn. ....  $\mathbf{0,25đ}$

## CÂU II (Cơ học vật rắn): 4 điểm

1. Có một thanh dài  $l$ , khối lượng  $m$  nằm trên mặt bàn nằm ngang. Một sợi dây được dẫn qua một ròng rọc, phần nằm ngang của nó được gắn vuông góc với một đầu của thanh, phần thẳng đứng của nó được gắn với vật nặng khối lượng  $m_1$ . Khối lượng của ròng rọc và ma sát không đáng kể.

1a) Điểm nào của thanh có gia tốc bằng không tại thời điểm thả quả nặng?

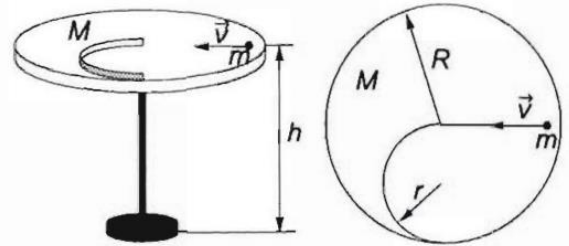
1b) Gia tốc trọng tâm của thanh cực đại tại thời điểm thả quả nặng khi tỉ lệ khối lượng của thanh và vật nặng bằng bao nhiêu? Xác định gia tốc cực đại này.



2. Một đĩa khối lượng  $2\text{ kg}$  và bán kính  $R = 0,5\text{ m}$  có thể quay tự do quanh một trục thẳng đứng được đỡ bởi các ổ trục ở độ cao  $h = 1\text{ m}$  tính từ mặt đất.

Một mặt chịu lực thẳng đứng (vành chắn) có khối lượng không đáng kể, có dạng là một cung tròn bán nguyệt bán kính  $r = R/2$ , được đặt cố định trên đĩa như hình vẽ bên.

Một quả cầu nhỏ khối lượng  $m = 1\text{ kg}$  được đặt trên đĩa đứng yên và được truyền vận tốc  $v = 3\text{ m/s}$  sao cho nó tiếp xúc với mặt trong của cung tròn theo phương tiếp tuyến.



2a) Tìm khoảng cách từ vành đĩa đến nơi mà quả cầu chạm đất.

2b) Vị trí mà quả cầu chạm đất cách vị trí rời trên đĩa bao xa? (Bỏ qua mọi ma sát).

**Giải**

1.

1a) Gọi  $a$  là gia tốc của trọng tâm thanh,  $a_1$  là gia tốc của điểm cuối thanh (điểm được gắn với sợi dây), và gọi  $\beta$  là gia tốc góc của thanh. Vì tâm hình học của thanh trùng với tâm khối lượng của nó nên  $a_1 = a + l\beta/2$ .

Phương trình chuyển động của quả nặng là:

$$m_1 g - K = m_1 a_1 \quad (1)$$

Định luật thứ hai của Newton cho khối tâm của thanh là:

$$K = ma \quad (2)$$

Phương trình cho chuyển động quay là:

$$K \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{12} m l^2 \beta \quad (3)$$

Quan hệ động học giữa gia tốc và gia tốc góc là:

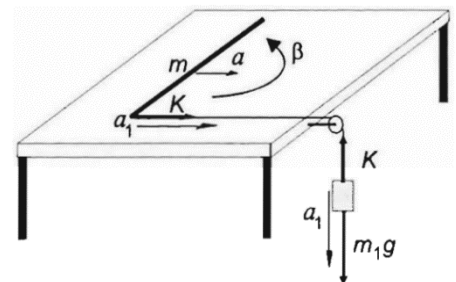
$$a_1 = a + \frac{l}{2} \beta \quad (4).$$

Từ (4):

$$\beta = \frac{2(a_1 - a)}{l} \quad (5)$$

và thay phương trình này vào phương trình (2) vào (3), chúng ta có được:

$$ma \frac{l}{2} = \frac{1}{12} m l^2 \cdot \frac{2(a_1 - a)}{l}.$$



Suy ra:

$$a = \frac{1}{3}(a_1 - a),$$

hay

$$a_1 = 4a \quad (6)$$

Viết phương trình (5) và (2) vào (1), ta được

$$m_1 g - ma + m_1 4a,$$

Gia tốc khối tâm của thanh:

$$a = \frac{m_1}{m + 4m_1} g \quad (7) \quad \dots \dots \dots 0,25đ$$

Từ (5) và (6):

$$\beta = \frac{2(a_1 - a)}{l} = \frac{2(4a - a)}{l} = \frac{6a}{l} \quad (8) \dots \dots \dots 0,25đ$$

Gọi  $x$  là khoảng cách từ một điểm  $M$  của thanh (có gia tốc tức thời bằng không) đến tâm thanh. Gia tốc của điểm này bằng không nếu độ lớn của gia tốc tương đối của nó đối với tâm bằng gia tốc của tâm và hướng ngược lại:

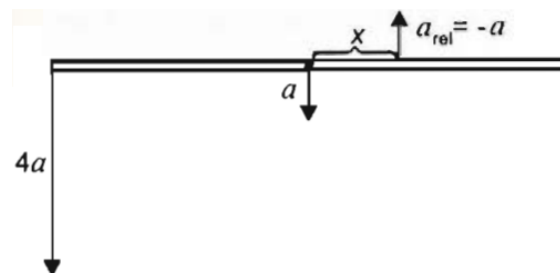
$$x \cdot \beta = a. \quad \dots \dots \dots 0,25đ$$

Thay gia tốc góc từ phương trình (8), chúng ta nhận được:

$$x \cdot \frac{6a}{l} = a.$$

vậy khoảng cách của tâm quay tức thời từ tâm hình học của thanh là:

$$x = \frac{l}{6} \quad \dots \dots \dots 0,25đ$$



**1b)** Tỷ số khối lượng đang đề cập có thể được xác định từ biểu thức của gia tốc trọng tâm của thanh:

$$a = \frac{m_1 g}{m + 4m_1} = \frac{g}{\frac{m}{m_1} + 4}. \quad \dots \dots \dots 0,5đ$$

Rõ ràng khi  $m_1 \rightarrow \infty$ , tỉ số  $\frac{m}{m_1} \rightarrow 0$ , khi đó mẫu số cực tiểu.

Như vậy để đạt được gia tốc cực đại thì khối lượng của quả nặng phải lớn là  $m \ll m_1$ .

Gia tốc cực đại có thể có của trọng tâm thanh là:

$$a = \frac{g}{4}. \quad \dots \dots \dots 0,5đ$$

**2.** Trong tương tác giữa quả bóng với đĩa, momen động lượng và cơ năng được bảo toàn. Điều này dẫn đến hai phương trình cho tốc độ của vật khi rời khỏi đĩa và tốc độ góc của đĩa.

Mômen động lượng của quả bóng sau khi ném bóng bằng không đối với trục và mômen động lượng của quả bóng đứng yên ban đầu cũng bằng không. Do đó, tại thời điểm tách ra, tổng momen động lượng quỹ đạo của quả bóng và momen động lượng của đĩa đều bằng không:

$$mv_1 R - \frac{1}{2} MR^2 \omega = 0 \quad (1)$$

vì quả cầu rời vành theo phương của tiếp tuyến. Tổng năng lượng tại thời điểm này là:

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^2 \omega^2 \quad (2)$$

Từ (1) tốc độ góc của đĩa là



$$\omega = \frac{2mv_1R}{MR^2} = 2 \frac{m}{M} \cdot \frac{v_1}{R}.$$

Thay vào (2):

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}MR^2 \cdot 4 \frac{m^2}{M^2} \cdot \frac{v_1^2}{R^2} = \left( \frac{m}{2} + \frac{m^2}{M} \right) \cdot v_1^2 \quad (3)$$

Từ (3) tốc độ của bóng khi rời đĩa

$$v_1 = v \sqrt{\frac{M}{M+2m}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sqrt{\frac{2 \text{ kg}}{2 \text{ kg} + 2 \cdot 1 \text{ kg}}} = 2,12 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad \dots\dots\dots 0,25đ$$

Thời gian bóng rơi

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,452 \text{ s}.$$

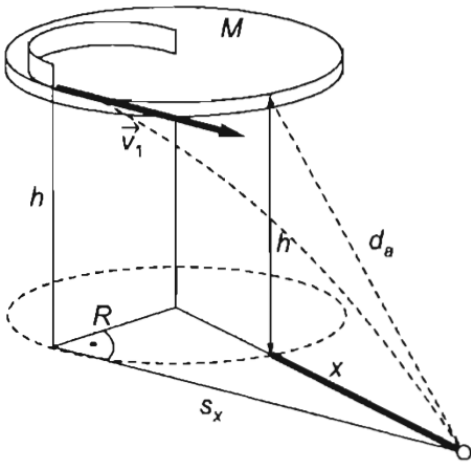
Trong khi đó độ dời theo phương ngang của quả cầu là

$$s_x = v_1 \Delta t = v_1 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,957 \text{ m} \quad \dots\dots\dots 0,25đ.$$

Gọi  $x$  là khoảng cách giữa hình chiếu của vành đĩa trên mặt đất và nơi bóng chạm đất. Từ hình bên

$$x = \sqrt{R^2 + v_1^2 \Delta t^2} - R = \sqrt{R^2 + v^2 \frac{M}{M+2m} \cdot \frac{2h}{g}} - R$$

Thay số:  $x = 0,58 \text{ m} \quad (4) \quad \dots\dots\dots 0,25đ$



**2a)** Khoảng cách của điểm mà quả bóng chạm đất tính từ vành đĩa là

$$d_a = \sqrt{h^2 + x^2} = \sqrt{1 \text{ m}^2 + (0,58 \text{ m})^2} \approx 1,16 \text{ m} \quad \dots\dots\dots 0,25đ$$

**2b)** Dựa vào (2), trong thời gian rơi đĩa đang quay với vận tốc góc

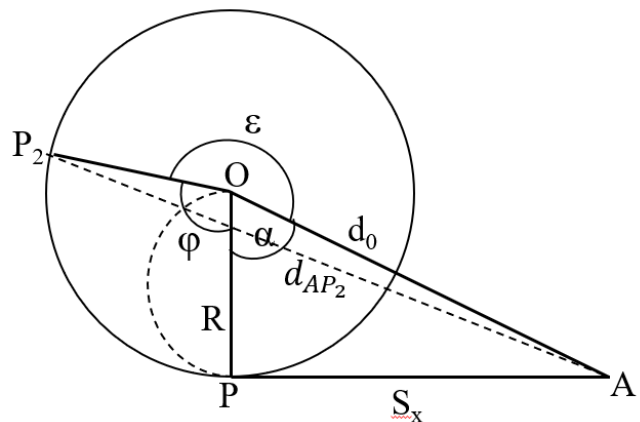
$$\omega = 2 \frac{m}{M} \cdot \frac{v}{R} \sqrt{\frac{M}{M+2m}} = 4,24 \text{ s}^{-1}$$

Tổng độ dời góc cho đến khi quả cầu chạm đất là

$$\begin{aligned} \varphi &= \omega \cdot t = 2 \frac{m}{M} \cdot \frac{v}{R} \sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot \frac{M}{M+2m} = \\ &= 1,92 \text{ rad} \approx 110^\circ. \end{aligned}$$

Phân tích hình vẽ có thể cho các phát biểu sau: Dựa vào (4), cho biết khoảng cách nơi quả bóng chạm đất tính từ nơi đặt đĩa là

$$\begin{aligned} d_0 &= \sqrt{R^2 + s_x^2} = \sqrt{R^2 + v_1^2 \frac{2h}{g}} \\ &= \sqrt{R^2 + v^2 \frac{M}{M+2m} \cdot \frac{2h}{g}} \\ &= 1,08 \text{ m}. \quad \dots\dots\dots 0,25đ \end{aligned}$$





Gọi  $P_1$  là điểm rời trên hình chiếu của vành đĩa trên mặt đất và  $P_2$  là vị trí của hình chiếu này khi quả bóng chạm đất. Gọi O là chân trục và A là điểm va chạm với mặt đất. Gọi  $\alpha$  là góc  $AOP_1$  và  $\varepsilon$  là góc  $AOP_2$ . Từ hình vẽ có thể thấy rằng

$$\alpha = \arccos \frac{R}{d_0} = \arccos \frac{0.5}{1.08} = 1,09 \text{ rad} = 62,1^\circ$$

và  $\varepsilon = 2\pi - \varphi - \alpha = 3.27 \text{ rad} = 187,5^\circ$ .

Theo quy tắc cosin, khoảng cách giữa điểm va chạm và hình chiếu của vành, ( $d_{AP_2} = \overline{AP_2}$ ) là:

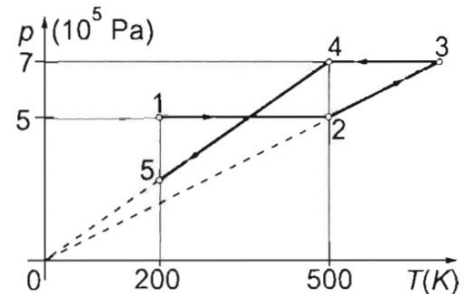
$$d_{AP_2} = \sqrt{d_0^2 + R^2 - 2d_0R\cos\varepsilon} = 1,58 \text{ m.} \dots\dots\dots \mathbf{0,5đ}$$

Cuối cùng, theo định lý Pitago, khoảng cách giữa điểm va chạm và điểm rời khỏi đĩa là

$$d_b = \sqrt{h^2 + d_{AP_2}^2} = \sqrt{h^2 + d_0^2 + R^2 - 2d_0R\cos\varepsilon} = 1,87 \text{ m.} \dots\dots\dots \mathbf{0,25đ}$$

### CÂU III (Nhiệt): 4 điểm

1. Khi Hidro có khối lượng  $m = 20 \text{ g}$  thực hiện quá trình biến đổi  $1 - 2 - 3 - 4 - 5$  như hình vẽ bên. Cho biết:  $p_1 = p_2 = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $p_3 = p_4 = 7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T_1 = T_5 = 200 \text{ K}$ ,  $T_2 = T_4 = 500 \text{ K}$ . (Trong các trạng thái  $2 - 3$  và  $4 - 5$  của quá trình, áp suất tỉ lệ thuận với nhiệt độ)



1a) Tìm thể tích của các trạng thái 1,2,3,4, và 5, và các giá trị áp suất, nhiệt độ chưa biết của các trạng thái đó.

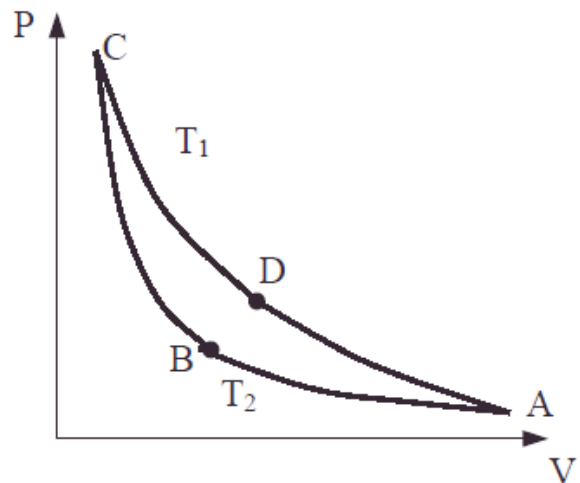
1b) Biểu diễn các quá trình trong hệ tọa độ  $p - V$  và  $T - V$ .

1c) Xác định tổng nhiệt lượng mà khí nhận được và tổng công khí thực hiện trong toàn bộ quá trình biến đổi.

2. Hiệu suất của động cơ nhiệt hoạt động theo chu trình Carnot thuận nghịch (gồm 2 quá trình đoạn nhiệt và 2 quá trình đẳng nhiệt) là  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$  với  $T_1$  và  $T_2$  là nhiệt độ của nguồn nóng và nguồn lạnh ( $T_1 > T_2$ ). Trong bài này ta chỉ xét tác nhân là khí lý tưởng thực hiện chu trình biến đổi trên đồ thị  $p-V$

2a) Từ điểm A cố định ta thực hiện các quá trình biến đổi AB, BC, CD, DA tạo thành chu trình Carnot sao cho áp suất lớn nhất của tác nhân trong chu trình là  $p_c$  có giá trị không đổi  $p_{\max}$ .

Tìm hiệu suất lớn nhất  $\eta_M$  của chu trình trên theo  $p_A$ ,  $p_{\max}$ . Khi đó nhiệt độ nguồn nóng, được ký hiệu là  $T_{1\eta}$ , có giá trị bao nhiêu?



2b) i) Thiết lập theo  $\eta$  và  $p_c$  công sinh ra trong một chu trình với tác nhân là  $n$  mol khí.

ii) Để công sinh ra trong một chu trình là lớn nhất thì hiệu suất của chu trình, lúc này được ký hiệu là  $\eta_A$ , thỏa mãn điều kiện gì? Khi đó nhiệt độ nguồn nóng, được ký hiệu là  $T_{1A}$ , có giá trị là bao nhiêu?

2c) Áp dụng bằng số, tính các giá trị  $\eta_M$ ,  $T_{1\eta}$ ,  $\eta_A$ ,  $T_{1A}$  với các giả thiết sau:

- + Tác nhân là 1 mol khí lý tưởng có hệ số đoạn nhiệt  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$
- + Áp suất và nhiệt độ của điểm A là  $p_A = 1 \text{ atm}$ ,  $T_A = T_2 = 298 \text{ K}$
- + Áp suất cực đại của chu trình có giá trị  $p_{\max} = 60 \text{ atm}$

**Giải:**

**1.**

**1a)**

$$V_1 = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT}{p_1} = 33,24 \text{ l.}$$

Quá trình 1 – 2 là đẳng áp nên  $V_2/V_1 = T_2/T_1$ , suy ra

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = 83,1 \text{ l.}$$

Quá trình 2 – 3 là đẳng tích (đường kéo dài 2 – 3 đi qua gốc tọa độ), nên  $p_3/p_2 = T_3/T_2$ , do vậy

$$T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = 700 \text{ K and } V_3 = V_2 = 83,1 \text{ l}$$

Quá trình 3 – 4 đẳng áp nên

$$V_1 = V_3 \frac{T_1}{T_3} = 59,36 \text{ l.}$$

Cuối cùng, quá trình 4-5 lại là đẳng tích, với  $T_5 = T_1 = 200 \text{ K}$  và  $V_5 = V_4 = 59,36 \text{ l}$ . Nên

$$p_5 = p_4 \frac{T_5}{T_4} = 2,8 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

**Tính đúng các giá trị** ..... **0,5 đ**

**1b)** Đồ thị  $p - V$  và  $T - V$  cho bởi hình dưới: ..... **1,0 đ**

**1c)** Công khí thực hiện được tính từ đồ thị  $p - V$ . Nội năng lúc đầu và lúc kết thúc của quá trình là như nhau vì nhiệt độ của khí ở trạng thái đầu và trạng thái cuối bằng nhau. Theo nguyên lý I của nhiệt động lực học  $\Delta U = Q + W = 0$  nên  $Q = -W$ . Công khí thực hiện có thể được xác định theo bốn giai đoạn:

$$A_{12} = -p_1(V_2 - V_1) = -24930 \text{ J,}$$

$$A_{23} = 0$$

$$A_{34} = -p_3(V_4 - V_3) = 16618 \text{ J}$$

$$A_{45} = 0$$

Tổng công khí thực hiện là:

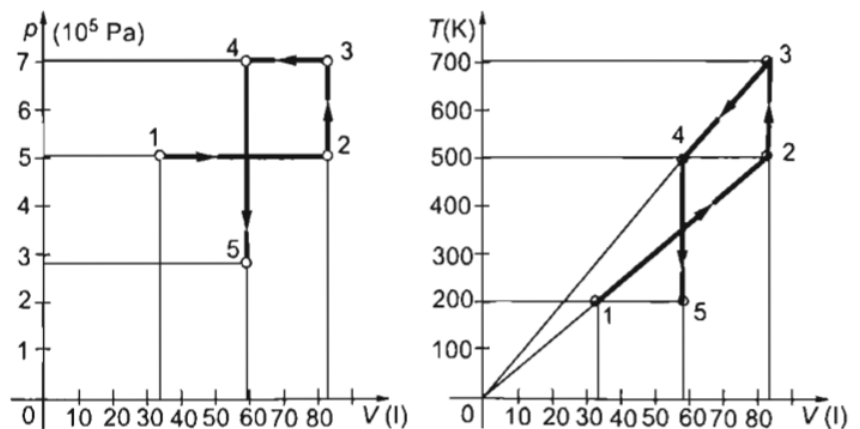
$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{45} = -8312 \text{ J} \dots\dots\dots \mathbf{0,25 đ.}$$

Tổng nhiệt lượng khí nhận là

$$Q = -W = 8312 \text{ J} \dots\dots\dots \mathbf{0,25 đ}$$

**2.**

Quá trình BC và DA là đoạn nhiệt, ta có:  $p_B T_2^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} = p_C T_1^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}$  và  $p_A T_2^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} = p_D T_1^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}$



Hai quá trình AB và CD là đẳng nhiệt ta có:  $p_A V_A = p_B V_B$  và  $p_C V_C = p_D V_D$

Ta được

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_B}{p_C}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left[\frac{p_A V_A}{p_C V_B}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Như vậy:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \left[\frac{p_A V_A}{p_C V_B}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \dots\dots\dots 0,25đ$$

Do  $V_A \geq V_B$  nên  $\eta$  lớn nhất khi  $V_A = V_B$

Ta được

$$\eta_M = 1 - \left[\frac{p_A}{p_C}\right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \dots\dots\dots 0,25đ$$

Từ trên ta có  $\frac{p_B}{p_A} = \frac{p_C}{p_D} = 1$  khi này độ dài đường đoạn nhiệt tiến tới 0.

Khi đó:

$$T_1 = T_2 \cdot \left(\frac{p_C}{p_A}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \dots\dots\dots 0,25đ$$

Từ định nghĩa hiệu suất của chu trình  $\eta = \frac{A}{Q_{CD}}$

Với  $Q_{CD} = nRT_1 \ln \frac{p_C}{p_D}$

Và

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{1-\eta}; p_D = p_A \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} = p_A (1-\eta)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \dots\dots\dots 0,25đ$$

Ta được biểu thức của công sinh ra bởi tác nhân trong chu trình:

$$A = \eta nR \frac{T_2}{1-\eta} \ln \left[\frac{p_C}{p_A} (1-\eta)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right] = \frac{\eta}{M} \frac{mRT_2}{1-\eta} \left[\ln \frac{p_C}{p_A} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln(1-\eta)\right]$$

Lấy đạo hàm của lnA theo  $\eta$  ta được

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{d\eta} = \frac{1}{\eta} + \frac{1}{1-\eta} + \frac{\frac{-\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{1}{1-\eta}}{\ln \frac{p_C}{p_A} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln(1-\eta)} \dots\dots\dots 0,25đ$$

Công A cực đại khi  $\frac{dA}{d\eta} = 0$  ta được phương trình

$$\eta_A - \ln(1-\eta_A) = \frac{\gamma-1}{\gamma} \ln \frac{p_C}{p_A}$$

Khi đó:

$$T_1 = \frac{T_2}{1-\eta_A} \dots\dots\dots 0,25đ$$

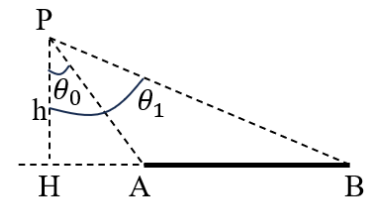
Áp dụng bằng số ta được

$$+ \eta_M = 0,69 \text{ và } T_{1\eta} = 960K \quad \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$+ \eta_A = 0,4922; T_{1A} = 586,6K; A_{\max} = 142,7J \quad \dots\dots\dots 0,25đ$$

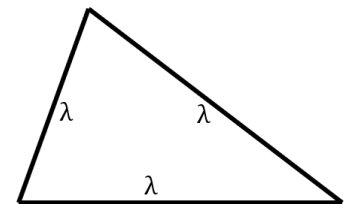
**CÂU IV (Tĩnh điện): 4 điểm**

1. Xét một thanh cách điện mỏng, tích điện đều với mật độ  $\lambda$ . Tìm điện trường tại điểm P cách thanh một khoảng  $h$  như trong hình 4a. Biết rằng hai góc tạo bởi đường nối P và các đầu của thanh lần lượt hợp với phương thẳng đứng các góc là  $\theta_0$  và  $\theta_1$ . Biểu diễn kết quả theo  $\lambda$ ,  $h$ ,  $\theta_0$  và  $\theta_1$ .



Hình 4a

2. Một hình tam giác được làm từ các thanh cách điện mỏng có độ dài khác nhau và được tích điện đều với cùng mật độ điện tích là  $\lambda$  (hình 4b). Tìm một điểm trong mặt phẳng của tam giác mà tại đó cường độ điện trường bằng không



Hình 4b

**Giải**

1. Chọn gốc tọa độ tại H, trục x trùng với thanh, trục y vuông góc với thanh. Xét một phần tử có chiều dài vô cùng nhỏ  $dx$  ở tọa độ  $x$ . Cường độ điện trường do phần tử này gây ra tại P gồm hai thành phần:

$$dE_x = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}} \cdot \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(x^2 + h^2)} \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$dE_y = \frac{h}{\sqrt{x^2 + h^2}} \cdot \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(x^2 + h^2)} \dots\dots\dots 0,25đ$$

Do đó, điện trường tại điểm P có thể thu được bằng cách lấy tích phân biểu thức này trên toàn bộ thanh. Và chú ý  $dq = \lambda dx$ ,

$$\begin{aligned} E_x &= \int_{h \tan \theta_0}^{h \tan \theta_1} \left[ -\frac{\lambda x}{4\pi\epsilon_0(x^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} \right] dx = \left[ \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{x^2 + h^2}} \right]_{h \tan \theta_0}^{h \tan \theta_1} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 h} (\cos \theta_1 - \cos \theta_0) \dots\dots\dots 0,5đ \end{aligned}$$

Để lấy tích phân biểu thức cho điện trường theo hướng y, nên sử dụng tọa độ cực. Chúng ta có thể gán nhãn cho mỗi điểm trên thanh bằng một tọa độ  $\theta$  là góc ngược chiều kim đồng hồ hợp với vectơ chỉ từ P đến điểm cụ thể trên thanh và phương thẳng đứng. Sau đó, tọa độ x của một đoạn vô hạn có thể được biểu thị bằng

$$\begin{aligned}
 x &= h \tan \theta \\
 dx &= \frac{h}{\cos^2 \theta} d\theta, \\
 E_y &= \int_{h \tan \theta_0}^{h \tan \theta_1} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0(x^2 + h^2)} \cdot \frac{h}{\sqrt{x^2 + h^2}} dx \\
 &= \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{\lambda \cdot \cos^2 \theta}{4\pi\epsilon_0 h^2} \cdot \cos \theta \cdot \frac{h}{\cos^2 \theta} d\theta \\
 E_y &= \left[ \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 h} \sin \theta \right]_{\theta_0}^{\theta_1} \\
 E_y &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 h} (\sin \theta_1 - \sin \theta_0) \dots \dots \dots \mathbf{0,5đ.}
 \end{aligned}$$

Vậy cường độ điện trường tại P:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 h} \sqrt{2 + 2\cos(\theta_1 - \theta_0)} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 h} \cos \frac{(\theta_1 - \theta_0)}{2} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 h} \cos \frac{\alpha}{2}$$

Trong đó:  $\alpha = \theta_1 - \theta_0 \dots \dots \dots \mathbf{0,5đ}$

2. Chúng ta sẽ chứng minh rằng cường độ điện trường bằng không tại tâm của đường tròn nội tiếp tam giác (có bán kính r trong hình) . . . . . **0,5đ.**

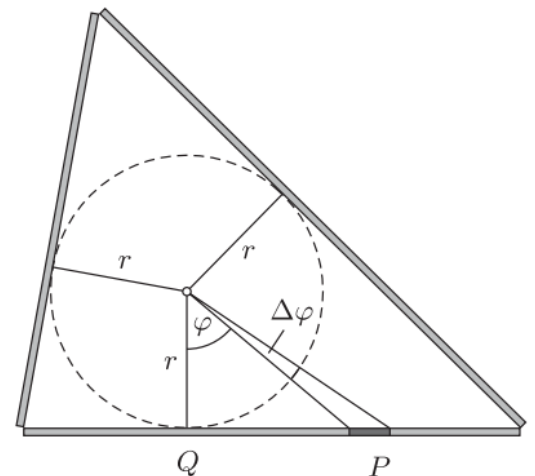
Xét một phần tử có chiều dài nhỏ  $\Delta x$  của thanh tại vị trí P trên một trong các cạnh của tam giác; để nó chắn một góc  $\Delta\varphi$  tại tâm (xem hình). Khoảng cách của nó từ tâm là  $r/\cos\varphi$ . Chiều dài nhỏ  $\Delta x$  của nó có thể được tìm thấy bằng cách lưu ý rằng P cách điểm cố định Q một khoảng  $x = r \tan\varphi$  dọc theo thanh và do đó  $\Delta x = (r\Delta\varphi)/(\cos^2\varphi)$ . Do đó điện tích mà nó mang là

$$\Delta q = \frac{\lambda \cdot r \Delta\varphi}{\cos^2\varphi}, \dots \dots \dots \mathbf{0,5đ}$$

Điện trường gây ra bởi phần tử nhỏ này tại tâm thành tròn nội tiếp tam giác là

$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q \cos^2\varphi}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda r \Delta\varphi}{r^2} \dots \dots \dots \mathbf{0,5đ}$$

Rõ ràng  $\Delta E$  chỉ phụ thuộc vào góc  $\Delta\varphi$ . Do đó điện trường tổng hợp gây ra bởi tất cả các phần tử nhỏ thuộc các thanh sẽ bằng không. . . . . **0,5đ.**



**Câu V (Phương án thực hành): 3 điểm**

Người ta sấy nóng một lọ đựng parafin lên nhiệt độ cao để làm toàn bộ parafin trong lọ tan chảy. Cắm vào tâm của lọ một nhiệt kế để đo nhiệt độ của parafin giảm theo thời gian và nhiệt độ của môi trường làm thí nghiệm được giữ không đổi  $31,5^{\circ}\text{C}$  thì thu được bảng số liệu sau:

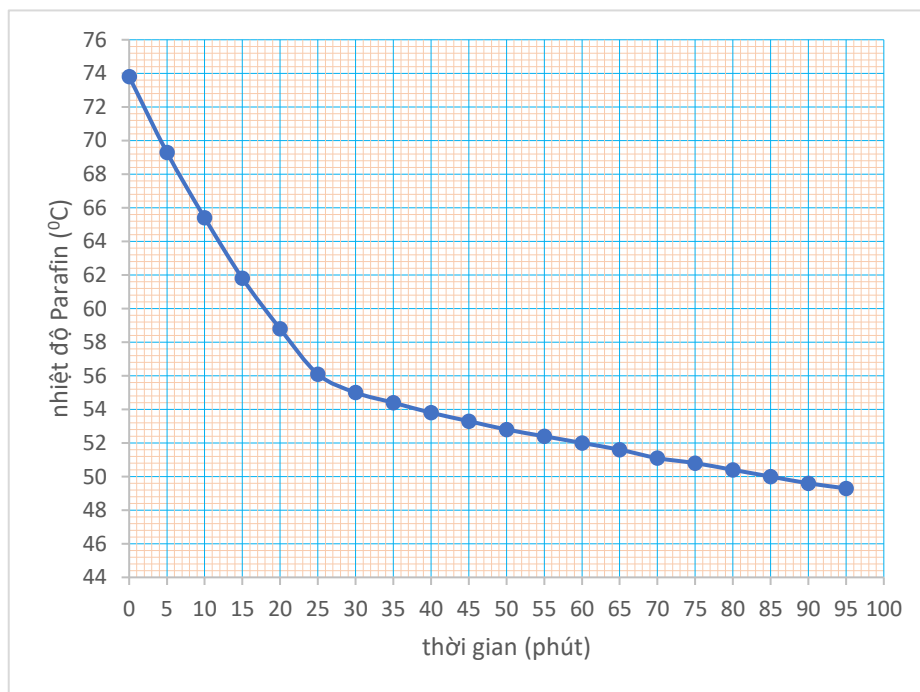
Thời gian (Phút)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
Nhiệt độ ( $^{\circ}\text{C}$ )	73,8	69,3	65,4	61,8	58,8	56,1	55	54,4	53,8	53,3

Thời gian (Phút)	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
Nhiệt độ ( $^{\circ}\text{C}$ )	52,8	52,4	52	51,6	51,1	50,8	50,4	50	49,6	49,3

- a) Vẽ đồ thị biểu diễn sự giảm nhiệt độ của parafin theo thời gian. Từ đồ thị cho biết quá trình giảm nhiệt độ này có gì đặc biệt?
- b) Lập một phương trình tuyến tính cho thấy mối liên hệ độ chênh lệch nhiệt độ của vật với môi trường và thời gian truyền nhiệt ra môi trường.
- c) Từ bảng số liệu trên và biểu thức tuyến tính lập được ở câu b) hãy vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc tuyến tính đó.
- d) Từ đồ thị thí nghiệm thu được hãy đưa ra những lập luận và tính toán để xác định nhiệt độ đông đặc của parafin trong thí nghiệm này.

### **Giải**

#### **a. (1,0 điểm)**



Từ đồ thị ta thấy quá trình giảm nhiệt độ chia thành hai giai đoạn rõ ràng với độ dốc của đồ thị thay đổi rất mạnh. Điều đó cho thấy có sự thay đổi về điều kiện truyền nhiệt ra môi trường bên ngoài. Điều này xảy ra là do khi hạ nhiệt độ lớp parafin ở vỏ của khối đã đông lại trước khiến cho việc truyền nhiệt của khối parafin ra ngoài bị cản trở và tính chất của vật liệu thay đổi chuyển từ thể lỏng sang thể rắn từ đó làm cho tốc độ truyền nhiệt bị giảm xuống.

#### **b. (0,5 điểm)**

Gọi  $q$  là nhiệt dung của hệ parafin và bình chứa,  $k$  là hệ số truyền nhiệt ra môi trường theo thời gian,  $T_{\text{mt}}$  là nhiệt độ môi trường.

Xét trong một khoảng thời gian ngắn ta có:

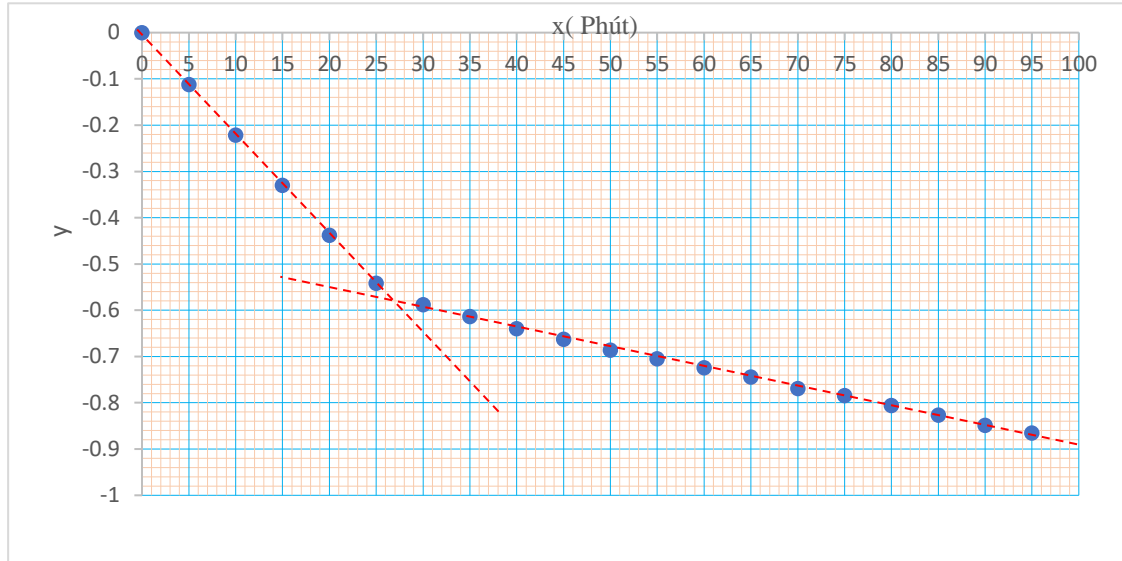
$$k \cdot (T - T_0) d\tau = p dT$$

$$k \cdot \tau = p \cdot \ln \left( \frac{T - T_{mt}}{T_0 - T_{mt}} \right)$$

Từ phương trình trên đặt  $y = \ln \left( \frac{T - T_{mt}}{T_0 - T_{mt}} \right)$ ,  $X = \tau$  và  $a = \frac{k}{p}$  ta thu được phương trình hồi quy tuyến tính.

**c. (1,0 điểm)**

Đồ thị hồi quy tuyến tính:



**d. (0,5 điểm)**

Từ đồ thị cho thấy giao điểm của hai đoạn thẳng hồi quy tuyến tính hai trạng thái khi parafin lỏng hoàn toàn và khi lớp vỏ bị đông đặc giao nhau tại vị trí  $y = -0,58$  từ đó ta tính ra nhiệt độ đông đặc của parafin trong thí nghiệm này là :  $55,18^{\circ}\text{C}$  .

Lưu ý đây là chất rắn vô định hình nên có nhiệt độ đông đặc hay nóng chảy không xác định mà nó phụ thuộc vào nhiều yếu tố khác nhau nó nằm trong khoảng tương đối rộng.

**Chú ý:** Học sinh nếu có kết quả sai khác so với đáp án trong phạm vi  $55 \pm 0,5^{\circ}\text{C}$  vẫn cho điểm tối đa sự sai khác này chủ yếu là do việc hồi quy tuyến tính của hai đoạn thẳng trên đồ thị có sự khác nhau và các xây dựng phương trình hồi quy tuyến tính khác nhau

**Người ra đề: Nguyễn Thị Thu Hằng**  
**Điện thoại: 0915143144**