**TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**LÝ THUYẾT**

* **Đường tiệm cận ngang**
* Cho hàm số  xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng  hoặc ). Đường thẳng  là đường **tiệm cận ngang** *(hay tiệm cận ngang)* của đồ thị hàm số  nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: .
* **Đường tiệm cận đứng**
* Đường thẳng  được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số  nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:



**Lưu ý:**

* Với đồ thị hàm phân thức dạng  luôn có tiệm cận ngang là  và tiệm cận đứng 
* **Dấu hiệu nhận biết các đường tiệm cận của đồ thị hàm số**
* Hàm phân thức mà nghiệm của mẫu không là nghiệm của tử có tiệm cận đứng.
* Hàm phân thức mà bậc của tử  bậc của mẫu có TCN.
* Hàm căn thức dạng:  có tiệm cận ngang. (dùng liên hợp)
* Hàm  có tiệm cận ngang .
* Hàm số  có tiệm cận đứng .
* **Cách tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số**
* Tiệm cận đứng: ta đi tìm nghiệm của mẫu không là nghiệm của tử.
* Tiệm cận ngang: tính 2 giới hạn:  hoặc 
* **Một số chú ý trong quá trình tìm tiệm cận.**
* Nếu .
* Nếu .

**VÍ DỤ 1.** Cho hàm số  có  và . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng .

**C.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang .

**VÍ DỤ MINH HỌA**

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì  nên đồ thi hàm số có tiệm cận đứng .

**VÍ DỤ 2.** Cho hàm số . Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình , hai nghiệm này đều không là nghiệm của tử số nên đây là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác: , nên đường  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

**VÍ DỤ 3.** Cho hàm số . Đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: .

Khi đó ta thấy  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác: , nên đồ thị hàm số nhận  làm tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

**VÍ DỤ 4.** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

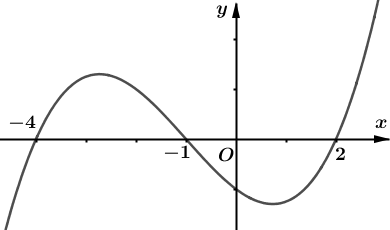
**Chọn B**

Tập xác định **.** Ta có 

Và .

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là đường thẳng 

**VÍ DỤ 5.** Cho hàm số  có đồ thị như hình bên dưới.



Hỏi đồ thị hàm số  có bao nhiêu đường **tiệm cận đứng**?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện xác định: .

Từ đồ thị ta thấy  khi ,  và .

Khi đó có 3 nghiệm.

Do đó đồ thị hàm số  có 3 đường tiệm cận đứng.

**VÍ DỤ 6.** Biết đồ thị hàm số  không có tiệm cận đứng. Khi đó  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số  không có tiệm cận đứng

 có nghiệm kép .

.

Vậy .

**Lời giải**

**VÍ DỤ 7.** Tìm tập hợp các giá trị của tham số  để đồ thị hàm số  có đúng 3 đường tiệm cận.

**A.** . **B.**  **C.** . **D.** .

**Chọn A**

Ta có 

**Trường hợp 1:**

Nếu  thì đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. Do đó đồ thị hàm số không thể có ba đường tiệm cận.

**Trường hợp 2:**

Nếu  thì đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang 

Do đó đồ thị hàm số có đúng ba đường tiệm cận   có hai nghiệm phân biệt thuộc nửa khoảng 

 . Vậy 

**VÍ DỤ 8.** Cho hàm số  có đồ thị , gọi  là tiếp tuyến với  tại điểm có hoành độ bằng . Biết đường thẳng  cắt tiệm cận đứng của  tại điểm  và cắt tiệm cận ngang của  tại điểm . Gọi  là tập hợp các số  sao cho . Tính tổng bình phương các phần tử của .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn** **C**

Ta có .

Với : .

Phương trình tiếp tuyến  của : .

Đồ thị  có tiệm cận ngang  và tiệm cận đứng .

Tọa độ điểm  là nghiệm của hệ:  nên .

Tọa độ điểm  là nghiệm của hệ:  nên .

Suy ra  .

Vậy tổng bình phương các phần tử của  là .