**ĐẠI SỐ - GIẢI TÍCH 11 – CHƯƠNG 2**

**§4. PHÉP THỬ VÀ BIẾN CỐ**

Thời lượng dự kiến: 3 tiết

Facebook GV1 soạn bài: Thúy Nguyễn.

Facebook GV2 soạn bài: Nguyen Thuy Trang.

Facebook GV3 phản biện lần 1: Nguyen Thuy Trang.

Facebook GV4 phản biện lần 2: Vo Quach Thinh

Facebook GV5 chuẩn hóa:Hoàng Trình

**A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH**

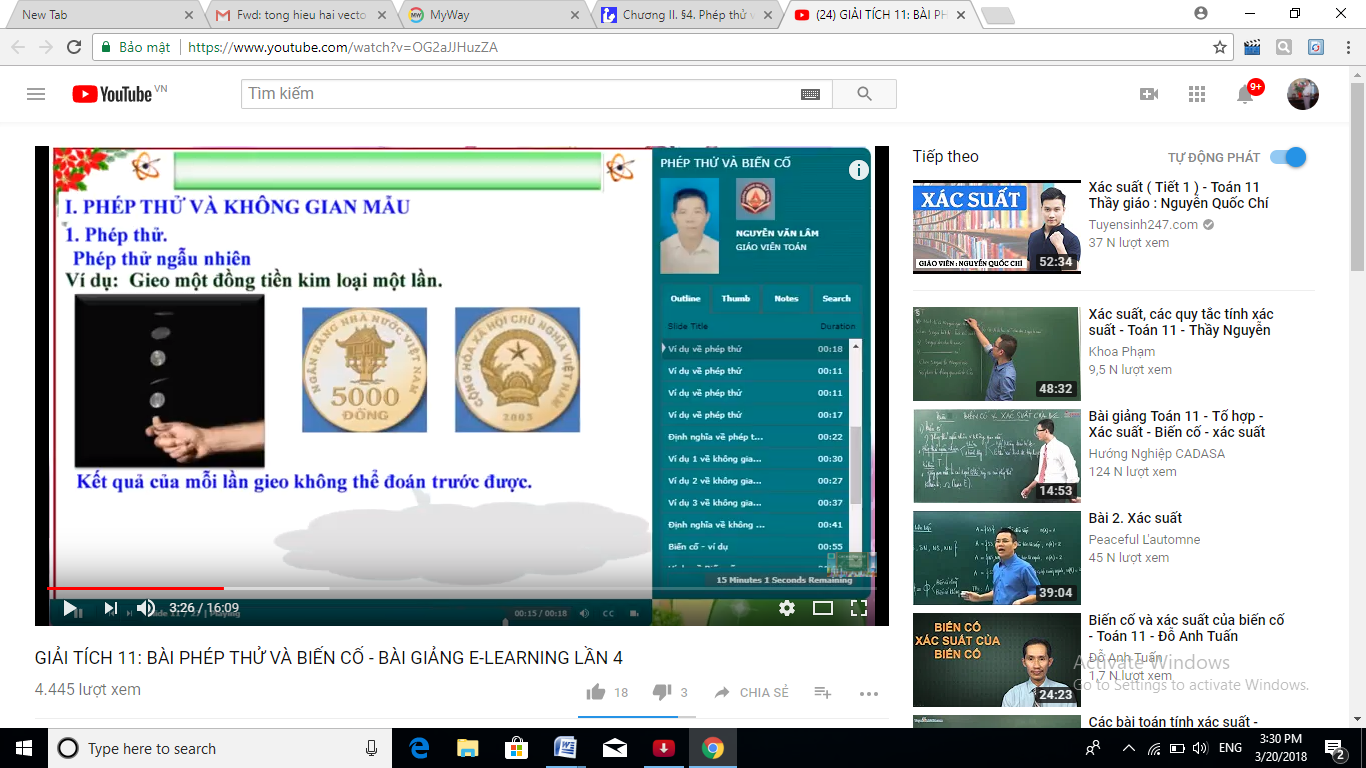
**I. PHÉP THỬ, KHÔNG GIAN MẪU**

**1. Định nghĩa**

* **VD MỞ ĐẦU:** Gieo một đồng tiền kim loại một lần.

+ Ta có đoán trước được nó xuất hiện mặt sấp hay mặt ngửa hay không?

+ Ta có thể biết trước được tất cả các kết quả có thể xảy ra không?



**Lời giải:**

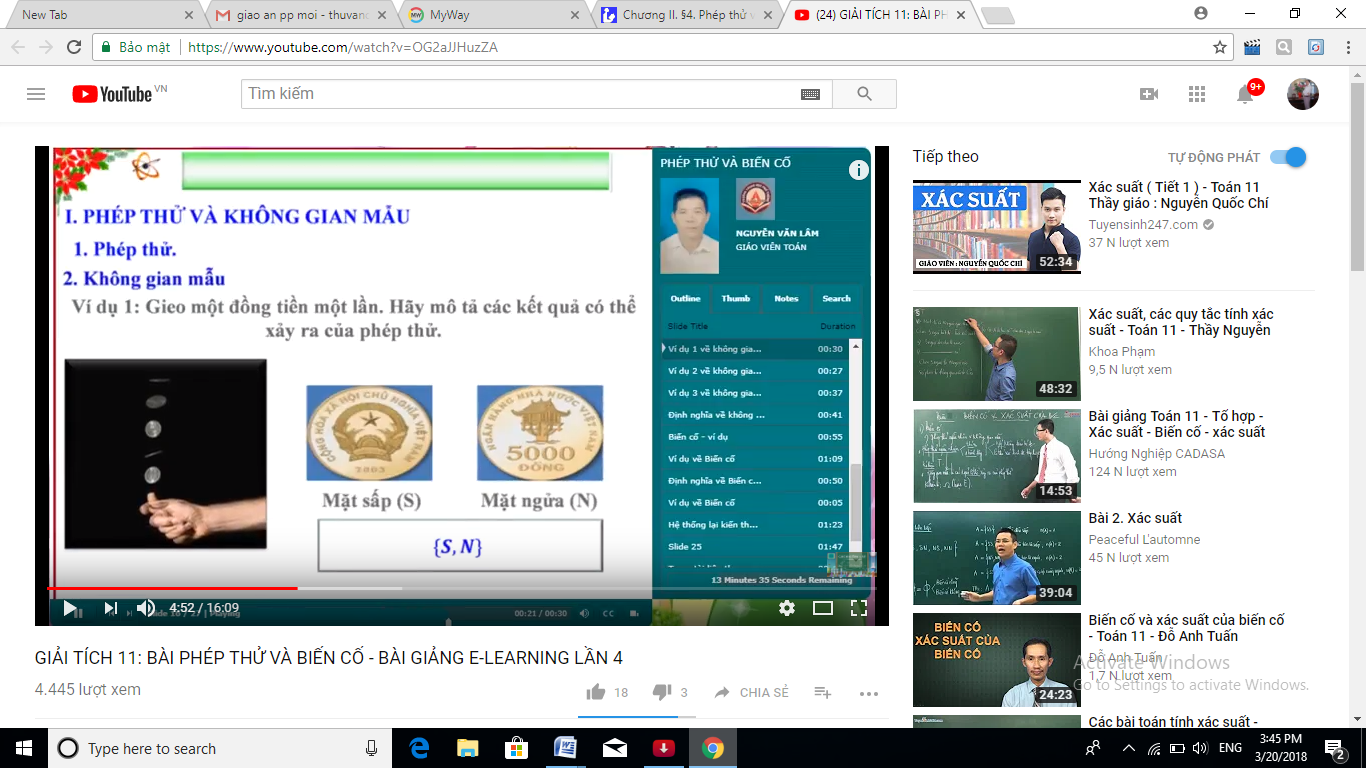
Khi gieo một đồng xu một lần ta không dự đoán trước được mặt sâp (S) hay mặt ngửa (N) xuất hiện, nhưng ta biết được có hai khả năng xuất hiện. Đó là phép thử ngẫu nhiên.

* **ĐN:** Phép thử ngẫu nhiên là phép thử mà ta không đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử đó.
* **Chú ý:** Để đơn giản, từ nay phép thử ngẫu nhiên được gọi tắt là phép thử. Ta chỉ xét các phép thử có một số hữu kết quả.

**2. Không gian mẫu**

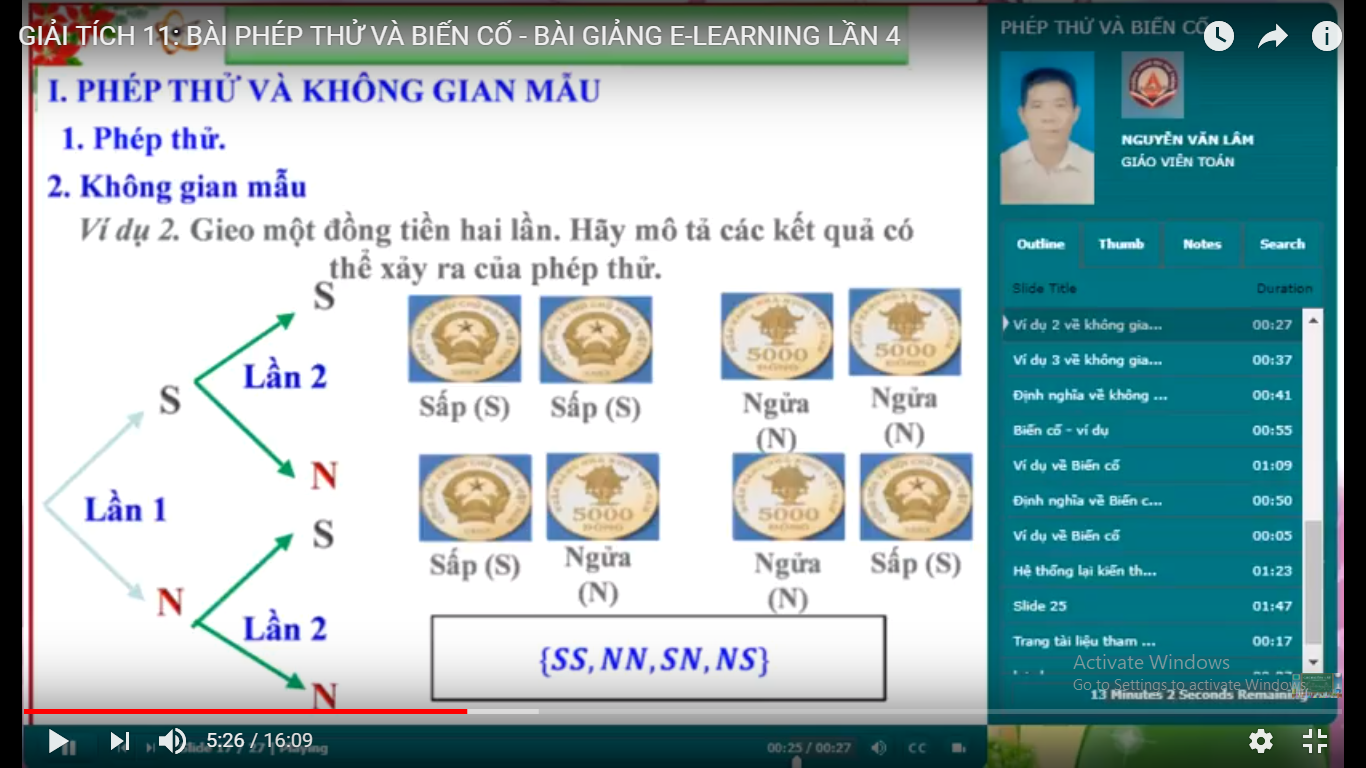
* **VD1:** Gieo một đồng tiền kim loại một lần. Hãy mô tả các kết quả xảy ra của phép thử?

**Lời giải:**



* **VD2:** Gieo một đồng tiền 2 lần. Hãy mô tả các kết quả có thể xảy ra của phép thử?

**Lời giải:**



* **ĐN:** Tập hợp các kết quả có thể xảy ra của một phép thử được gọi là **không gian mẫu** của phép thử và ký hiệu là  (đọc là ô-mê-ga).
* **VD3:** Mô tả không gian mẫu của các phép thử sau:

a) Gieo một đồng tiền 1 lần;

b) Gieo một đồng tiền 2 lần;

c) Gieo một con súc sắc 2 lần.

**Lời giải:**

a) .

b) .

c)  trong đó  là kết quả “ Lần đầu xuất hiện mặt i chấm, lần sau xuất hiện mặt j chấm”.

**II. Biến cố**

* **ĐN:** Biến cố là một tập con của không gian mẫu
* **Chú ý:**

- Các biến cố thường được kí hiệu bởi các chữ in hoa A, B, C,.. Khi nói: "cho các biến cố A, B, C" (mà không nói gì thêm) thì ta hiểu chúng cùng liên quan đến một phép thử.

- Các biến cố thường được cho bởi mệnh đề mô tả biến cố hoặc mệnh đề xác định tập con của không gian mẫu.

- Tập ∅ được gọi là biến cố không thể (gọi tắt là biến cố không). Còn tập Ω được gọi là biến cố chắc chắn.

* **VD4:** Gieo một đồng tiền ba lần.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Xác định các biến cố:

:” Lần đầu xuất hiện mặt sấp”;

:”Mặt sấp xẩy ra đúng một lần”

:” Mặt ngửa xẩy ra ít nhất một lần”

**Lời giải:**

a) 

b) 





**III. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN BIẾN CỐ**

1) Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử. Tập Ω\A được gọi là biến cố đối của biến cố A, kí hiệu là.

2) Giả sử A và B là hai biến cố liên quan đến một phép thử. Ta có:

• Tập A ∪ B được gọi là hợp của các biến cố A và B; A ∪ B xảy ra khi và chỉ khi A xảy ra hoặc B xảy ra.

• Tập A ∩ B được gọi là giao của các biến cố A và B (còn được viết tắt là. **A.** B); A ∩ B xảy ra khi và chỉ khi A và B đồng thời xảy ra.

• Nếu A ∩ B = ∅ thì ta nói A và B xung khắc; A và B xung khắc khi và chỉ khi chúng không khi nào cùng xảy ra.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Kí hiệu | Ngôn ngữ biến cố |  |
| A *⊂* Ω | A là biến cố |
| A = ∅ | A là biến cố không |
| A = Ω | A là biến cố chắc chắn |
| C = A ∪ B | C là biến cố "A hoặc B" |
| C = A ∩ B | C là biến cố "A và B" |
| A ∩ B = ∅ | A và B xung khắc |

* **VD5:** Xét phép thử gieo một đồng tiền hai lần với các biến cố:

A:” Kết quả của hai lần gieo như nhau”;

B:”Có ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp”;

C:”Lần thứ hai mới xuất hiện mặt sấp”;

D:”Lần đầu xuất hiện mặt sấp”;

**Lời giải:**





.

**B. LUYỆN TẬP**

**I. Chữa bài tập SGK**

**Bài 2 trang 63 – SGK:** Gieo một con súc sắc hai lần.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Phát biểu biến cố sau dưới dạng mệnh đề:







**Lời giải:**

a) Không gian mẫu:  = {}.

b) A là biến cố: “Lần đầu tiên xuất hiện mặt 6 chấm”

B là biến cố: “Tổng số chấm trong hai lần gieo bằng 8”

C là biến cố: “Kết quả hai lần gieo là như nhau”

**Bài 4 trang 64 – SGK:** Hai xạ thủ cùng bắn vào bia.

Kí hiệu  là biến cố: “Người thứ  bắn trúng”, 

a) Hãy biểu diễn các biến cố sau qua các biến cố :

: “Không ai bắn trúng”;

: “Cả hai đều bắn trúng”;

: “Có đúng một người bắn trúng”;

: “Có ít nhất một người bắn trúng”.

b) Chứng tỏ rằng ;  và  xung khắc.

**Lời giải**

a) ;

;

; 

b)  là biến cố: “Cả hai người đều bắn trượt”. Như vậy,  =  = .

Hiển nhiên , nên B và C xung khắc.

**Bài 6 trang 64 – SGK:** Gieo một đồng tiền liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp hoặc cả bốn lần ngửa thì dừng lại.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Xác định các biến cố:

 “Số lần gieo không vượt quá ba”.

 “ Số lần gieo là bốn”.

**Lời giải**

a) Không gian mẫu:

 = {S, NS, NNS, NNNS, NNNN}.

b) A = {S, NS, NNS}.

B = {NNNS, NNNN}.

**II. Bài tập trắc nghiệm**.

**Câu 1: [Mức độ 1]** Trong các thí nghiệm sau, thí nghiệm nào không phải là phép thử ngẫu nhiên?

**A.** Gieo đồng tiền xem nó mặt ngửa hay mặt sấp.

**B.** Gieo con súc sắc xem xuất hiện mặt mấy chấm.

**C.** Chọn bất kì 1 HS trong lớp và xem là nam hay nữ.

**D.** Quan sát vận động viên chạy bộ xem được bao nhiêu km/h.

**Lời giải:**

**Chọn D**

Đáp án D không phải là phép thử ngẫu nhiên vì ta không biết chắc chắn các kết quả có thể xảy ra.

**Câu 2: [Mức độ 2]** Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là:

**A.** 24. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 8.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gieo một đồng tiền xảy ra 2 kết quả: S,N.

Gieo một con súc sắc xảy ra 6 kết quả: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Áp dụng quy tắc nhân, số phần tử của không gian mẫu là: 

**Câu 3: [Mức độ 2]** Gieo con súc sắc 2 lần. Biến cố A là biến cố để sau 2 lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm:

**A.** A = {(1;6),(2;6), (3,6), (4; 6), (5, 6)}.

**B.** A = {(1;6),(2;6), (3,6), (4; 6), (5, 6), (6;6)}.

**C.** A = {(1;6),(2;6), (3,6), (4; 6), (5, 6), (6; 6), (6;1),(6;2),(6;3), (6;4),(6;5)}.

**D.** A = {(6;1),(6;2), (6;3), (6;4),(6;5)}

**Lời giải**

**Chọn** **C**

Liệt kê ta có A = {(1;6),(2;6), (3,6), (4; 6), (5, 6), (6; 6), (6;1),(6;2),(6;3), (6;4),(6;5)}.

**Câu 4: [Mức độ 1]** Cho phép thử có không gian mẫu . Các cặp biến cố không đối nhau là:

**A.** A={1} và B = {2, 3, 4, 5, 6}. **B.** C={1, 4, 5} và D = {2, 3, 6}.

**C.** E={1, 5, 6} và F = {2, 4}. **D.** Ω và φ

**Lời giải**

**Chọn C**

Cặp biến cố không đối nhau là  và  do 

**Câu 5: [Mức độ 3]** Gieo đồng tiền hai lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng  lần là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Liệt kê ta có: .

**Câu 6: [Mức độ 3]** Một hộp đựng  thẻ, đánh số từ  đến . Chọn ngẫu nhiên  thẻ. Gọi  là biến cố để tổng số của  thẻ được chọn không vượt quá . Số phần tử của biến cố  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Liệt kê ta có: .

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Câu 7:** Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

**A.** {NN, NS, SN, SS}.

**B.** {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS}.

**C.** {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN}.

**D.** {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, NSS, SNN}.

**Câu 8:** Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Số phần tử của không gian mẫu là

**A.** 9. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 36.

**Câu 9:** Xét một phép thử có không gian mẫu  và  là biến cố của phép thử đó. Phát biểu nào dưới đây là **sai**?

**A.**  thì  là biến cố không. **B.**  thì  là biến cố chắc chắn.

**C.**  thì và  xung khắc. **D.**  thì  và  đối nhau.

**Câu 10:** Gieo 2 con súc sắc và gọi kết quả xảy ra là tích số hai nút ở mặt trên. Số phần tử của không gian mẫu là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 11:** Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tú lơ khơ  con thì  bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 12:** Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào **không** phải là phép thử ngẫu nhiên:

**A.** Gieo đồng tiền xem nó mặt ngửa hay mặt sấp.

**B.** Gieo  đồng tiền và xem có mấy đồng tiền lật ngửa.

**C.** Chọn bất kì 1 học sinh trong lớp và xem là nam hay nữ.

**D.** Bỏ hai viên bi xanh và ba viên bi đỏ trong một chiếc hộp, sau đó lấy từng viên một để đếm xem có tất cả bao nhiêu viên bi.

**Câu 13:** Cho ,  là hai biến cố xung khắc; Đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 14:** Từ một hộp chứa 8 cái thẻ, trong đó các thẻ đánh số 1, 2, 3, 4, 5 màu vàng và các thẻ đánh số 6, 7, 8 màu xanh. Lấy ngẫu nhiên một thẻ. Gọi A là biến cố lấy được thẻ ghi số chẵn và có màu vàng. Phát biểu nào dưới đây là đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 15:** Từ một hộp chứa 3 quả cầu được đánh số 1, 2, 3, 4, lấy ngẫu nhiên liên tiếp 2 lần mỗi lần 1 quả và xếp theo thứ tự từ trái qua phải. Số phần tử của không gian mẫu là

**A.** 16. **B.** 12. **C.** 24. **D.** 6.

**Câu 16:** Gieo một con súc sắc 2 lần. Cho biến cố . Biến cố D được phát biểu bởi mệnh đề nào dưới đây?

**A.** “ Tổng số chấm của hai lần gieo bằng 7”.

**B.** “Kết quả của hai lần gieo là khác nhau”.

**C.** “Có ít nhất một lần xuất hiện số lẻ”.

**D.** “Có ít nhất một lần xuất hiện số chẵn”.

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7.C | 8.D | 9.D | 10.B | 11.D | 12.D | 13.C | 14.B | 15.B | 16.A |

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 7:** Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

**A.** {NN, NS, SN, SS}.

**B.** {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS}.

**C.** {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN}.

**D.** {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, NSS, SNN}.

**Lời giải**

**Chọn C**

Liệt kê ta có {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN}.

**Câu 8:** Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Số phần tử của không gian mẫu là

**A.** 9. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 36.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gieo con súc sắc lần 1 xảy ra 6 kết quả: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Gieo con súc sắc lần 2 xảy ra 6 kết quả: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Áp dụng quy tắc nhân, số phần tử của không gian mẫu là: 

**Câu 9:** Xét một phép thử có không gian mẫu  và  là biến cố của phép thử đó. Phát biểu nào dưới đây là **sai**?

**A.**  thì  là biến cố không. **B.**  thì  là biến cố chắc chắn.

**C.**  thì và  xung khắc. **D.**  thì  và  đối nhau.

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  thì A và B đối nhau

**Câu 10:** Gieo 2 con súc sắc và gọi kết quả xảy ra là tích số hai nút ở mặt trên. Số phần tử của không gian mẫu là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Gieo con súc sắc lần 1 xảy ra 6 kết quả: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Gieo con súc sắc lần 2 xảy ra 6 kết quả: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Vậy bằng cách liệt kê ta có KGM là 

**Câu 11:** Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tú lơ khơ  con thì  bằng bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**

Số cách rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tú lơ khơ  con: 

**Câu 12:** Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào **không** phải là phép thử ngẫu nhiên:

**A.** Gieo đồng tiền xem nó mặt ngửa hay mặt sấp.

**B.** Gieo  đồng tiền và xem có mấy đồng tiền lật ngửa.

**C.** Chọn bất kì 1 học sinh trong lớp và xem là nam hay nữ.

**D.** Bỏ hai viên bi xanh và ba viên bi đỏ trong một chiếc hộp, sau đó lấy từng viên một để đếm xem có tất cả bao nhiêu viên bi.

**Lời giải**

**Chọn D**

“Bỏ hai viên bi xanh và ba viên bi đỏ trong một chiếc hộp, sau đó lấy từng viên một để đếm xem có tất cả bao nhiêu viên bi” không phải là phép thử ngẫu nhiên vì chúng ta luôn biết trước được kết quả xảy ra là 5 viên bi.

**Câu 13:** Cho ,  là hai biến cố xung khắc; Đẳng thức nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

 thì ,  là hai biến cố xung khắc.

**Câu 14:** Từ một hộp chứa 8 cái thẻ, trong đó các thẻ đánh số 1, 2, 3, 4, 5 màu vàng và các thẻ đánh số 6, 7, 8 màu xanh. Lấy ngẫu nhiên một thẻ. Gọi A là biến cố lấy được thẻ ghi số chẵn và có màu vàng. Phát biểu nào dưới đây là đúng?

**A.**  **B.** . **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Liệt kê ta có thẻ ghi số chẵn và có màu vàng 

**Câu 15:** Từ một hộp chứa 4 quả cầu được đánh số 1, 2, 3, 4, lấy ngẫu nhiên liên tiếp 2 lần mỗi lần 1 quả và xếp theo thứ tự từ trái qua phải. Số phần tử của không gian mẫu là

**A.** 16. **B.** 12. **C.** 24. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn B**

Mỗi cách lấy ngẫu nhiên liên tiếp 2 lần mỗi lần 1 quả và xếp theo thứ tự từ trái qua phải là một hoán vị chập 2 của 4 phần tử. Số phần tử KGM là 

**Câu 16:** Gieo một con súc sắc 2 lần. Cho biến cố . Biến cố D được phát biểu bởi mệnh đề nào dưới đây?

**A.** “ Tổng số chấm của hai lần gieo bằng 7”.

**B.** “Kết quả của hai lần gieo là khác nhau”.

**C.** “Có ít nhất một lần xuất hiện số lẻ”.

**D.** “Có ít nhất một lần xuất hiện số chẵn”.

**Lời giải**

**Chọn A**

 là “ Tổng số chấm của hai lần gieo bằng 7”.