

ĐỀ ĐỘI TUYỂN SỐ 02- A1K75

Câu 1(6,0 điểm). Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $4\sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{3} \cos 2x = 1 + 2\cos^2(x - \frac{3\pi}{4})$.

b) $5(x^2 - x - 6)\sqrt{5x - 19} \geq (x + 2)(x + 5 + 4\sqrt{x - 3})(\sqrt{x - 3} + 2)$.

Câu 2(5,0 điểm).

a) Cho các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Từ 8 chữ số trên lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau sao cho tổng 4 chữ số đầu bằng tổng 4 chữ số cuối?

b) Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = \frac{4}{3}; (n+2)^2 u_n = n^2 u_{n+1} - (n+1)u_n u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Tìm công thức số hạng tổng quát u_n theo n .

Câu 3(5,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$, mặt phẳng (P) di động luôn cắt các cạnh SA, SB, SC tại A', B', C' . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

a) Tìm giao điểm của SG với $mp(P)$.

b) Biết rằng $2\frac{SA}{SA'} + \frac{SB}{SB'} + \frac{SC}{SC'} = 8$. chứng minh rằng $mp(P)$ luôn đi qua một điểm cố định

Câu 4(3,0 điểm). Cho tứ diện $ABCD$. M là điểm thuộc miền trong của tam giác BCD . Kẻ qua M đường thẳng $d // AB$. Gọi B' là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (ACD) .

a) Kẻ qua M các đường thẳng lần lượt song song với AC và AD cắt các mặt phẳng (ABD) và (ABC) theo thứ tự tại C', D' . Chứng minh rằng $\frac{MB'}{AB} + \frac{MC'}{AC} + \frac{MD'}{AD} = 1$.

b) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \sqrt{\frac{AB}{MB'}} + \sqrt{\frac{AC}{MC'}} + \sqrt{\frac{AD}{MD'}}$.

Câu 5(1,0 điểm). Cho ba số thực x, y, z thoả mãn

$$x + y + z = 2 \text{ và } x + 1 > 0; y + 1 > 0; z + 4 > 0.$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+4}$.

~~Hết~~