

ĐỀ 101
PHÒNG GD&ĐT QUẬN BA ĐÌNH ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT
TRƯỜNG THCS GIẢNG VÕ VÒNG 1

Năm học 2017 - 2018

MÔN TOÁN

Ngày thi: 28/03/2017

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2 điểm). Cho biểu thức: $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$ và $B = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

- Tính giá trị biểu thức B với $x=2$
- Rút gọn biểu thức $P = A:B$ với $x > 0$ và $x \neq 1$
- Tìm các giá trị của x để $P < -1$

Bài 2: (2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất được giao làm 600 sản phẩm. Nhờ tăng năng suất lao động tổ 1 làm vượt mức 10% và tổ hai làm vượt mức 20% so với kế hoạch của mỗi tổ, nên cả hai tổ làm được 685 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ làm theo kế hoạch.

Bài 3: (2,0 điểm)

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \sqrt{y+2} = 3 \\ \frac{-2}{x+y} + 5\sqrt{y+2} = 1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình sau:
- Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (m là tham số)
 - Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

b) Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2$

Bài 4: (3,5 điểm). Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm (O) , đường cao AH . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của điểm H trên cạnh AB và AC .

- Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp một đường tròn
- Tam giác AMN đồng dạng với tam giác ACB
- Đường thẳng NM cắt đường thẳng BC tại Q . Chứng minh $QH^2 = QB \cdot QC$

Gọi AQ cắt đường tròn tâm (O) tại R khác điểm A và điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNB . Chứng minh rằng ba điểm R, H, I thẳng hàng.

Bài 5: (0,5 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{3}{7}$

$$\sqrt{8+14x} + \sqrt{8+14y} + \sqrt{8+14z} \leq 3 + 3\sqrt{7}$$

Chứng minh rằng:

.....Hết.....

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT - VÒNG 1

Bài	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
1		Cho biểu thức: $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$ và $B = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$	2,0
	a	Tính giá trị của biểu thức B với $x = 2$	0,5
		Thay $x = 2$ (TMĐK) vào B thì giá trị biểu thức $B = \frac{2}{\sqrt{2}-1}$	0,25
		$B = \frac{2}{\sqrt{2}-1} = \frac{2(\sqrt{2}+1)}{2-1} = 2\sqrt{2}+2$. Vậy $B = 2\sqrt{2}+2$ khi $x = 2$ $\frac{1}{x} = 2$ thỏa mãn điều kiện thì trừ 8; (nếu thiếu nhận xét nếu không trực căn ở mẫu thì trừ $\frac{1}{4}$) $x = 2$	0,25
	b	Rút gọn biểu thức $P = A : B$ với $x > 0$ và $\hat{U}_x \neq 1$	1,0
		$A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$ $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$ Tính $A = \frac{x-1-x+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$	0,5
		$P = A : B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1}$ Tính $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x}$ $A = \frac{\sqrt{x}-2}{x}$	0,5
		$P = \frac{\sqrt{x}-2}{x}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$ Vậy:	
	c	$\hat{U}_x$ để $\hat{U}P < -1$ Tính các giá trị của	0,5
		Để $P < -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{x} < -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2+x}{x} < 0$ Vì $x > 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2) < 0$ Lại có $\sqrt{x}+2 > 0 \Rightarrow \sqrt{x}-1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ Kết hợp với điều kiện xác định Vậy: với $0 < x < 1$ thì $P < -1$	0,25 0,25
2		Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình	2,0

		Hai tổ sản xuất được giao làm 600 sản phẩm trong một thời gian quy định. Nhờ tăng năng suất lao động, tổ 1 vượt mức 10%, tổ 2	
		Vượt mức 20% nên cả hai tổ làm được 685 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ làm theo kế hoạch?	
		Gọi số sản phẩm tổ 1 làm theo kế hoạch là x (SP, ĐK: $x \in \mathbb{N}^*, x < 600$) Gọi số sản phẩm tổ 2 làm theo kế hoạch là y (SP, ĐK: $y \in \mathbb{N}^*, y < 600$)	0,25
		Vì hai tổ sản xuất được giao làm 600 sản phẩm, nên ta có phương trình: $x + y = 600$ (1)	0,25
		Số sản phẩm vượt mức của tổ 1 là: 10% x (sản phẩm) Số sản phẩm vượt mức của tổ 2 là: 20% y (sản phẩm)	0,25 0,25
		Vì tăng năng suất 2 tổ đã làm được 685 sản phẩm, nên ta có pt: $110\% x + 120\% y = 685$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) ta có hpt $\begin{cases} x + y = 600 \\ 110\% x + 120\% y = 685 \end{cases}$	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 600 \\ 0,1y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 600 \\ y = 250 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 350 \\ y = 250 \end{cases}$ (TMĐK)	0,5
		Vậy số sản phẩm tổ 1 làm theo kế hoạch là 350 SP Số sản phẩm tổ 2 làm theo kế hoạch là 250 SP	0,25
		HS thiếu điều kiện $x, y \in \mathbb{N}^*$ trừ 0,25 điểm, thiếu đối chiếu điều kiện trừ 1/8 Nếu HS thiếu $dk < 600$ không trừ điểm	
3			2,0
	1	$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \sqrt{y+2} = 3 \\ \frac{-2}{x+y} + 5\sqrt{y+2} = 1 \end{cases}$ Giải HPT	1,0
		ĐK : $x \neq -y, y \geq -2$	0,25
		Đặt $a = \frac{1}{x+y}; b = \sqrt{y+2}$. ĐK : $b \geq 0$, ta được hệ $\begin{cases} a + b = 3 \\ -2a + 5b = 1 \end{cases}$	0,25
		Từ đó có : $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$ (TMĐK)	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y} = 2 \\ \sqrt{y+2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{2} \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -1 \end{cases}$ (TMĐK)	0,25

		KL : Hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{3}{2}; -1\right)$	0,25
		Thiếu điều kiện ẩn phụ b trừ 1/8 ; thiếu đối chiếu đk trừ 1/8	
	2	Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (m là tham số)	1,0
		a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt Hệ số $a = 1, b = 2m (b' = m), c = m - 1$	0,5
		$\Delta' = m^2 - m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \quad \forall m$	0,25
		Vậy pt luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.	0,25
	2	b) Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2$.	0,5
		Theo hệ thức Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$ Để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn yêu cầu đề bài thì:	
		$\begin{cases} x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 & (1) \\ \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2 & (2) \end{cases}$	0,25
		• Giải (1): $\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1 x_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \geq 0 \\ m - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$	
		• Giải (2): $(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = 2^2$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 4$ $\Leftrightarrow 2m + 2\sqrt{m - 1} = 4$ $\Leftrightarrow \sqrt{m - 1} = 2 - m \quad ; (m \leq 2)$ $\Leftrightarrow m^2 - 5m + 5 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5 + \sqrt{5}}{2} & (ktm) \\ m = \frac{5 - \sqrt{5}}{2} & (tm) \end{cases}$ $\Rightarrow m = \frac{5 - \sqrt{5}}{2}$ Kết hợp với điều kiện (1) và (2) (Nếu thiếu điều kiện $(m \leq 2)$ trừ $\frac{1}{8}$)	0,25
4			3,5
			0,25
	a	• Chứng minh $\angle AMH + \angle ANH = 180^\circ$ Mà hai góc ở vị trí đối nhau	0,25

		Vậy: tứ giác $AMHN$ là tứ giác nội tiếp được đường tròn	0,25
b)	C1	$+ \text{ c/m: } AH^2 = AM \cdot AB \text{ (hệ thức lượng)}$ $AH^2 = AN \cdot AC$ $\Rightarrow AM \cdot AB = AN \cdot AC$ $\Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ACB (c - g - c)$	0,25 0,25 0,25 0,25
b)	C2:	$+ \text{ chứng minh } \angle ANM = \angle AHM \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } \widehat{MH})$ $\angle AHM = \angle ABC \text{ (cùng phụ với } \angle BHM)$ $\Rightarrow \angle ANM = \angle ABC$ $\Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ACB (g - g)$	0,25 0,25 0,25 0,25
c)		$+ \text{ c/m: } \angle MNH = \angle MAH \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } \widehat{MH})$ $\angle MAH = \angle MHQ \text{ (cùng phụ với góc } \angle AHM)$ $\Rightarrow \angle MNH = \angle MHQ$ $\Rightarrow \Delta QMH \sim \Delta QHN (g - g)$ $\Rightarrow QH^2 = QM \cdot QN (1)$ $+ \text{ c/m: } \angle MNB = \angle MCN \text{ (góc trong góc ngoài tứ giác } BMNC \text{ cùng bù } \angle MBN)$ $\Rightarrow \Delta QBM \sim \Delta QNC (g - g)$ $\Rightarrow QM \cdot QN = QB \cdot QC (2)$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow QH^2 = QB \cdot QC$ (dpcm)	0,25 0,25 0,25 0,25
d)		Gọi AQ cắt đường tròn (O) tại điểm R khác điểm A và điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNB . Chứng minh rằng ba điểm R, H, I thẳng hàng.	0,5
		$+ \text{ c/m: } QR \cdot QA = QB \cdot QC \text{ (vì } \Delta QRB \sim \Delta QCA)$ $QB \cdot QC = QM \cdot QN \text{ (cmt)}$ $\Rightarrow QR \cdot QA = QM \cdot QN$ Mà $\Rightarrow \Delta QRM \sim \Delta QNA (c - g - c)$ Suy ra: Tứ giác $RMNA$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow 5 \text{ điểm } A, R, M, H, N \text{ thuộc đường tròn đường kính } AH$ $\Rightarrow \angle ARH = 90^\circ$ $+ \text{ Gọi } E \text{ là trung điểm của } AH \text{ và } RH \text{ cắt đường tròn tại điểm } K$ $\Rightarrow AK \text{ là đường kính của } (O) \text{ vì } \angle ARK = 90^\circ$ Và E là tâm đường tròn ngoại tiếp ngũ giác $ARMHN$ $+ \text{ Vì } I \text{ là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác } BMNC \Rightarrow EI$	0,25

	là trung trực của dây cung $MN \Rightarrow EI \perp MN$ Tương tự: OI là trung trực của dây cung $BC \Rightarrow OI \perp BC$ + Gọi $AK \cap QN = \{D\}$, ta chứng minh $\angle ANM = \angle AKC (= \angle ABC)$ Suy ra tứ giác $DNCK$ là tứ giác nội tiếp. Mà $\angle ACK = 90^\circ \Rightarrow \angle NDK = 90^\circ$ $\Rightarrow AO \perp MN$ $\Rightarrow AE \parallel OI (\perp BC)$ và $AO \parallel EI (\perp MN)$ $\Rightarrow$ tứ giác $AEIO$ là hình bình hành $\Rightarrow AE = OI = \frac{1}{2}AH$. Lại có $OK = \frac{1}{2}AK$ và $\angle HAK = \angle OKI$ (hai góc đồng vị của $OI \parallel AH$) $\Rightarrow \triangle KIO \sim \triangle KAH (c - g - c)$ $\Rightarrow \angle OKI = \angle AKI$ $\Rightarrow H, I, K$ thẳng hàng Mà R, H, K thẳng hàng $\Rightarrow R, H, I$ thẳng hàng (đpcm)	0,25
5	Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{3}{7}$ Chứng minh rằng: $\sqrt{8+14x} + \sqrt{8+14y} + \sqrt{8+14z} \leq 3+3\sqrt{7}$	0,5
	+ Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho $8+2\sqrt{7}$ và $8+14x$ ta có: $\sqrt{(8+2\sqrt{7})(8+14x)} \leq \frac{8+2\sqrt{7}+8+14x}{2}$ $\Leftrightarrow \sqrt{8+14x} \leq \frac{8+\sqrt{7}+7x}{\sqrt{7}+1}$ + Chứng minh tương tự ta có: $\sqrt{8+14y} \leq \frac{8+\sqrt{7}+7y}{\sqrt{7}+1}$ $\sqrt{8+14z} \leq \frac{8+\sqrt{7}+7z}{\sqrt{7}+1}$ Và Cộng vế với vế của bất đẳng thức ta có: $\sqrt{8+14x} + \sqrt{8+14y} + \sqrt{8+14z} \leq \frac{24+3\sqrt{7}+7(x+y+z)}{\sqrt{7}+1}$ $(x+y+z)^2 \leq 3(x^2+y^2+z^2)$ $\Leftrightarrow x+y+z \leq \sqrt{3(x^2+y^2+z^2)} = \frac{3}{\sqrt{7}}$ Mà:	

	$\Rightarrow \sqrt{8+14x} + \sqrt{8+14y} + \sqrt{8+14z} \leq \frac{24+3\sqrt{7}+7 \cdot \frac{3}{\sqrt{7}}}{\sqrt{7}+1} = \frac{24+6\sqrt{7}}{\sqrt{7}+1} = 3+3\sqrt{7}$	0,25
	$x=y=z=\frac{1}{\sqrt{7}}$	0,25
	+ Dấu “=” xảy ra khi	

ĐỀ 102

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TUYÊN
QUANG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN

NĂM HỌC 2012 - 2013

MÔN THI: TOÁN CHUYÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề này có 01 trang)

Câu 1 (3 điểm).

1) Giải phương trình: $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+3)(6-x)} = 3$

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+2y-2xy+z^2=1 \end{cases}$$

3) Tìm nghiệm nguyên (x, y) của phương trình

$$x^2 + x - y^2 + y = 3$$

Câu 2 (2 điểm). Cho phương trình: $x^4 - 2(m^2+2)x^2 + m^4+3 = 0$

1) Chứng minh rằng phương trình luôn có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 với mọi giá trị của m

2) Tìm giá trị của m sao cho các nghiệm của phương trình thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1x_2x_3x_4 = 11$$

Câu 3 (1 điểm). Chứng minh: $A = n^3 + 11n$ chia hết cho 6 với mọi $n \in \mathbb{N}$

Câu 4 (3 điểm). Cho góc xOy có số đo bằng 60° . Đường tròn có tâm K nằm trong góc xOy tiếp xúc với tia Ox tại M và tiếp xúc với tia Oy tại N. Trên tia Ox lấy điểm P sao cho $OP = 3OM$. Tiếp tuyến của đường tròn (K) qua P cắt tia Oy tại Q khác O. Đường thẳng PK cắt đường thẳng MN ở E. Đường thẳng QK cắt đường thẳng MN ở F.

a) Chứng minh tam giác MPE đồng dạng với tam giác KPQ.

b) Chứng minh tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn.

c) Gọi D là trung điểm của đoạn PQ. Chứng minh tam giác DEF là một tam giác đều.

Câu 5 (1 điểm). Chứng minh:

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > 5$$

-Hết-

Ghi chú:

+ Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

+ Thí sinh không được sử dụng tài liệu trong khi làm bài.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TUYÊN QUANG**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2012-2013**

**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN
TOÁN CHUYÊN**
(Đáp án có 04 trang)

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu 1	1) Giải pt: $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+3)(6-x)} = 3$ đ/k: $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 6$	1,0 điểm 0,25
	Đặt: $\begin{cases} u = \sqrt{x+3} \\ v = \sqrt{6-x} \end{cases}, u, v \geq 0$ pt trở thành: $\begin{cases} u^2 + v^2 = 9 \\ u + v - uv = 3 \end{cases}$	 0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (u+v)^2 - 2uv = 9 \\ u + v = 3 + uv \end{cases}$ $\Rightarrow (3+uv)^2 - 2uv = 9$ $\Leftrightarrow \begin{cases} uv = 0 \\ uv = -4 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ v = 0 \end{cases}$	 0,25
	$\begin{cases} \sqrt{x+3} = 0 \\ \sqrt{6-x} = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 6 \end{cases}$ Vậy pt có nghiệm $x = -3; x = 6$	 0,25
	2) Giải hệ pt: $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y - 2xy + z^2 = 1 \end{cases}$	1,0 điểm

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1-z \\ 2xy=z^2-2(x+y)-1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1-z \\ 2xy=z^2-2z+1=(1-z)^2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow 2xy=(x+y)^2$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2+y^2=0$	
	$\Leftrightarrow x=y=0; z=1$	
	Hệ pt có nghiệm duy nhất: $(x,y,z)=(0,0,1)$	0,25
	3) Tìm nghiệm nguyên (x,y): $x^2+x-y^2+y=3 \Leftrightarrow x^2-y^2+x+y=3$ $\Leftrightarrow (x-y)(x+y)+x+y=3 \Leftrightarrow (x+y)(x-y+1)=3$ Để phương trình có nghiệm nguyên thì:	1,0 điểm
	<u>Trường hợp 1:</u> $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y+1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{loại})$	
	<u>Trường hợp 2:</u> $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \quad (\text{loại})$	0,25
	<u>Trường hợp 3:</u> $\begin{cases} x+y=-1 \\ x-y+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{5}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \quad (\text{loại})$	
	<u>Trường hợp 4:</u> $\begin{cases} x+y=-3 \\ x-y+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-3 \\ x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{5}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{loại})$ Vậy pt không có nghiệm nguyên	0,25
Câu 2	Cho phương trình: $x^4 - 2(m^2+2)x^2 + m^4 + 3 = 0$	1,0 điểm
	1) Chứng minh rằng phương trình luôn có 4 nghiệm phân biệt $x^4 - 2(m^2+2)x^2 + m^4 + 3 = 0 \quad (1)$ Đặt: $t = x^2$ ($t \geq 0$)	0,25

	+ QK cũng là phân giác $\angle QP$ $\angle KQP = 180^\circ - (\angle QKP + \angle KPQ)$ Mà $2\angle QKP + 2\angle KPQ = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ $\Rightarrow \angle KQP = 120^\circ$. Do đó: $\angle MPQ = \angle KQP$ (2) Từ (1) và (2), ta có tam giác MPE đồng dạng với tam giác KPQ.	0,25
	b) Chứng minh tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn. Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: $\angle MEP = \angle KQP$, hay: $\angle FEP = \angle FQP$ Suy ra, tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn.	0,25
	c) Gọi D là trung điểm của đoạn PQ. Chứng minh: $\triangle DEF$ đều. Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: $\frac{PM}{PK} = \frac{PE}{PQ}$. Suy ra: $\frac{PM}{PE} = \frac{PK}{PQ}$. Ngoài ra: $\angle MPK = \angle EPQ$. Do đó, hai tam giác MPK và EPQ đồng dạng. Từ đó: $\angle PEQ = \angle PMK = 90^\circ$. Suy ra, D là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác PQEF. Vì vậy, tam giác DEF cân tại D.	0,25
	Ta có: $\angle FDP = 2\angle FQD = \angle KQP$; $\angle EDQ = 2\angle EPD = \angle KPQ$. $\angle FDE = 180^\circ - (\angle FDP + \angle EDQ) = \angle FQD = 60^\circ$ Từ đó, tam giác DEF là tam giác đều.	0,25
	Câu 5 Chứng minh:	1.0 điểm
	Ta có: $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} > \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}}$ $\frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{120}} > \frac{1}{\sqrt{120} + \sqrt{121}}$	0,25
	$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{120}} > \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120} + \sqrt{121}}$ $\Rightarrow$ $2\left(\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{120}}\right) > \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120} + \sqrt{121}}$	0,25
	$\Rightarrow$ $2\left(\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{120}}\right) > \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{121} - \sqrt{120}$	0,25

	$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > 5$	
--	---	--

Ghi chú: Thí sinh làm bài không giống đáp án (nếu đúng) vẫn được điểm tối đa theo quy định.

ĐỀ 103

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ CẦN THƠ**

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2016 - 2017

Khóa ngày: 07/6/2016

MÔN: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (3,0 điểm)

$$A = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$$

- 1) Rút gọn biểu thức
- 2) Giải các phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:
 - a) $3x^2 - x - 10 = 0$
 - b) $9x^4 - 16x^2 - 25 = 0$
 - c)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

Câu 2 (1,5 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho parabol (P):

$$y = -\frac{1}{4}x^2$$

- 1) Vẽ đồ thị của (P)

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

- 2) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) với đường thẳng d:

Câu 3 (1,5 điểm). Anh Bình đến siêu thị để mua một cái bàn ủi và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 ngàn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá của bàn ủi và quạt điện đã lần lượt giảm bớt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã trả ít hơn 125 ngàn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của từng loại sản phẩm mà anh Bình đã mua là bao nhiêu?

Câu 4 (1,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - (m+1)x - 2m^2 + 3m + 2 = 0$ (m là tham số thực). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt sao

cho hai nghiệm này lần lượt là giá trị độ dài của hai cạnh liên tiếp của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{10}$

Câu 5 (3,0 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn. $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn (O;R). Gọi H là chân đường cao từ đỉnh A của ΔABC và M là trung điểm BC. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O;R) cắt đường thẳng BC tại N.

- 1) Chứng minh tứ giác ANMO nội tiếp
- 2) Gọi K là giao điểm thứ hai của đường thẳng AO với đường tròn (O;R). Chứng minh $AB \cdot AC = AK \cdot AH$
- 3) Dựng đường phân giác AD của ΔABC (D thuộc cạnh BC). Chứng minh ΔNAD cân
- 4) Giả sử $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle OAH = 30^\circ$. Gọi F là giao điểm thứ hai của đường thẳng AH với đường tròn (O;R). Tính theo R diện tích của tứ giác BFKC.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 THPT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

THÀNH PHỐ CẦN THƠ

Câu 1:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} \\
 1) \quad &= \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{4 - 4\sqrt{3} + 3} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} \\
 &= \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + 2 - \sqrt{3} = \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} + 2 - \sqrt{3} = \frac{2 + \sqrt{3}}{1} + 2 - \sqrt{3} = 4
 \end{aligned}$$

$$2) 3x^2 - x - 10 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 + 120 = 121$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - \sqrt{121}}{6} = \frac{-5}{3} \\ x = \frac{1 + \sqrt{121}}{6} = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x = 2$; $x = \frac{-5}{3}$

$$b) 9x^4 - 16x^2 - 25 = 0$$

Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$)

Phương trình trở thành

$$9t^2 - 16t - 25 = 0$$

$$\text{Có } a - b + c = 9 + 16 - 25 = 0$$

nghiệm phân biệt $t = -1$ (loại) hoặc $t = \frac{25}{9}$ (thỏa mãn)

Với $t = \frac{25}{9}$ ta có $x^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow x = \frac{5}{3}$ hoặc $x = -\frac{5}{3}$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x = \frac{5}{3}$; $x = -\frac{5}{3}$

$$c) \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 9x + 3y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 22 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ pt có nghiệm duy nhất (2; -1)

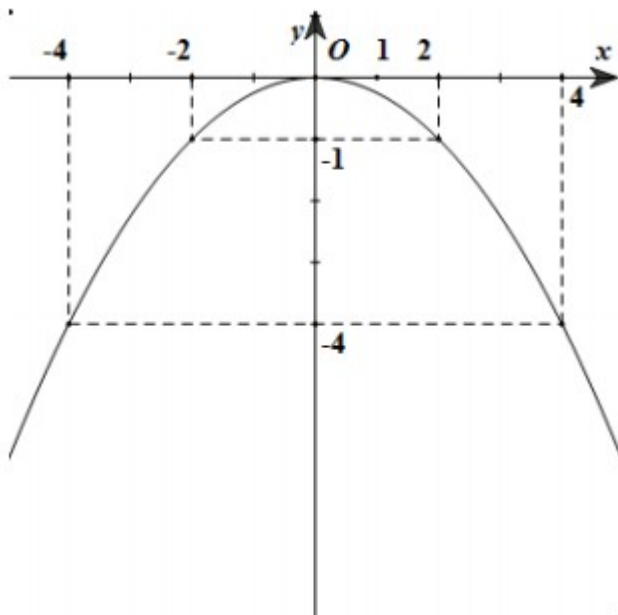
Câu 2:

$$(P): y = -\frac{1}{4}x^2$$

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
y	-4	-1	0	-1	-4

Vẽ



Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng d là

$$-\frac{1}{4}x^2 = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\Delta' = (-4)^2 - 3 \cdot 4 = 4 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3} \\ x = \frac{4+2}{3} = 2 \end{cases}$$

Với $x = \frac{2}{3}$ ta có $y = \frac{-1}{9} \Rightarrow A(\frac{2}{3}; \frac{-1}{9})$

Với $x = 2$ ta có $y = -1 \Rightarrow B(2; -1)$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là $A(\frac{2}{3}; \frac{-1}{9})$ và $B(2; -1)$

Câu 3. Gọi số tiền mua 1 cái bàn ủi với giá niêm yết là x (ngàn đồng) ($0 < x < 850$)

Số tiền mua 1 cái quạt điện với giá niêm yết là y (ngàn đồng) ($0 < y < 850$)

Tổng số tiền mua bàn ủi và quạt điện là 850 ngàn đồng nên ta có phương trình:

$$x + y = 850 \quad (1)$$

Số tiền thực tế để mua 1 cái bàn ủi là: $\frac{90}{100}x = \frac{9}{10}x$

Số tiền thực tế để mua 1 cái quạt điện là: $\frac{80}{100}y = \frac{8}{10}y$

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 850 - 125$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{10}x + \frac{8}{10}y = 725$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y=850 \\ \frac{9}{10}x+\frac{8}{10}y=725 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=450 \\ y=400 \end{cases}$$

Số tiền thực tế mua 1 cái bàn ủi là: $\frac{9}{10} \cdot 450 = 405$ (ngàn đồng)

Số tiền thực tế mua 1 cái quạt điện là: $10.400 = 320$ (ngàn đồng)

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết và giá bán thực tế của 1 cái bàn ủi là: $450 - 405 = 45$ (ngàn đồng)

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết và giá bán thực tế của 1 cái quạt điện là: $400 - 320 = 80$ (ngàn đồng)
ĐS. 45 và 80 (ngàn đồng)

Câu 4

$$x^2 - (m + 3)x - 2m^2 + 3m + 2 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \Delta = (m+3)^2 - 4(-2m^2 + 3x + 2) > 0$$

$$\Leftrightarrow (m^2+6m+9)+(8m^2-12m-8)>0$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 6m + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow (3m-1)^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow m \neq \frac{1}{3}$$

Với điều kiện đó, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 3 \\ x_1 x_2 = -2m^2 + 3m + 3 \end{cases} \text{ (Viet)}$$

Với điều kiện đó, ta có:

Để hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài của hai cạnh liên tiếp của hình chữ nhật có đường chéo bằng $\sqrt{10}$, điều kiện cần là:

$$x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow (m+3)^2 - 2(-2m^2 + 3m + 2) = 10$$

$$\Leftrightarrow 5m^2 - 5 = 0$$

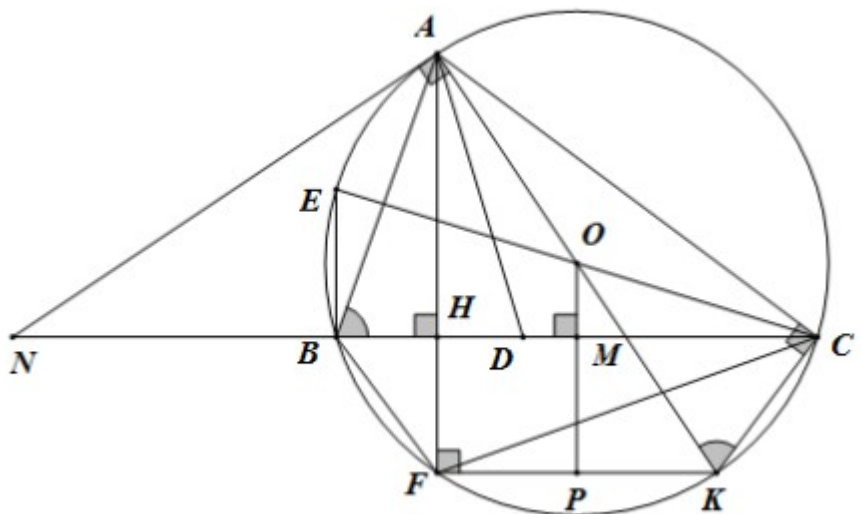
$$\Leftrightarrow m = \pm 1$$

Với $m = 1$ có $x_1 = 3, x_2 = 1$ (thỏa mãn)

Với $m = -1$ có $x_1 = 3, x_2 = -1$ (loại vì $x_2 < 0$ không phải là độ dài của một đoạn thẳng)

Vậy $m = 1$

Câu 5



1) Vì AN là tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{OAN} = 90^\circ$

Vì M là trung điểm dây BC của (O) nên $OM \perp BC \Rightarrow OMN = 90^\circ \Rightarrow OAN + OMN = 180^\circ$

Suy ra ANMO là tứ giác nội tiếp

2) Vì AK là đường kính của (O), $C \in (O)$ nên $ACK = 90^\circ$

$\Rightarrow ACK = OHB = 90^\circ$

Mặt khác vì ABKC là tứ giác nội tiếp nên

$AKC = ABH \Rightarrow$ tam giác AKC đồng dạng với tam giác ABH (g.g)

$$\frac{AK}{AB} = \frac{AC}{AH} \Rightarrow AK \cdot AH = AB \cdot AC$$

3) Ta có $NAB = ACB \Rightarrow NAD = NAB + BAD = ACB + BAD$

Theo công thức góc ngoài ta có $NDA = DAC + ACB$

Vì AD là phân giác của góc A nên $BAD = DAC \Rightarrow NAD = NDA$

Suy ra ΔAND cân tại N

4) Có $AF \perp FK$ mà $AF \perp BC \Rightarrow BC \parallel FK \Rightarrow BCKF$ là hình thang

Gọi P là trung điểm FK $\Rightarrow OP \perp FK \Rightarrow OP \perp BC \Rightarrow O, M, P$ thẳng hàng

Gọi E là điểm đối xứng với C qua O $\Rightarrow \Delta EBC$ vuông tại B và $BEC = BAC = 60^\circ$

$\Rightarrow EB = EC \cdot \cos 60^\circ = R$

$$BC = EC \cdot \sin 60^\circ = R \sqrt{3} \Rightarrow OM = \frac{EB}{2} = \frac{R}{2}$$

Có ΔAFK vuông tại F và

$FAK = 30^\circ \Rightarrow FK = AK \cdot \sin 30^\circ = R$

$$AF = AK \cdot \cos 30^\circ = R \sqrt{3} \Rightarrow OP = \frac{AF}{2} = \frac{R \sqrt{3}}{2}$$

$$MP = OP - OM = \frac{R(\sqrt{3} - 1)}{2}$$

Diện tích hình thang BCKF là

$$S_{BCKF} = \frac{1}{2} MP \cdot (BC + KF) = \frac{1}{2} \cdot \frac{R(\sqrt{3} - 1)}{2} (R\sqrt{3} + R) = R^2 \cdot \frac{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}{4} = \frac{R^2}{2} \text{ (dvd)}.$$

ĐỀ 104

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2016 - 2017
Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{3}(\sqrt{27} + 4\sqrt{3})$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

Câu 2 (1,5 điểm)

a) Tìm tọa độ điểm A thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$, biết hoành độ của điểm A bằng 2.

b) Tìm m để hàm số bậc nhất $y = (m-2)x - 1$ ($m \neq 2$) đồng biến trên R.

Câu 3 (1,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 - x - m + 2 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 3$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ ($x_1 > x_2$) thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 5$.

Câu 4 (1,5 điểm)

a) Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy $r = 2\text{cm}$ và chiều cao $h = 5\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

b) Một công ty vận tải dự định điều một số xe tải để vận chuyển 24 tấn hàng. Thực tế khi đến nơi thì công ty bổ sung

thên 2 xe nữa nên mỗi xe chờ ít đi 2 tấn so với dự định. Hỏi số xe dự định được điều động là bao nhiêu? Biết số lượng hàng chờ ở mỗi xe như nhau và mỗi xe chở một lượt.

Câu 5 (2,5 điểm).

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại A của đường tròn lấy điểm C sao cho C khác A. Từ C kẻ tiếp tuyến thứ hai CD (D là tiếp điểm) và cát tuyến CMN (M nằm giữa N và C) với đường tròn. Gọi H là giao điểm của CO và AD.

- Chứng minh các điểm C, A, O, D cùng nằm trên một đường tròn.
- Chứng minh $CH.CO = CM.CN$
- Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt CA, CD thứ tự tại E, F. Đường thẳng vuông góc với OC tại O cắt CA, CD thứ tự tại P, Q. Chứng minh $PE + QF \geq PQ$.

Câu 6 (1,0 điểm).

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2}$$

----- Hết -----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.)

ĐÁP ÁN - LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. (2,0 điểm)

a) $A = \sqrt{3}(\sqrt{27} + 4\sqrt{3}) = \sqrt{81} + 4\sqrt{9} = 9 + 4.3 = 21$

b) $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm $(x;y) = (2;-1)$

Câu 2 (1,5 điểm)

a) Vì A có hoành độ bằng 2 và thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$ nên $y = 2.2^2 = 8$.

Vậy $A(2;8)$

b) Để hàm số $y = (m - 2)x - 1$ đồng biến thì $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Vậy $m > 2$.

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Thay $m = 3$ vào phương trình ta có: $x^2 - x - 3 + 2 = 0$ hay $x^2 - x - 1 = 0$

Có $\Delta = (-1)^2 - 4.1(-1) = 5 > 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

b) Phương trình $x^2 - x - m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta = (-1)^2 - 4.1(-m + 2) > 0$$

$$\Leftrightarrow 4m - 7 > 0$$

$$\Leftrightarrow m > \frac{7}{4}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1(1) \\ x_1 x_2 = -m + 2(2) \end{cases}$$

Theo Viet ta có:

Mà $2x_1 + x_2 = 5 \Leftrightarrow x_2 = 5 - 2x_1$ (3)

Thay (3) vào (1) ta có: $x_1 + 5 - 2x_1 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 4$ thay vào (3) có $x_2 = -3$.

Thay $x_1 = 4$ và $x_2 = -3$ vào (2) ta có: $-m + 2 = 4$. (-3) nên $m = 14$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $m = 14$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4 (1,5 điểm)

a) $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2.5 = 20\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

b) Gọi số xe ban đầu là x (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là $\frac{24}{x}$ (tấn)

Số xe thực tế là $x + 2$ (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là $\frac{24}{x+2}$ (tấn)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+2} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{x} - \frac{12}{x+2} = 1$$

$$\Rightarrow 12(x+2) - 12x = x(x+2)$$

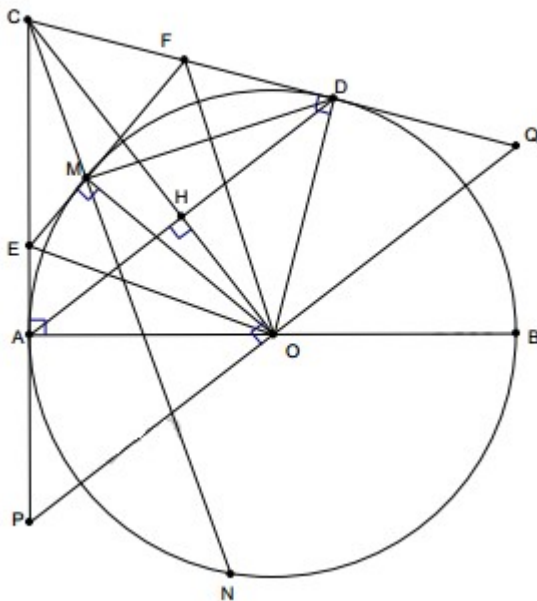
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$\Delta' = 1^2 - 1 \cdot (-24) = 25$$

Từ đó ta tìm được $x_1 = 4$ (thỏa mãn điều kiện) và $x_2 = -6$ (loại).

Vậy số xe ban đầu là 4 xe.

Câu 5 (2,5 điểm)



a) Vì CA, CD là tiếp tuyến của (O) (gt)

Nên góc CAO = CDO = 90° (theo tính chất tiếp tuyến)

Suy ra 4 điểm C, A, O, D cùng thuộc 1 đường tròn. (điều phải chứng minh).

Cách 2: có góc CAO = CDO = 90° nên góc CAO + CDO = 180°

Suy ra 4 điểm C, A, O, D cùng thuộc 1 đường tròn.

b) Chứng minh được tam giác COD vuông tại O có đường cao DH nên

$$CH \cdot CO = CD^2 \quad (1)$$

Ta chứng minh được $\triangle CMD$ đồng dạng với $\triangle CDN$

$$\text{Nên có } CM \cdot CN = CD^2 \quad (2)$$

(1) và (2) ta có đpcm.

c)

Ta có OFQ = MDO (cùng phụ với góc FDM)

$$MDA = AOE = \frac{1}{2} sd \angle M(1)$$

Tứ giác AODC nội tiếp $\Rightarrow ADO = ACO$ (Cùng chắn cung AO)

Mà $ACO = AOP$ (cùng phụ với góc P) $\Rightarrow ADO = APO$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $POE = MDO = OFQ$ (3)

Tam giác CPQ cân tại C $\Rightarrow P = Q$ (4)

Từ (3) và (4) ta có tam giác POE đồng dạng với tam giác QFO

$$\frac{PO}{QF} = \frac{PE}{QO} \Leftrightarrow QF \cdot PE = OP \cdot OQ = OP^2$$

$$\text{Theo Cô-si có } QF + PE \geq 2\sqrt{QF \cdot PE} = 2\sqrt{OP^2} = 2 \cdot OP = PQ$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $QF = PE$ (Tức là M là giao điểm của OC và (O)).

Câu 6 (1,0 điểm)

Với a, b, c là các số dương và $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$

Cách giải 1

- Ta có

$$\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} = \sqrt{\frac{5}{4}(a+b)^2 + \frac{3}{4}(a-b)^2} \geq \sqrt{\frac{5}{4}(a+b)^2}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b$

$$\sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b)\sqrt{b^2 - 4ac}$$

Hay

$$\sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b+c) \quad \text{. Dấu "=" xảy ra khi } c = b$$

$$\sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c+a) \quad \text{. Dấu "=" xảy ra khi } a = c$$

$$\text{Suy ra } P = \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} + \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} + \sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \sqrt{5}(a+b+c)$$

- Áp dụng BĐT Bunhiacôpxki ta có :

$$(1^2 + 1^2 + 1^2)[(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2] \geq (1 \cdot \sqrt{a} + 1 \cdot \sqrt{b} + 1 \cdot \sqrt{c})^2 = 1$$

$$a + b + c \geq \frac{1}{3} \quad P \geq \frac{\sqrt{5}}{3}$$

- Do đó

$$\begin{cases} a > 0; b > 0; c > 0 \\ a = b = c \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{9}$$

Dấu "=" xảy ra khi

$$\frac{\sqrt{5}}{3} \quad \text{khi và chỉ khi } a = b = c = \frac{1}{9}$$

Cách giải 2

Ta chứng minh bất đẳng thức: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$ (*) dấu bằng xảy ra khi $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
 Thật vậy:

$$(*) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq (a + c)^2 + (b + d)^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \geq ac + bd$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$$

$$\Leftrightarrow (ad - bc)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{\sqrt{2}} = \sqrt{\left(a + \frac{b}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}b}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(b + \frac{c}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}c}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức * ta có:

$$\frac{P}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{\left(a + \frac{b}{4} + b + \frac{c}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}b}{4} + \frac{\sqrt{15}c}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2}$$

$$\geq \sqrt{\left(a + \frac{b}{4} + b + \frac{c}{4} + c + \frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}b}{4} + \frac{\sqrt{15}c}{4} + \frac{\sqrt{15}a}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{2}(a + b + c)^2}$$

Mặt khác áp dụng bất đẳng thức Bunhia ta có

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 \leq (1 + 1 + 1)(a + b + c) \Leftrightarrow a + b + c \geq \frac{1}{3}$$

dấu = khi $a = b = c$

Do đó

$$\frac{P}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{\frac{5}{2}(a + b + c)^2} \geq \sqrt{\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{9}}$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Dấu = khi $a = b = c = 1/9$

Cách giải 3

Ta có: $2a^2 + ab + 2b^2 = 2(a + b)^2 - 3ab$

$$\text{Mà } ab \leq \frac{(a + b)^2}{4}$$

Nên

$$2a^2 + ab + 2b^2 = 2(a + b)^2 - 3ab \geq 2(a + b)^2 - \frac{3}{4}(a + b)^2 = \frac{5}{4}(a + b)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2a^2 + ab + 2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a + b)$$

$$TT : \sqrt{2b^2 + bc + 2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(b + c)$$

$$\sqrt{2c^2 + ca + 2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(c + a)$$

$$\text{Do đó } P \geq \sqrt{5}(a + b + c)$$

Mặt khác ta có

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) \geq x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) \geq (x + y + z)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}(x + y + z)^2$$

Áp dụng bất đẳng thức ta có:

$$a+b+c \geq \frac{1}{3}(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})^2 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \text{Min}P = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad \text{Dấu "=" khi } a=b=c=\frac{1}{9}$$

ĐỀ 105

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HÀ NỘI**

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2010-2011**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 150 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} + \frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$ với $a > 0, a \neq 1$.

a) Chứng minh rằng $M > 4$.

b) Với những giá trị nào của a thì biểu thức $N = \frac{6}{M}$ nhận giá trị nguyên?

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Cho các hàm số bậc nhất: $y = 0,5x + 3$, $y = 6 - x$ và $y = mx$ có đồ thị lần lượt là các đường thẳng (d_1) , (d_2) và (Δ_m) . Với những giá trị nào của tham số m thì đường thẳng (Δ_m) cắt hai đường thẳng (d_1) và (d_2) lần lượt tại hai điểm A và B sao cho điểm A có hoành độ âm còn điểm B có hoành độ dương?

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm phân biệt, di động lần lượt trên trục hoành và trên trục tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định $I(1; 2)$. Tìm hệ thức liên hệ giữa hoành độ của M và tung độ của N; từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2}.$$

Bài 3. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 17x + 2y = 2011|xy| \\ x - 2y = 3xy. \end{cases}$$

b) Tìm tất cả các giá trị của x, y, z sao cho:
$$\sqrt{x} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-x} = \frac{1}{2}(y+3).$$

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (C) với tâm O và đường kính AB cố định. Gọi M là điểm di động trên (C) sao cho M không trùng với các điểm A và B. Lấy C là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N. Đường thẳng BN cắt đường tròn (C) tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F.

a) Chứng minh rằng các điểm A, E, F thẳng hàng.

b) Chứng minh rằng tích $AM \cdot AN$ không đổi.

c) Chứng minh rằng A là trọng tâm của tam giác BNF khi và chỉ khi NF ngắn nhất.

Bài 5. (1,0 điểm)

Tìm ba chữ số tận cùng của tích của mười hai số nguyên dương đầu tiên.

---HẾT---

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1: Chữ ký của giám thị 2:

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG**

**KÌ THI CHỌN SINH HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2010-2011
Môn thi: TOÁN**

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 9

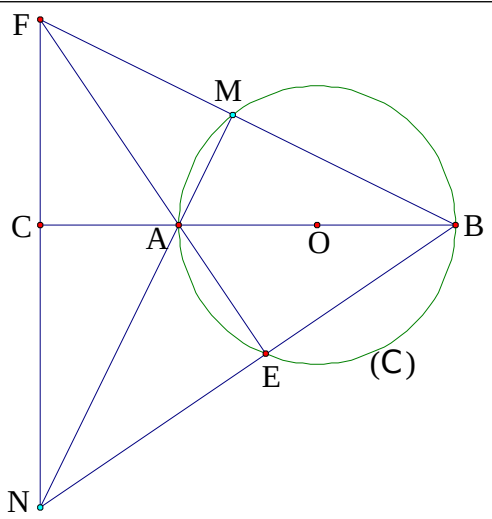
Dưới đây là sơ lược biểu điểm của đề thi Học sinh giỏi lớp 9. Các Giám khảo thảo luận thống nhất thêm chi tiết lời giải cũng như thang điểm của biểu điểm đã trình bày. Tổ chấm có thể phân chia nhỏ thang điểm đến 0,25 điểm cho từng ý của đề thi. Tuy nhiên, điểm từng bài, từng câu không được thay đổi. Nội dung thảo luận và đã thống nhất khi chấm được ghi vào biên bản cụ thể để việc chấm phúc khảo sau này được thống nhất và chính xác.

Học sinh có lời giải khác đúng, chính xác nhưng phải nằm trong chương trình được học thì bài làm đúng đến ý nào giám khảo cho điểm ý đó.

Việc làm tròn số điểm bài kiểm tra được thực hiện theo quy định của Bộ Giáo dục và Đào tạo tại Quyết định số 40/2006/BGD-ĐT.

BÀI-Ý	ĐỀ -ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Bài 1	Cho biểu thức: $M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} + \frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$ với $a > 0, a \neq 1$. a) Chứng minh rằng $M > 4$. b) Với những giá trị nào của a thì biểu thức $N = \frac{6}{M}$ nhận giá trị nguyên.	2,00
1.a (1,25đ)	Do $a > 0, a \neq 1$ nên: $\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} = \frac{a+\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}$ và	0,25
	$\frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}} = \frac{(a+1)(a-1)-\sqrt{a}(a-1)}{\sqrt{a}(1-a)} = \frac{(a-1)(a-\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(1-a)} = \frac{-a+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$	0,25
	$\Rightarrow M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + 2$	0,25
	Do $a > 0; a \neq 1$ nên: $(\sqrt{a}-1)^2 > 0 \Leftrightarrow a+1 > 2\sqrt{a}$	0,25
	$\Rightarrow M > \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 2 = 4$	0,25
1.b (0,75đ)	Ta có $0 < N = \frac{6}{M} < \frac{3}{2}$ do đó N chỉ có thể nhận được một giá trị nguyên là 1	0,25

	$\text{Mà } N = 1 \Leftrightarrow \frac{6\sqrt{a}}{a+1+2\sqrt{a}} = 1 \Leftrightarrow a - 4\sqrt{a} + 1 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a} - 2)^2 = 3$ $\Leftrightarrow \sqrt{a} = 2 + \sqrt{3} \text{ hay } \sqrt{a} = 2 - \sqrt{3} \text{ (phù hợp)}$	0,25
	Vậy, N nguyên $\Leftrightarrow a = (2 \pm \sqrt{3})^2$	0,25
Bài 2	a) Cho các hàm số bậc nhất: $y = 0,5x + 3$, $y = 6 - x$ và $y = mx$ có đồ thị lần lượt là các đường thẳng (d_1), (d_2) và (Δ_m). Với những giá trị nào của tham số m thì đường thẳng (Δ_m) cắt hai đường thẳng (d_1) và (d_2) lần lượt tại hai điểm A và B sao cho điểm A có hoành độ âm còn điểm B có hoành độ dương? b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm phân biệt, di động lần lượt trên trục hoành và trên trục tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định $I(1; 2)$. Tìm hệ thức liên hệ giữa hoành độ của M và tung độ của N; từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2}.$	2,00
	Điều kiện để (Δ_m) là đồ thị hàm số bậc nhất là $m \neq 0$	0,25
2.a (0,75đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (Δ_m) là: $0,5x + 3 = mx \Leftrightarrow (m - 0,5)x = 3$ Điều kiện để phương trình này có nghiệm âm là $m - 0,5 < 0$ hay $m < 0,5$ Phương trình hoành độ giao điểm của (d_2) và (Δ_m) là: $6 - x = mx \Leftrightarrow (m + 1)x = 6$ Điều kiện để phương trình này có nghiệm dương là $m + 1 > 0$ hay $m > -1$ Vậy điều kiện cần tìm là: $-1 < m < 0,5; m \neq 0$	0,25
	Đặt $m = x_M$ và $n = y_N \Rightarrow m \cdot n \neq 0$ và $m \neq 1$ (*)	0,25
	Nên đường thẳng qua ba điểm M, I, N có dạng: $y = ax + b$	0,25
2.b (1,25đ)	$\Rightarrow \begin{cases} 0 = am + b \\ 2 = a + b \\ n = b \end{cases} \Rightarrow \text{hệ thức liên hệ giữa } m \text{ và } n \text{ là } 2m + n = mn$	0,25
	Chia hai vế cho $m \cdot n \neq 0$ ta được: $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1$ (**) $\Rightarrow 1 = \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{n} \right)^2 = \frac{1}{m^2} + \frac{4}{n^2} + \frac{4}{mn} = 5 \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} \right) - \left(\frac{2}{m} - \frac{1}{n} \right)^2$	0,25
	$\Rightarrow Q = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} \geq \frac{1}{5}; \quad \frac{2}{m} = \frac{1}{n};$ dấu "=" xảy ra khi kết hợp (**): $m = 5, n = 2,5$ (thỏa (*))	0,25
	Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là $\frac{1}{5}$	0,25
Bài 3	a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 17x + 2y = 2011 xy \\ x - 2y = 3xy. \end{cases} \quad (1)$ b) Tìm tất cả các giá trị của x, y, z sao cho: $\sqrt{x} + \sqrt{y - z} + \sqrt{z - x} = \frac{1}{2}(y + 3) \quad (2)$	2,0 đ

3.a (1,25đ)	Nếu $xy > 0$ thì $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{17}{y} + \frac{2}{x} = 2011 \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1007}{9} \\ \frac{1}{x} = \frac{490}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{490} \\ y = \frac{9}{1007} \end{cases}$ (phù hợp)	0,50
	Nếu $xy < 0$ thì $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{17}{y} + \frac{2}{x} = -2011 \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{-1004}{9} \\ \frac{1}{x} = \frac{-1031}{18} \end{cases} \Rightarrow xy > 0$ (loại)	0,25
	Nếu $xy = 0$ thì $(1) \Leftrightarrow x = y = 0$ (nhận).	0,25
	KL: Hệ có đúng 2 nghiệm là $(0; 0)$ và $\left(\frac{9}{490}; \frac{9}{1007}\right)$	0,25
3.b (0,75đ)	Điều kiện $x \geq 0; y - z \geq 0; z - x \geq 0 \Leftrightarrow y \geq z \geq x \geq 0$	0,25
	(2) $\Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y - z} + 2\sqrt{z - x} = x + y - z + z - x + 3$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 + (\sqrt{y - z} - 1)^2 + (\sqrt{z - x} - 1)^2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{y - z} = 1 \\ \sqrt{z - x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)	0,25
Bài 4	Cho đường tròn (C) với tâm O và đường kính AB cố định. Gọi M là điểm di động trên (C) sao cho M không trùng với các điểm A và B. Lấy C là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N. Đường thẳng BN cắt đường tròn (C) tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F. a) Chứng minh rằng các điểm A, E, F thẳng hàng. b) Chứng minh rằng tích $AM \cdot AN$ không đổi. c) Chứng minh rằng A là trọng tâm của tam giác BNF khi và chỉ khi NF ngắn nhất.	 3,0 đ
4.a (1,00đ)	$MN \perp BF$ và $BC \perp NF$	0,25
	$\Rightarrow A$ là trực tâm của tam giác BNF	0,25
	$\Rightarrow FA \perp NB$	0,25
	Lại có $AE \perp NB$	0,25
4.b (0,75đ)	Nên A, E, F thẳng hàng	0,25
	$\angle CAN = \angle MAB$, nên hai tam giác ACN và AMB đồng dạng.	0,25
	Suy ra: $\frac{AN}{AB} = \frac{AC}{AM}$	0,25
4.c (1,25đ)	Hay $AM \cdot AN = AB \cdot AC = 2R^2$ không đổi (với R là bán kính đường tròn (C))	0,25
	Ta có $BA = \frac{2}{3}BC$ nên A là trọng tâm tam giác BNF $\Leftrightarrow C$ là trung điểm NF (3)	0,25

	Mặt khác: $\angle CNA = \angle FMC$, nên hai tam giác CNA và CBF đồng dạng $\Rightarrow \frac{CN}{BC} = \frac{AC}{CF} \Rightarrow CN \cdot CF = BC \cdot AC = 3R^2$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có: $NF = CN + CF \geq 2\sqrt{CN \cdot CF} = 2R\sqrt{3}$ không đổi	0,25
	Nên: NF ngắn nhất $\Leftrightarrow CN = CF \Leftrightarrow C$ là trung điểm NF (4)	0,25
	(3) và (4) cho ta: A là trọng tâm tam giác BNF $\Leftrightarrow NF$ ngắn nhất	0,25
Bài 5	Tìm ba chữ số tận cùng của tích của mười hai số nguyên dương đầu tiên.	0,75
(1,00đ)	Đặt: $S = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12$ $\frac{S}{100} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12}{100}$ (1) là một số nguyên $\Rightarrow$ hai chữ số tận cùng của S là 00	0,50
	Mặt khác, trong suốt quá trình nhân liên tiếp các thừa số ở vế phải của (1), nếu chỉ để ý đến chữ số tận cùng, ta thấy $\frac{S}{100}$ có chữ số tận cùng là 6 (vì $3 \cdot 4=12$; $2 \cdot 6=12$; $2 \cdot 7=14$; $4 \cdot 8=32$; $2 \cdot 9=18$; $8 \cdot 11=88$; $8 \cdot 12=96$)	0,25
	Vậy ba chữ số tận cùng của S là 600	0,25

--- Hết ---

	Điều kiện $x \geq 0$; $y - z \geq 0$; $z - x \geq 0 \Rightarrow y \geq z \geq x \geq 0$	0,25
3.b (0,75đ)	Theo BĐT Cauchy: $\sqrt{x} \leq \frac{x+1}{2}; \sqrt{y-z} \leq \frac{y-z+1}{2}; \sqrt{z-x} \leq \frac{z-x+1}{2}$ $\Rightarrow VP = \sqrt{x} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-x} \leq \frac{1}{2}(y+3) = VT$	0,25
	Do đó $\begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{y-z} = 1 \\ \sqrt{z-x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$ thỏa điều kiện	0,25

ĐỀ 106

PHÒNG GD-ĐT CẨM THỦY

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TOÁN 9 (ĐỀ SỐ 3)

năm học : 2011 - 2012

Môn : TOÁN

(Thời gian làm bài: 150 phút: Vòng 2)

Bài 1 (3,0 điểm)

Cho các số dương: a ; b và $x = \frac{2ab}{b^2 + 1}$. Xét biểu thức $P = \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} + \frac{1}{3b}$

1. Chứng minh P xác định. Rút gọn P .

2. Khi a và b thay đổi, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của P .

Bài 2 (3,0 điểm)

Tìm x ; y ; z thỏa mãn hệ sau:

$$\begin{cases} x^3 - 3x - 2 = 2 - y \\ y^3 - 3y - 2 = 4 - 2z \\ z^3 - 3z - 2 = 6 - 3x \end{cases}$$

Bài 3 (3,0 điểm)

Với mỗi số nguyên dương $n \leq 2008$, đặt $S_n = a^n + b^n$, với $a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$; $b = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

1. Chứng minh rằng với $n \geq 1$, ta có $S_{n+2} = (a+b)(a^{n+1} + b^{n+1}) - ab(a^n + b^n)$
2. Chứng minh rằng với mọi n thỏa mãn điều kiện đề bài, S_n là số nguyên.

3. Chứng minh $S_n - 2 = \left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^n - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^n \right]^2$. Tìm tất cả các số n để $S_n - 2$ là số chính phương.

Bài 4 (5,0 điểm)

Cho đoạn thẳng AB và điểm E nằm giữa điểm A và điểm B sao cho $AE < BE$. Vẽ đường tròn (O_1) đường kính AE và đường tròn (O_2) đường kính BE. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài MN của hai đường tròn trên, với M là tiếp điểm thuộc (O_1) và N là tiếp điểm thuộc (O_2) .

1. Gọi F là giao điểm của các đường thẳng AM và BN. Chứng minh rằng đường thẳng EF vuông góc với đường thẳng AB.
2. Với $AB = 18$ cm và $AE = 6$ cm, vẽ đường tròn (O) đường kính AB. Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) ở C và D, sao cho điểm C thuộc cung nhỏ AD. Tính độ dài đoạn thẳng CD.

Bài 5: (4đ): Cho $\triangle ABC$ đường thẳng d cắt AB và AC và trung tuyến AM theo thứ tự . Là E , F , N .

$$\frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF} = \frac{2AM}{AN}$$

a) Chứng minh :

b) Giả sử đường thẳng $d \parallel BC$. Trên tia đối của tia FB lấy điểm K, đường thẳng KN cắt AB tại P đường thẳng KM cắt AC tại Q.

Chứng minh $PQ \parallel BC$.

Bài 6: (2 điểm)

Cho $0 < a, b, c < 1$. Chứng minh rằng :

$$2a^3 + 2b^3 + 2c^3 < 3 + a^2b + b^2c + c^2a$$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM: ĐỀ SỐ 3

Câu 1. (3,0 điểm)

Tóm tắt lời giải		Điểm
1. (2.0 điểm)		0,25
Ta có: $a; b; x > 0 \Rightarrow a + x > 0$	(1)	
$\frac{a(b-1)^2}{b^2+1} \geq 0$		0,25
Xét $a - x = \frac{a(b-1)^2}{b^2+1}$	(2)	
Ta có $a + x > a - x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a+x} - \sqrt{a-x} \neq 0$	(3)	0,25

Từ (1); (2); (3) $\Rightarrow$ P xác định Rút gọn: Ta có: $a + x = a + \frac{2ab}{b^2 + 1} = \frac{a(b+1)^2}{b^2 + 1} \Rightarrow \sqrt{a+x} = (b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2 + 1}}$ $a - x = a - \frac{2ab}{b^2 + 1} = \frac{a(b-1)^2}{b^2 + 1} \Rightarrow \sqrt{a-x} = b-1 \sqrt{\frac{a}{b^2 + 1}}$ $\Rightarrow p = \frac{(b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2 + 1}} + b-1 \sqrt{\frac{a}{b^2 + 1}}}{(b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2 + 1}} - b-1 \sqrt{\frac{a}{b^2 + 1}} + 1} + \frac{1}{3b} = \frac{b+1+ b-1 }{b+1- b-1 } + \frac{1}{3b}$ Nếu $0 < b < 1 \Rightarrow p = \frac{2}{2b} + \frac{1}{3b} = \frac{4}{3b}$ Nếu $b \geq 1 \Rightarrow p = b + \frac{1}{3b} = \frac{3b^2 + 1}{3b}$ 2. (1.0 điểm) Xét 2 trường hợp: Nếu $0 < b < 1$, a dương tùy ý thì $P = \frac{4}{3b} \Rightarrow p > \frac{4}{3}$ Nếu $b \geq 1$, a dương tùy ý thì $P = b + \frac{1}{3b} = \left(\frac{b}{3} + \frac{1}{3b}\right) + \frac{2b}{3}$ Ta có: $\frac{b}{3} + \frac{1}{3b} \geq \frac{2}{3}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $b = 1$ Mặt khác: $\frac{2b}{3} \geq \frac{2}{3}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $b = 1$ Vậy $P \geq \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $b = 1$ KL: Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{4}{3}$	0,25
	0,25
	0,25
	0,25
	0,25
	0,25
	0,25
	0,25
	0,25

Câu 2 (3,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	Điểm
Biến đổi tương đương hệ ta có $\begin{cases} (x-2)(x+1)^2 = 2-y \\ (y-2)(y+1)^2 = 2(2-z) \\ (z-2)(z+1)^2 = 3(2-x) \end{cases}$ Nhân các vế của 3 phương trình với nhau ta được: $(x-2)(y-2)(z-2)(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2 = -6(x-2)(y-2)(z-2)$	1,00
$(x-2)(y-2)(z-2)(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2 = -6(x-2)(y-2)(z-2)$	0,50

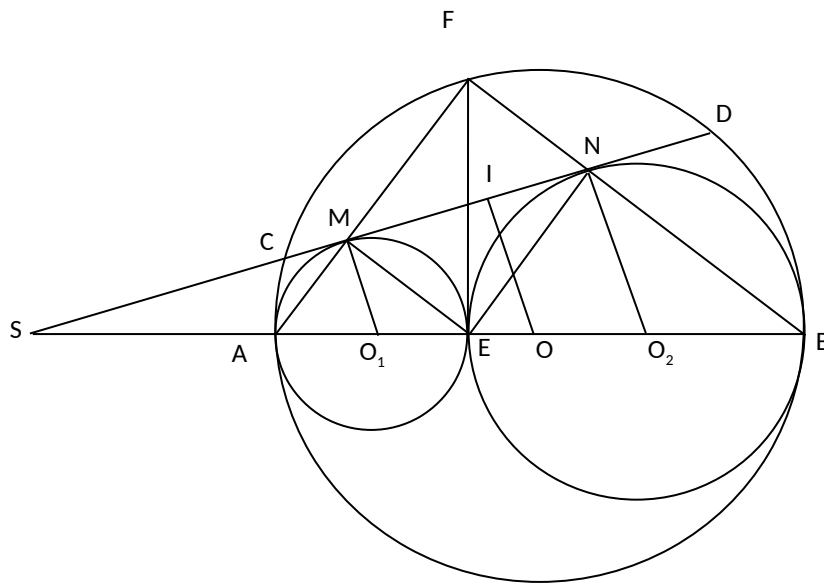
$\Leftrightarrow (x-2)(y-2)(z-2)[(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2+6]=0$	0,25
$\Leftrightarrow (x-2)(y-2)(z-2)=0$	0,25
$\Leftrightarrow x=2$ hoặc $y=2$ hoặc $z=2$	0,25
Với $x=2$ hoặc $y=2$ hoặc $z=2$ thay vào hệ ta đều có $x=y=z=2$	0,50
Vậy với $x=y=z=2$ thoả mãn hệ đã cho	0,25

Câu 3 (3,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	Điểm
1. (1,0 điểm)	
Với $n \geq 1$ thì $S_{n+2} = a^{n+2} + b^{n+2}$ (1)	0,25
Mặt khác: $(a+b)(a^{n+1} + b^{n+1}) - ab(a^n + b^n) = a^{n+2} + b^{n+2}$ (2)	0,50
Từ (1); (2) ta có điều phải chứng minh	0,25
2. (1.0 điểm)	
Ta có: $S_1 = 3; S_2 = 7$	0,25
Do $a+b=3; ab=1$ nên theo 1 ta có: với $n \geq 1$ thì $S_{n+2} = 3S_{n+1} - S_n$	0,25
Do $S_1, S_2 \in \mathbb{Z}$ nên $S_3 \in \mathbb{Z};$ do $S_2, S_3 \in \mathbb{Z}$ nên $S_4 \in \mathbb{Z}$	0,25
Tiếp tục quá trình trên ta được $S_5; S_6; \dots; S_{2008} \in \mathbb{Z}$	0,25
3. (1.0 điểm)	
Ta có $S_n - 2 = \left[\left(\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} \right)^2 \right]^n + \left[\left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 \right]^n - 2$	0,25
$= \left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^n \right]^2 + \left[\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^n \right]^2 - 2 \left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) \right]^n$	
$= \left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^n - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^n \right]^2 \quad \text{đpcm}$	0,25
Đặt $a_1 = \frac{\sqrt{5}+1}{2}; b_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow a_1 + b_1 = \sqrt{5}; a_1 b_1 = 1$	
Xét $U_n = a_1^n - b_1^n$	
Với $n \geq 1$ thì $U_{n+2} = (a_1 + b_1)(a_1^{n+1} - b_1^{n+1}) - a_1 b_1 (a_1^n - b_1^n) \Rightarrow U_{n+2} = \sqrt{5} U_{n+1} - U_n$	
Ta có $U_1 = 1 \in \mathbb{Z}; U_2 = \sqrt{5} \notin \mathbb{Z}; U_3 = 4 \in \mathbb{Z}; U_4 = 3\sqrt{5} \notin \mathbb{Z}; \dots$	
Tiếp tục quá trình trên ta được U_n nguyên $\Leftrightarrow n$ lẻ	0,25
Vậy $S_n - 2$ là số chính phương $\Leftrightarrow n = 2k+1$ với $k \in \mathbb{Z}$ và $0 \leq k \leq 1003$	
	0,25

Câu 4 (5,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	Điểm



1. (2,5 điểm) $O_1M; O_2N \perp MN \Rightarrow O_1M // O_2N$

Do $O_1; E; O_2$ thẳng hàng nên $\angle MO_1E = \angle NO_2B$

Các tam giác $O_1ME; O_2NB$ lần lượt cân tại O_1 và O_2 nên ta có: $\angle MEO_1 = \angle NBO_2$ (1)

Mặt khác ta có: $\angle AME = 90^\circ \Rightarrow \angle MAE + \angle MEO_1 = 90^\circ$ (2)

$\Rightarrow \angle MAE + \angle NBO_2 = 90^\circ \Rightarrow \angle AFB = 90^\circ$

$\Rightarrow$ Tứ giác FMEN có 3 góc vuông $\Rightarrow$ Tứ giác FMEN là hình chữ nhật

$\Rightarrow \angle NME = \angle FEM$ (3)

Do $MN \perp MO_1 \Rightarrow \angle MNE + \angle EMO_1 = 90^\circ$ (4)

Do tam giác O_1ME cân tại $O_1 \Rightarrow \angle MEO_1 = \angle EMO_1$ (5)

Từ (3); (4); (5) ta có: $\angle FEM + \angle MEO_1 = 90^\circ$ hay $\angle FEO_1 = 90^\circ$ (đpcm)

2. (2,5 điểm)

Ta có $EB = 12 \text{ cm} \Rightarrow O_1M = 3 \text{ cm} < O_2N = 6 \text{ cm}$

$\Rightarrow MN$ cắt AB tại S với A nằm giữa S và B .

Gọi I là trung điểm $CD \Rightarrow CD \perp OI \Rightarrow OI // O_1M // O_2N \Rightarrow \frac{O_1M}{O_2N} = \frac{SO_1}{SO_2}$

$\Rightarrow SO_2 = 2SO_1 \Rightarrow SO_1 + O_1O_2 = 2SO_1 \Rightarrow SO_1 = O_1O_2$

Do $O_1O_2 = 3 + 6 = 9 \text{ cm} \Rightarrow SO_1 = O_1O_2 = 9 \text{ cm} \Rightarrow SO = SO_1 + O_1O = 15 \text{ cm}$

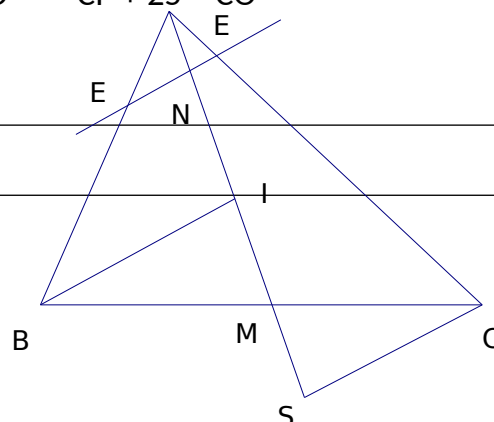
Mặt khác: $\frac{OI}{O_1M} = \frac{SO}{SO_1} \Rightarrow OI = 5 \text{ cm}$

Xét tam giác COI vuông tại I ta có: $CI^2 + OI^2 = CO^2 \Rightarrow CI^2 + 25 = CO^2$

Ta có: $CO = 9 \text{ cm} \Rightarrow CI^2 + 25 = 81 \Rightarrow CI = \sqrt{56}$

$\Rightarrow CD = 4\sqrt{14} \text{ cm}$

Câu 5 (2,0 điểm)



Điểm

a) Kẻ $BI, CS \parallel EF$ ($I, S \in AM$) $\frac{AB}{AE} = \frac{AI}{AN}, \frac{AC}{AF} = \frac{AS}{AN}$ Ta có: $\Rightarrow \frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF} = \frac{AI}{AN} + \frac{AS}{AN} (*)$ Ta có: $\triangle BIM = \triangle CSM$ (cgc) $\Rightarrow IM = MS$ Vậy: $AI + AS = AI + AI + IM + MS = 2AM$ Thay vào (*) ta được (đpcm)	1,0 0,5
Khi $d \parallel BC \Rightarrow EF \parallel BC \Rightarrow N$ là trung điểm của EF + Từ F kẻ đường thẳng song song với AB cắt KP tại L Ta có: $\triangle NFP = \triangle NFL$ (cgc) $\Rightarrow EP = LF$ Do đó : $\frac{EP}{PB} = \frac{LF}{PB} = \frac{KF}{KB} (1)$ + Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt KM tại H Ta có $\triangle BMH = \triangle CMQ$ (cgc) $\Rightarrow BH = QC$ $\frac{FQ}{QC} = \frac{FQ}{BH} = \frac{KF}{KB} (2)$ Do đó: Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{FP}{PB} = \frac{FQ}{QC} \Rightarrow PQ \parallel BC$ (đpcm)	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5

Bài 6: 2 điểm)

Do $a < 1 \Rightarrow a^2 < 1$ và $b < 1$

Nên $(1 - a^2).(1 - b) > 0 \Rightarrow 1 + a^2b - a^2 - b > 0$	0,5
Hay $1 + a^2b > a^2 + b$ (1)	
Mặt khác $0 < a, b < 1 \Rightarrow a^2 > a^3 ; b > b^3$	0,5
$\Rightarrow b + a^2 > a^3 + b^3$	
Vậy $a^3 + b^3 < 1 + a^2b$	
Tương tự ta có	0,25
$b^3 + c^3 < 1 + b^2c$	0,25
$a^3 + c^3 < 1 + c^2a$	
$\Rightarrow 2a^3 + 2b^3 + 2c^3 < 3 + a^2b + b^2c + c^2a$	0,5

ĐỀ 107

UBND HUYỆN
PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
NĂM HỌC 2013-2014
MÔN: TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian giao đề

$$P = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(1 + \frac{x + y + 2xy}{1 - xy} \right)$$

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức:

a) Rút gọn biểu thức P.

$$x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$$

b) Tính giá trị của P với

Bài 2: (4 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (D) và (L) lần lượt là đồ thị của hai hàm số: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ và $y = |x|$.

a) Vẽ đồ thị (D) và (L).

b) (D) và (L) cắt nhau tại M và N. Chứng minh OMN là tam giác vuông.

Bài 3: (4 điểm) Giải phương trình: $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$.

Bài 4: (2 điểm) Qua đỉnh A của hình vuông ABCD cạnh là a, vẽ một đường thẳng cắt cạnh BC ở M và cắt đường thẳng DC ở I.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2}$.

Bài 5: (6 điểm)

Cho hai đường tròn (O) và (O') ở ngoài nhau. Đường nối tâm OO' cắt đường tròn (O) và (O') tại các điểm A, B, C, D theo thứ tự trên đường thẳng. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài EF, E ∈ (O) và F ∈ (O'). Gọi M là giao điểm của AE và DF; N là giao điểm của EB và FC. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác MENF là hình chữ nhật.

b) $MN \perp AD$.

c) $ME.MA = MF.MD$.

----- Hết -----

UBND HUYỆN
PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM THI
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
NĂM HỌC 2013-2014-MÔN: TOÁN LỚP 9

Bài	Đáp án	Điểm
1	ĐKXD: $x \geq 0; y \geq 0; xy \neq 1$.	0,5 đ
a)	Mẫu thức chung là $1 - xy$ $P = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{xy}) + (\sqrt{x} - \sqrt{y})(1 - \sqrt{xy})}{1 - xy} : \frac{1 - xy + x + y + 2xy}{1 - xy}$ $= \frac{\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y} + y\sqrt{x} + \sqrt{x} - x\sqrt{y} - \sqrt{y} + y\sqrt{x}}{1 - xy} \cdot \frac{1 - xy}{1 + x + y + xy}$ $= \frac{2(\sqrt{x} + y\sqrt{x})}{(1 + x)(1 + y)} = \frac{2\sqrt{x}(1 + y)}{(1 + x)(1 + y)} = \frac{2\sqrt{x}}{1 + x}$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
b)	$x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2(2 - \sqrt{3})}{4 - 3} = 3 - 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3} - 1)^2$ $\sqrt{x} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = \sqrt{3} - 1 = \sqrt{3} - 1$ $P = \frac{2(\sqrt{3} - 1)}{1 + (\sqrt{3} - 1)^2} = \frac{2\sqrt{3} - 2}{1 + 3 - 2\sqrt{3} + 1} =$ $P = \frac{2(\sqrt{3} - 1)}{5 - 2\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3} + 2}{13}$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
2 a)	Đồ thị $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ có: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \\ y = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$ $y = x = \begin{cases} x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ Đồ thị Đồ thị như hình vẽ:	0,5 đ 0,5 đ 1 đ

b)	Đồ thị (D) và (L) cắt nhau tại hai điểm có tọa độ M(1; 1) và N(- 3; 3) Ta có: $OM = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow OM^2 = 2$ $ON = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow ON^2 = 18$ $MN = \sqrt{(1 - 3)^2 + (1 + 3)^2} = \sqrt{20} \Rightarrow MN^2 = 20$ Vì: $OM^2 + ON^2 = MN^2$ Vậy: tam giác OMN vuông tại O	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
3	Ta thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình Chia cả 2 vế của phương trình cho x^2 ta được: $6x^2 - 5x - 38 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2} = 0$ $\Leftrightarrow 6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 38 = 0$ Đặt $y = x + \frac{1}{x}$ thì: $x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$ Ta được pt: $6y^2 - 5y - 50 = 0 \Leftrightarrow (3y - 10)(2y + 5) = 0$ $y = \frac{10}{3}$ và $y = -\frac{5}{2}$ Do đó: * Với $y = \frac{10}{3}$ thì: $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow 3x^2 - 10x + 3 = 0$ $\Leftrightarrow (3x - 1)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{3} \\ x_2 = 3 \end{cases}$ * Với $y = -\frac{5}{2}$ thì: $x + \frac{1}{x} = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0$ $\Leftrightarrow (2x + 1)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_3 = -\frac{1}{2} \\ x_4 = -3 \end{cases}$	1 đ 1 đ 1 đ

	$\widehat{FNC} = \widehat{FDC} = \frac{1}{2} \text{ số } \widehat{FC}$ Mặt khác, trong đường tròn (O'): $\Rightarrow \widehat{FDC} = \widehat{HNC}$ Suy ra $\triangle FDC$ đồng dạng $\triangle HNC$ (g - g) $\Rightarrow \widehat{NHC} = \widehat{DFC} = 90^\circ \text{ hay } MN \perp AD$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
c)	Do MENF là hình chữ nhật, nên $\widehat{MFE} = \widehat{FEN}$ $\widehat{FEN} = \widehat{EAB} = \frac{1}{2} \text{ số } \widehat{EB}$ Trong đường tròn (O) có: $\Rightarrow \widehat{MFE} = \widehat{EAB}$ Suy ra $\triangle MEF$ đồng dạng $\triangle MDA$ (g - g) $\frac{ME}{MD} = \frac{MF}{MA}$ $\Rightarrow \frac{ME}{MD} = \frac{MF}{MA}, \text{ hay } ME.MA = MF.MD$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ

ĐỀ 108

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (5đ)

Cho biểu thức $M = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$

a. Tìm điều kiện của x để M cả nghĩa và rút gọn M

b. Tìm x để M = 5

c. Tìm x thuộc Z để M thuộc Z.

Câu: 2(2đ). Cho $4a^2+b^2=5ab$ với $2a>b>0$.

Tính giá trị của biểu thức: $P = \frac{ab}{4a^2-b^2}$

Câu 3(4đ)

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{3x^2-8x+6}{x^2-2x+1}$

b. Chứng minh rằng với mọi số thực a,b,c ta có $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$

Câu: 4 (4đ)

a. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^3+y^3+z^3-3xyz$

b. Giải phương trình : $x^4+2x^3-4x^2-5x-6=0$

Câu: 5 (5đ) Cho hình bình hành ABCD có đường chéo AC lớn hơn đường chéo BD. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B và D xuống đường thẳng AC.

1) Tứ giác BEDF là hình gì vì sao?

2) Gọi CH và CK lần lượt là đường cao của tam giác ACB và tam giác ACD. Chứng minh rằng.

a. Tam giác CHK và tam giác ABC đồng dạng .

b. $AB.AH+AD.AK=AC^2$

ĐÁP ÁN

Câu: 1(5đ)a) ĐK $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

0,5đ

$$\text{Rút gọn } M = \frac{2\sqrt{x} - 9 - (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3) + (2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} \quad 0,5đ$$

$$\text{Biến đổi ta có kết quả: } = \frac{x - \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} \quad 0,5đ$$

$$= \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} \quad 1đ$$

$$M = 5 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3} = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16 \text{ (TM)} \quad 1đ$$

$$\text{c) } M = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} = \frac{\sqrt{x} - 3 + 4}{\sqrt{x} - 3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x} - 3} \quad 0,5đ$$

Do $M \in \mathbb{Z}$ nên $\sqrt{x} - 3$ là ước của 4 $\Rightarrow \sqrt{x} - 3$ nhận các giá trị: -4; -2; -1; 1; 2; 4 $0,5đ$

$$\Rightarrow x \in \{1; 4; 16; 25; 49\} \text{ do } x \neq 4 \Rightarrow x \in \{1; 16; 25; 49\} \quad 0,5đ$$

Câu: 2 (2đ)

Phân tích được $4a^2 + b^2 = 5ab$ thành $(a-b)(4a-b) = 0$ $0,5đ$

$$\Leftrightarrow a = b \text{ hoặc } 4a = b \quad 0,5đ$$

Lập luận chỉ ra $a = b$ (nhận) $4a = b$ (loại) $0,5đ$

$$\text{Tính được } P = \frac{ab}{4a^2 - b^2} = \frac{a^2}{3a^2} = \frac{1}{3} \quad 0,5đ$$

Câu: 3 (4đ)

$$A = \frac{2x^2 - 4x + 2 + x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x + 1} = 2 + \frac{(x-2)^2}{(x-1)^2} \geq 2$$

a. Viết được $1,5đ$

Lập luận $\min A = 2$ khi $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ $0,5đ$

b. biến đổi $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2bc + 2ca \quad 0,5đ$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2 \geq 0 \quad 0,5đ$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \geq 0 \quad 0,5đ$$

Lập luận $\Rightarrow$ khẳng định $0,5đ$

Câu: 4 (4đ)

$$\text{a. } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + z^3 - 3x^2y - 3xy^2 - 3xyz \quad 0,5đ$$

$$= (x+y)^3 + z^3 - 3xyz(x+y+z) \quad 0,5đ$$

$$= (x+y+z)(x^2+2xy+y^2+z^2-xz-yz)-3xy(x+y+z)$$

0,5đ

$$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$$

0,5đ

b. Giải phương trình : $x^4+2x^3-4x^2-5x-6=0$

$$\Leftrightarrow x^4-2x^3+4x^3-8x^2+4x^2-8x+3x-6=0$$

0,5đ

$$\Leftrightarrow x^3(x-2)+4x^2(x-2)+4x(x-2)+3(x-2)=0$$

0,5đ

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^3+4x^2+4x+3)=0$$

0,25đ

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^3+3x^2+x^2+3x+x+3)=0$$

0,25đ

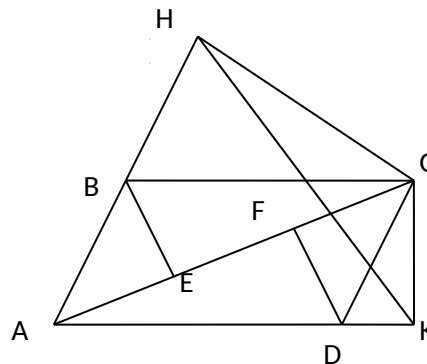
$$\Leftrightarrow (x-2)[x^2(x+3)+x(x+3)+(x+3)]=0$$

0,25đ

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+3)(x^2+x+1)=0$$

0,25đ

Câu: 5 (5đ)



1. Chỉ ra Tam giác ABE = Tam giác CDF

0,5đ

$\Rightarrow BE=DF$. $BE \parallel DF$ cùng vuông góc với AC

0,25đ

$\Rightarrow BEDF$ là hình bình hành

0,25đ

2.a. Chỉ ra góc CBH = góc CDK

0,5đ

$\Rightarrow$ tam giác CHB đồng dạng với Tam giác CDK (g,g)

0,25đ

$$\Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CK}{CD}$$

0,25đ

Chỉ ra $CB \parallel AD$, CK vuông góc $CB \Rightarrow CK$ vuông góc CB

0,25đ

Chỉ ra góc ABC = góc HCK (cùng bù với BAD)

0,25đ

$$\Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CK}{CD} \text{ hay } \Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CK}{AB} \text{ vì } AB=CD$$

0,25đ

Chỉ ra tam giác CHK đồng dạng tam giác BCA (c-g-c)

0,25đ

b. chỉ ra tam giác AFD = tam giác CEB $\Rightarrow AF=CE$

0,5đ

chỉ ra tam giác AFD đồng dạng với tam giác AKC

0,25đ

$$\Rightarrow AD.AK=AF.AC \Rightarrow AD.AK=CE.AC \quad (1)$$

0,5đ

Chỉ ra tam giác ABE đồng dạng với tam giác ACH

0,25đ

$$\Rightarrow AB.AH=AE.AC \quad (2)$$

0,25đ

Cộng theo vế (1) và (2) ta được

$$AD.AK+ AB.AH =CE.AC+ AE.AC =(CE+AE)AC=AC^2$$

0,25đ

ĐỀ 109

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN KIM THÀNH

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN NĂM HỌC
2012 – 2013
Môn: Toán 9

Bài 1: (4,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$

b) Cho x, y, z thỏa mãn: $xy + yz + xz = 1$.

Hãy tính giá trị biểu thức: $A = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{(1+x^2)}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{(1+y^2)}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{(1+z^2)}}$

Bài 2: (3,0 điểm)

a) Cho hàm số: $f(x) = (x^3 + 12x - 31)^{2012}$

Tính $f(a)$ tại $a = \sqrt[3]{16 - 8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16 + 8\sqrt{5}}$

b) Tìm số tự nhiên n sao cho $n^2 + 17$ là số chính phương?

Bài 3: (4,0 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{1-x} + \sqrt{4+x} = 3$

b) $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$

Bài 4: (3,0 điểm)

a) Tìm $x; y$ thỏa mãn: $2(x\sqrt{y-4} + y\sqrt{x-4}) = xy$

b) Cho $a; b; c$ là các số thuộc đoạn $[-1; 2]$ thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ hãy chứng minh rằng:
 $a + b + c \geq 0$

Bài 5: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn; các đường cao AK; BD; CE cắt nhau tại H.

a) Chứng minh: $\frac{KC}{KB} = \frac{AC^2 + CB^2 - BA^2}{CB^2 + BA^2 - AC^2}$

b) Giả sử: $HK = \frac{1}{3} AK$. Chứng minh rằng: $\tan B \cdot \tan C = 3$

c) Giả sử $S_{ABC} = 120 \text{ cm}^2$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Hãy tính diện tích tam giác ADE?

Câu 1: (4 điểm)

a/ Rút gọn biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

ĐKXĐ: $x \neq 4; x \neq 9$

$$A = \frac{2\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{2\sqrt{x}-9-x+9+2x-3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$
$$= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

b/ Cho x, y, z thỏa mãn: $xy + yz + xz = 1$.

Hãy tính: $A = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{(1+x^2)}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{(1+y^2)}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{(1+z^2)}}$

Gợi ý: $xy + yz + xz = 1 \Leftrightarrow 1 + x^2 = xy + yz + xz + x^2 = y(x+z) + x(x+z) = (x+z)(x+y)$

Tương tự: $1 + y^2 = \dots; 1 + z^2 = \dots$

Câu 2: (3 điểm)

a/ Cho hàm số: $f(x) = (x^3 + 12x - 31)^{2012}$

Tính $f(a)$ tại $a = \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

b/ Tìm số tự nhiên n sao cho $n^2 + 17$ là số chính phương?

Giải

a/ Từ $a = \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

$$\Rightarrow a^3 = 32 + 3\sqrt[3]{(16-8\sqrt{5})(16+8\sqrt{5})} \left[\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} \right] = 32 + 12a \quad \text{nên } a^3 + 12a = 32$$

Vậy $f(a) = 1$

b/ Giả sử: $n^2 + 17 = k^2$ ($k \in \mathbb{N}$) và $k > n \Rightarrow (k-n)(k+n) = 17 \Leftrightarrow \begin{cases} k-n=1 \\ k+n=17 \end{cases} \Rightarrow n=8$

Vậy với $n = 8$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: (4 điểm)

Giải các phương trình sau:

$$a/ \sqrt{1-x} + \sqrt{4+x} = 3$$

$$b/ x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$$

Giải

$$a/ \text{ĐK: } -4 \leq x \leq 1$$

$$\text{Bình phương 2 vế: } 1-x+4+x+2\sqrt{(1-x)(4+x)} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{(1-x)(4+x)} = 2$$

$$\Leftrightarrow 4-3x-x^2=4 \Leftrightarrow x(x+3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm: $x = 0$; $x = -3$

$$b/ x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3} \quad \text{ĐKXĐ: } x \geq \frac{-3}{2}$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2x + 1) + (2x + 3 - 2\sqrt{2x+3} + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (\sqrt{2x+3} - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ \sqrt{2x+3}=1 \end{cases} \Rightarrow x = -1 \quad \text{vậy phương trình có nghiệm duy nhất } x = -1$$

Câu 4: (3 điểm)

$$a/ \text{Tìm } x; y \text{ thỏa mãn: } 2(x\sqrt{y-4} + y\sqrt{x-4}) = xy$$

b/ Cho $a; b; c$ là các số thuộc đoạn $[-1; 2]$ thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ hãy chứng minh rằng: $a + b + c \geq 0$

Giải

$$a/ 2(x\sqrt{y-4} + y\sqrt{x-4}) = xy \Leftrightarrow x \cdot 2 \cdot \sqrt{y-4} + y \cdot 2 \cdot \sqrt{x-4} = xy$$

$$\text{Xét VP} = x \cdot 2 \cdot \sqrt{y-4} + y \cdot 2 \cdot \sqrt{x-4} \text{ theo BĐT cosi: } 2\sqrt{y-4} \leq \frac{4+y-4}{2} = \frac{y}{2}; 2\sqrt{x-4} \leq \frac{4+x-4}{2} = \frac{x}{2} \text{ vậy VP} \leq xy = \text{VT}$$

$$\text{Dấu = xảy ra khi: } \begin{cases} \sqrt{x-4}=2 \\ \sqrt{y-4}=2 \end{cases} \Rightarrow x=y=8$$

b/ Do $a; b; c$ thuộc đoạn $[-1; 2]$ nên $a+1 \geq 0$; $a-2 \leq 0$ nên $(a+1)(a-2) \leq 0$

$$\text{Hay: } a^2 - a - 2 \leq 0 \Rightarrow a^2 \leq a + 2$$

$$\text{Tương tự: } b^2 \leq b + 2; c^2 \leq c + 2$$

$$\text{Ta có: } a^2 + b^2 + c^2 \leq a + b + c + 6 \text{ theo đầu bài: } a^2 + b^2 + c^2 = 6 \text{ nên: } a + b + c \geq 0$$

Câu 5: (6 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn; các đường cao AK; BD; CE cắt nhau tại H.

a/ Chứng minh: $\frac{KC}{KB} = \frac{AC^2 + CB^2 - BA^2}{CB^2 + BA^2 - AC^2}$

b/ Giả sử: $HK = \frac{1}{3} AK$. Chứng minh rằng: $\tan B \cdot \tan C = 3$

c/ Giả sử $S_{ABC} = 120 \text{ cm}^2$ và $\hat{A} = 60^\circ$. Hãy tính diện tích tam giác ADE?

Giải

a/ Sử dụng định lý pytago:

$$\frac{AC^2 + CB^2 - BA^2}{CB^2 + BA^2 - AC^2} = \frac{AK^2 + KC^2 + (BK + CK)^2 - AB^2}{(BK + CK)^2 + BA^2 - (AK + KC)^2}$$

$$= \frac{2CK^2 + 2BK \cdot CK}{2BK^2 + 2BK \cdot CK} = \frac{2CK(CK + BK)}{2BK(BK + CK)} = \frac{CK}{BK}$$

b/ Ta có: $\tan B = \frac{AK}{BK}$; $\tan C = \frac{AK}{CK}$

Nên: $\tan B \tan C = \frac{AK^2}{BK \cdot CK} \quad (1)$

Mặt khác ta có: $\hat{B} = \hat{HKC}$ mà: $\tan HKC = \frac{KC}{KH}$

Nên $\tan B = \frac{KC}{KH}$ tương tự $\tan C = \frac{KB}{KH} \Rightarrow \tan B \cdot \tan C = \frac{KB \cdot KC}{KH^2} \quad (2)$

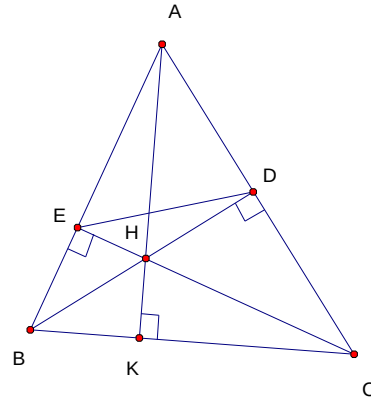
Từ (1)(2) $\Rightarrow (\tan B \cdot \tan C)^2 = \left(\frac{AK}{KH} \right)^2$

Theo gt: $HK = \frac{1}{3} AK \Rightarrow \tan B \cdot \tan C = 3$

c/ Ta chứng minh được: $\triangle ABC$ và $\triangle ADE$ đồng dạng vậy: $\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \left(\frac{AB}{AD} \right)^2 \quad (3)$

Mà $\hat{A} = 60^\circ$ nên $\hat{ABD} = 30^\circ \Rightarrow AB = 2AD \quad (4)$

Từ (3)(4) ta có: $\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = 4 \Rightarrow S_{ADE} = 30 (\text{cm}^2)$



ĐỀ 110

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
NĂM HỌC 2011 - 2012

ȘÒ CHỖNH THỎC

MÔN: TOÁN

Lớp 9 thcs

Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian phát đề

Ngày thi: 23 tháng 3 năm 2012

Câu I (4đ)

Cho biểu thức $P = \frac{3\sqrt{x-1}+9}{10-x} : \frac{3\sqrt{x-1}+1}{3\sqrt{x-1}-1} - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

1) Rút gọn P

2) Tính giá trị của P khi $x = \sqrt[4]{\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}} - \sqrt[4]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}}$

Câu II (4đ)

Trong cùng một hệ toạ độ, cho đường thẳng d: $y = x - 2$ và parabol (P): $y = -x^2$. Gọi A và B là giao điểm của d và (P).

1) Tính độ dài AB.

2) Tìm m để đường thẳng d': $y = -x = m$ cắt (P) tại hai điểm C và D sao cho

CD = AB.

Câu III (4đ)

$$\begin{cases} x^2 \\ -+x=2 \\ y \end{cases}$$

1) Giải hệ phương trình

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$

Câu IV (6đ)

Cho tam giác nhọn ABC có $AB > AC$. Gọi M là trung điểm của BC; H là trực tâm; AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC. Kí hiệu (C_1) và (C_2) lần lượt là đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF và DKE, với K là giao điểm của EF và BC. Chứng minh rằng:

1) ME là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) .

2) $KH \perp AM$.

Câu V (2đ)

Với $0 \leq x; y; z \leq 1$. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình:

$$\frac{x}{1+y+zx} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+yz} = \frac{3}{x+y+z}$$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA**

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2011-2012
Môn : TOÁN
Ngày thi : 18/02/2012**

Câu 1: ĐK $1 < x < 10$

1)

$$P = \frac{3\sqrt{x-1}+9}{10-x} : \frac{1}{\sqrt{x-1}} \cdot \frac{2\sqrt{x-1}+4}{\sqrt{x-1}-3}$$

$$P = \frac{3(\sqrt{x-1}+3)}{10-x} \cdot \frac{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1}-3)}{2\sqrt{x-1}+4}$$

$$P = \frac{3\sqrt{x-1}(x-10)(\sqrt{x-1}-2)}{2(10-x)(x-1-4)} = -\frac{3(x-2)}{2(x-5)}$$

b) $x = \sqrt[4]{\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}} - \sqrt[4]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}} = \sqrt[4]{(3+2\sqrt{2})^2} - \sqrt[4]{(3-2\sqrt{2})^2} = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow x = 1 + \sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) = 2 \text{ vì } x > 1$$

Vậy $P=0$

Câu II:

1) Hoàn thành độ giao điểm là nghiệm phương trình

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 2$$

Vậy $A(1; -1)$ và $B(-2; -4)$ hoặc $A(-2; -4)$ và $B(1; -1)$

2) Để (d') cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình $x^2 - x + m = 0$ (1)

$$\text{có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow D > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$$

Ta có khoảng cách $AB^2 = 18$

$$\text{để } CD = AB \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 18$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9$$

$$\Leftrightarrow 1 - 4m - 9 = 0 \Rightarrow m = -2 \text{ (TM)}$$

Vậy $C(-1; -3)$ và $D(2; 0)$ hoặc $D(-1; -3)$ hoặc $C(2; 0)$

Câu III

1, ĐK $x \neq 0, y \neq 0$

Đặt $x = ky$ ($k \neq 0$)

$$\begin{cases} x^2 + x = 2 \\ y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (k^2 + k)y = 2 \\ (\frac{1}{k} + 1)y = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1)$$

Nếu $k = -1$ thì hệ phương trình (1) vô nghiệm nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm

Nếu $k \neq -1$

$$\frac{(k^2 + k)k}{k + 1} = 4$$

$$\text{từ (1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = 2 \text{ hoặc } k = -2$$

$$(x, y) = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

Nếu $k = 2 \Rightarrow$

Nếu $k = -2 \Rightarrow (x; y) = (-2; 1)$

2, Từ $2x^6 + y^2 - x^3y = 320 \Leftrightarrow (x^3 - y)^2 + (x^3)^2 = 320$

$$\Rightarrow (x^3)^2 \leq 320$$

mà x nguyên nên $|x| \leq 2$

Nếu $x = 1$ hoặc $x = -1$ thì y không nguyên (loại)

Nếu $x = 2 \Rightarrow y = -2$ hoặc $y = 6$

Nếu $x = -2 \Rightarrow y = -6$ hoặc $y = 2$

Vậy phương trình đã cho có 4 cặp nghiệm $(x; y)$ là $(2; -2); (2; 6); (-2; -6); (-2; 2)$

Câu IV: 1) Ta có $\angle E = \angle F = 90^\circ$ nên tứ giác AEHF nội tiếp một đường tròn tâm chính là (C_1) là trung điểm AH

$$\angle EAH = \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{EH} \quad (1)$$

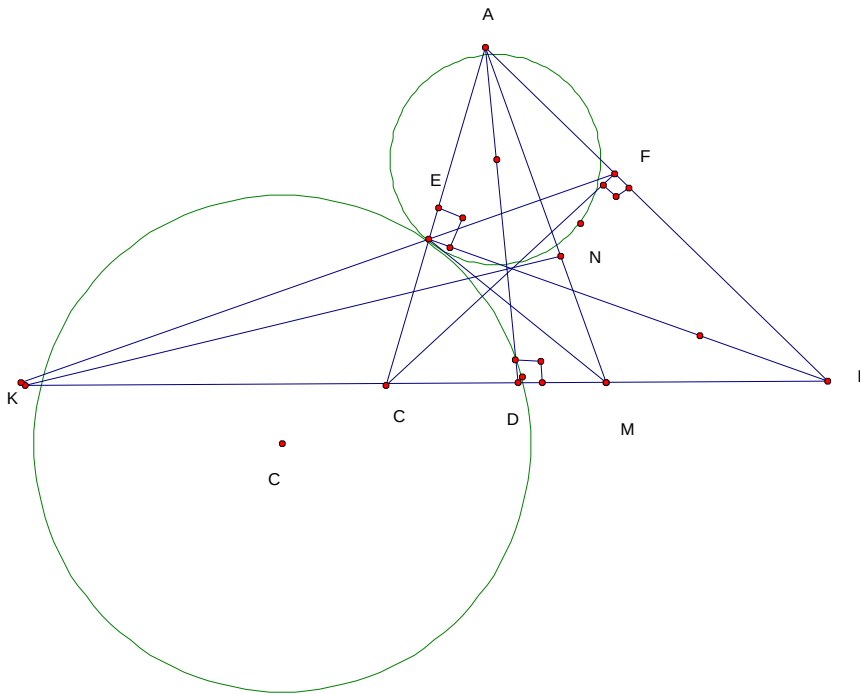
mà $\angle EAH = \angle CBE$ (2) (cùng phụ với góc ACD)

$\angle MEB = \angle CBE$ (3) (do đường trung tuyến ứng với cạnh huyền)

$$\angle MEH = \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{EH}$$

Từ (1), (2) và (3) ta có

$\Rightarrow ME$ là tiếp tuyến đường tròn tâm (C_1)



2, gọi giao điểm AM với KH là N trước tiên chứng minh 5 điểm A,E,H,N,F cùng thuộc một đường tròn

Ta thấy $\angle AFE = \angle ACB$; $\angle ANE = \angle AFE \Rightarrow \angle ANE = \angle ACB$

$\Rightarrow$ nghĩa là C,M,N, F cùng thuộc một đường tròn
chứng minh A,E,N, B nội tiếp

do đó $\angle KNM = 90^\circ$

KH $\perp$ AM

Câu V:: do vai trò x,y,z như nhau nên $0 \leq x \leq y \leq z \leq 1$

$$\frac{y}{1+z} + \frac{z}{1+zy} = \frac{3}{y+z}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{y}{1+z} - \frac{1}{y+z} \right) + \left(\frac{z}{1+zy} - \frac{1}{y+z} \right) = \frac{1}{y+z}$$

$$\Rightarrow \frac{(y-1)(y+1+z)}{(1+z)(y+z)} + \frac{z^2-1}{(1+yz)(y+z)} = \frac{1}{y+z}$$

Nếu $x=0 \Rightarrow$

Ta có VT ≥ 0 mà VP < 0 nên trong trường hợp này không có nghiệm

Nếu x khác 0 mà $0 \leq x \leq y \leq z \leq 1$

$$\Leftrightarrow (z-1)(1-x) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1+zx \geq x+z > 0$$

$$\Leftrightarrow x+z-zx-1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x-zx+z-1 \leq 0$$

đúng với mọi $0 \leq x; z \leq 1$.

Dấu "=" xảy ra khi: $x=z=1$.

+ Ta có: $1+zx \geq x+z \Leftrightarrow 1+y+zx \geq x+y+z$

$$\Rightarrow \frac{x}{1+y+zx} \leq \frac{x}{x+y+z}$$

+ Tương tự: $\frac{y}{1+z+xy} \leq \frac{y}{x+y+z}$

$$\frac{z}{1+x+yz} \leq \frac{z}{x+y+z}$$

$$\Rightarrow VT = \frac{x}{1+y+zx} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+yz} \leq \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1 \quad (1)$$

+ Mặt khác, vì: $0 \leq x; y; z \leq 1 \Rightarrow x+y+z \leq 3$

$$\Rightarrow VP = \frac{3}{x+y+z} \geq \frac{3}{3} = 1 \quad \text{Dấu "=" xảy ra khi : } x=y=z=1. \quad (2)$$

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow VT=VP$ chỉ đúng khi: $VT=VP=1$.

Khí đó $x=y=z=1$.

* Vậy phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y; z) = (1; 1; 1)$.

ĐỀ 111

Bài 1 : (2 điểm)

a) Tính :

$$(\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 1)$$

b) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

Bài 2 : (2 điểm)

Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} \right) : \frac{2(x - 2\sqrt{x} + 1)}{x - 1}$$

a) Rút gọn A.

b) Tìm x nguyên để A nhận giá trị nguyên.

Bài 3 : (2 điểm)

Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24 km ; cùng lúc đó, cũng từ A về B một bè nửa trôi với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè nửa tại địa điểm C cách A là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

Bài 4 : (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O bán kính R, hai điểm C và D thuộc đường tròn, B là trung điểm của cung nhỏ CD. Kẻ đường kính BA ; trên tia đối của tia AB lấy điểm S, nối S với C cắt (O) tại M ; MD cắt AB tại K ; MB cắt AC tại H.

a) Chứng minh $\angle BMD = \angle BAC$, từ đó $\Rightarrow$ tứ giác AMHK nội tiếp.

b) Chứng minh : $HK \parallel CD$.

c) Chứng minh : $OK \cdot OS = R^2$.

Bài 5 : (1 điểm)

Cho hai số a và b khác 0 thỏa mãn : $1/a + 1/b = 1/2$

Chứng minh phương trình ẩn x sau luôn có nghiệm :

$$(x^2 + ax + b)(x^2 + bx + a) = 0.$$

Bµi 3:

Do ca n« xuÊt ph, t tã A cöng víi bñ nãa nãn thêi gian cña ca n« b»ng thêi gian bñ

$$\frac{8}{4} = 2 \quad (h)$$

Gãi vËn tèc cña ca n« lµ x (km/h) (x > 4)

$$\text{Theo bµi ta cã: } \frac{24}{x+4} + \frac{24-8}{x-4} = 2 \Leftrightarrow \frac{24}{x+4} + \frac{16}{x-4} = 2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 40x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=20 \end{cases}$$

Vÿ vËn tèc thùc cña ca n« lµ 20 km/h

Bµi 4:

a) Ta cã $\widehat{BC} = \widehat{BD}$ (GT) $\rightarrow \widehat{BMD} = \widehat{BAC}$ (2 gãc nêi tiÕp ch³/4n 2 cung b»ng nhau)

* Do $\widehat{BMD} = \widehat{BAC} \rightarrow A, M$ nh×n HK dâi 1 gãc b»ng nhau $\rightarrow MHKA$ nêi tiÕp.

b) Do $BC = BD$ (do $\widehat{BC} = \widehat{BD}$), $OC = OD$ (bñ n kÝnh) $\rightarrow OB$ lµ ®êng trung trùc cña CD

$\rightarrow CD \perp AB$ (1)

Xet MHKA: lµ tã gi, c nêi tiÕp, $\widehat{AMH} = 90^\circ$ (gãc nt ch³/4n nãa ®êng trßn) $\rightarrow$

$$\widehat{HKA} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \quad (\text{®I})$$

$\rightarrow HK \perp AB$ (2)

Tã 1,2 $\rightarrow HK \parallel CD$

Bµi 5:

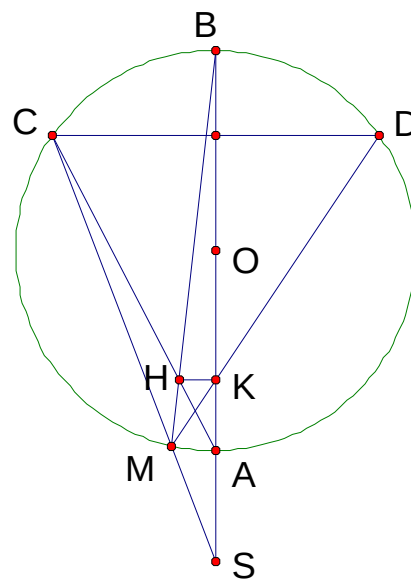
$$(x^2 + ax + b)(x^2 + bx + a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + ax + b = 0 \quad (*) \\ x^2 + bx + a = 0 \quad (**) \end{cases}$$

$$(*) \rightarrow \Delta = a^2 - 4b, \text{ §Ó PT cã nghiÖm} \quad a^2 - 4b \geq 0 \Leftrightarrow a^2 \geq 4b \Leftrightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{2\sqrt{b}} \quad (3)$$

$$(**) \rightarrow \Delta = b^2 - 4a \text{ §Ó PT cã nghiÖm th×} \quad b^2 - 4a \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{b} \geq \frac{1}{2\sqrt{a}} \quad (4)$$

$$\text{Céng 3 víi 4 ta cã: } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{1}{2\sqrt{a}} + \frac{1}{2\sqrt{b}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{a}} + \frac{1}{2\sqrt{b}} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{4a} + \frac{1}{4b} \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq \frac{1}{4} \quad (\text{lµ«n lµ«n ®óng víi mãi } a, b)$$

**ĐỀ 112**

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN : (4 điểm)

1. Tam giác ABC vuông tại A có $\operatorname{tg} B = \frac{3}{4}$. Giá trị $\cos C$ bằng :

- a). $\cos C = \frac{3}{5}$; b). $\cos C = \frac{4}{5}$; c). $\cos C = \frac{5}{3}$; d). $\cos C = \frac{5}{4}$

2. Cho một hình lập phương có diện tích toàn phần S_1 ; thể tích V_1 và một hình cầu có diện tích S_2 ;

thể tích V_2 . Nếu $S_1 = S_2$ thì tỷ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ bằng :

- a). $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{6}{\pi}}$; b). $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{\pi}{6}}$; c). $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{4}{3\pi}}$; d). $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{3\pi}{4}}$

3. Đẳng thức $\sqrt{x^4 - 8x^2 + 16} = 4 - x^2$ xảy ra khi và chỉ khi :

- a). $x \geq 2$; b). $x \leq -2$; c). $x \geq -2$ và $x \leq 2$; d). $x \geq 2$ hoặc $x \leq -2$

4. Cho hai phương trình $x^2 - 2x + a = 0$ và $x^2 + x + 2a = 0$. Để hai phương trình cùng vô nghiệm thì :

- a). $a > 1$; b). $a < 1$; c). $a > \frac{1}{8}$; d). $a < \frac{1}{8}$

5. Điều kiện để phương trình $x^2 - (m^2 + 3m - 4)x + m = 0$ có hai nghiệm đối nhau là :

- a). $m < 0$; b). $m = -1$; c). $m = 1$; d). $m = -4$

6. Cho phương trình $x^2 - x - 4 = 0$ có nghiệm x_1, x_2 . Biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ có giá trị :

- a). $A = 28$; b). $A = -13$; c). $A = 13$; d). $A = 18$

7. Cho góc α nhọn, hệ phương trình $\begin{cases} x \sin \alpha - y \cos \alpha = 0 \\ x \cos \alpha + y \sin \alpha = 1 \end{cases}$ có nghiệm :

- a). $\begin{cases} x = \sin \alpha \\ y = \cos \alpha \end{cases}$; b). $\begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$; c). $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$; d). $\begin{cases} x = -\cos \alpha \\ y = -\sin \alpha \end{cases}$

8. Diện tích hình tròn ngoại tiếp một tam giác đều cạnh a là :

- a). πa^2 ; b). $\frac{3\pi a^2}{4}$; c). $3\pi a^2$; d). $\frac{\pi a^2}{3}$

PHẦN 2. TỰ LUẬN : (16 điểm)

Câu 1 : (4,5 điểm)

1. Cho phương trình $x^4 - (m^2 + 4m)x^2 + 7m - 1 = 0$. Định m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt và tổng bình phương tất cả các nghiệm bằng 10.

2. Giải phương trình: $\frac{3}{x^4 + x^2 + 1} + 5 = 3x^2(x^2 + 1)$

(3,5 điểm)

1. Cho góc nhọn α . Rút gọn không còn dấu căn biểu thức :

$$P = \sqrt{\cos^2 \alpha - 2\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} + 1}$$

2. Chứng minh: $(4 + \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{4 - \sqrt{15}} = \sqrt{2}$

Câu 3 : (2 điểm)

Với ba số không âm a, b, c, chứng minh bất đẳng thức :

$$a + b + c + 1 \geq \frac{2}{3}(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} + \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})$$

Khi nào đẳng thức xảy ra ?

Câu 4 : (6 điểm)

Cho 2 đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A, B phân biệt. Đường thẳng OA cắt (O), (O') lần lượt tại điểm thứ hai C, D. Đường thẳng O'A cắt (O), (O') lần lượt tại điểm thứ hai E, F.

1. Chứng minh 3 đường thẳng AB, CE và DF đồng quy tại một điểm I.
2. Chứng minh tứ giác BEIF nội tiếp được trong một đường tròn.
3. Cho PQ là tiếp tuyến chung của (O) và (O') ($P \in (O)$, $Q \in (O')$). Chứng minh đường thẳng AB đi qua trung điểm của đoạn thẳng PQ.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN : (4 điểm) 0,5đ × 8

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
a).	x			x				
b).		x					x	
c).			x			x		
d).					x			x

PHẦN 2. TỰ LUẬN :

Câu 1 : (4,5 điểm)

1.

Đặt $X = x^2$ ($X \geq 0$)

Phương trình trở thành $X^4 - (m^2 + 4m)X^2 + 7m - 1 = 0$ (1)

Phương trình có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt dương +

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 + 4m)^2 - 4(7m - 1) > 0 \\ m^2 + 4m > 0 \\ 7m - 1 > 0 \end{cases} \quad (I) +$$

Với điều kiện (I), (1) có 2 nghiệm phân biệt dương X_1, X_2 .

$\Rightarrow$ phương trình đã cho có 4 nghiệm $x_{1,2} = \pm\sqrt{X_1}; x_{3,4} = \pm\sqrt{X_2}$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 2(X_1 + X_2) = 2(m^2 + 4m) \quad +$$

$$2(m^2 + 4m) = 10 \Rightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases} \quad +$$

Vậy ta có

Với $m = 1$, (I) được thỏa mãn

Với $m = -5$, (I) không thỏa mãn.

Vậy $m = 1$.

2.

Đặt $t = x^4 + x^2 + 1$ ($t \geq 1$)

Được phương trình $\frac{3}{t} + 5 = 3(t - 1)$ +

$$3t^2 - 8t - 3 = 0$$

$$\Rightarrow t = 3; \quad t = -\frac{1}{3} \text{ (loại)} \quad +$$

Vậy $x^4 + x^2 + 1 = 3$

$$\Rightarrow x = \pm 1. \quad +$$

Câu 2 : (3,5 điểm)

1.

$$P = \sqrt{\cos^2 \alpha - 2\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} + 1} = \sqrt{\cos^2 \alpha - 2\sqrt{\cos^2 \alpha} + 1}$$

$$P = \sqrt{\cos^2 \alpha - 2\cos \alpha + 1} \quad (\text{vì } \cos \alpha > 0) \quad +$$

$$P = \sqrt{(\cos \alpha - 1)^2} \quad +$$

$$P = 1 - \cos \alpha \quad (\text{vì } \cos \alpha < 1) \quad +$$

2.

$$(4 + \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{4 - \sqrt{15}} = (\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{(4 + \sqrt{15})^2(4 - \sqrt{15})} \quad +$$

$$= (\sqrt{5} - \sqrt{3})\sqrt{4 + \sqrt{15}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2(4 + \sqrt{15})} \quad +$$

$$= \sqrt{(8 - 2\sqrt{15})(4 + \sqrt{15})} \quad +$$

$$= \sqrt{2} \quad +$$

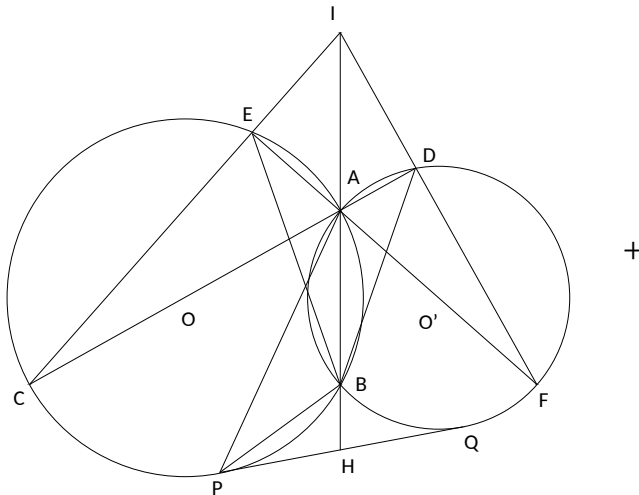
Câu 3 : (2 điểm)

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Rightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab} \quad +$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Tương tự, } a + c \geq 2\sqrt{ac} \\ b + c \geq 2\sqrt{bc} \\ a + 1 \geq 2\sqrt{a} \\ b + 1 \geq 2\sqrt{b} \\ c + 1 \geq 2\sqrt{c} \end{array} \right\} \quad +$$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức cùng chiều ở trên ta được điều phải chứng minh. +
 Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 1$ +

Câu 4 : (6 điểm)



1.

Ta có : $\angle ABC = 1v$

$\angle ABF = 1v$

$\Rightarrow B, C, F$ thẳng hàng. +

AB, CE và DF là 3 đường cao của tam giác ACF nên chúng đồng quy. ++

2.

$\angle ECA = \angle EBA$ (cùng chắn cung AE của (O)) +

Mà $\angle ECA = \angle AFD$ (cùng phụ với hai góc đối đỉnh) +

$\Rightarrow \angle EBA = \angle AFD$ hay $\angle EBI = \angle EFI$ +

$\Rightarrow$ Tứ giác $BEIF$ nội tiếp. +

3.

Gọi H là giao điểm của AB và PQ

Chứng minh được các tam giác AHP và PHB đồng dạng +

$$\Rightarrow \frac{HP}{HB} = \frac{HA}{HP} \Rightarrow HP^2 = HA \cdot HB \quad +$$

Tương tự, $HQ^2 = HA.HB$

$\Rightarrow HP = HQ \Rightarrow H$ là trung điểm PQ .

+

+

ĐỀ 113

I. Trắc nghiệm: (20 điểm)

Hãy ghi lại kết quả của bài trắc nghiệm vào bảng đáp án.

Câu 1: Kết quả của phép tính $(8\sqrt{18} - 2\sqrt{98} + \sqrt{72}) : \sqrt{2}$ là:

A. 4

B. $5\sqrt{2} + 6$

C. 16

D. 44

Câu 2: Giá trị của m để phương trình $mx^2 + 2x + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt:

A. $m \neq 0$

B. $m < \frac{1}{4}$

C. $m \neq 0$ và $m < \frac{1}{4}$

D. $m \neq 0$ và $m < 1$

Câu 3: Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn (O) cả $\angle B = 60^\circ$; $\angle C = 45^\circ$. Số đo $\angle A$ là:

A. 75°

B. 105°

C. 135°

D. 150°

Câu 4: Một hình nón có bán kính đường tròn đáy là 3cm, chiều cao là 4cm thì diện tích

xung quanh hình nón là:

A. 9π (cm²)

B. 12π (cm²)

C. 15π (cm²)

D. 18π (cm²)

II. Tự Luận: (8 điểm)

Câu 5: Cho biểu thức $A = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

a) Tìm x để biểu thức A có nghĩa.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Với giá trị nào của x thì $A < 1$.

Câu 6: Hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước đầy sau 2 giờ 24 phút. Nếu chảy riêng từng vòi thì

vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 2 giờ. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì mỗi vòi

chảy bao lâu thì đầy bể?

Câu 7: Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB. Trên tia Ox lấy điểm C (AB > BC).

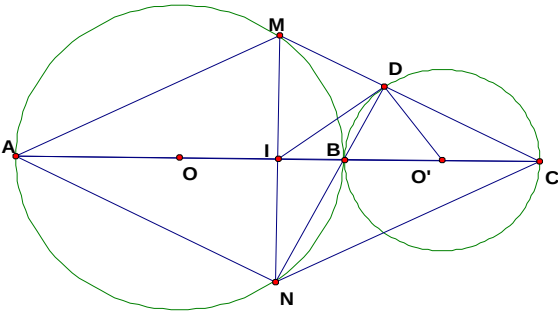
Vẽ đường tròn tâm (O') đường kính BC. Gọi I là trung điểm của AC. Vẽ dây MN vuông góc với AC

tại I, MC cắt đường tròn tâm O' tại D.

- a) Tø gi, c AMCN lụ h×nh g×? T¹i sao?
- b) Chøng minh tø gi, c NIDC néi tiÖp?
- c) X, c ®Pnh vP trÝ t-ng ®èi cña ID vµ ®êng trßn t©m (O) vói ®êng trßn t©m (O').

§.p .n

C©u	Néi dung	§iÓm
1	C	0.5
2	D	0.5
3	D	0.5
4	C	0.5
5	a) A cả nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$	0.5
	b) $A = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1}$	0.5
	$= \sqrt{x} - 1 + \sqrt{x}$	0.25
	$= 2\sqrt{x} - 1$	0.25
	c) $A < 1 \Rightarrow 2\sqrt{x} - 1 < 1$	0.25
	$\Rightarrow 2\sqrt{x} < 2$	0.25
	$\Rightarrow \sqrt{x} < 1 \Rightarrow x < 1$	0.25
	Kết hợp điều kiện của a) $\Rightarrow$ Vậy với $0 \leq x < 1$ thì $A < 1$	0.25
6	$2\text{giê } 24\text{ phút} = \frac{12}{5}\text{ giê}$ Giải thời gian với thời nhất ch¶y mét m×nh ®Çy bó lụ x (giê) (§k $x > 0$)	0.25
	Thời gian với thời hai ch¶y mét m×nh ®Çy bó lụ: $x+2$ (giê) Trong 1 giê với thời nhất ch¶y ®íc : $\frac{1}{x}$ (bó) Trong 1 giê với thời hai ch¶y ®íc : $\frac{1}{x+2}$ (bó) Trong 1 giê c¶ hai với ch¶y ®íc : $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2}$ (bó)	0.5
	Theo bài ra ta c¶ ph-ng tr×nh: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{\frac{12}{5}}$	0.25
	Giải ph-ng tr×nh ta ®íc $x_1=4; x_2=-\frac{6}{5}$ (lo¹i)	0.75
	Vậy: Thời gian với thời nhất ch¶y mét m×nh ®Çy bó lụ: 4 giê Thời gian với thời hai ch¶y mét m×nh ®Çy bó lụ: 4+2	0.25

	=6(giê)	
7	Vẽ hình và ghi gt, kl rõ ràng 	0.5
	a) Sđg kính $AB \perp MN$ (gt) $\Rightarrow$ I là trung điểm của MN (đg kính và đg cung)	0.5
	$IA=IC$ (gt) $\Rightarrow$ Tđg $\Delta AMCN$ là đg chđo AC và MN cắt nhau tại trung điểm của mỗi đg và vuđng gđc với nhau nên là hình thoi.	0.5
	b) $\angle ANB = 90^\circ$ (gđc nđi tiđp chđn $1/2$ đg trđn tđm (O)) $\Rightarrow BN \perp AN$. 	
	$AN \parallel MC$ (cđnh đđi hình thoi AMCN). $\Rightarrow BN \perp MC$ (1) 	
	$\angle BDC = 90^\circ$ (gđc nđi tiđp chđn $1/2$ đg trđn tđm (O')) $BD \perp MC$ (2) 	
	Tđ (1) và (2) $\Rightarrow N, B, D$ thđng hđng do đđ $\angle NDC = 90^\circ$ (3). $\angle NIC = 90^\circ$ (vđ AC $\perp$ MN) (4) 	0.5
	Tđ (3) và (4) $\Rightarrow N, I, D, C$ cđng nđm trđn đg trđn đg kính NC $\Rightarrow$ Tđg $\Delta NIDC$ nđi tiđp 	0.5
	c) $O \in BA$, $O' \in BC$ và BA và BC là hai tia đđi nhau $\Rightarrow B$ nđm gđđa O và O' do đđ ta cđ $OO' = OB + O'B \Rightarrow$ đg trđn (O) và đg trđn (O') tiđp xđc ngođi tđi B	0.5
	ΔMDN vuđng tđi D nên trung tuyđn $DI = \frac{1}{2} MN = MI \Rightarrow \Delta MDI$ cđn $\Rightarrow \angle MDI = \angle DIM$. Tđng tđ ta cđ $\angle DC = \angle CD$ và $\angle MDI + \angle CD = 90^\circ$ (vđ $\angle NIC = 90^\circ$)	0.25
	$\Rightarrow \angle DIM + \angle DC = 90^\circ$ và $\angle MDC = 180^\circ \Rightarrow \angle DO' = 90^\circ$ do đđ $ID \perp DO' \Rightarrow ID$ là tiđp tuyđn của đg trđn (O').	0.25

ĐỀ 114

Cđu1: Cho biđu thđc

$$A = \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} + x \right) \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} - x \right) : \frac{x(1 - x^2)^2}{x^2 - 2} \quad \text{Vđi } x \neq \sqrt{2}; \pm 1$$

a, Ruđ gđn biđu thđc A

b, Tđnh gđ trđ của biđu thđc khi cho $x = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}}$

c. Tìm giá trị của x để $A=3$
Câu 2. a. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-y)^2 + 3(x-y) = 4 \\ x^2 + x + 3 = 0 \end{cases}$$

b. Giải bất phương trình:

$$\frac{x^3 - 4x^2 - 2x - 15}{x^2 + x + 3} < 0$$

Câu 3. Cho phương trình $(2m-1)x^2 - 2mx + 1 = 0$
 Tìm m để phương trình trên có nghiệm thuộc khoảng $(-1, 0)$

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính BC. Điểm A thuộc nửa đường tròn đã cho. Hình vuông ABCD thuộc nửa mặt phẳng bờ AB, không chứa điểm O. Gọi I là giao điểm của AE và nửa đường tròn (O). Gọi K là giao điểm của CF và ED

a. chứng minh rằng 4 điểm E, B, F, K. nằm trên một đường tròn

b. Tam giác BKC là tam giác gì? Vì sao?

Đáp án

Câu 1: a. Rút gọn $A = \frac{x^2 - 2}{x}$

b. Thay $x = \sqrt{6+2\sqrt{2}}$ vào A ta được $A = \frac{4+2\sqrt{2}}{\sqrt{6+2\sqrt{2}}}$

c. $A=3 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$

Câu 2: a) Để $x-y=a$ ta được pt: $a^2 + 3a = 4 \Rightarrow a = -1; a = -4$

Tổ hợp ta có $\begin{cases} (x-y)^2 + 3(x-y) = 4 \\ x^2 + x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x-y=1 \\ x^2 + x + 3 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x-y=-4 \\ x^2 + x + 3 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Giải hệ (1) ta được $x=3, y=2$

Giải hệ (2) ta được $x=0, y=4$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $x=3, y=2$ hoặc $x=0, y=4$

b) Ta có $x^3 - 4x^2 - 2x - 15 = (x-5)(x^2 + x + 3)$

mà $x^2 + x + 3 = (x + 1/2)^2 + 11/4 > 0$ với mọi x

Vậy bất phương trình tương đương với $x-5 > 0 \Rightarrow x > 5$

Câu 3: Phương trình: $(2m-1)x^2 - 2mx + 1 = 0$

• Xét $2m-1=0 \Rightarrow m=1/2$ pt trở thành $-x+1=0 \Rightarrow x=1$

- XĐt $2m-1 \neq 0 \Rightarrow m \neq 1/2$ khi ®ã ta cã
 $\Delta' = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \geq 0$ mãi $m \Rightarrow$ pt cã nghiÖm vớ mãi m
ta thÊy nghiÖm $x=1$ kh«ng thuéc $(-1,0)$

vớ $m \neq 1/2$ pt cßn cã nghiÖm $x = \frac{m-m+1}{2m-1} = \frac{1}{2m-1}$

pt cã nghiÖm trong kho¶ng $(-1,0) \Rightarrow -1 < \frac{1}{2m-1} < 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2m-1} + 1 > 0 \\ \frac{2m}{2m-1} > 0 \end{array} \right. \Rightarrow m < 0$$

VÊy Pt cã nghiÖm trong kho¶ng $(-1,0)$ khi vµ chØ khi $m < 0$

C©u 4:

a. Ta cã $\angle KEB = 90^\circ$

mEt kh¶c $\angle BFC = 90^\circ$ (gãc nÐ tiÕp ch³¼n n÷a ®êng trßn)

do CF kÐo d¹i c³¼t ED t¹i D

$\Rightarrow \angle BFK = 90^\circ \Rightarrow E, F$ thuéc ®êng trßn ®êng kÝnh BK

hay 4 ®iÓm E, F, B, K thuéc ®êng trßn ®êng kÝnh BK.

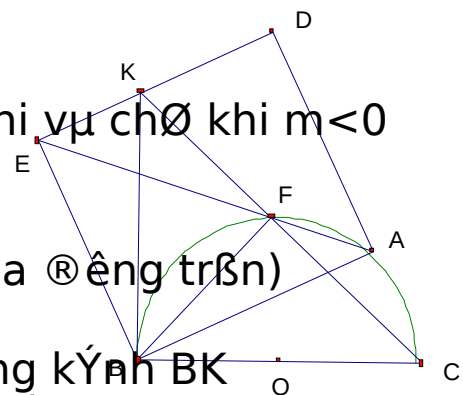
b. $\angle BCF = \angle BAF$

Mµ $\angle BAF = \angle BAE = 45^\circ \Rightarrow \angle BCF = 45^\circ$

Ta cã $\angle BKF = \angle BEF$

Mµ $\angle BEF = \angle BEA = 45^\circ$ (EA lµ ®êng chÐo cña h×nh vuøng ABED) $\Rightarrow \angle BKF = 45^\circ$

V× $\angle BKC = \angle BCK = 45^\circ \Rightarrow$ tam gi¶c BCK vuøng c©n t¹i B



ĐỀ 115

Bµi 1: Cho biÓu thøc: $P = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1} \right)$

a, Rút g¶n P

b, T×m x nguyªn ®Ó P cã gi¶ trÞ nguyªn.

Bµi 2: Cho ph¬ng tr×nh: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 6 = 0$ (*)

a. T×m m ®Ó ph¬ng tr×nh (*) cã 2 nghiÖm ©m.

b. T×m m ®Ó ph¬ng tr×nh (*) cã 2 nghiÖm $x_1; x_2$ tho¶ m·n $|x_1^3 - x_2^3| = 50$

Bµi 3: Cho ph¬ng tr×nh: $ax^2 + bx + c = 0$ cã hai nghiÖm d¬ng ph©n biÕt x_1, x_2

Chøng minh:

a, Ph¬ng tr×nh $ct^2 + bt + a = 0$ còng cã hai nghiÖm d¬ng ph©n biÕt t_1 vµ

t_2 .

b, Chứng minh: $x_1 + x_2 + t_1 + t_2 \leq 4$

Bài 4: Cho tam giác cân có các góc nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Hình tròn nội tiếp tam giác. Đường thẳng đi qua tâm O và vuông góc với BC không chia đôi góc A.

a, Tính diện tích và chu vi của tam giác nội tiếp đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC là hình bình hành.

b, Gọi P và Q lần lượt là các điểm trên cạnh BC của tam giác nội tiếp đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC.

AB và AC. Chứng minh rằng 3 điểm P, H, Q thẳng hàng.

c, Tính diện tích của tam giác nội tiếp đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC.

Bài 5: Cho hai số dương x, y thỏa mãn: $x + y \leq 1$

Tính giá trị nhỏ nhất của: $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{501}{xy}$

§.p.n

Bài 1: (2 điểm). §K: $x \geq 0; x \neq 1$

a, Rút gọn: $P = \frac{2x(x-1)}{x(x-1)} \cdot \frac{2(\sqrt{x}-1)^2}{x-1} \Leftrightarrow P = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)^2} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

b. $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$

§Ó P nguyên thì

$$\sqrt{x}-1=1 \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4$$

$$\sqrt{x}-1=-1 \Rightarrow \sqrt{x}=0 \Rightarrow x=0$$

$$\sqrt{x}-1=2 \Rightarrow \sqrt{x}=3 \Rightarrow x=9$$

$$\sqrt{x}-1=-2 \Rightarrow \sqrt{x}=-1 \text{ (Loại)}$$

Vậy với $x \in \{0; 4; 9\}$ thì P cả giá trị nguyên.

Bài 2: §Ó phương trình cả hai nghiệm âm thì:

$$\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m - 6) \geq 0 \quad | \quad x_1, x_2 = m^2 + m - 6 > 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 25 > 0 \quad | \quad (m-2)(m+3) > 0$$

b. Giải phương trình: $|(m-2)^3 - (m+3)^3| = 50$

$$\Leftrightarrow |5(3m^2 + 3m + 7)| = 50 \Leftrightarrow m^2 + m - 1 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} m_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ m_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{array} \right.$$

Bài 3: a. Với x_1 là nghiệm của phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ nên $ax_1^2 + bx_1 + c = 0$.

Với $x_1 > 0 \Rightarrow c \cdot \left(\frac{1}{x_1}\right)^2 + b \cdot \frac{1}{x_1} + a = 0$. Chứng tỏ $\frac{1}{x_1}$ là một nghiệm của phương

trình: $ct^2 + bt + a = 0$; $t_1 = \frac{1}{x_1}$ Với x_2 là nghiệm của phương trình:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow ax_2^2 + bx_2 + c = 0$$

với $x_2 > 0$ nên $c \cdot \left(\frac{1}{x_2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{1}{x_2}\right) + a = 0$ Điều này chứng tỏ $\frac{1}{x_2}$ là một nghiệm của phương

$$trình \quad ct^2 + bt + a = 0 ; t_2 = \frac{1}{x_2}$$

Vậy nếu phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ cả hai nghiệm đều phân biệt $x_1; x_2$ thì phương trình: $ct^2 + bt + a = 0$ cũng cả hai nghiệm đều phân biệt $t_1 ;$

$$t_2 \cdot t_1 = \frac{1}{x_1} ; t_2 = \frac{1}{x_2}$$

b. Do $x_1; x_2; t_1; t_2$ Điều này chứng tỏ $\frac{1}{x_1} + x_1 = 2$

$$t_1 + x_1 = \frac{1}{x_1} + x_1 = 2$$

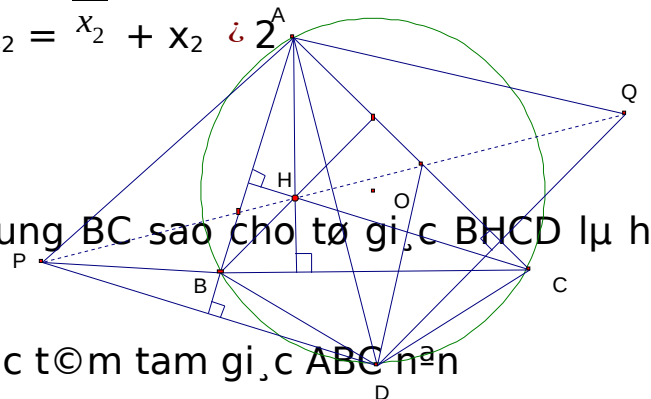
$$t_2 + x_2 = \frac{1}{x_2} + x_2 = 2$$

$$\text{Do } x_1 + x_2 + t_1 + t_2 = 4$$

Bài 4

a. Gọi số đo của góc $\widehat{BDC}$ tại D trên cung BC sao cho tạo thành tứ giác BHCD là hình bình hành.

Khi đó: $BD \parallel HC$; $CD \parallel HB$ và H là trung tâm của tam giác ABC



$CH \perp AB$ và $BH \perp AC \Rightarrow BD \perp AB$ và $CD \perp AC$.

Do vậy: $\angle ABD = 90^\circ$ và $\angle ACD = 90^\circ$.

Vậy AD là đường kính của đường tròn tâm O

Ngược lại nếu D là trung tâm đường kính AD

của đường tròn tâm O thì

tứ giác BHCD là hình bình hành.

b) Với P là trung điểm của AB nên $\angle APB = \angle ADB$

nhưng $\angle ADB = \angle ACB$ nhưng $\angle ADB = \angle ACB$

Do vậy: $\angle APB = \angle ACB$ Mặt khác:

$$\angle AHB + \angle ACB = 180^\circ \Rightarrow \angle APB + \angle AHB = 180^\circ$$

Tứ giác APBH nội tiếp nên $\angle PAB = \angle PHB$

Mà $\angle PAB = \angle DAB$ do vậy: $\angle PHB = \angle DAB$

Chứng minh tương tự ta có: $\angle CHQ = \angle DAC$

$$\text{Vậy } \angle PHQ = \angle PHB + \angle BHC + \angle CHQ = \angle BAC + \angle BHC = 180^\circ$$

Ba điểm P; H; Q thẳng hàng

c). Ta thấy $\triangle APQ$ là tam giác cân tại A

Cả $AP = AQ = AD$ và $\angle PAQ = 2\angle BAC$ không sai nên chỉ cần PQ

là đường kính nhất $\Leftrightarrow AP$ và AQ là đường kính hay $\Leftrightarrow AD$ là đường kính

$\Leftrightarrow D$ là trung tâm đường kính đi qua A của đường tròn tâm O

ĐỀ 116

$$P = \frac{x}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 - \sqrt{y})} - \frac{y}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + 1)} - \frac{xy}{(\sqrt{x} + 1)(1 - \sqrt{y})}$$

Bài 1: Cho biểu thức:

a). Tìm điều kiện của x và y để P xác định. Rút gọn P.

b). Tìm x, y nguyên thỏa mãn phương trình $P = 2$.

Bài 2: Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d) cắt trục hoành tại hai điểm A, B phân biệt.

a). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m (d) luôn cắt (P) tại hai điểm A, B phân biệt

b). Xác định m để A, B nằm về hai phía của trục tung.

Bài 3: Giải hệ phương trình:

$$\left| \begin{matrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \end{matrix} \right| = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$$

Bµi 4: Cho ®êng trßn (O) ®êng kÝnh $AB = 2R$ vµ C lµ mét ®iÓm thuéc ®êng trßn ($C \neq A ; C \neq B$). Trªn na mÆt ph¼ng bê AB c cha ®iÓm C, kÝ tia Ax tiÕp xc vi ®êng trßn (O), gi M lµ ®iÓm chÝnh gi÷a ca cung nh AC. Tia BC c¾t Ax ti Q, tia AM c¾t BC ti N.

- a). Chng minh cc tam giác BAN vµ MCN cn.
b). Khi $MB = MQ$, tÝnh BC theo R.

Bµi 5: Cho $x, y, z \in R$ tha m·n :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x + y + z}$$

H·y tÝnh gi trÞ ca biÓu thc : $M = \frac{3}{4} + (x^8 - y^8)(y^9 + z^9)(z^{10} - x^{10})$.

S_p_n

Bµi 1: a). §iÒu kiÖn ®Ó P x ®Þnh lµ :: $x \geq 0 ; y \geq 0 ; y \neq 1 ; x + y \neq 0$.

$$P = \frac{x(1 + \sqrt{x}) - y(1 - \sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{(x - y) + (x\sqrt{x} + y\sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})}$$

*) Rt gn P:

$$\begin{aligned} &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y} + x - \sqrt{xy} + y - xy)}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - \sqrt{y}(\sqrt{x} + 1) + y(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} \\ &= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y} + y - y\sqrt{x}}{(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(1 - \sqrt{y})(1 + \sqrt{y}) - \sqrt{y}(1 - \sqrt{y})}{(1 - \sqrt{y})} = \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}. \end{aligned}$$

$$\text{VËy } P = \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}.$$

$$\begin{aligned} \text{b). } P = 2 &\Leftrightarrow \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y} = 2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x}(1 + \sqrt{y}) - (\sqrt{y} + 1) = 1 \\ &\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)(1 + \sqrt{y}) = 1 \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } 1 + \sqrt{y} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4 \Rightarrow x = 0; 1; 2; 3; 4$$

Thay vµo ta cc cÆp gi trÞ (4; 0) vµ (2; 2) tho¶ m·n

Bµi 2: a). §êng th¼ng (d) c h s gc m vµ ®i qua ®iÓm M(-1; -2). Nn ph¼ng trình ®êng th¼ng (d) lµ : $y = mx + m - 2$.

Hnh ®é giao ®iÓm ca (d) vµ (P) lµ nghiÖm ca ph¼ng trình:

$$\begin{aligned} -x^2 &= mx + m - 2 \\ \Leftrightarrow x^2 + mx + m - 2 &= 0 (*) \end{aligned}$$

V× ph¼ng trình (*) có $\Delta = m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 > 0 \forall m$ nn ph¼ng trình (*) lun c hai nghiÖm phn biÖt, do ® (d) vµ (P) lun c¾t nhau ti hai ®iÓm phn biÖt A vµ B.

b). A và B n>m và hai phía của trục tung $\Leftrightarrow$ phương trình : $x^2 + mx + m - 2 = 0$ cả hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

$$\begin{vmatrix} x+y+z=9 \\ 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 1 \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 1 \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 1$$

Bµi 3 :

§KX§ : $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$.

$$\Rightarrow (x + y + z)^2 = 81 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 81$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 81 - 2(xy + yz + zx) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 27$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = (xy + yz + zx) \Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + zx) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x - y)^2 = 0 \\ (y - z)^2 = 0 \\ (z - x)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y = z \\ z = x \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z$$

Thay vào (1) $\Rightarrow x = y = z = 3$.

Ta thấy $x = y = z = 3$ thỏa mãn hệ phương trình. Vậy hệ phương trình cả nghiệm duy nhất $x = y = z = 3$.

Bµi 4:

a). Xét $\triangle ABM$ và $\triangle NBM$.

Ta có: AB là đường kính của đường tròn (O)

nên: $\angle AMB = \angle NMB = 90^\circ$.

M là trung điểm của cung nhỏ AC

nên $\angle ABM = \angle MBN \Rightarrow \angle BAM = \angle BNM$

$\Rightarrow \triangle BAN$ có $\angle B$ chung.

Tõ ra $\triangle AMCB$ nội tiếp

$\Rightarrow \angle BAM = \angle MCN$ (cùng bù với góc $\angle MCB$).

$\Rightarrow \angle MCN = \angle MNC$ (cùng bù với góc $\angle BAM$).

$\Rightarrow$ Tam giác $\triangle MCN$ có $\angle M$ chung.

b). Xét $\triangle MCB$ và $\triangle MNQ$ có:

$MC = MN$ (theo cm trên $\triangle MNC$ có $\angle N$); $MB = MQ$ (theo gt)

$\angle BMC = \angle MNQ$ (vì: $\angle MCB = \angle MNC$; $\angle MBC = \angle MQN$).

$\Rightarrow \triangle MCB = \triangle MNQ$ (c.g.c). $\Rightarrow BC = NQ$.

Xét tam giác vuông $\triangle ABQ$ có $AC \perp BQ \Rightarrow AB^2 = BC \cdot BQ = BC(BN + NQ)$

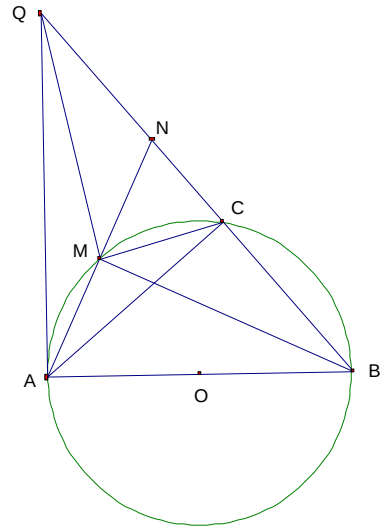
$\Rightarrow AB^2 = BC \cdot (AB + BC) = BC(BC + 2R)$

$\Rightarrow 4R^2 = BC(BC + 2R) \Rightarrow BC = (\sqrt{5} - 1)R$

Bµi 5:

$$\text{Tõ : } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x+y+z} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{xy} + \frac{x+y+z-z}{z(x+y+z)} = 0$$



$$\Rightarrow (z + y) \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{z(x + y + z)} \right) = 0$$

$$\Rightarrow (x + y) \left(\frac{zx + zy + z^2 + xy}{xyz(x + y + z)} \right) = 0$$

$$\Rightarrow (x + y)(y + z)(z + x) = 0$$

$$\text{Ta cã : } x^8 - y^8 = (x + y)(x - y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4) =$$

$$y^9 + z^9 = (y + z)(y^8 - y^7z + y^6z^2 - \dots + z^8)$$

$$z^{10} - x^{10} = (z + x)(z^4 - z^3x + z^2x^2 - zx^3 + x^4)(z^5 - x^5)$$

$$\text{VËy } M = \frac{3}{4} + (x + y)(y + z)(z + x). A = \frac{3}{4}$$

ĐỀ 117

Bµi 1: 1) Cho ®êng th¼ng d x,c ®Þnh bëi $y = 2x + 4$. §êng th¼ng d' ®èi xøng víi ®êng th¼ng d qua ®êng th¼ng $y = x$ lµ:

A. $y = \frac{1}{2}x + 2$; B. $y = x - 2$; C. $y = \frac{1}{2}x - 2$; D. $y = -2x - 4$
H·y chän c©u tr¶ lêi ®óng.

3) Mét h×nh trô cã chiÒu cao gÊp ®«i ®êng kÝnh ®,y ®ùng ®Çy níc, nhóng

ch×m vµo b×nh mét h×nh cÇu khi lêy ra mùc níc trong b×nh cßn l¹i $\frac{2}{3}$ b×nh.

TØ sè gi÷a b,n kÝnh h×nh trô vµ b,n kÝnh h×nh cÇu lµ

A. 2; B. $\sqrt[3]{2}$; C. $\sqrt[3]{3}$; D. mét kÕt qu¶ kh,c.

Bxa2: 1) Gi¶i ph¬ng tr×nh: $2x^4 - 11x^3 + 19x^2 - 11x + 2 = 0$

2) Cho $x + y = 1$ ($x > 0$; $y > 0$) T×m gi, trÞ lín nhÊt cña $A = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

Bµi 3: 1) T×m c,c sè nguyªn a, b, c sao cho ®a thøc : $(x + a)(x - 4) - 7$ Ph©n tÝch th×nh thõa sè ®íc : $(x + b).(x + c)$

3) Cho tam gi,c nhän x©y, B, C lÇn lît lµ c,c ®iÓm cè ®Þnh trªn tia Ax, Ay

sao cho $AB < AC$, ®iÓm M di ®éng trong gãc xAy sao cho $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$

X,c ®Þnh vÞ trÝ ®iÓm M ®Ó $MB + 2MC$ ®¹t gi, trÞ nhá nhÊt.

Bµi 4: Cho ®êng trßn t©m O ®êng kÝnh AB vµ CD vuøng gãc víi nhau, lêy ®iÓm

I bÊt kú trªn ®oan CD.

a) T×m ®iÓm M trªn tia AD, ®iÓm N trªn tia AC sao cho I lag trung ®iÓm cña MN.

b) Chøng minh tæng $MA + NA$ kh«ng ®æi.

c) Chứng minh rằng $\angle B$ là trung điểm của $\angle A$ và $\angle C$ qua hai $\angle$ ở P .

HƯỚNG DẪN

Bài 1: 1) Chứng minh $\angle B$ là trung điểm của $\angle A$ và $\angle C$.

2) Chứng minh $\angle B$ là trung điểm của $\angle A$ và $\angle C$.

Bài 2 : 1) $A = (n+1)^4 + n^4 + 1 = (n^2 + 2n + 1)^2 - n^2 + (n^4 + n^2 + 1)$
 $= (n^2 + 3n + 1)(n^2 + n + 1) + (n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1)$
 $= (n^2 + n + 1)(2n^2 + 2n + 2) = 2(n^2 + n + 1)^2$

Vậy A chia hết cho 1 sẽ chứng minh được A là số nguyên dương n .

2) Do $A > 0$ nên A là số nguyên $\Leftrightarrow A^2$ là số nguyên.

Đặt $A^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + y + 2\sqrt{xy} = 1 + 2\sqrt{xy}$ (1)

Ta cần: $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ (Bất đẳng thức Cauchy)

$\Rightarrow 1 \geq 2\sqrt{xy}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $A^2 = 1 + 2\sqrt{xy} \leq 1 + 2 = 2$

$\max A^2 = 2 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}, \max A = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$

Bài 3 **Câu 1** Với mỗi x ta cần $(x+a)(x-4) - 7 = (x+b)(x+c)$

Nên với $x = 4$ thì $-7 = (4+b)(4+c)$

Cả 2 trường hợp $\begin{cases} 4+b=1 \\ 4+c=-7 \end{cases}$ và $\begin{cases} 4+b=7 \\ 4+c=-1 \end{cases}$

Trường hợp thứ nhất cho $b = -3, c = -11, a = -10$

Ta cần $(x-10)(x-4) - 7 = (x-3)(x-11)$

Trường hợp thứ hai cho $b = 3, c = -5, a = 2$

Ta cần $(x+2)(x-4) - 7 = (x+3)(x-5)$

Câu 2 (1,5 điểm)

Gọi D là trung điểm của AB sao cho:

$AD = \frac{1}{4}AB$. Ta cần D là trung điểm của AB

Mà $\frac{MA}{AB} = \frac{1}{2}$ (gt) do $\frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$

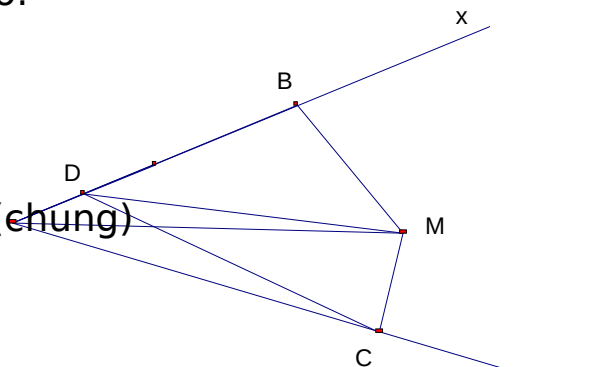
Đặt tam giác AMB và tam giác ADM có M chung

$\frac{MA}{AB} = \frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$

Do $\triangle AMB \sim \triangle ADM \Rightarrow \frac{MB}{MD} = \frac{MA}{AD} = 2$

$\Rightarrow MD = \frac{1}{2}MB$ (0,25 điểm)

Đặt ba điểm M, D, C : $MD + MC \geq DC$ (không cần)



Do $\textcircled{A} \textcircled{B} + 2MC = 2(MD + MC) \geq 2DC$

Đều " $=$ " xảy ra $\Leftrightarrow M$ thuộc $\textcircled{O}$ của $\textcircled{A} \textcircled{B}$

Gi, trP nhất nhất của $MB + 2MC$ là $2DC$

* C, ch dùng $\textcircled{O}$ của M .

- Dùng $\textcircled{A}$ trên trục t, m A b, n k, nh $\frac{1}{2} AB$

- Dùng D trên tia Ax sao cho $AD = \frac{1}{4} AB$

M là giao $\textcircled{O}$ của DC và $\textcircled{A}$ trên $(A; \frac{1}{2} AB)$

Bµi 4: a) Dùng (I, IA) cắt AD tại M cắt tia AC tại N

Do $\angle M \angle N = 90^\circ$ nên MN là $\textcircled{A}$ của AB

Vẽ I là trung $\textcircled{O}$ của MN

b) Kẻ $MK \parallel AC$ ta có: $\triangle INC = \triangle IMK$ (g.c.g)

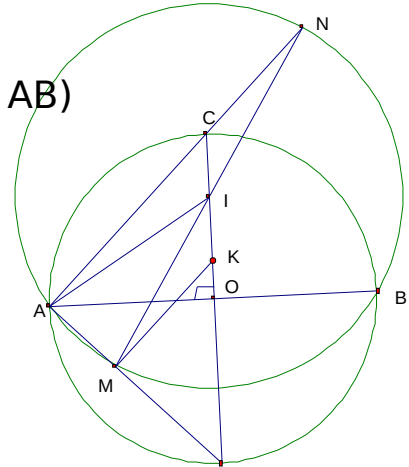
$\Rightarrow CN = MK = MD$ (vì $\triangle MKD$ vuông tại K)

Vẽ $AM + AN = AM + CN + CA = AM + MD + CA$

$\Rightarrow AM = AN = AD + AC$ khi $\textcircled{A}$

c) Ta có $IA = IB = IM = IN$

Vẽ $\textcircled{A}$ trên trục ngo, i ti, $\triangle AMN$ $\textcircled{A}$ qua hai $\textcircled{O}$ của A, B là $\textcircled{A}$.



ĐỀ 118

Bµi 1. Cho ba số x, y, z thỏa mãn $\textcircled{A}$ thể:

$$x^2 + 2y + 1 = y^2 + 2z + 1 = z^2 + 2x + 1 = 0$$

Tính giá trị của biểu thức: $A = x^{2007} + y^{2007} + z^{2007}$.

Bµi 2). Cho biểu thức: $M = x^2 - 5x + y^2 + xy - 4y + 2014$.

Với giá trị nào của x, y thì M đạt giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất $\textcircled{A}$

Bµi 3. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 \\ x(x+1).y(y+1) = 72 \end{cases}$$

Bµi 4. Cho $\textcircled{A}$ trên trục t, m O $\textcircled{A}$ của AB b, n k, nh R . Ti, $\triangle AMN$ là $\textcircled{O}$ của M bất kỳ trên $\textcircled{A}$ của (O) cắt các tia AM, AN tại C và D .

a. Chứng minh: $AC \cdot BD = R^2$.

b. Tìm vị trí của $\textcircled{O}$ của M để chu vi tam giác COD là nhỏ nhất.

Bµi 5. Cho a, b là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$(a+b)^2 + \frac{a+b}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$

Bµi 6). Cho tam giác ABC bất kỳ và đường thẳng AD . Chứng minh: $AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$.

DC.

Híng đến gi¶i

Bµi 1. Tõ gi¶i thiÕt ta c¶ :

$$\begin{cases} x^2 + 2y + 1 = 0 \\ y^2 + 2z + 1 = 0 \\ z^2 + 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

Céng tång vÕ c, c ®¼ng thøc ta c¶ : $(x^2 + 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) + (z^2 + 2z + 1) = 0$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ y+1=0 \\ z+1=0 \end{cases} \Rightarrow x=y=z=-1$$

$$\Rightarrow A = x^{2007} + y^{2007} + z^{2007} = (-1)^{2007} + (-1)^{2007} + (-1)^{2007} = -3$$

Vÿy : $A = -3$.

Bµi 2. (1,5 ®iÓm) Ta c¶ :

$$M = (x^2 + 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) + (xy - x - 2y + 2) + 2007$$

$$M = (x-2)^2 + (y-1)^2 + (x-2)(y-1) + 2007$$

$$\Rightarrow M = \left[(x-2) + \frac{1}{2}(y-1) \right]^2 + \frac{3}{4}(y-1)^2 + 2007$$

$$\text{Do } (y-1)^2 \geq 0 \quad \forall \mu \quad \left[(x-2) + \frac{1}{2}(y-1) \right]^2 \geq 0 \quad \forall x, y$$

$$\Rightarrow M \geq 2007 \quad \Rightarrow M_{\min} = 2007 \Leftrightarrow x=2; y=1$$

Bµi 3. §Æt : $\begin{cases} u = x(x+1) \\ v = y(y+1) \end{cases}$ Ta c¶ : $\begin{cases} u+v=18 \\ uv=72 \end{cases} \Rightarrow u; v \text{ lµ nghiÖm c¶a ph-}$
¬ng tr×nh :

$$X^2 - 18X + 72 = 0 \Rightarrow X_1 = 12; X_2 = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u=12 \\ v=6 \end{cases}; \begin{cases} u=6 \\ v=12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(x+1)=12 \\ y(y+1)=6 \end{cases}; \begin{cases} x(x+1)=6 \\ y(y+1)=12 \end{cases}$$

Gi¶i hai hÖ tr¶n ta ®¶c : NghiÖm c¶a hÖ lµ :

$(3; 2); (-4; 2); (3; -3); (-4; -3)$ vµ c, c ho, n v¶.

Bµi 4. a. Ta cã $CA = CM$; $DB = DM$

Cũ tia OC vµ OD lµ ph©n giũ cĩa hai gãc AOM vµ MOB nãn $OC \perp OD$

Tam giũ COD vuøng ®Ønh O , OM lµ ®êng cao thuéc c¹nh huyØn CD nãn :

$$MO^2 = CM \cdot MD$$

$$\Rightarrow R^2 = AC \cdot BD$$

b. Cũ tØ giũ $ACMO$; $BDMO$ nãi tiÕp

$$\Rightarrow \angle MCO = \angle MAO; \angle MDO = \angle MBO$$

$$\Rightarrow \triangle COD \sim \triangle AMB (g.g) \quad (0,25 \text{ ®})$$

$$\text{Do ®ã : } \frac{\text{Chu.vi.}\triangle COD}{\text{Chu.vi.}\triangle AMB} = \frac{OM}{MH_1} \quad (MH_1 \perp AB)$$

$$\text{Do } MH_1 \leq OM \text{ nãn } \frac{OM}{MH_1} \geq 1$$

$$\Rightarrow \text{Chu vi } \triangle COD \geq \text{chu vi } \triangle AMB$$

$$\text{Đều} = x \text{ ã ra } \Leftrightarrow MH_1 = OM \Leftrightarrow M \equiv O \Rightarrow M \text{ lµ ®iÓm chÝnh gi÷a cĩa cung } \overline{AB}$$

Bµi 5 (1,5 ®iÓm) Ta cã : $\left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0; \left(\sqrt{b} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \quad \forall a, b > 0$

$$\Rightarrow a - \sqrt{a} + \frac{1}{4} \geq 0; b - \sqrt{b} + \frac{1}{4} \geq 0 \Rightarrow (a - \sqrt{a} + \frac{1}{4}) + (b - \sqrt{b} + \frac{1}{4}) \geq 0 \quad \forall a, b > 0$$

$$\Rightarrow a + b + \frac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$$

$$\text{MÆt kh, c } a + b \geq 2\sqrt{ab} > 0$$

$$\text{Nh©n tổng vÕ ta cã : } (a+b) \left[(a+b) + \frac{1}{2} \right] \geq 2\sqrt{ab} (\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\Rightarrow (a+b)^2 + \frac{(a+b)}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$

Bµi 6. (1 ®iÓm) Vĩ ®êng trßn t©m O ngo¹i tiÕp $\triangle ABC$

Gãi E lµ giao ®iÓm cĩa AD vµ (O)

Ta cã: $\triangle ABD \sim \triangle CED$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BD}{ED} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow AB \cdot ED = BD \cdot CD$$

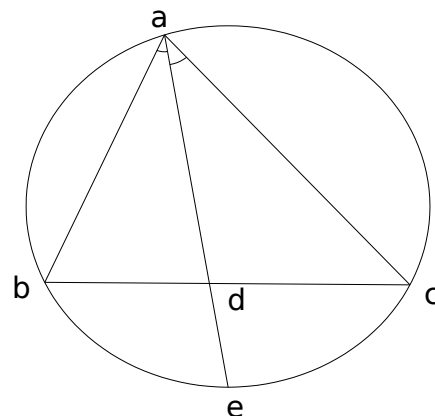
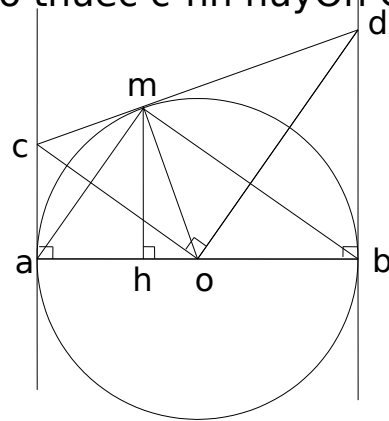
$$\Rightarrow AD \cdot (AE - AD) = BD \cdot CD$$

$$\Rightarrow AD^2 = AD \cdot AE - BD \cdot CD$$

$$\text{L¹i cã : } \triangle ABD \sim \triangle AEC (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AE \cdot AD$$

$$\Rightarrow AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD$$



ĐỀ 119**Câu 1:** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ a) Tính $f(-1)$; $f(5)$ b) Tìm x sao cho $f(x) = 10$ c) Rút gọn $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4}$ khi $x \neq \pm 2$ **Câu 2:** Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ **Câu 3:** Cho biểu thức $A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

a) Rút gọn A

b) Tìm giá trị của x sao cho $A = 3$ **Câu 4:** Tổ chức P năm ngoái được trồng thêm 100 cây, khi hai tỉ lệ trồng cây là PA; PB. Giải hệ phương trình để tìm số cây trồng được năm nay.

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Giải số PO = d. Tính AH theo R và d.

Câu 5: Cho phương trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$ Khả năng giải phương trình, tìm m sao cho phương trình cả hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$ **Đáp án****Câu 1a)** $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$ Suy ra $f(-1) = 3$; $f(5) = 3$ b) $f(x) = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=10 \\ x-2=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ x=-8 \end{cases}$ c) $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4} = \frac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$ Với $x > 2$ suy ra $x - 2 > 0$ suy ra $A = \frac{1}{x+2}$ Với $x < 2$ suy ra $x - 2 < 0$ suy ra $A = -\frac{1}{x+2}$

C©u 2

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-2x = xy+2y-4x-8 \\ 2xy-6y+7x-21 = 2xy-7y+6x-21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y = -4 \\ x+y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

C©u 3 a) Ta cã:

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x+1}}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} \right) =$$

$$\left(\frac{(\sqrt{x+1})(x-\sqrt{x+1})}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})} - \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-1})}{\sqrt{x-1}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} \right) = \left(\frac{x-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} - \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} \right) : \left(\frac{x-\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} \right) =$$

$$\frac{x-\sqrt{x+1}-x+1}{\sqrt{x-1}} : \frac{x}{\sqrt{x-1}} = \frac{-\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x-1}} : \frac{x}{\sqrt{x-1}} = \frac{-\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x-1}} \cdot \frac{\sqrt{x-1}}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x}$$

b) $A = 3 \Rightarrow \frac{2-\sqrt{x}}{x} = 3 \Rightarrow 3x + \sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow x = 2/3$

C©u 4

Do $HA \parallel PB$ (Cũng vuøng gắc vớ BC)

a) nã theo ®pnh lý Ta let ,p dõng cho CPB ta cã

$$\frac{EH}{PB} = \frac{CH}{CB}; \quad (1)$$

Mãt kh,c, do $PO \parallel AC$ (cũng vuøng gắc vớ)

$$\Rightarrow \angle POB = \angle ACB \quad (\text{hai gắc ®ắng vớ})$$

$$\Rightarrow \triangle AHC \sim \triangle POB$$

Do ®ã: $\frac{AH}{PB} = \frac{CH}{OB} \quad (2)$

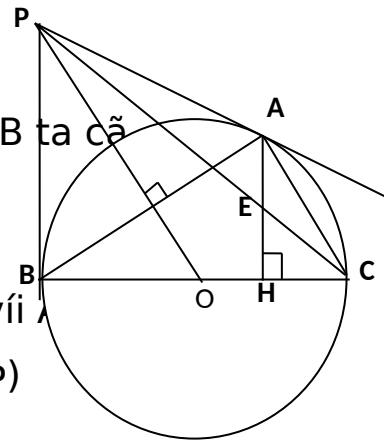
Do $CB = 2OB$, kốtt híp (1) vµ (2) ta suy ra $AH = 2EH$ hay E lµ trung ®iÓm cĩa AH.

b) XĐt tam gi,c vuøng BAC, ®êng cao AH ta cã $AH^2 = BH \cdot CH = (2R - CH) \cdot CH$

Theo (1) vµ do $AH = 2EH$ ta cã

$$AH^2 = \left(2R - \frac{AH \cdot CB}{2PB} \right) \frac{AH \cdot CB}{2PB}.$$

$$\Leftrightarrow AH^2 \cdot 4PB^2 = (4R \cdot PB - AH \cdot CB) \cdot AH \cdot CB$$



$$\Leftrightarrow 4AH.PB^2 = 4R.PB.CB - AH.CB^2$$

$$\Leftrightarrow AH(4PB^2 + CB^2) = 4R.PB.CB$$

$$\Leftrightarrow AH = \frac{4R.CB.PB}{4.PB^2 + CB^2} = \frac{4R.2R.PB}{4PB^2 + (2R)^2}$$

$$= \frac{8R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2.R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{d^2}$$

Câu 5 Số phương trình cả 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thì $\Delta > 0$

$$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 - 4.2.(m - 1) > 0$$

Tổ ra suy ra $m \neq 1,5$ (1)

Mặt khác, theo định lý Viète và giả thiết ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 = \frac{2m-1}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m-1}{2} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{13-4m}{7} \\ x_2 = \frac{7m-7}{26-8m} \end{array} \right.$$

Giải phương trình $3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11$

ta tìm $m = -2$ và $m = 4,125$ (2)

Sử dụng điều kiện (1) và (2) ta có: Với $m = -2$ hoặc $m = 4,125$ thì phương trình có cho cả hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1 + x_2 = 11$

ĐỀ 120

Câu 1: Cho $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$

a/. Rút gọn P.

b/. Chứng minh: $P < \frac{1}{3}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Câu 2: Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ ⁽¹⁾; m tham số.

a/. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.

b/. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này bằng ba lần nghiệm kia.

Câu 3: a/. Giải phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$

$$\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a + 2b - 4c + 2 = 0 \\ 2a - b + 7c - 11 = 0 \end{cases}$$

b/. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn :

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $Q = 6a + 7b + 2006c$.

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ có đỉnh A với $AB > BC$. Gọi D là trung điểm của AB, (D không trùng với A, B). Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$. Tiếp tuyến của (O) tại C và D cắt nhau ở K.

a/. Chứng minh tứ giác ADCK nội tiếp.

b/. Tứ giác ABCK là hình gì? Vì sao?

c/. Xác định và vẽ quỹ tích điểm D sao cho tứ giác ABCK là hình bình hành.

S_p_n

Câu 1: Điều kiện: $x \geq 0$ và $x \neq 1$. (0,25 điểm)

$$\begin{aligned} P &= \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{x+2+(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

b/. Với $x \geq 0$ và $x \neq 1$. Ta cần: $P < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} < \frac{1}{3}$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} < x + \sqrt{x} + 1 ; (vì x + \sqrt{x} + 1 > 0)$$

$$\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 > 0. \text{ (sóng vì } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1)$$

Câu 2: a/. Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0$.

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - m^2 - 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 2m \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \leq 2.$$

b/. Với $m \leq 2$ thì (1) có 2 nghiệm.

Gọi nghiệm của (1) là a thì nghiệm kia là 3a. Theo Viet, ta cần:

$$\begin{cases} a + 3a = 2m - 2 \\ a \cdot 3a = m^2 - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m-1}{2} \Rightarrow 3\left(\frac{m-1}{2}\right)^2 = m^2 - 3$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -3 \pm 2\sqrt{6} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Câu 3:

Siêu kiện $x \neq 0$; $2 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$; $|x| < \sqrt{2}$.

Set $y = \sqrt{2 - x^2} > 0$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 & (2) \end{cases}$$

Ta cần:

Tổ (2) cần: $x + y = 2xy$. Thay vào (1) cần: $xy = 1$ hoặc $xy = -\frac{1}{2}$

* Nếu $xy = 1$ thì $x + y = 2$. Khi đó x, y là nghiệm của phương trình:

$$X^2 - 2X + 1 = 0 \Leftrightarrow X = 1 \Rightarrow x = y = 1.$$

* Nếu $xy = -\frac{1}{2}$ thì $x + y = -1$. Khi đó x, y là nghiệm của phương trình:

$$X^2 + X - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow X = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\forall x, y > 0 \text{ nên: } y = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$$

Vậy phương trình cần hai nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$

Câu 4: c/. Theo câu b, tứ giác ABCK là hình thang.

Do đó, tứ giác ABCK là hình bình hành $\Leftrightarrow AB \parallel CK$

$$\Leftrightarrow \angle BAC = \angle ACK$$

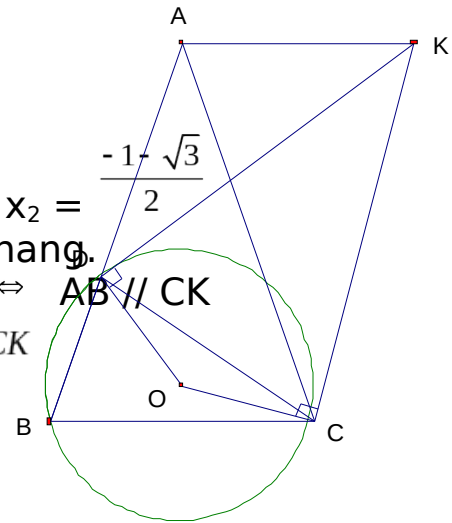
$$M \text{ là } \angle ACK = \frac{1}{2} \angle EC = \frac{1}{2} \angle BD = \angle DCB$$

$$\text{Nên } \angle BCD = \angle BAC$$

Dùng tia Cy sao cho $\angle Cy = \angle BAC$. Khi đó, D là giao điểm của AB và Cy.

Vì giả thiết $\angle AB > \angle BC$ thì $\angle BCA > \angle BAC > \angle BDC$.

$\Rightarrow D \in AB$. Vậy điểm D là trung điểm của đoạn thẳng BC.



ĐỀ 121

Câu 1: a) Xét phương trình $x \in \mathbb{R}$ có biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x^2+1}-x-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}}{\sqrt{x^2+1}-x}$ là một số tự nhiên

b. Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{zx}+2\sqrt{z}+2}$ Biết $x.y.z = 4$, tính $\sqrt{P}$.

Câu 2: Cho các điểm A(-2;0); B(0;4); C(1;1); D(-3;2)

a. Chứng minh 3 điểm A, B, D thẳng hàng; 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.

b. Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 3 Giải phương trình: $\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x} = 5$

Câu 4 Cho đường tròn (O;R) và một điểm A sao cho $OA = R\sqrt{2}$. Vẽ các tiếp tuyến

AB, AC với đường tròn. Mất góc $\angle xOy = 45^\circ$ cắt đường thẳng AB và AC lần lượt tại D và E.

Chứng minh rằng:

a. DE là tiếp tuyến của đường tròn (O).

b. $\frac{2}{3}R < DE < R$

Đáp án

Câu 1: a.

$$A = \sqrt{x^2+1} - x - \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)} = \sqrt{x^2+1} - x - (\sqrt{x^2+1}+x) = -2x$$

$$A \text{ là số tự nhiên} \Leftrightarrow -2x \text{ là số tự nhiên} \Leftrightarrow x = \frac{k}{2}$$

(trong đó $k \in \mathbb{Z}$ và $k \neq 0$)

b. Điều kiện x, y, z: $x, y, z \neq 0$, kết hợp với $x.y.z = 4$ ta có $x, y, z > 0$ và $\sqrt{xyz} = 2$

Nhận xét: và nếu của hai số 2 với $\sqrt{x}$; thay 2 ở vế phải của hai số 3 bởi $\sqrt{xyz}$ ta có:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{z}(\sqrt{x}+2+\sqrt{xy})} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{xy}+2}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} = 1 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \sqrt{P} = 1 \quad \forall x, P > 0$$

Câu 2: a. Đường thẳng đi qua 2 điểm A và B của đường $y = ax + b$

điểm A(-2;0) và B(0;4) thuộc đường thẳng AB nên $b = 4; a = 2$

Vậy đường thẳng AB là $y = 2x + 4$.

Điểm C(1;1) của trục hoành thoả mãn $y = 2x + 4$ nên C thuộc đường thẳng AB

$\Rightarrow A, B, C$ không thẳng hàng.

Điểm D(-3;2) của trục hoành thoả mãn $y = 2x + 4$ nên điểm D thuộc đường thẳng AB

$\Rightarrow A, B, D$ thẳng hàng

b. Ta có:

$$AB^2 = (-2 - 0)^2 + (0 - 4)^2 = 20$$

$$AC^2 = (-2 - 1)^2 + (0 - 1)^2 = 10$$

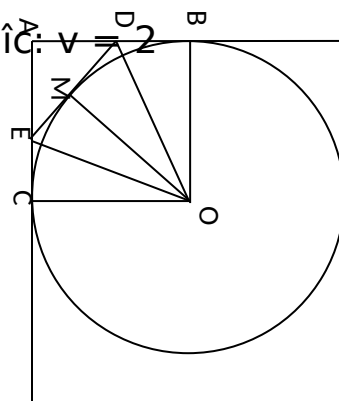
$$BC^2 = (0 - 1)^2 + (4 - 1)^2 = 10$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông tại C}$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC.BC = \frac{1}{2}\sqrt{10}.\sqrt{10} = 5 \quad (\text{đơn vị diện tích})$$

Câu 3: Đặt $x = 1$, đặt $\sqrt{x-1} = u; \sqrt[3]{2-x} = v$ ta có hệ phương trình:

Giả sử h là độ cao của tầng nước ngầm tính từ mặt đất. Khi đó ta có:

$$h = \frac{v}{2} \Rightarrow x = 10.$$


C©u 4

a. p đông ® Pnh LÝ Pitago tÝnh ® íc

$$AB = AC = R \Rightarrow ABOC \text{ l}\mu \text{ h}\times\text{nh}$$

vu«ng (0.5®)

Khi bán kính OM sao cho

$$\angle BOD = \angle MOD \Rightarrow$$

$$\angle MOE = \angle EOC (0.5^{\circ})$$

Chứng minh $\Delta BOD = \Delta MOD$

$$\Rightarrow \angle OMD = \angle OBD = 90^\circ$$

Tính từ: $\angle OME = 90^\circ$

⇒ D, M, E th $\frac{1}{4}$ ng hũng. Do ® ã DE lũ tiÕp tuyÕn cĩa ® êng trũn (O).

b. Xét $\triangle ADE$ có $DE < AD + AE$ mà $DE = DB + EC$

$$\Rightarrow 2ED < AD + AE + DB + EC \text{ hay } 2DE < AB + AC = 2R \Rightarrow DE < R$$

Ta că $DE > AD$; $DE > AE$; $DE = DB + EC$

Céng tổng vŏ ta ®íc: $3DE > 2R \Rightarrow DE > \frac{2}{3}R$

$$V\ddot{E}_Y R > DE > \frac{2}{3} R$$

ĐỀ 122

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a) Tính $f(-1)$; $f(5)$

b) $T \times m \times \mathbb{R}^O f(x) = 10$

c) Rút gọn $A = \frac{f(x)}{x^2-4}$ khi $x \neq \pm 2$

Câu 2: Gợi ý hỗ trợ phòng tránh

$$x(y-2)=(x+2)(y-4)$$

C©u 3: Cho biÓu thøc

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x+1}}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} \right) \text{ vñ } x > 0 \text{ vñ } x \neq 1$$

a) Rót găn A

2) Tìm giá trị của x để $A = 3$

Câu 4: Cho tam giác PQR nội tiếp đường tròn O bán kính R , kẻ hai tiếp tuyến PA ; PB .

Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ A đến đường kính BC .

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Gọi số $PO = d$. Tính AH theo R và d .

Câu 5: Cho phương trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Khảo sát giá trị phương trình, tìm m để phương trình cả hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2

thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

Đáp án

Câu 1

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra $f(-1) = 3$; $f(5) = 3$

b) $f(x) = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=10 \\ x-2=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ x=-8 \end{cases}$

c) $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4} = \frac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với $x > 2$ suy ra $x - 2 > 0$ suy ra $A = \frac{1}{x+2}$

Với $x < 2$ suy ra $x - 2 < 0$ suy ra $A = -\frac{1}{x+2}$

Câu 2

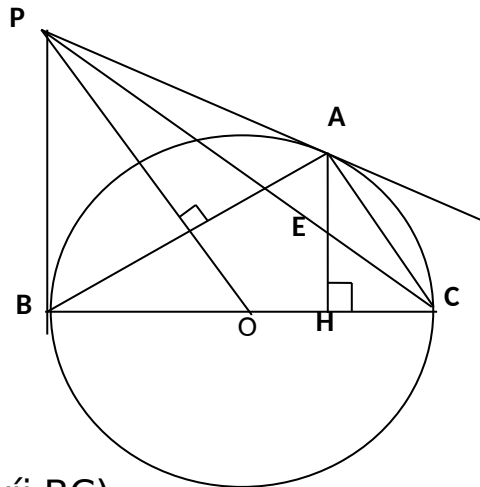
$$x(y-2) = (x+2)(y-4)$$

Câu 3a) Ta có: $A = \left(\frac{x\sqrt{x+1}}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} \right)$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \\
&= \left(\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \\
&= \frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} \\
&= \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x}
\end{aligned}$$

$$b) A = 3 \Rightarrow \frac{2-\sqrt{x}}{x} = 3 \Rightarrow 3x + \sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

Câu 4



a) Do $HA \parallel PB$ (Cùng vuông góc với BC)

b) nên theo Định lý Talet, áp dụng cho tam giác CPB ta có

$$\frac{EH}{PB} = \frac{CH}{CB}; \quad (1)$$

Mặt khác, do $PO \parallel AC$ (cùng vuông góc với AB)

$$\Rightarrow \widehat{POB} = \widehat{ACB} \quad (\text{hai góc } \textcircled{R} \text{ ở đỉnh } P)$$

$$\Rightarrow \triangle AHC \sim \triangle POB$$

$$\text{Do } \textcircled{R}: \frac{AH}{PB} = \frac{CH}{OB} \quad (2)$$

Do $CB = 2OB$, kết hợp (1) và (2) ta suy ra $AH = 2EH$ hay E là trung điểm của AH .

b) Xét tam giác vuông BAC, ®êng cao AH ta cã $AH^2 = BH.CH = (2R - CH).CH$

Theo (1) vµ do $AH = 2EH$ ta cã

$$AH^2 = \left(2R - \frac{AH.CB}{2PB}\right) \frac{AH.CB}{2PB}$$

$$\Leftrightarrow AH^2.4PB^2 = (4R.PB - AH.CB).AH.CB$$

$$\Leftrightarrow 4AH.PB^2 = 4R.PB.CB - AH.CB^2$$

$$\Leftrightarrow AH(4PB^2 + CB^2) = 4R.PB.CB$$

$$\Leftrightarrow AH = \frac{4R.CB.PB}{4.PB^2 + CB^2} = \frac{4R.2R.PB}{4PB^2 + (2R)^2}$$

$$= \frac{8R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2.R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{d^2}$$

C©u 5 (1®)

§Ó ph¬ng tr¬nh cã 2 nghiÖm ph©n biÖt $x_1; x_2$ th× $\Delta > 0$

$$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 - 4.2.(m - 1) > 0$$

Tõ ®ã suy ra $m \neq 1,5$ (1)

MÆt kh¶, theo ®Þnh lý ViÖt vµ gi¶ thiÖt ta cã:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2m-1}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m-1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{13-4m}{7} \\ x_1 = \frac{7m-7}{26-8m} \end{cases}$$

Gi¶i ph¬ng tr¬nh $3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11$

ta ®îc $m = -2$ vµ $m = 4,125$ (2)

§èi chiÖu ®iÖu kiÖn (1) vµ (2) ta cã: Vói $m = -2$ hoÆc $m = 4,125$ th× ph¬ng tr¬nh ®·

cho cã hai nghiÖm ph©n biÖt t

®Ề 123

C©u I : TÝnh gi¶ trÞ cña biÖu thøc:

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97}+\sqrt{99}}$$

$$B = 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{3333\dots35}_{99 \text{ sè } 3}$$

C©u II : Ph©n tÝch thµnh nh©n tÖ :

1) $X^2 - 7X - 18$

$$2) (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$$

$$3) 1 + a^5 + a^{10}$$

Câu III :

$$1) \text{ Chứng minh : } (ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2)$$

$$2) \text{ , p đồng : cho } x+4y = 5 \text{ . Tìm GTNN của biểu thức : } M = 4x^2 + 4y^2$$

Câu 4 : Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI (M khác C và I). Kẻ đường thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD và DC tại P và Q.

$$a) \text{ Chứng minh } DM \cdot AI = MP \cdot IB$$

$$b) \text{ Tính } \frac{MP}{MQ}$$

Câu 5:

$$\text{Cho } P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt{1-x}}$$

Tìm điều kiện để biểu thức căn nghĩa, rút gọn biểu thức.

Đáp án

Câu 1 :

$$1) A = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97}+\sqrt{99}}$$

$$= \frac{1}{2} (\sqrt{5}-\sqrt{3} + \sqrt{7}-\sqrt{5} + \sqrt{9}-\sqrt{7} + \dots + \sqrt{99}-\sqrt{97}) = \frac{1}{2} (\sqrt{99}-\sqrt{3})$$

$$2) B = 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{3333\dots35}_{99 \text{ số } 3} =$$

$$= 33 + 2 + 333 + 2 + 3333 + 2 + \dots + 333\dots33 + 2$$

$$= 2.99 + (33 + 333 + 3333 + \dots + 333\dots33)$$

$$= 198 + \frac{1}{3} (99 + 999 + 9999 + \dots + 999\dots99)$$

$$198 + \frac{1}{3} (10^2 - 1 + 10^3 - 1 + 10^4 - 1 + \dots + 10^{100} - 1) = 198 - 33 +$$

$$B = \left(\frac{10^{101} - 10^2}{27} \right) + 165$$

$$\text{Câu 2: } 1) x^2 - 7x - 18 = x^2 - 4 - 7x - 14 = (x-2)(x+2) - 7(x+2) = (x+2)(x-9) \quad (1)$$

$$2) (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 3 = (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) - 3$$

$$= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - 3 = [x^2 + 5x + 4][(x^2 + 5x + 4) + 2] - 3$$

$$= (x^2 + 5x + 4)^2 + 2(x^2 + 5x + 4) - 3 = (x^2 + 5x + 4)^2 - 1 + 2(x^2 + 5x + 4) - 2$$

$$= [(x^2 + 5x + 4) - 1][(x^2 + 5x + 4) + 1] + 2[(x^2 + 5x + 4) - 1]$$

$$= (x^2 + 5x + 3)(x^2 + 5x + 7)$$

$$3) a^{10} + a^5 + 1$$

$$= a^{10} + a^9 + a^8 + a^7 + a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$$

$$\begin{aligned}
 & - (a^9 + a^8 + a^7) - (a^6 + a^5 + a^4) - (a^3 + a^2 + a) \\
 & = a^8(a^2 + a + 1) + a^5(a^2 + a + 1) + a^3(a^2 + a + 1) + (a^2 + a + 1) - a^7(a^2 + a + 1) \\
 & \quad - a^4(a^2 + a + 1) - a(a^2 + a + 1) \\
 & = (a^2 + a + 1)(a^8 - a^7 + a^5 - a^4 + a^3 - a + 1)
 \end{aligned}$$

Câu 3: 4®

$$\begin{aligned}
 1) \text{ Ta cần: } (ab+cd)^2 & \stackrel{?}{=} (a^2+c^2)(b^2+d^2) \Leftrightarrow \\
 & a^2b^2 + 2abcd + c^2d^2 \stackrel{?}{=} a^2b^2 + a^2d^2 + c^2b^2 + c^2d^2 \Leftrightarrow \\
 & 0 \stackrel{?}{=} a^2d^2 - 2cbcd + c^2b^2 \Leftrightarrow \\
 & 0 \stackrel{?}{=} (ad - bc)^2 \quad (\text{®pcm})
 \end{aligned}$$

Điều kiện xảy ra khi $ad=bc$.

2) Áp dụng hằng đẳng thức trên ta cần:

$$\begin{aligned}
 5^2 &= (x+4y)^2 = (x + 4y)^2 \stackrel{?}{=} (x^2 + y^2)(1+16) \Rightarrow \\
 x^2 + y^2 &\stackrel{?}{=} \frac{25}{17} \Rightarrow 4x^2 + 4y^2 \stackrel{?}{=} \frac{100}{17} \text{ điều kiện xảy ra khi } x = \frac{5}{17}, y = \frac{20}{17} \quad (2®)
 \end{aligned}$$

Câu 4: 5®

Ta cần: góc DMP = góc AMQ = góc AIC. Mà góc ADB = góc BCA $\Rightarrow$

$$\Delta MPD \text{ ® } \Delta ICA \Rightarrow \frac{DM}{CI} = \frac{MP}{IA} \Rightarrow DM \cdot IA = MP \cdot CI \text{ hay } DM \cdot IA = MP \cdot IB \quad (1).$$

Ta cần góc ADC = góc CBA,

Góc DMQ = $180^\circ - \text{góc AMQ} = 180^\circ - \text{góc AIM} = \text{góc BIA}$.

Do ® $\Delta DMQ \text{ ® } \Delta BIA \Rightarrow$

$$\frac{DM}{BI} = \frac{MQ}{IA} \Rightarrow DM \cdot IA = MQ \cdot IB \quad (2)$$

Tổ hợp (1) và (2) ta suy ra $\frac{MP}{MQ} = 1$

Câu 5

Giải phương trình: $x^2 - 4x + 3 < 0$ và $1 - x > 0$

Tổ hợp $1 - x > 0 \Rightarrow x < 1$

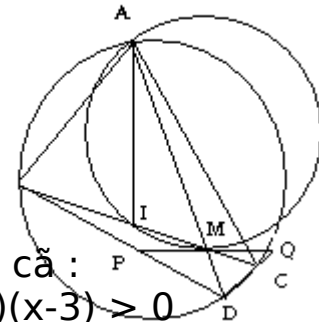
Mà $x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$, với $x < 1$ nên ta cần:

$(x-1) < 0$ và $(x-3) < 0$ thì ® suy ra tích của $(x-1)(x-3) > 0$

Vậy với $x < 1$ thì biểu thức thỏa mãn cả hai điều kiện.

Với $x < 1$ Ta cần:

$$P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{(x-1)(x-3)}}{\sqrt{1-x}} = \sqrt{3-x}$$



ĐỀ 124

$$A = \sqrt{1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}}$$

Câu 1: a. Rút gọn biểu thức.

Với $a > 0$.

$$B = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots} + \sqrt{1 + \frac{1}{99^2} + \frac{1}{100^2}}$$

b. Tính giá trị của tổng.

Câu 2 : Cho pt $x^2 - mx + m - 1 = 0$

a. Chứng minh rằng pt luôn luôn có nghiệm với $\forall m$.

b. Giải x_1, x_2 là hai nghiệm của pt. Tìm GTLN, GTNN của bt.

$$P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$$

Câu 3 : Cho $x \geq 1, y \geq 1$ Chứng minh.

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{1+xy}$$

Câu 4 Cho tam giác cân ở đỉnh A. M là điểm chuyển động trên cạnh AB. Qua M kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC tại N. Chứng minh rằng MN luôn song song với BC.

M kẻ MH $\perp$ AN (H $\in$ AN). Gọi E và F lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên MA và MB. Qua M kẻ đường thẳng song song với EF cắt BC tại D.

1. Chứng minh rằng đường thẳng MD luôn đi qua 1 điểm cố định khi M thay

điểm trên cạnh AB.

2. Chứng minh.

$$\frac{MA^2}{MB^2} = \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH}$$

HƯỚNG DẪN

Câu 1 a. Bình phương 2 vế $\Rightarrow A = \frac{a^2 + a + 1}{a(a+1)}$ ($\forall a > 0$).
c. Áp dụng câu a.

$$A = 1 + \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$$

$$\Rightarrow B = 100 - \frac{1}{100} = \frac{9999}{100}$$

Câu 2 a. : cm $\Delta \geq 0 \quad \forall m$

B (2 đ) Áp dụng hệ thức Viet ta có:

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 + x_2$

Câu 3: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn có bán kính R, biết $AB = c, AC = b, \hat{A} = \alpha (\alpha = 90^\circ)$ Chứng minh rằng

$$AI = \frac{2bc \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c} \quad (\text{Cho } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha)$$

Câu 4: Cho đường tròn (O) nội tiếp hình chữ nhật ABCD và tiếp xúc với các cạnh AB, BC, CD, DA tại các điểm M, N, P, Q. Chứng minh rằng

a) Chứng minh rằng đường thẳng NP luôn đi qua tâm đường tròn.

b) Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác NAB. Chứng minh tứ giác ABMI nội tiếp.

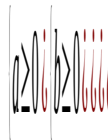
c) Chứng minh đường thẳng MP luôn đi qua tâm đường tròn.

Câu 5: Cho x, y, z ; $xy + yz + zx = 0$ và $x + y + z = -1$

Hãy tính giá trị của:

$$B = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$$

S_p_n



Câu 1: a) - Điều kiện xác định của D là
- Rút gọn D

$$D = \left[\frac{2\sqrt{a} + 2b\sqrt{a}}{1-ab} \right] : \left[\frac{a+b+ab}{1-ab} \right]$$

$$D = \frac{2\sqrt{a}}{a+1}$$

$$b) a = \frac{2}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{1} = (\sqrt{3}+1)^2 \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{3}+1$$

$$\text{Vậy } D = \frac{2+2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+1} = \frac{2\sqrt{3}-2}{4-\sqrt{3}}$$

c) Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$$2\sqrt{a} \leq a+1 \Rightarrow D \leq 1$$

Vậy giá trị của D là 1

Câu 2: a) $m = -1$ phương trình (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 9 = 0$

$\Rightarrow x_1 = -1 - \sqrt{10}$

b) Số phương trình 1 căn 2 nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -8m + 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4} \quad (*)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2 + 4m - 1 \neq 0$
 $\Rightarrow m_1 \neq -4 - 3\sqrt{2}$

+ Số phương trình căn nghiệm khác 0 $(*)$

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 + x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1 x_2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 0$

$\Leftrightarrow 2m = 0$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ và $(**)$ ta có $m = 0$ và $m = -4 - \sqrt{19}$

Câu 3:

$S_{\Delta ABI} = \frac{1}{2} AI \cdot c \sin \frac{\alpha}{2};$

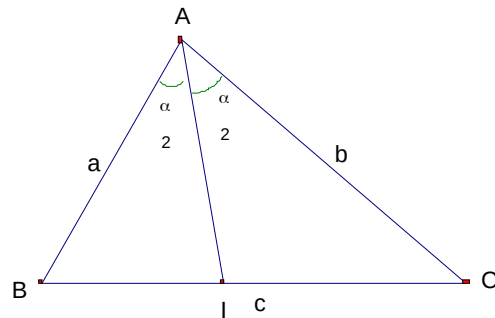
$S_{\Delta AIC} = \frac{1}{2} AI \cdot b \sin \frac{\alpha}{2};$

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} bc \sin \alpha;$

$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABI} + S_{\Delta AIC}$

$\Rightarrow bc \sin \alpha = AI \sin \frac{\alpha}{2} (b + c)$

$\Rightarrow AI = \frac{bc \sin \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2} (b + c)} = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{b + c}$



Câu 4: a) $\hat{N}_1 = \hat{N}_2$ Gọi $Q = NP$ (O)

$\Rightarrow QA = QB$ Suy ra Q là trung điểm

b) $\hat{A}_1 = \hat{M}_1 (= \hat{A}_2)$

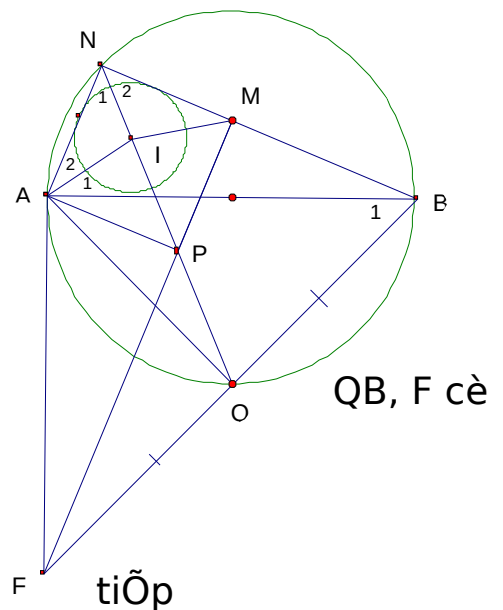
$\Rightarrow$ Tọa độ ABMI nội tiếp

c) Trên tia Ox lấy điểm Q sao cho $QF =$

trung điểm ABF cả: $AQ = QB = QF$

$\Rightarrow \Delta ABF$ vuông tại A $\Rightarrow \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow \hat{AFB} = 45^\circ$

Lấy cả $\hat{P}_1 = 45^\circ \Rightarrow AFB = \hat{P}_1 \Rightarrow$ Tọa độ APQF nội



$$\Rightarrow \hat{A}PF = \hat{A}QF = 90^\circ$$

$$\text{Ta cã: } \hat{A}PF + \hat{A}PM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$\Rightarrow M, P, F$ Th½ng h½ng

$$\text{C©u 5: BiÖn } \mathbb{R} \text{ æi } B = xyz \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) = \dots = xyz \cdot \frac{2}{xyz} = 2$$

ĐỀ 126

$$\frac{\sqrt{x - \sqrt{4(x-1)}} + \sqrt{x + \sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2 - 4(x-1)}} \cdot \left(1 - \frac{1}{x-1} \right)$$

Bµi 1: Cho biÖu thøc $A =$

- Tìm ðiều kiện của x ðó A x, c ðnh
- Rút gọn A

Bµi 2 : Tr½n c½ng mét mÆt ph½ng t½a ðé cho hai ðiểm $A(5; 2)$ vµ $B(3; -4)$

- ViÖt ph½ng t½nh ðêng th½ng AB
- X, c ðnh ðiểm M tr½n tr½c hoành ðó tam gi, c MAB c©n t½i M

Bµi 3 : Tìm t½t c¶ c, c sè tù nhi½n m ðó ph½ng tr½nh Òn x sau:

$$x^2 - m^2x + m + 1 = 0$$

cã nghiÖm nguy½n.

Bµi 4 : Cho tam gi, c ABC . Ph©n gi, c AD ($D \in BC$) vĩ ðêng tr½n t©m O qua A vµ D ðång th½i tiÖp xúc vĩ BC t½i D . ðêng tr½n n½y c¾t AB vµ AC l½n l½t t½i E vµ F . Chøng minh

- $EF \parallel BC$
- C, c tam gi, c AED vµ ADC ; μD vµ ABD lµ c, c tam gi, c ðång d½ng.
- $AE \cdot AC = \mu \cdot AB = AC^2$

Bµi 5 : Cho c, c sè d½ng x, y th½a $m \cdot n$ ðiều kiện $x^2 + y^2 \geq x^3 + y^4$. Chøng minh:

$$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$$

§, p , n

Bµi 1:

a) ðiều kiện x th½a $m \cdot n$

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x-\sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x+\sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x^2-4(x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq 1 \\ x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \text{ vµ } x \neq 2$$

KL: A x, c ðnh khi $1 < x < 2$ hoÆc $x > 2$

b) Rút gọn A

$$A = \frac{\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}}{\sqrt{(x-2)^2}} \cdot \frac{x-2}{x-1}$$

$$A = \frac{|\sqrt{x-1}-1| + |\sqrt{x-1}+1|}{|x-2|} \cdot \frac{x-2}{x-1}$$

$$\text{Với } 1 < x < 2 \quad A = \frac{2}{1-x}$$

$$\text{Với } x > 2 \quad A = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

Kết luận

$$\text{Với } 1 < x < 2 \text{ thì } A = \frac{2}{1-x}$$

$$\text{Với } x > 2 \text{ thì } A = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

Bài 2:

a) A và B cả hai đều thuộc đường thẳng $y = ax + b$ thì đường thẳng AB cũng có dạng $y = ax + b$

$$A(5; 2) \in AB \Rightarrow 5a + b = 2$$

$$B(3; -4) \in AB \Rightarrow 3a + b = -4$$

$$\text{Giải hệ ta có } a = 3; b = -13$$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng AB là } y = 3x - 13$$

b) Gọi số $M(x, 0) \in xx'$ ta có

$$MA = \sqrt{(x-5)^2 + (0-2)^2}$$

$$MB = \sqrt{(x-3)^2 + (0+4)^2}$$

$$MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{(x-5)^2 + 4} = \sqrt{(x-3)^2 + 16}$$

$$\Leftrightarrow (x-5)^2 + 4 = (x-3)^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Kết luận: Điểm cần tìm: $M(1; 0)$

Bài 3:

Phương trình bất phương trình nguyên khi $\square = m^4 - 4m - 4$ là bất phương trình

Ta có: $m = 0; 1$ thì $\square < 0$ loại

$m = 2$ thì $\square = 4 = 2^2$ nhận

$$m \geq 3 \text{ thì } 2m(m-2) > 5 \Leftrightarrow 2m^2 - 4m - 5 > 0$$

$$\Leftrightarrow \square - (2m^2 - 2m - 5) < \square < \square + 4m + 4$$

$$\Leftrightarrow m^4 - 2m + 1 < \square < m^4$$

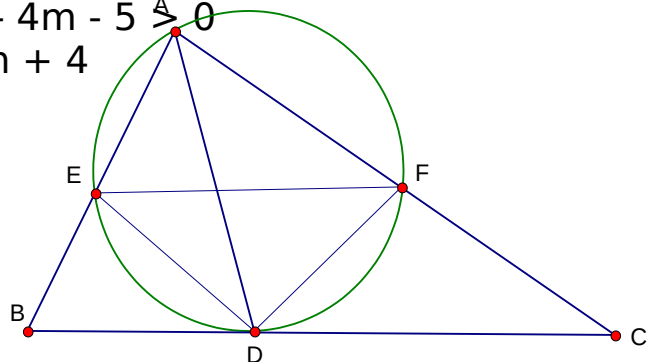
$$\Leftrightarrow (m^2 - 1)^2 < \square < (m^2)^2$$

$\square$ không phải là bình phương

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Bài 4:

$$a) \angle EAD = \angle FDC = \frac{1}{2} \angle EDC \quad (0,25)$$



$$\widehat{PAD} = \widehat{PDC} (= \frac{1}{2} \widehat{APD}) \quad (0,25)$$

$$\text{m}\mu \widehat{EDA} = \widehat{PAD} \Rightarrow \widehat{EFD} = \widehat{PDC} \quad (0,25)$$

$\Rightarrow EF \parallel BC$ (2 góc so le trong b»ng nhau)

b) AD lµ ph©n gi¸c g¸c BAC n¸n $\widehat{DE} = \widehat{DF}$

$$s\textcircled{R} \widehat{ACD} = \frac{1}{2} s\textcircled{R} (\widehat{AED} - \widehat{DF}) = \frac{1}{2} s\textcircled{R} \widehat{AE} = s\textcircled{R} \widehat{ADE}$$

do $\textcircled{R}$ ¢ $\widehat{ACD} = \widehat{ADE}$ vµ $\widehat{EAD} = \widehat{DAC}$

$\Rightarrow$ □ □ □ □ □ □ □ □ ADC (g.g)

$$\text{T¸ng t¸: } s\textcircled{R} \widehat{ADF} = \frac{1}{2} s\textcircled{R} \widehat{AF} = \frac{1}{2} s\textcircled{R} (\widehat{AFD} - \widehat{DF}) = \frac{1}{2} (s\textcircled{R} \widehat{AFD} - \widehat{DE}) = s\textcircled{R} \widehat{ABD} \Rightarrow \widehat{ADF} = \widehat{ABD}$$

do $\textcircled{R}$ ¢ □ □ □ □ □ □ □ □ g.g

c) Theo tr¸n:

$$+ \square AED \sim \square DB$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC} \text{ hay } AD^2 = AE.AC \quad (1)$$

$$+ \square ADF \sim \square ABD \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AD}$$

$$\Rightarrow AD^2 = AB.AF \quad (2)$$

T¸ (1) vµ (2) ta c¸ $AD^2 = AE.AC = AB.AF$

Bµi 5 (1®):

$$\text{Ta c¸ } (y^2 - y) + 2 \geq 0 \Rightarrow 2y^3 \leq y^4 + y^2$$

$$\Rightarrow (x^3 + y^2) + (x^2 + y^3) \leq (x^2 + y^2) + (y^4 + x^3)$$

$$\text{m}\mu x^3 + y^4 \leq x^2 + y^3 \text{ do } \textcircled{R} \text{ ¢}$$

$$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \quad (1)$$

$$+ \text{Ta c¸: } x(x-1)^2 \geq 0; y(y+1)(y-1)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x(x-1)^2 + y(y+1)(y-1)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 2x^2 + x + y^4 - y^3 - y^2 + y \geq 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + y^2) + (x^2 + y^3) \leq (x + y) + (x^3 + y^4)$$

$$\text{m}\mu x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 \leq x + y \quad (2)$$

$$\text{v}\mu (x+1)(x-1) \geq 0. \quad (y-1)(y^3-1) \geq 0$$

$$x^3 - x^2 - x + 1 + y^4 - y - y^3 + 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow (x + y) + (x^2 + y^3) \leq 2 + (x^3 + y^4)$$

$$\text{m}\mu x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$$

$$\Rightarrow x + y \leq 2$$

T¸ (1) (2) vµ (3) ta c¸:

$$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$$

ĐỀ 127

$$\text{Bµi 1: Cho bi¸u th¸c } M = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x+3}}{2-\sqrt{x}}$$

d. T¸m ®i¸u ki¸n c¸a x ®Ó M c¸ ngh¸a vµ r¸t g¸n M

e. $T \times m \times \mathbb{O} M = 5$

f. $T \times m \times \in \mathbb{Z} \mathbb{O} M \in \mathbb{Z}$.

Bµi 2: a) $T \times m \times, y$ nguyªn d¬ng tho· m·n ph¬ng tr×nh

$$3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$$

b) $t \times m \times, y$ biÕt $/x - 2005/ + /x - 2006/ + /y - 2007/ + /x - 2008/ = 3$

Bµi 3: a. Cho c, c sè x, y, z d¬ng tho· m·n $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$

Chøng ming r»ng: $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \geq 1$

b. $T \times m$ gi, trÞ nhá nhÊt cña biÕu thøc: $B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2}$ (vói $x \geq 0$)

Bµi 4: Cho h×nh vuøng ABCD. K× tia Ax, Ay sao cho $\angle xAy = 45^\circ$

Tia Ax c¾t CB vµ BD l×n l×t t×i E vµ P, tia Ay c¾t CD vµ BD l×n l×t t×i F vµ Q

a. Chøng minh 5 ®iÓm E; P; Q; F; C c×ng n»m trªn mét ®êng trßn

b. $S_{\triangle AEF} = 2 S_{\triangle APQ}$

K× ®êng trung tr÷c cña CD c¾t AE t×i M. T×nh sè ®o gãc MAB biÕt $\angle CPD = \angle CMD$

Bµi 5: (1®)

Cho ba sè a, b, c kh, c 0 tho· m·n: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$; H·y t×nh $P = \frac{ac}{c^2} + \frac{bc}{a^2} + \frac{ac}{b^2}$

®.p.n

Bµi 1: $M = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$

a. §K $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ 0,5®

Rút g¶n $M = \frac{2\sqrt{x}-9-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)+(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$

BiÕn ®æi ta c¶ kÕt qu¶: $M = \frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ $M = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} \Leftrightarrow M = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

b.. $M = 5 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} = 5$

$\Rightarrow \sqrt{x}+1 = 5(\sqrt{x}-3)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 5\sqrt{x}-15$

$\Leftrightarrow 16 = 4\sqrt{x}$

$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow x = 16$

$$c. M = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}} = \frac{\sqrt{x-3+4}}{\sqrt{x-3}} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x-3}}$$

Do $M \in \mathbb{Z}$ nên $\sqrt{x-3} \mid 4 \Rightarrow \sqrt{x-3}$ nhận các giá trị: -4; -2; -1; 1; 2; 4
 $\Rightarrow x \in \{1; 4; 16; 25; 49\}$ do $x \neq 4 \Rightarrow x \in \{1; 16; 25; 49\}$

Bài 2 a. $3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4xy + 6xy + 8y^2 = 96$$

$$\Leftrightarrow (3x^2 + 6xy) + (4xy + 8y^2) = 96$$

$$\Leftrightarrow 3x(x + 2y) + 4y(x + 2y) = 96$$

$$\Leftrightarrow (x + 2y)(3x + 4y) = 96$$

Do x, y nguyên dương nên $x + 2y; 3x + 4y$ nguyên dương và $3x + 4y > x + 2y$ 3

mà $96 = 2^5 \cdot 3$ các ước của 96: 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24; 32; 48; 96. Vì biểu thức nhân tử có 2 thừa số khác nhau nên 3 ước: $96 = 3 \cdot 32 = 4 \cdot 24 = 6 \cdot 16 = 8 \cdot 12$

Là các $x + 2y$ và $3x + 4y$ các ước của 96 (Ước sẽ chẵn) các tổng $4x + 6y$ sẽ chẵn do 3

$$\begin{cases} x+2y=6 \\ 3x+4y=32 \end{cases} \text{ HÖ PT này vô nghiệm}$$

$$\text{Hoặc} \begin{cases} x+2y=6 \\ 3x+4y=24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\text{Hoặc} \begin{cases} x+2y=8 \\ 3x+4y=24 \end{cases} \text{ HÖ PT này vô nghiệm}$$

Vậy cặp (x, y) nguyên dương cần tìm là $(x, y) = (4, 1)$

b. ta cần $|A| = |-A|$ 3

$$\text{Nhìn } |x - 2005| + |x - 2006| = |x - 2005| + |2008 - x|$$

$$|x - 2005| + |2008 - x| \geq 3 \quad (1)$$

$$\text{mà } |x - 2005| + |x - 2006| + |y - 2007| + |x - 2008| = 3$$

(2)

Kết hợp (1) và (2) ta cần $|x - 2006| + |y - 2007| = 0$

(3)

(3) xảy ra khi và chỉ khi $\left\{ \begin{array}{l} x-2006/00000 \end{array} \right.$

Bài 3

a. Trích hết ta chứng minh bất đẳng thức phổ

b. Với mọi a, b thuộc $\mathbb{R}$: $x, y > 0$ ta có $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y} (*)$

$$\Leftrightarrow (a^2y + b^2x)(x+y) \geq (a+b)^2xy$$

$$\Leftrightarrow a^2y^2 + a^2xy + b^2x^2 + b^2xy \geq a^2xy + 2abxy + b^2xy$$

$$\Leftrightarrow a^2y^2 + b^2x^2 \geq 2abxy$$

$$\Leftrightarrow a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (ay - bx)^2 \geq 0 (**)$$

Đều (=) xảy ra khi $ay = bx$ hay $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$

Áp dụng bất đẳng thức (*) hai lần ta có

$$\frac{1}{2x+y+z} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^2}{2x+y+z} \leq \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+y} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+z} = \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)^2}{x+y} + \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)^2}{x+z}$$

$$\leq \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{y} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{z} = \frac{1}{16} \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$

Tương tự $\frac{1}{x+2y+z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} \right)$

$$\frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right)$$

Cộng tổng vế các bất đẳng thức trên ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} &\leq \frac{1}{16} \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right) \\ &\leq \frac{1}{16} \left(\frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{4}{z} \right) \leq \frac{4}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \leq \frac{1}{4} \cdot 4 = 1 \end{aligned}$$

$$\forall x \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$$

$$B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2} (x \neq 0)$$

Ta cã: $B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2} \Leftrightarrow B = \frac{2006x^2 - 2 \cdot 2006x + 2006^2}{2006x}$

$$\Leftrightarrow B = \frac{(x-2006)^2 + 2005x^2}{x^2} \Leftrightarrow \frac{(x-2006)^2 + 2005}{2006x^2} + \frac{2005}{2006}$$

$$\forall x (x - 2006)^2 \geq 0 \text{ vói mãi } x$$

$$x^2 > 0 \text{ vói mãi } x \text{ kh, c } 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-2006)^2}{2006x^2} \geq 0 \Rightarrow B \geq \frac{2005}{2006} \Rightarrow B = \frac{2005}{2006} \text{ khi } x = 2006$$

Bµi 4a. $\widehat{EBQ} = \widehat{EAQ} = 45^\circ \Rightarrow \square EBAQ$ néi tiÕp; $\hat{B} = 90^\circ \rightarrow$ gãc AQE = $90^\circ \rightarrow$ gãcEQF = 90°

$$\text{T\text{ng t\`u gãc FDP} = \text{gãc FAP} = 45^\circ$$

$$\rightarrow \text{T\`o gi, c FDAP néi tiÕp gãc D} = 90^\circ \rightarrow \text{gãc APF} = 90^\circ \rightarrow \text{gãc EPF} = 90^\circ \dots\dots 0,25 \text{®}$$

C, c ®iÓm Q, P, C lu«n nh×n díi 1gãc 90° nªn 5 ®iÓm E, P, Q, F, C cïng n»m trªn

$$1 \text{ ®êng trßn ®êng kÝnh EF} \dots\dots\dots 0,25 \text{®}$$

$$\text{b. Ta cã gãc APQ} + \text{gãc QPE} = 180^\circ (2 \text{ gãc k\`o b\`i}) \Rightarrow \text{gãc APQ} = \text{gãc AFE}$$

$$\text{Gãc AFE} + \text{gãc EPQ} = 180^\circ$$

$$\rightarrow \text{Tam gi, c APQ ®ng d\`ng vói tam gi, c AEF (g.g)}$$

$$\rightarrow \frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle AEF}} = k^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2S_{\triangle APQ} = S_{\triangle AEF}$$

$$\text{c. gãc CPD} = \text{gãc CMD} \rightarrow \text{t\`o gi, c MPCD néi tiÕp} \rightarrow \text{gãc MCD} = \text{gãc CPD} \text{ (cïng ch\`3/4n cung MD)}$$

$$\text{L\`i cã gãc MPD} = \text{gãc CPD} \text{ (do BD l\`u trung tr\`uc c\`ña AC)}$$

$$\text{gãc MCD} = \text{gãc MDC} \text{ (do M thuéc trung tr\`uc c\`ña DC)}$$

$$\rightarrow \text{gãc CPD} = \text{gãc MDC} = \text{gãc CMD} = \text{gãc MCD} \rightarrow \text{tam gi, c MDC ®\`Ou} \rightarrow \text{gãc CMD} = 60^\circ$$

→ tam giác DMA cân tại D (vì $AD = DC = DM$)

$$\widehat{ADM} = \widehat{ADC} - \widehat{MDC} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\rightarrow \widehat{MAD} = \widehat{AMD} = (180^\circ - 30^\circ) : 2 = 75^\circ$$

$$\rightarrow \widehat{MAB} = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$$

Bài 5: Cho $x = 1/a; y = 1/b; z = 1/c \rightarrow x + y + z = 0$ (vì $1/a + 1/b + 1/c = 0$)

$$\rightarrow x = -(y + z)$$

$$\rightarrow x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = -(y + z)^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$\rightarrow -(y^3 + 3y^2z + 3y^2z^2 + z^3) + y^3 + z^3 - 3xyz = -3yz(y + z + x) = -3yz \cdot 0 = 0$$

$$\text{Từ } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0 \rightarrow x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

$$\rightarrow \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = 3 \cdot \frac{1}{a^3} \cdot \frac{1}{b^3} \cdot \frac{1}{c^3} = \frac{3}{abc}$$

$$\text{Do } P = \frac{ab}{c^2} + \frac{bc}{a^2} + \frac{ac}{b^2} = abc \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \right) = abc \cdot \frac{3}{abc} = 3$$

$$\text{Nếu } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \text{ thì } P = \frac{ab}{c^2} + \frac{bc}{a^2} + \frac{ac}{b^2} = 3$$

ĐỀ 128

Bài 1: Cho biểu thức $A = \sqrt{\frac{(x^2-3)^2+12x^2}{x^2}} + \sqrt{(x+2)^2-8x^2}$

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm những giá trị nguyên của x sao cho biểu thức A có giá trị nguyên.

Bài 2: (2 điểm)

Cho các đường thẳng:

$$y = x - 2 \quad (d_1)$$

$$y = 2x - 4 \quad (d_2)$$

$$y = mx + (m+2) \quad (d_3)$$

a. Tìm điểm cắt của đường thẳng (d_3) lần lượt qua với mỗi giá trị của m.

b. Tìm m để ba đường thẳng $(d_1); (d_2); (d_3)$ đồng quy.

Bài 3: Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0 \quad (1)$

a. Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b. Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình (1) mà không phụ thuộc vào m.

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x_1^2 + x_2^2$ (với x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1))

Bài 4: Cho đường tròn (O) với dây BC là cạnh của một tam giác A thay thế vào dây BC sao cho $AC > AB$ và $AC > BC$. Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Các tiếp tuyến của (O) tại D và C cắt nhau tại E. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các tiếp tuyến AB với CD; AD và CE.

- Chøng minh r»ng $DE \parallel BC$
- Chøng minh tở gi, c PACQ néi tiÕp
- Gài giao ®iÓm cña c, c d©y AD vµ BC lµ F

Chøng minh hÖ thøc: $\frac{1}{CE} = \frac{1}{CQ} + \frac{1}{CE}$

Bµi 5: Cho c, c sè d¬ng a, b, c Chøng minh r»ng: $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$

®.p .n

Bµi 1: - §iÖu kiÖn : $x \neq 0$

a. Rót gän: $A = \sqrt{\frac{x^4 + 6x^2 + 9}{x^2}} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

$$= \frac{x^2 + 3}{|x|} + |x - 2|$$

- Vói $x < 0$: $A = \frac{-2x^2 + 2x - 3}{x}$

- Vói $0 < x < 2$: $A = \frac{2x + 3}{x}$

- Vói $x > 2$: $A = \frac{2x^2 - 2x + 3}{x}$

b. T×m x nguyªn ®Ó A nguyªn:

$$A \text{ nguyªn} \Leftrightarrow x^2 + 3 \vdots |x|$$

$$\Leftrightarrow 3 \vdots |x| \Rightarrow x = \{-1; -3; 1; 3\}$$

Bµi 2:

a. $(d_1) : y = mx + (m + 2)$

$$\Leftrightarrow m(x+1) + (2-y) = 0$$

§Ó hµm sè lu«n qua ®iÓm cè ®Þnh vói m¸i m

$$\begin{cases} x+1=0 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-1 \end{cases}$$

Vÿy N(-1; 2) lµ ®iÓm cè ®Þnh mµ (d_3) ®i qua

b. Gài M lµ giao ®iÓm (d_1) vµ (d_2) . T¸a ®é M lµ nghiÖm cña hÖ

$$\begin{cases} y=x-2 \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=x-2 \\ x=2 \end{cases}$$

Vÿy M(2; 0).

NÖu (d_3) ®i qua M(2,0) th× M(2,0) lµ nghiÖm (d_3)

$$\text{Ta c¸ : } 0 = 2m + (m+2) \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

Vÿy $m = -\frac{2}{3}$ th× $(d_1); (d_2); (d_3)$ ®¸ng quy

Bµi 3: a. $\Delta' = m^2 - 3m + 4 = (m - \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4} > 0 \quad \forall m.$

Vÿ ph-ng tr-xnh cũ 2 nghiÖm ph©n biÖt

b. Theo ViÖt: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = 2m-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-2 \\ x_1 x_2 = 2m-2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 - 4 = 0$ kh-ng phü thuéc vµo m

a. $P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4(m-1)^2 - 2(2m-2)$

$$= (2m - \frac{5}{2})^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4} \quad \forall m$$

$$Vÿ P_{\min} = \frac{15}{4} \text{ vói } m = \frac{5}{4}$$

Bµi 4: Vÿ h-xnh ®óng - viÖt gi¶ thiÖt - kÖt luËn

a. $\angle CDE = \frac{1}{2} \angle DCB = \frac{1}{2} \angle DBA = \angle BCD$
 $\Rightarrow DE \parallel BC$ (2 gãc vP trÝ so le)

b. $\angle APC = \frac{1}{2} \angle ACB = \angle AQC$
 $\Rightarrow$ $\square$ APQC néi tiÖp (vì $\angle APC = \angle AQC$
 cïng nh-xn ®oan AC)

c. Tø gi¶c APQC néi tiÖp

$\angle CPQ = \angle CAQ$ (cïng ch³/4n cung CQ)

$\angle CAQ = \angle CDE$ (cïng ch³/4n cung DC)

Suy ra $\angle CPQ = \angle CDE \Rightarrow DE \parallel PQ$

Ta cũ: $\frac{DE}{PQ} = \frac{CE}{CQ}$ (vì $DE \parallel PQ$) (1)

$\frac{DE}{FC} = \frac{QE}{QC}$ (vì $DE \parallel BC$) (2)

Céng (1) vµ (2): $\frac{DE}{PQ} + \frac{DE}{FC} = \frac{CE+QE}{CQ} = \frac{CQ}{CQ} = 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{PQ} + \frac{1}{FC} = \frac{1}{DE} \quad (3)$$

$ED = EC$ (t/c tiÖp tuyÖn) tã (1) suy ra $PQ = CQ$

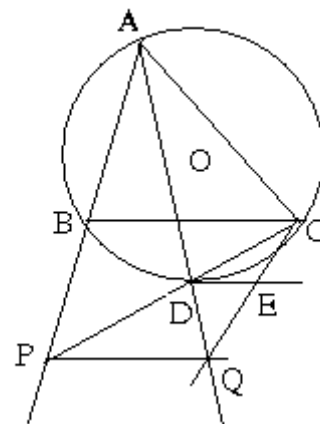
Thay vµo (3): $\frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{CE}$

Bµi 5: Ta cũ: $\frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{b+a} < \frac{a+c}{a+b+c}$ (1)

$\frac{b}{a+b+c} < \frac{b}{b+c} < \frac{b+a}{a+b+c}$ (2)

$\frac{c}{a+b+c} < \frac{c}{c+a} < \frac{c+b}{a+b+c}$ (3)

Céng tãng vÖ (1),(2),(3):



$$1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$$

ĐỀ 129

Bài 1: (2@)

Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{x-1}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{x+2\sqrt{x}+1}{x-1} + 1$$

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2: (2@) Một người đi trên xe đạp từ A đến B cách nhau 20 km trong một thời gian nhất định. Sau khi đi được 1 giờ với vận tốc đều nhất, do mệt mỏi nên người đi giảm vận tốc đi 2km/h trên quãng đường còn lại, vì thế người đi đến B chậm hơn dự định 15 phút. Tính vận tốc đều nhất của người đi xe đạp.

Bài 3: (1,5@) Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx - 2y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với $m = 3$

b) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x + y = 1$

Bài 4: (3@) Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Điểm M tùy ý trên nửa đường tròn. Gọi N và P lần lượt là điểm chính giữa của cung AM và cung MB. AP cắt BN tại I.

a) Tính số đo góc NIP.

b) Gọi giao điểm của tia AN và tia BP là C; tia CI và AB là D.

Chứng minh rằng DPN là tam giác cân.

c) Tìm quỹ tích trung điểm J của đoạn OC khi M di chuyển trên nửa đường tròn tâm O

Bài 5: (1,5@) Cho hàm số $y = -2x^2$ (P) và đường thẳng $y = 3x + 2m - 5$ (d)

a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm tọa độ hai điểm đó.

b) Tìm quỹ tích chung điểm I của AB khi m thay đổi.

Bài 1: (2 điểm)

a) (1,5 điểm)

- Thúc hiên các biểu thức trong ngoặc: $\frac{-5(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+4)}$
0,75 điểm

- Thúc hiên phép chia: $\frac{-5}{\sqrt{x}+4}$
0,25 điểm

- Thúc hiên phép cộng: $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+4}$
0,25 điểm

- Điều kiện: $x \geq 0; x \neq 1$
0,25 điểm

b) (0,5 điểm)

- Với $P = 1 - \frac{5}{\sqrt{x}+4}$ lập luận tìm GTNN của $P = -1/4$ khi $x = 0$
0,5 điểm

Bài 2: (2 điểm)

1) Lập phương trình (1,25 điểm)

- Giải, nhận và kiểm tra
0,25 điểm

- Thời gian đủ (0,25 điểm)

- Thời gian thừa (0,5 điểm)

- Lập luận viết các PT
0,25 điểm

2) Giải phương trình (0,5 điểm)

0,5 điểm

3) Bài chiểu kết quả và trả lời (0,25 điểm)

0,25 điểm

Bài 3: (1,5 điểm) a) Thay $m = 3$ và giải hệ (0,5 điểm)

1 điểm

b) (0,5 điểm)

Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất (0,25 điểm)

0,25 điểm

Tìm m để hệ có nghiệm thoả $m \cdot n \cdot x + y = 1$ và KL

0,25®

Bài 4: (3®) Vẽ hình ®óng

0,25®

a) Tính ®íc sè ®o gc NIP = 135°

0,75®

b) (1®)

Vẽ hình vµ C/m ®íc gc NDP = 90°

0,5®

Chøng minh ®íc t gc DOPN néi tip ®íc.

0,5®

c) (1®) + C/m phn thun

K JE//AC, JF//BC vµ C/m ®íc gc EJF = 45°

0,25®

Lp lun vµ kt luận ®im J:

0,25®

+ C/m phn ®o

0,25®

+ Kt luận qu tch

0,25®

Bài 5: (1,5®) a) (1®)

Tm ®íc ®iu kin ca m ®Ó (d) ct (P) ti hai ®im phn bit:

0,5®

Tm ®íc to ®é 2 ®im A, B

0,5®

b) Tm ®íc qu tch trung ®im I:
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3}{4} \end{cases}$$
 vµ kt luận

0,5®

ĐỀ 130

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HẢI PHÒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

Năm học 2013 - 2014

ĐỀ THI MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Lưu ý: Đề thi gồm 01 trang, thí sinh làm bài vào tờ giấy thi

Bài 1. (2.0 điểm)

a) Cho $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{x-3}{x+2\sqrt{x}+4} - \frac{7\sqrt{x}+10}{x\sqrt{x}-8} \right) : \frac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4}$. Tìm x sao cho $A < 2$.

b) Tìm m để phương trình $x^2 - (2m+4)x + 3m+2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = 2x_1 + 3$.

Bài 2. (2.0 điểm)

a) Giải phương trình $\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x+13} = \frac{x-7}{3}$.

$$\begin{cases} 2x^2 + xy = y^2 - 3y + 2 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$

b) Giải hệ phương trình

Bài 3. (3.0 điểm)

Cho hai điểm A, B cố định. Một điểm C khác B di chuyển trên đường tròn (O) đường kính AB sao cho $AC > BC$. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C cắt tiếp tuyến tại A ở D, cắt AB ở E. Hạ AH vuông góc với CD tại H.

a) Chứng minh rằng $AD.CE = CH.DE$.

b) Chứng minh rằng $OD.BC$ là một hằng số.

c) Giả sử đường thẳng đi qua E, vuông góc với AB cắt AC, BD lần lượt tại F, G. Gọi I là trung điểm AE. Chứng minh rằng trực tâm tam giác IFG là một điểm cố định.

Bài 4. (1.0 điểm)

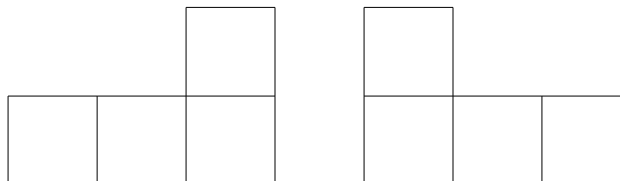
a) Chứng minh rằng nếu $x \geq y \geq 1$ thì $x + \frac{1}{x} \geq y + \frac{1}{y}$.

b) Cho $1 \leq a, b, c \leq 2$. Chứng minh rằng $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \leq 10$.

Bài 5. (2.0 điểm)

a) Cho a, b là hai số nguyên dương thỏa mãn $a+20$ và $b+13$ cùng chia hết cho 21. Tìm số dư của phép chia $A = 4^a + 9^b + a + b$ cho 21.

b) Có thể phủ kín bảng 20×13 ô vuông bằng các miếng lát có một trong hai dạng dưới (có thể xoay và sử dụng đồng thời cả hai dạng miếng lát) sao cho các miếng lát không chồm lên nhau không?



----- Hết -----

Họ tên thí sinh:.....Số báo danh:

Họ tên giám thị 1:.....Họ tên giám thị 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học 2013 - 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Hướng dẫn gồm 03 trang

Bài	Đáp án	Điểm
1 a) (1.0 điểm)		
(2.0 điểm) ĐKXD: $x \geq 0$ và $x \neq 4$.		0.25
	$\frac{\sqrt{x}(x+2\sqrt{x}+4) - (x-3)(\sqrt{x}-2) - (7\sqrt{x}+10)}{(\sqrt{x}-2)(x+2\sqrt{x}+4)} : \frac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4}$	0.25

2 (2.0 điểm)	$\frac{4(x-4)}{(\sqrt{x}-2)(x+2\sqrt{x}+4)} : \frac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4} = \frac{4(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+7}.$	
	$2 \Leftrightarrow 2(\sqrt{x}+2) < \sqrt{x}+7 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 3 \Leftrightarrow x < 9.$	0.25
	Kết hợp với điều kiện ta có $\begin{cases} 0 \leq x < 9 \\ x \neq 4 \end{cases}.$	0.25
	b) (1.0 điểm)	
	$=(m+2)^2 - (3m+2) = m^2 + m + 2 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \quad \forall m$	0.25
	Do đó phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.	
	Theo đề bài và định lý Viét ta có:	$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 4 \\ x_2 = 2x_1 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2m+1}{3} \\ x_2 = \frac{4m+11}{3} \end{cases}$ 0.25
	$\frac{2m+1}{3} \cdot \frac{4m+11}{3} = 3m+2$	0.25
	$m^2 - m - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{7}{8} \end{cases}.$	0.25
	a) (1.0 điểm)	
2 (2.0 điểm)	ĐKXD: $x \geq \frac{1}{5}.$	0.25
	$\Leftrightarrow \sqrt{5x-1} - \sqrt{3x+13} = \frac{1}{6}(\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x+13})(\sqrt{5x-1} + \sqrt{3x+13})$	0.25
	$\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x+13} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{5x-1} = \sqrt{3x+13} \Leftrightarrow 5x-1 = 3x+13 \Leftrightarrow x=7 \text{ (thỏa mãn).}$	0.25
	$\sqrt{5x-1} + \sqrt{3x+13} = 6 \quad (1)$	
	Nếu $x > 1$ thì VT (1) $> \sqrt{4} + \sqrt{16} = 6$; còn nếu $x < 1$ thì VT (1) $< \sqrt{4} + \sqrt{16} = 6$.	
	Dễ thấy $x=1$ là nghiệm phương trình (1).	0.25
	Vậy phương trình ban đầu có hai nghiệm $x_1=1; x_2=7$.	
	b) (1.0 điểm)	
	$+xy = y^2 - 3y + 2 \Leftrightarrow y^2 - (x+3)y + 2 - 2x^2 = 0$	0.25
Coi đây là phương trình bậc hai ẩn y tham số x , ta có :		
$(x+3)^2 - 4(2-2x^2) = 9x^2 + 6x + 1 = (3x+1)^2$		

Suy ra	$\begin{cases} y = \frac{x+3+3x+1}{2} = 2x+2 \\ y = \frac{x+3-3x-1}{2} = -x+1 \end{cases}$	0.25
	$y = 2x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x+2 \\ 3x^2 + 8x + 7 = 0 \text{ (Vấn đề do } \Delta' = -5 < 0) \end{cases}$	0.25
	$y = -x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x+1 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$	0.25
3 (3.0 điểm)		
	a) (1.0 điểm)	
	$\triangle ACH \Rightarrow \frac{CH}{CE} = \frac{OA}{OE} \quad (1)$	0.25
	$\triangle ADE \Rightarrow \frac{OA}{OE} = \frac{AD}{DE} \quad (2)$	0.5
	$\frac{CH}{CE} = \frac{AD}{DE} \Rightarrow AD \cdot CE = CH \cdot DE$	0.25
	b) (1.0 điểm)	
	$\triangle ABC \sim \triangle DOA \text{ (g - g).}$	0.5
	$\Rightarrow \frac{AB}{OD} \Rightarrow OD \cdot BC = AB \cdot AO = \frac{AB^2}{2}$	0.5
	c) (1.0 điểm)	
	$\frac{EC}{CD} = \frac{EB}{BO} = \frac{2EB}{AB} = \frac{2EG}{AD} \Rightarrow EF = 2EG.$	0.25
	$EF \cdot EG = EF^2 = EC^2 = EB \cdot EA = 2EB \cdot EI$	0.25
	$\triangle BEF \sim \triangle GEI \text{ (c - g - c)} \Rightarrow \angle BFE = \angle GIE \Rightarrow BF \perp IG$	0.25
	$BE \perp FG \Rightarrow \triangle IFG \text{ nhận B cố định là trực tâm.}$	0.25

4 (1.0 điểm)	a) (0.25 điểm)	
	$\frac{1}{x} \geq y + \frac{1}{y} \Leftrightarrow \frac{(x-y)(xy-1)}{xy} \geq 0$	0.25
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y$.	
	b) (0.75 điểm)	
	Không mất tính tổng quát giả sử $1 \leq a \leq b \leq c \leq 2$, ta có: $VP = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c}\right) - 7 = \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(y + \frac{1}{y}\right) + \left(xy + \frac{1}{xy}\right) - 7$ $= \frac{b}{a} \geq 1, y = \frac{c}{b} \geq 1, xy \leq 2 \Rightarrow y \leq \frac{2}{x}$ $\left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{2}{x} + \frac{x}{2}\right) + \left(2 + \frac{1}{2}\right) - 7 = \frac{3x}{2} + \frac{3}{x} - \frac{9}{2} = \frac{3(x-1)(x-2)}{2x} \leq 0$	0.25
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a=b=1, c=2 \\ a=1, b=c=2 \end{cases}$ và các hoán vị.	0.25
5 (2.0 điểm)	a) (1.0 điểm)	
	Từ giả thiết suy ra $a \equiv 1 \pmod{3}$, $a = 3k+1 (k \in \mathbf{N})$; $b \equiv 2 \pmod{3}$, $b = 3q+2 (q \in \mathbf{N})$.	0.25
	Suy ra $A = 4^a + 9^b + a + b \equiv 1+0+1+2 \pmod{3}$ hay $A \equiv 4 \pmod{3}$. (1)	
	Lại có: $4^a = 4^{3k+1} = 4 \cdot 64^k \equiv 4 \pmod{7}$ $9^b = 9^{3q+2} \equiv 2^{3q+2} \pmod{7} \Rightarrow 9^b \equiv 4 \cdot 8^q \equiv 4 \pmod{7}$	0.25
	Từ giả thiết ta còn suy ra $a \equiv 1 \pmod{7}$, $b \equiv 1 \pmod{7}$.	0.25
	Dẫn đến $A = 4^a + 9^b + a + b \equiv 4+4+1+1 \pmod{7}$ hay $A \equiv 10 \pmod{7}$.	
	Từ (1) suy ra $A \equiv 10 \pmod{3}$; mà 3 và 7 nguyên tố cùng nhau nên $A \equiv 10 \pmod{21}$. Vậy A chia cho 21 dư 10.	0.25
	b) (1.0 điểm)	
	Tô màu các dòng của bảng ô vuông bằng hai màu đen trắng xen kẽ: dòng 1 đen, dòng 2 trắng, dòng 3 đen, dòng 4 trắng, ...	0.25
	Khi đó mỗi miếng lát sẽ luôn phủ đúng 3 ô đen 1 ô trắng hoặc 3 ô trắng 1 ô đen.	0.25
	Trong bảng, số ô đen bằng số ô trắng nên số miếng lát phủ 3 ô đen 1 ô trắng bằng số miếng lát phủ 3 ô trắng 1 ô đen, do đó phải có chẵn miếng lát.	0.25
	Tuy nhiên trong bảng có 65 miếng lát, mâu thuẫn. Vậy không thể phủ được bảng thỏa mãn.	0.25

Chú ý: Trên đây chỉ trình bày tóm tắt một cách giải, nếu thí sinh làm theo cách khác mà đúng thì cho điểm tối đa ứng với điểm của câu đó trong biểu điểm.

- Thí sinh làm đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.
- Trong một câu, nếu thí sinh làm phần trên sai, dưới đúng thì không chấm điểm.
- Bài hình học, thí sinh vẽ hình sai thì không chấm điểm. Thí sinh không vẽ hình mà làm vẫn làm đúng thì cho nửa số điểm của các câu làm được.
- Bài có nhiều ý liên quan tới nhau, nếu thí sinh công nhận ý trên để làm ý dưới mà thí sinh làm đúng thì chấm điểm ý đó.
- Điểm của bài thi là tổng điểm các câu làm đúng và không được làm tròn.

ĐỀ 131

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH HAU GIANG

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2012 - 2013
MÔN: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề thi có 01 trang

$$A = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} + \frac{2+\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}}$$

Bài 1: (0,5 điểm) Rút gọn biểu thức:

Bài 2: (1,5 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + x - 20 = 0$ b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

Bài 3: (2,0 điểm)

- a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số: $y = -2x^2$
b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường thẳng (D): $y = x - 1$ bằng phép tính.

Bài 4: (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (m là tham số)

- a) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.
b) Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Xác định m để giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ nhỏ nhất

Bài 5: (4,0 điểm) Cho đường tròn (O; R) và một điểm S ở bên ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến SA, SB và đường thẳng a đi qua S cắt đường tròn (O; R) tại M, N với M nằm giữa S và N (đường thẳng a không đi qua tâm O).

- a) Chứng minh $SO \perp AB$
b) Gọi I là trung điểm của MN và H là giao điểm của SO và AB; hai đường thẳng OI và AB cắt nhau tại E. Chứng minh: $OI \cdot OE = R^2$
c) Chứng minh tứ giác SHIE nội tiếp đường tròn
d) Cho $SO = 2R$ và $MN = R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác ESM theo R

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ ký của giám thị 1:.....Chữ ký của giám thị 2:.....

Giải

Bài 1: (0,5 điểm)

$$A = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} + \frac{2+\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{2})}{1-\sqrt{2}} + \frac{2(1+\sqrt{2})}{1+\sqrt{2}} = \sqrt{3} + 2$$

Bài 2: (1,5 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy giải phương trình và hệ phương trình sau:

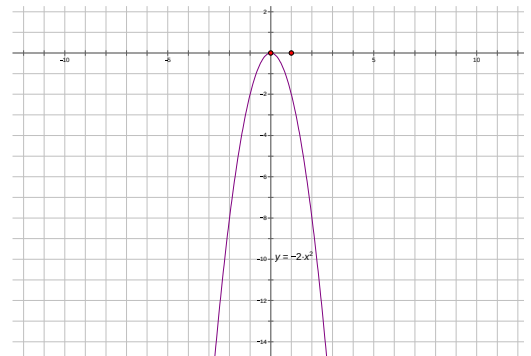
- a) $x^2 + x - 20 = 0$
Giải PT Δ ta được 2 nghiệm: $x_1 = 4$; $x_2 = -5$
b)

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 5 \\ 4x + 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 7 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ 2 \cdot \frac{7}{5} + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = -\frac{9}{5} \end{cases}$$

Bài 3: (2,0 điểm)

- a) Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị

x	-2	-1	0	1	2
y = -2x ²	-8	-2	0	-2	-8



Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d)

$$-2x^2 = x - 1$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 - x + 1 = 0$$

Có dạng: $a - b + c = 0$

$$\Rightarrow \text{Pt có 2 nghiệm : } x_1 = -1 ; x_2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Thay } x_1 = -1 \text{ vào (P): } \Rightarrow y_1 = -2.1 = -2$$

$$\text{Thay } x_2 = \frac{1}{2} \text{ vào (P): } \Rightarrow y_2 = -2. \frac{1}{2} = -1$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là 2 điểm $(-1; -2)$ và $(\frac{1}{2}; -1)$

Bài 4: (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (m là tham số)

$$\text{a) } \Delta' = [-(m-1)]^2 - (m-3) = m^2 - 2m + 1 - m + 3 = m^2 - 3m + 4 = (m - \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4} > 0$$

Vì $\Delta' > 0$ nên PT luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

$$\text{b) Theo hệ thức Viet ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 3 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = (2m - 2)^2 - 2(m - 3) = 4m^2 + 8m + 4 - 2m + 6$$

$$= 4m^2 + 6m + 10 = \left(2m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{31}{4} \geq \frac{31}{4}$$

Từ

$$\text{Khi } 2m + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}$$

$$\text{Vậy } m = -\frac{3}{4} \text{ biểu thức } A = x_1^2 + x_2^2 = \frac{31}{4} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Bài 5: (4,0 điểm)

a) Theo tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau tại S, ta có:

$$SA = SB$$

$$OA = OB (=R)$$

$\Rightarrow SO$ là đường trung trực của AB

Hay: $SO \perp AB$.

b)

Có: $SA \perp AO$ (SA là tiếp tuyến)

$$\Rightarrow \angle SAO = 90^\circ$$

$OE \perp MN$ (Vì $MI = IN$ và quan $\perp$ đường kính và dây)

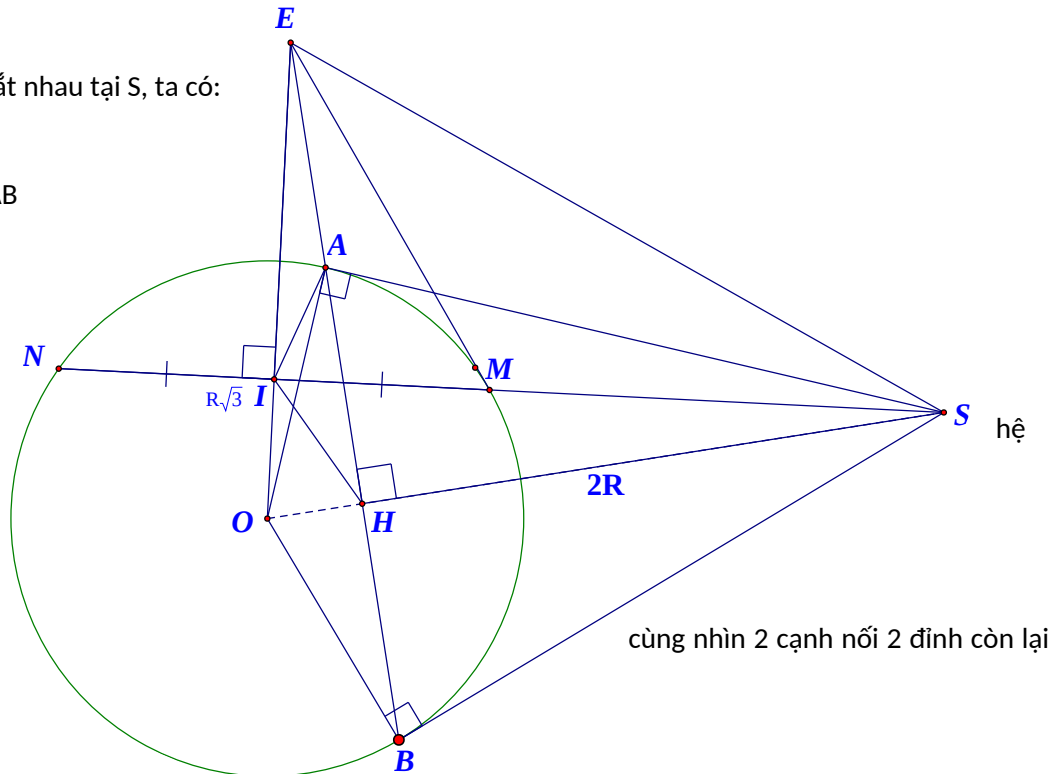
$$\Rightarrow \angle IOE = 90^\circ$$

Xét tứ giác AIOS có:

$$\angle SAO = \angle IOE = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ tứ giác AIOS nội tiếp (2 đỉnh dưới góc bằng nhau)

$$\Rightarrow \angle IAO = \angle ISO$$



Mà: $\angle EOH = \angle IOA$ (cùng phụ $\angle HOI$)

Nên: $\angle IOA = \angle EOH$

Xét $\triangle IOA$ và $\triangle OAE$ có:

Ô: chung

$$\angle IOA = \angle EOH \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle IOA \sim \triangle OAE \text{ (g.g)}$$

$$\frac{OI}{OA} = \frac{OA}{OE}$$

$$\Rightarrow OI \cdot OE = OA^2$$

$$\text{Hay } OI \cdot OE = R^2$$

c)

Xét tứ giác SHIE có:

$$\angle SHE = 90^\circ \text{ (SH} \perp \text{AB)}$$

$$\angle SIE = 90^\circ \text{ (OE} \perp \text{MN)}$$

$\Rightarrow$ tứ giác SHIE nội tiếp

d)

$$\frac{1}{2} MN = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

Áp dụng định lý Pytago và $\triangle OMI$ vuông tại I, ta có:

$$\sqrt{OM^2 - IM^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{R}{2}$$

IO =

Áp dụng định lý Pytago và $\triangle SOI$ vuông tại I, ta có:

$$\sqrt{SO^2 - IO^2} = \sqrt{4R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{15}}{2}$$

+ SI =

$$\cos \angle SOI = \frac{OI}{OS} = \frac{\frac{R}{2}}{2R} = \frac{1}{4}$$

+ Cos

$\triangle AOS$ vuông tại A, AH là đường cao, ta có:

$$AO^2 = OH \cdot OS$$

$$\Rightarrow OH = \frac{OA^2}{OS} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$

$\triangle OHE$ vuông tại H, ta có:

$$\cos \angle SOE = \frac{OH}{OE} = \frac{1}{4},$$

$$\Rightarrow OE = 4 \cdot OH = 4 \cdot \frac{R}{2} = 2R$$

$$IE = OE - OI = 2R - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

$$S_{SIE} = \frac{1}{2} \cdot SI \cdot IE = \frac{1}{2} \cdot \frac{R\sqrt{15}}{2} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3R^2\sqrt{15}}{8}$$

$$S_{EIM} = \frac{1}{2} \cdot IM \cdot IE = \frac{1}{2} \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{8}$$

$$\Rightarrow S_{EMS} = S_{EIS} - S_{EIM} = \frac{3R^2\sqrt{5}}{8} - \frac{3R^2\sqrt{3}}{8} = \frac{3R^2}{8}(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \quad (\text{đvdt})$$

ĐỀ 132

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TIỀN GIANG**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
NĂM HỌC 2015 – 2016
MÔN THI: TOÁN**

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 11/6/2015

(Đề thi có 01 trang, gồm 06 bài)

Bài I: (2,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức sau: $A = \sqrt{(3 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{2}$
2. Giải hệ phương trình và các phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a/} \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} & \text{b/} \quad x^2 - 2x - 8 = 0 & \text{c/} \quad x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \end{array}$$

Bài II: (1,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3m = 0$ (x là ẩn số, m là tham số)

1. Định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .
2. tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = x_1^2 + x_2^2 + 7$

Bài III: (2,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = -x + 2$

1. Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
2. Bằng phép tính, xác định tọa độ các giao điểm A, B của (P) và (d).
3. Tìm tọa độ điểm M trên cung AB của đồ thị (P) sao cho tam giác AMB có diện tích lớn nhất.

Bài IV: (1,5 điểm)

Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 30 km. Một canô đi xuôi dòng từ A đến B, rồi đi ngược dòng trở về A ngay. Thời gian kể từ lúc đi cho đến lúc về là 5 giờ 20 phút. Tính vận tốc của dòng nước, biết vận tốc thực của canô là 12 km/h

Bài V (2,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O, C nằm giữa M và D.

1. Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp trong một đường tròn.
2. Chứng minh: $MA^2 = MC \cdot MD$.
3. Gọi trung điểm của dây CD là H, tia BH cắt O tại điểm F. Chứng minh: $AF \parallel CD$

Bài 6 (1,0 điểm)

Cho một hình nón có bán kính đáy bằng 5 cm, đường sinh bằng 13 cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón đã cho.

-----HẾT-----

**Thí sinh được sử dụng các loại máy tính cầm tay do Bộ Giáo dục và đào tạo cho phép.
Giám thị không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....

**HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10
2015 – 2016
MÔN: TOÁN
TIỀN GIANG**

Bài I.

$$1. A = \sqrt{(3 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{2} = |3 - \sqrt{2}| + \sqrt{2} = 3 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 3$$

$$2. a/ \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \quad b/ S = \{-2; 4\} \quad c/ S = \{-2; 2\} \quad (\text{hs tự giải})$$

Bài II. Phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3m = 0$ (x là ẩn số, m là tham số)

$$1. \Delta' = (b')^2 - ac = [-(m - 1)]^2 - 1 \cdot (m^2 - 3m) = m^2 - 2m + 1 - m^2 + 3m = m + 1$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$

$$2. \text{ Theo Vi-ét: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2(m - 1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = m^2 - 3m \end{cases}$$

$$B = x_1^2 + x_2^2 + 7 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 7 = [2(m - 1)]^2 - 2(m^2 - 3m) + 7$$

$$= 4m^2 - 8m + 4 - 2m^2 + 6m + 7 = 2m^2 - 2m + 11 = 2\left(m^2 - m + \frac{11}{2}\right) = 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{21}{2}$$

$$\text{Vi} \quad 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{21}{2} \geq \frac{21}{2} \quad \text{nên } B_{\min} = \frac{21}{2}. \text{ Dấu "=" xảy ra khi } m = \frac{1}{2}$$

Bài III. 1. Vẽ đồ thị (P) và (d) như hình vẽ

2. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

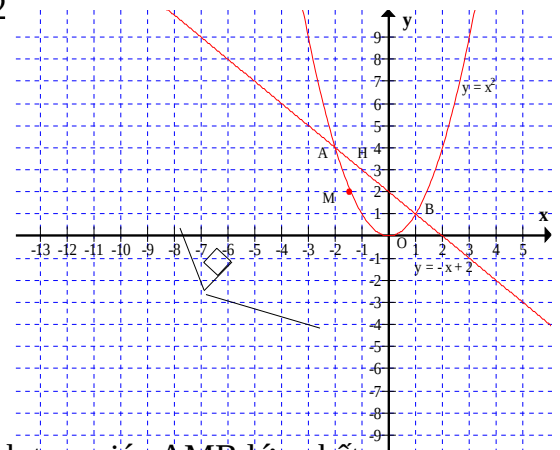
$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -2.$$

$$\text{Nếu } x = -2 \text{ thì } y = 4 \Rightarrow A(-2; 4)$$

$$\text{Nếu } x = 1 \text{ thì } y = 1 \Rightarrow B(1; 1)$$

3. .



Gọi $M(x_M; y_M)$ là điểm thuộc parabol (P), cung AB sao cho diện tích tam giác AMB lớn nhất.

Điều kiện: $-2 < x_M < 1$ và $0 \leq y_M < 4$

Từ M, kẻ $MH \perp AB$ tại H, ta có:

+ Phương trình đường thẳng AB: $y = -x + 2$.

+ Phương trình đường thẳng MH có dạng: $y = ax + b$. Đường thẳng này vuông góc với AB. Suy ra $a \cdot (-1) = -1$. Suy ra: $a = 1$, đường thẳng MH có phương trình $y = x + b$

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và MH: $x^2 = x + b \Leftrightarrow x^2 - x - b = 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-b) = 1 + 4b; \Delta = 0 \Leftrightarrow 1 + 4b = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{1}{4}$$

Do đó: MH có phương trình: $y = x - \frac{1}{4}$

+ phương trình hoành độ giao điểm giữa AB và MH: $x - \frac{1}{4} = -x + 2 \Leftrightarrow x = \frac{9}{8}$

Khi đó: $y = \frac{9}{8} - \frac{1}{4} = \frac{7}{8}$ và $H\left(\frac{9}{8}; \frac{7}{8}\right)$

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và MH: $x^2 = x - \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

phương trình có nghiệm kép: $x = \frac{1}{2}$ (thỏa điều kiện)

Khi đó: $y = x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ (thỏa điều kiện)

Vậy: $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$

Khi đó:

$$MH^2 = (x_M - x_H)^2 + (y_M - y_H)^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{9}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{4} - \frac{7}{8}\right)^2 = \left(-\frac{5}{8}\right)^2 + \left(-\frac{5}{8}\right)^2 = 2 \cdot \frac{25}{64}$$

$$MH = \frac{5}{8}\sqrt{2}$$

$$AB = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{2 \cdot 3^2} = 3\sqrt{2}$$

Diện tích tam giác AMB là $S_{AMB} = \frac{1}{2} AB.MH = \frac{1}{2} . 3\sqrt{2} . \frac{5}{8} \sqrt{2} = \frac{15}{8}$ (đ.v.d.t)

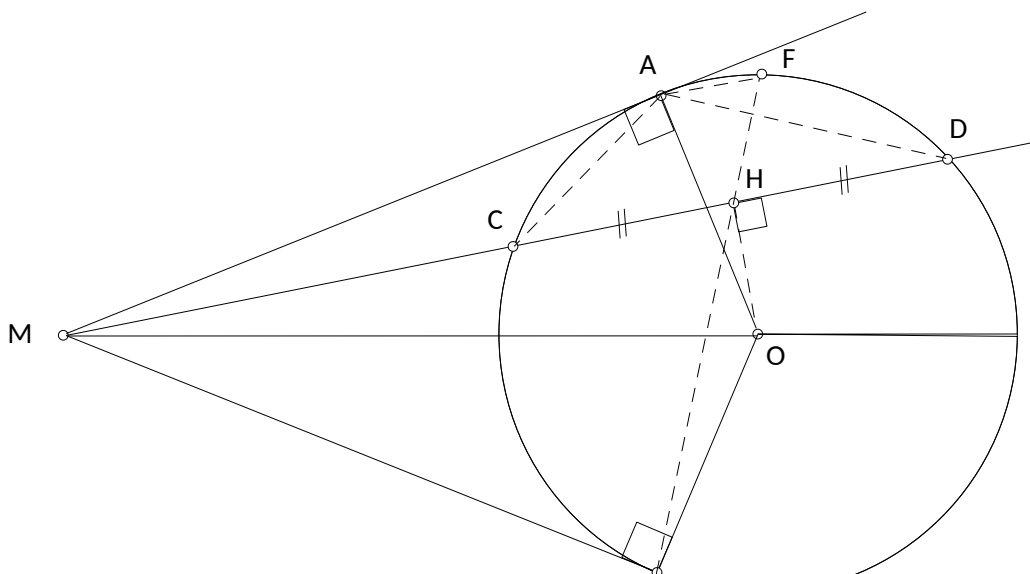
Bài IV. Gọi x (km/h) là vận tốc dòng nước (ĐK: $0 < x < 12$)

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{30}{12+x} + \frac{30}{12-x} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow x^2 = 9$

Giải phương trình trên được: $x = -3$ (loại) hoặc $x = 3$ nhận

Vận vận tốc của dòng nước là 3 (km/h)

Bài V



a) **Chứng minh:** Tứ giác MAOB nội tiếp

Tứ giác MAOB có:

$$\angle MAO = 90^\circ \text{ (gt); } \angle MBO = 90^\circ \text{ (gt); } \angle MAO; \angle MBO \text{ đối nhau; } \angle MAO + \angle MBO = 180^\circ$$

Vậy tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn đường kính AO.

b) Chứng minh: $MA^2 = MC.MD$

Hai tam giác DMA và AMC có: $\angle M$ chung; $\angle MAC = \angle MDA$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cùng chắn cung AC) nên: $\triangle DMA \sim \triangle AMC$ (g-g)

$$\frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MA}$$

$$\Rightarrow MA^2 = MC.MD$$

c) **Chứng minh:** $AF \parallel CD$

Ta có: H là trung điểm của dây CD nên $OH \perp CD$ (Định lý quan hệ đường kính và dây)

Suy ra $\angle MHO = \angle MBO = 90^\circ$ nên tứ giác MHOB nội tiếp đường tròn.

$$\Rightarrow \angle MHB = \angle MOB \quad (1) \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung MB)}$$

OM là tia phân giác góc AOB (MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại M)

$$\Rightarrow \angle MOB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

$$\angle AFB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

Mà (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AB)

$$\Rightarrow \angle AFB = \angle MOB \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\angle AFB = \angle MHB$

Mà AFB và MHB là hai góc ở vị trí đồng vị nên suy ra $AF \parallel CD$.

Bài VI

+ Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 5 \cdot 13 = 65\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

+ Thể tích hình nón: $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ (cm)}$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

ĐỀ 133

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ

KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC 2012-2013

Môn Toán

(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Tin)

Thời gian làm bài : 150 phút không kể thời gian giao đề

Đề thi có 1 trang

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2.0 điểm)

a) Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{a^4 + 8b^2} + \sqrt{b^4 + 8a^2} = 6$$

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình

$$2x + 2xy + y = 5$$

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 4x + m^2 + 3m = 0$ (m là tham số)

a) Xác định các giá trị của m để phương trình có nghiệm

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 Thỏa mãn điều kiện

$A = x_1^2 + 4x_2 + 2x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất

Câu 3 (2,0 điểm)

Giải phương trình $x^4 + \sqrt{x^2 + 2012} = 2012$

Câu 4 (4,0 điểm)

Cho hai đường tròn (O_1, R_1) và (O_2, R_2) tiếp xúc ngoài tại A (với $R_1 > R_2$). Gọi AB và AC là hai đường kính của (O_1) và (O_2) . Dây cung MN vuông góc với BC tại trung điểm H của BC. Giải sử CN cắt (O_2) tại điểm thứ 2 D.

a) Chứng minh ba điểm M, A, D thẳng hàng

b) Chứng minh HD là tiếp tuyến của (O_2)

c) Tính bán kính R của đường tròn tiếp xúc ngoài với 2 đường tròn trên và tiếp xúc với tiếp tuyến chung của chúng .

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $ab + bc + ca = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{1+3a}{1+b^2} + \frac{1+3b}{1+c^2} + \frac{1+3c}{1+a^2} \geq 6$$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh.....SBD.....

Ghi chú : Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
BÌNH DƯƠNG
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ 134
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học 2014-2015
Môn thi : TOÁN CHUYÊN
Thời gian làm bài : 150 phút , Không kể thời gian giao đề

Bài 1: (1 điểm)

Chứng minh rằng: $x_0 = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} - \sqrt{6 - 3\sqrt{2 + \sqrt{3}}}$ là nghiệm của phương trình

$$x^4 - 16x^2 + 32 = 0.$$

Bài 2 : (1,5 điểm)

Cho đường thẳng (d): $y = mx + 2$ (m là tham số khác 0). Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) bằng $\frac{2}{3}$. Vẽ đường thẳng (d) trong mặt phẳng tọa độ với giá trị m tìm được.

Bài 3: (2 điểm)

- 1) Giải phương trình: $x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$
- 2) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 3(x^2 + y^2)$, biết $x^2 + y^2 = xy + 12$

Bài 4: (2 điểm)

- 1) Tìm m để phương trình $x^2 - 2x - |x-1| + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.
- 2) Cho phương trình $mx^2 + x + m - 1 = 0$. Xác định m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1 ;

$$x_2 \text{ thỏa mãn } \left| \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right| > 1$$

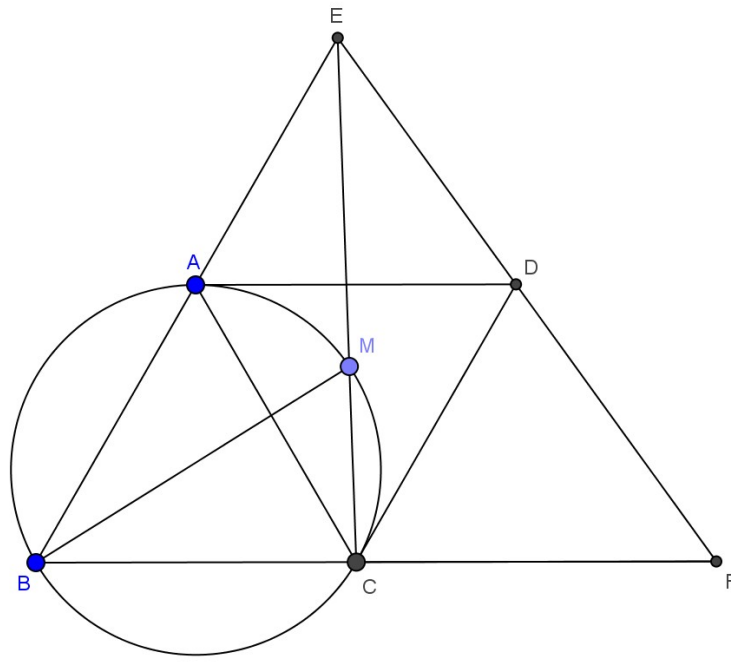
Bài 5: (3,5 điểm)

- 1) Cho đường tròn (O) và một điểm M cố định bên ngoài đường tròn. Một đường thẳng (d) qua M cắt đường tròn (O) tại A và B ($MA < MB$, (d) không đi qua O). Gọi C là giao điểm của hai tiếp tuyến kẻ từ A và B.
 - a) Chứng minh rằng điểm O nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
 - b) Gọi D là giao điểm (khác O) giữa OM và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh : $MA.MB = MD.MO$
 - c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC luôn đi qua 2 điểm cố định khi đường thẳng (d) quay quanh M.
- 2) Cho tam giác đều ABC, (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Điểm M thay đổi, thuộc cung nhỏ AC của đường tròn tâm (O) (M khác A và C). CM cắt AB tại E, AM cắt BC tại F. Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt đường thẳng EF tại D. Chứng minh EF luôn đi qua điểm cố định D khi M thay đổi.

.....Hết

Bài 5:**2) (Lê Bảo Hiệp)**

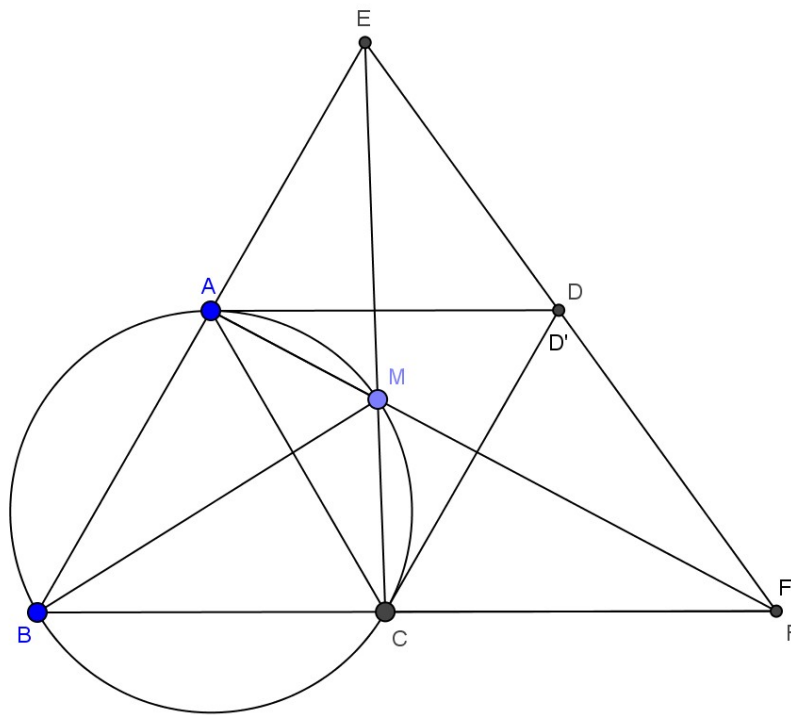
*** Phân tích:**



Sau khi vẽ hình ta nhận thấy ABCD là hình bình hành. Vì A, B, C cố định nên để chứng minh D cố định ta sẽ chứng minh ABCD là hình bình hành.

Tác giả đã thử vẽ thêm đường song song, sử dụng tam giác đồng dạng,... nhưng đều thất bại (gần như bỏ cuộc 😊) Nhận thấy A và C vai trò như nhau nên nếu ta không vẽ đường thẳng song song từ A mà vẽ từ C cắt EF tại D' thì điểm D' này có tính chất như D. Do đó tác giả nghĩ đến việc vẽ hình bình hành ABCD' và tìm cách chứng minh EF đi qua D'. Tuy nhiên để chứng minh EF đi qua D' thì có vẻ rất khó (tác giả đang định sử dụng định lý Ceva hoặc Menelaus). Ta sẽ thay đổi một chút. Thay vì chứng minh EF đi qua D' ta sẽ chứng minh ED' đi qua F, tức là chứng minh giao điểm của ED' và BC trùng với F.

Thật vậy, gọi F' là giao điểm của ED' và BC .



Để chứng minh F' trùng F ta sẽ chứng minh A, M, F' thẳng hàng. Ta nhận thấy A, M, F' là 3 điểm nằm trên các cạnh hoặc đường nối dài cạnh của tam giác BCE . Ta nghĩ ngay đến việc sử dụng định lý Menelaus.

Theo định lý Menelaus, ta cần chứng minh:
$$\frac{AB}{AE} \cdot \frac{ME}{MC} \cdot \frac{F'C}{F'B} = 1$$

Vì $ABCD'$ là hình bình hành nên ta có: $CD' = AB$ và $CD' \parallel AB$

Do đó:
$$\frac{F'C}{F'B} = \frac{CD'}{BE} = \frac{AB}{BE}$$

$\triangle EAM$ đồng dạng $\triangle ECB \Rightarrow \frac{AE}{CE} = \frac{ME}{BE} \Rightarrow AE \cdot BE = ME \cdot CE$

Điều phải chứng minh tương đương với:

$$\frac{AB^2 \cdot ME}{ME \cdot CE \cdot MC} = 1 \Leftrightarrow \frac{AB^2}{CE \cdot MC} = 1 \Leftrightarrow AB^2 = CE \cdot MC \Leftrightarrow BC^2 = CE \cdot MC$$
 (điều này đúng vì $\triangle BCM$ đồng dạng $\triangle ECB$)

Vậy ta đã chứng minh được EF đi qua D' . Ta chỉ cần chứng minh thêm D' trùng D .

Điều này rất dễ vì D và D' đều là giao điểm của EF và đường thẳng qua A song song BC).

Bài toán đã được chứng minh.

SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO

THÁI BÌNH

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2017 – 2018

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tìm m để hàm số $y = (3m - 2)x + 2017$ đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x + y) + (x + 2y) = -2 \\ 3(x + y) + (x - 2y) = 1 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \frac{3x + 5\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x sao cho $P = -\frac{1}{2}$.

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - (m - 1)x - m^2 + m - 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình với $m = -1$.

b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), khi đó tìm m để $|x_2| - |x_1| = 2$.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn ($AB < AC$), dựng AH vuông góc với BC tại điểm H. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB và AC. Đường thẳng MN cắt đường thẳng BC tại điểm D. Trên nửa mặt phẳng bờ CD chứa điểm A vẽ nửa đường tròn đường kính CD. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt nửa đường tròn trên tại điểm E.

a) Chứng minh tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{EBM} = \widehat{DNH}$.

c) Chứng minh $DM.DN = DB.DC$.

d) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNE. Chứng minh $OE \perp DE$.

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho tam giác ABC, M là điểm bất kì nằm trong tam giác. Kéo dài AM cắt BC tại P, BM cắt AC tại Q, CM cắt AB tại K. Chứng minh: $MA.MB.MC \geq 8MP.MQ.MK$

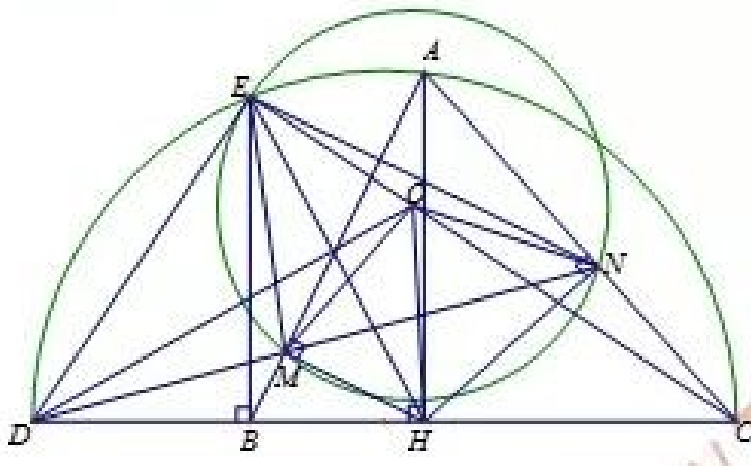
--- HẾT ---

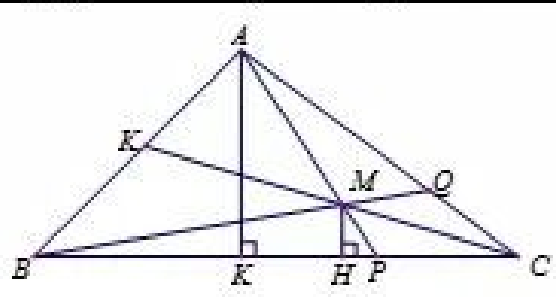
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN THAM KHẢO
(THẦY ĐẠI GIỚI THIỆU)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	a) Tìm m để hàm số $y = (3m - 2)x + 2017$ đồng biến trên tập R.	2,0
	b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x+y) + (x+2y) = -2 \\ 3(x+y) + (x-2y) = 1 \end{cases}$	
	a) Hàm số đã cho đã cho đồng biến trên tập R $\Leftrightarrow 3m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{2}{3}$	0,75
	Vậy với $m > \frac{2}{3}$ thì hàm số đã cho đồng biến trên tập R.	0,25
	b) Ta có: $\begin{cases} (x+y) + (x+2y) = -2 \\ 3(x+y) + (x-2y) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+x+2y = -2 \\ 3x+3y+x-2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y = -2 \\ 4x+y = 1 \end{cases}$	0,25
2	$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+6y = -4 \\ 4x+y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = -5 \\ 4x+y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ 4x-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,5
	Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (\frac{1}{2}; -1)$	0,25
	Cho biểu thức: $P = \frac{3x+5\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$).	2,0
	a) Rút gọn biểu thức P.	
	b) Tìm x sao cho $P = -\frac{1}{2}$.	0,25
	a) Với $x \geq 0, x \neq 1$, ta có:	
	$P = \frac{3x+5\sqrt{x}-4 - (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+3)^2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$P = \frac{3x+5\sqrt{x}-4-x+1-x-6\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$P = \frac{x-\sqrt{x}-12}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$P = \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$	0,25
	Vậy với $x \geq 0, x \neq 1$ thì $P = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$.	0,25
	b) Với $x \geq 0, x \neq 1$ thì $P = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2(\sqrt{x}-4) = -(\sqrt{x}-1)$	0,25
	$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}-8 = -\sqrt{x}+1 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9 \text{ (thỏa mãn } x \geq 0, x \neq 1)$	0,25

	Vậy với $x = 9$ thì $P = -\frac{1}{2}$.	0,25
3	Cho phương trình: $x^2 - (m - 1)x - m^2 + m - 1 = 0$ (1) a) Giải phương trình với $m = -1$. b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), khi đó tìm m để $x_2 - x_1 = 2$.	2,0
	a) Với $m = -1$ thì phương trình (1) trở thành: $x^2 + 2x - 3 = 0$	0,25
	Có $a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$ nên phương trình trên có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = -3$	0,5
	Vậy với $m = -1$ thì (1) có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1; x_2 = -3$.	0,25
	b) Xét (1) có:	0,25
	$a.c = -m^2 + m - 1 = -(m - \frac{1}{2})^2 - \frac{3}{4} < 0 \forall m$ (vì $-(m - \frac{1}{2})^2 \leq 0 \forall m, -\frac{3}{4} < 0$)	0,25
	Do đó (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu ($x_1 < 0 < x_2$).	0,25
	Áp dụng định lý Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = -m^2 + m - 1 \end{cases}$	0,25
	Ta có: $ x_2 - x_1 = 2 \Leftrightarrow x_2 + x_1 = 2$ (vì $x_1 < 0 < x_2$)	0,25
	$\Leftrightarrow m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = 3$	0,25
	Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm.	0,25
5	Cho ΔABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), dựng AH vuông góc với BC tại điểm H. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB và AC. Đường thẳng MN cắt đường thẳng BC tại điểm D. Trên nửa mặt phẳng bờ CD chứa điểm A vẽ nửa đường tròn đường kính CD. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt nửa đường tròn trên tại điểm E. a) Chứng minh tứ giác $AMHN$ là tứ giác nội tiếp. b) Chứng minh $\widehat{EBM} = \widehat{DNH}$. c) Chứng minh $DM.DN = DB.DC$. d) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNE. Chứng minh $OE \perp DE$.	3,5

		
	a) Vì M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB và AC $\Rightarrow HM \perp AB$ tại M, $HN \perp AC$ tại N	0,25
	$\Rightarrow \widehat{AMH} = \widehat{ANH} = 90^\circ$	0,25
	Xét tứ giác AMHN có: $\widehat{AMH} + \widehat{ANH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
	Do đó tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp	0,25
	b) Ta có: $EB \perp CD$ (gt), $AH \perp DC$ (vì $AH \perp BC$ (gt)) $\Rightarrow EB \parallel AH$	0,25
	$\Rightarrow \widehat{EBM} = \widehat{MAH}$ (hai góc so le trong) (1)	0,25
	Tứ giác AMNH là tứ giác nội tiếp (cmt)	0,25
	$\Rightarrow \widehat{MAH} = \widehat{MNH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MH) (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{EBM} = \widehat{MNH}$ hay $\widehat{EBM} = \widehat{DNH}$ (đpcm).	0,25
	c) Tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp	0,25
	$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{AHN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN)	0,25
	Mà $\widehat{DMB} = \widehat{AMN}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{DMB} = \widehat{AHN}$ (3)	0,25
	$\triangle AHC$ vuông tại H có $HN \perp AC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AHN} = \widehat{ACH}$ (cùng phụ với $\widehat{NHC}$)	0,25
	Hay $\widehat{AHN} = \widehat{DCN}$ (4)	0,25
	Từ (3) và (4) suy ra: $\widehat{DMB} = \widehat{DCN}$	0,25
	Xét $\triangle DMB$ và $\triangle DCN$ có: $\widehat{NDC}$ chung; $\widehat{DMB} = \widehat{DCN}$ (cmt)	0,25
	$\Rightarrow \triangle DMB \sim \triangle DCN$ (g-g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{DM}{DC} = \frac{DB}{DN}$	0,25
	Vậy $DM \cdot DN = DB \cdot DC$ (đpcm).	
	d) $\triangle EDC$ nội tiếp đường tròn đường kính $CD \Rightarrow \triangle EDC$ vuông tại E.	0,25
	$\triangle EDC$ vuông tại E có $EB \perp CD$ (gt) nên áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông	0,25
	$\Rightarrow DE^2 = DB \cdot DC$	0,25
	Mà $DM \cdot DN = DB \cdot DC$ (cmt) $\Rightarrow DE^2 = DM \cdot DN \Rightarrow \frac{DE}{DM} = \frac{DN}{DE}$	0,25

	Xét $\triangle DEM$ và $\triangle DNE$ có: $\widehat{EDN}$ chung; $\frac{DE}{DM} = \frac{DN}{DE}$ (cmt) $\Rightarrow \triangle DEM \sim \triangle DNE$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{DEM} = \widehat{DNE}$ Xét đường tròn (O) có: $\widehat{DEM} = \widehat{DNE}$ và tia EM nằm giữa hai tia ED và EN Do đó DE là tiếp tuyến của đường tròn (O). Vậy $DE \perp OE$ (đpcm).	0,25
5	Cho tam giác ABC, M là điểm bất kì nằm trong tam giác. Kéo dài AM cắt BC tại P, BM cắt AC tại Q, CM cắt AB tại K. Chứng minh: $MA \cdot MB \cdot MC \geq 8MP \cdot MQ \cdot MK$  Kẻ $MH \perp BC$, $AK \perp BC \Rightarrow MH \parallel AK \Rightarrow \frac{MH}{AK} = \frac{MP}{AP}$ (hệ quả định lý Talet) Lại có: $\frac{MH}{AK} = \frac{\frac{1}{2}MH \cdot BC}{\frac{1}{2}AK \cdot BC} = \frac{S_{MBC}}{S}$ (với $S = S_{ABC}$) $\Rightarrow \frac{MP}{AP} = \frac{S_{MBC}}{S}$. Chứng minh tương tự, ta có: $\frac{MQ}{BQ} = \frac{S_{MAC}}{S}$; $\frac{MK}{CK} = \frac{S_{MAB}}{S}$ Suy ra: $\frac{MP}{AP} + \frac{MQ}{BQ} + \frac{MK}{CK} = \frac{S_{MBC}}{S} + \frac{S_{MAC}}{S} + \frac{S_{MAB}}{S} = 1$. Đặt $x = \frac{MP}{AP}$, $y = \frac{MQ}{BQ}$, $z = \frac{MK}{CK}$ thì $x, y, z > 0$ và $x + y + z = 1$. Bất đẳng thức đã cho tương đương với: $\frac{MA}{MP} \cdot \frac{MB}{MQ} \cdot \frac{MC}{MK} \geq 8 \Leftrightarrow \left(\frac{AP}{MP} - 1\right) \left(\frac{BQ}{MQ} - 1\right) \left(\frac{CK}{MK} - 1\right) \geq 8 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{x} - 1\right) \left(\frac{1}{y} - 1\right) \left(\frac{1}{z} - 1\right) \geq 8$ $\Leftrightarrow \frac{1}{xyz} - \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right) + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - 1 \geq 8 \Leftrightarrow \frac{1}{xyz} - \frac{x+y+z}{xyz} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - 1 \geq 8$ $\Leftrightarrow \frac{1}{xyz} - \frac{1}{xyz} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - 1 \geq 8 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq 9 \Leftrightarrow (x+y+z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 9$ (vì $x + y + z = 1$)	0,5

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{x} + 1 + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} + 1 \geq 9 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2\right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y} - 2\right) + \left(\frac{z}{x} + \frac{x}{z} - 2\right) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-y)^2}{xy} + \frac{(y-z)^2}{yz} + \frac{(z-x)^2}{zx} \geq 0$$

Bất đẳng thức cuối cùng hiển nhiên đúng.

vì $x, y, z > 0$ và $(x-y)^2 \geq 0, (y-z)^2 \geq 0, (z-x)^2 \geq 0 \forall x, y, z \geq 0$.

$$\text{Đều bằng xảy ra} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{MP}{AP} = \frac{MQ}{BQ} = \frac{MK}{CK} = \frac{1}{3}$$

$\Leftrightarrow M$ là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Vậy $MA \cdot MB \cdot MC \geq MP \cdot MQ \cdot MK$.

0,25

Sống trong đời cần có một tấm lòng,

Để làm gì em biết không?

Để gió cuốn đi, để gió cuốn đi...

"Trịnh Công Sơn"

Đề chính thức

Môn thi: **TOÁN**
Thời gian: **120 phút** (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: **01/7/2010**

Bài 1: (1,5 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $3(x - 1) = 2 + x$ b) $x^2 + 5x - 6 = 0$

Bài 2: (2,0 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 - x + 1 - m$ (m là tham số).
Tìm điều kiện của m để phương trình đã cho có nghiệm.

b) Xác định các hệ số a, b biết rằng hệ phương trình

$$\begin{aligned} ax + 2y &= 2 \\ bx - ay &= 4 \end{aligned}$$

có nghiệm ($\sqrt{2}, -\sqrt{2}$).

Bài 3: (2,5 điểm)

Một công ty vận tải điều một số xe tải để chở 90 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 2 xe bị hỏng nên để chở hết lượng hàng thì mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi số xe được điều đến chở hàng là bao nhiêu ? Biết rằng khối lượng hàng chở ở mỗi xe là như nhau.

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Kẻ các đường cao BB' và CC' (B' ∈ cạnh AC, C' ∈ cạnh AB). Đường thẳng B'C' cắt đường tròn tâm O tại hai điểm M và N (theo thứ tự N, C', B', M).

- a) Chứng minh tứ giác BC'B'C là tứ giác nội tiếp.
- b) Chứng minh AM = AN.
- c) $AM^2 = AC' \cdot AB$

Bài 5: (1,0 điểm). Cho các số a, b, c thỏa mãn các điều kiện $0 < a < b$ và phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ vô

nghiệm. Chứng minh rằng: $\frac{a+b+c}{b-a} > 3$

Gợi ý giải

Môn thi: **TOÁN**
Thời gian: **120 phút** (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: **01/7/2010**

Bài 1: (1,5 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $3(x - 1) = 2 + x$

$3x - 3 = 2 + x$

$2x = 5$

Vậy $x = \frac{5}{2}$

b) $x^2 + 5x - 6 = 0$

Ta có : $a + b + c = 1 + 5 - 6 = 0$ Nên pt có hai nghiệm là $x_1 = 1$; $x_2 = -6$

Bài 2: (2,0 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 - x + 1 - m$ (m là tham số).

Tìm điều kiện của m để phương đã cho có nghiệm.

Ta có $\Delta = 1 - 4(1 - m) = 4m - 3$

Để pt có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 4m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}$

b) Xác định các hệ số a, b biết rằng hệ phương trình

$$ax + 2y = 2$$

$$bx - ay = 4$$

có nghiệm $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$.

Ta có $a\sqrt{2} + 2(-\sqrt{2}) = 2$

$$a = \sqrt{2} + 2$$

$$b(\sqrt{2}) - a(-\sqrt{2}) = 4 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow b = \sqrt{2} - 2$$

Bài 3: (2,5 điểm)

Một công ty vận tải điều một số xe tải để chở 90 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 2 xe bị hỏng nên để chở hết lượng hàng thì mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi số xe được điều đến chở hàng là bao nhiêu ? Biết rằng khối lượng hàng chở ở mỗi xe là như nhau.

Gọi x (xe) là số xe tải dự định điều đến để chở hàng . ĐK : $x \in \mathbb{N}, x > 2$

Theo dự định mỗi xe chở : $\frac{90}{x}$ (tấn) . Thực tế mỗi xe phải chở $\frac{90}{x-2}$ (tấn)

Vì thực tế mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn nên ta có pt: $\frac{90}{x-2} - \frac{90}{x} = 0,5$

Giải pt ta được $x_1 = 20$ (TMĐK) ; $x_2 = -18$ (loại).

Vậy số xe tải dự định điều đến để chở hàng là 20 chiếc

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Kẻ các đường cao BB' và CC' (B' ∈ cạnh AC, C' ∈ cạnh AB). Đường thẳng B'C' cắt đường tròn tâm O tại hai điểm M và N (theo thứ tự N, C', B', M).

a) Chứng minh tứ giác BC'B'C là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh AM = AN.

c) $AM^2 = AC' \cdot AB$

a) C' và B' cùng nhìn B, C dưới những góc vuông nên tứ giác BC'B'C là tứ giác nội tiếp.

b) BC'B'C là tứ giác nội tiếp nên ta có
= (cùng bù)

Nhưng : $\angle C'AM = \angle C'BN$

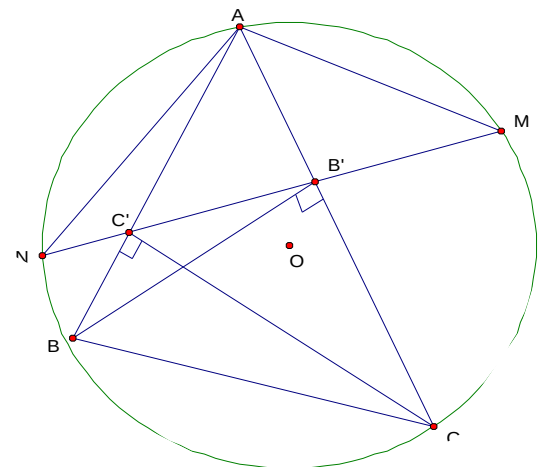
$$\angle C'AM = \angle C'BN$$

Suy ra $\angle C'AM = \angle C'BN$

c)

$$\Delta C'AM \sim \Delta ABM (g.g) \Rightarrow \frac{AM}{AC'} = \frac{AM}{AB}$$

$$\text{Hay } AM^2 = AC' \cdot AB$$



Bài 5: (1,0 điểm). Cho các số a, b, c thỏa mãn các điều kiện $0 < a < b$ và phương trình

$ax^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm. Chứng minh rằng: $\frac{a+b+c}{b-a} > 3$

Ta có $(b-c)^2 \geq 0 \Rightarrow b^2 \geq 2bc - c^2$

Vì pt $ax^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm nên có $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ (do $a > 0$; $b > 0$ nên $c > 0$)

$\Rightarrow b^2 < 4ac \Leftrightarrow 2bc - c^2 < 4ac$

$\Leftrightarrow 4a > 2b - c \Leftrightarrow a + b + c > 3b - 3a \Leftrightarrow \frac{a+b+c}{b-a} > 3$ (Đpcm)

ĐỀ 137

Đề ôn thi vào lớp 10 môn Toán (số 3)

Bài 1: Cho $A = \frac{1}{2(1 + \sqrt{x+2})} + \frac{1}{2(1 - \sqrt{x+2})}$

- Tìm x để A có nghĩa
- Rút gọn A
- Tìm các giá trị của x để A có giá trị dương

Bài 2:

a. Giải phương trình: $x^4 + 24x^2 - 25 = 0$

b. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 9x + 8y = 34 \end{cases}$

Bài 3: Cho phương trình: $x^2 - 2mx + (m - 1)^3 = 0$ với x là ẩn số, m là tham số(1)

- Giải phương trình (1) khi $m = -1$
- Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng bình phương của nghiệm còn lại.

Bài 4: Cho parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng (d): $2x + y - 4 = 0$

- Vẽ (P)
- Tìm tọa độ giao điểm A, B của (P) và (d) bằng đồ thị và bằng phép tính
- Gọi A', B' là hình chiếu của A, B trên trục hoành. Tính diện tích tứ giác ABB'A'.

Bài 5: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax và By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn này, kẻ tiếp tuyến thứ ba, cắt các tiếp tuyến Ax và By lần lượt ở E và F.

- Chứng minh AEMO là tứ giác nội tiếp
- AM cắt OE tại P, BM cắt OF tại Q. Tứ giác MPOQ là hình gì? Tại sao?
- Kẻ MH vuông góc với AB (H thuộc AB). Gọi K là giao điểm của MH và EB. So sánh MK với KH.
- Cho $AB = 2R$ và gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác EOF.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{3} < \frac{r}{R} < \frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Bài 1:

$$\text{a. A có nghĩa} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ \sqrt{x+2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x+2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -1 \end{cases} (*)$$

$$\text{b. A} = \frac{1}{2(1+\sqrt{x+2})} + \frac{1}{2(1-\sqrt{x+2})} = \frac{(1-\sqrt{x+2}) + (1+\sqrt{x+2})}{2[1-(\sqrt{x+2})^2]} = \frac{-1}{x+1}$$

$$\text{c. A có giá trị dương khi} \Leftrightarrow \frac{-1}{x+1} > 0 \Leftrightarrow x+1 < 0 \quad \text{và } x \text{ thỏa mãn } (*)$$
$$\Leftrightarrow x < -1 \text{ và } x \text{ thỏa mãn } (*)$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq x < -1$$

Bài 2:

a. Giải phương trình: $x^4 + 24x^2 - 25 = 0$

Đặt $t = x^2$, $t \geq 0$, phương trình đã cho trở thành: $t^2 + 24t - 25 = 0$

có $a + b + c = 0$ nên $t = 1$ hoặc $t = -25$, vì $t \geq 0$ ta chọn $t = 1$

Từ đó phương trình có hai nghiệm $x = -1$ và $x = 1$

b. Thế $y = 2x - 2$ vào phương trình $9x + 8y = 34$ ta được: $25x = 50$
 $\Leftrightarrow x = 2.$

Từ đó ta có $y = 2$

Nghiệm của hệ phương trình đã cho là $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$

Bài 3:

a) Phương trình: $x^2 - 2mx + (m-1)^3 = 0$ với x là ẩn số, m là tham số. (1)

Khi $m = -1$, phương trình đã cho có dạng $x^2 + 2x - 8 = 0$

$$\Delta' = 1 + 8 = 9$$

$$\sqrt{\Delta'} = 3$$

Phương trình có nghiệm: $x_1 = -1+3 = 2$; $x_2 = -1-3 = -4$

b. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - (m-1)^3 > 0 (*)$

Giả sử phương trình có hai nghiệm là u, u^2 thì theo định lý Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} u + u^2 = 2m & (1) \\ u \cdot u^2 = (m-1)^3 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) ta có $u = m - 1$, thay vào (1) ta được:

$$(m-1) + (m-1)^2 = 2m \Leftrightarrow m^2 - 3m = 0$$

$\Leftrightarrow m(m-3) = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = 3$: Cả hai giá trị này đều thỏa mãn điều kiện (*), tương ứng với $u = -1$ hoặc $u = 2$.

Vậy với $m \in \{0; 3\}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng bình

phương của nghiệm còn lại.

Bài 4:

a) Vẽ (P):

- Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ là parabol (P) đỉnh O, nhận Oy làm trục đối xứng, nằm phía trên trục hoành

b) *Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng đồ thị:

- Đường thẳng (d): $2x + y - 4 = 0$ hay $y = -2x + 4$

+ cắt trục tung tại điểm (0;4)

+ cắt trục hoành tại điểm (2;0)

Nhìn đồ thị ta có (P) và (d) cắt nhau tại A(-2; 8). B(1;2)

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là A(-2; 8). B(1;2)

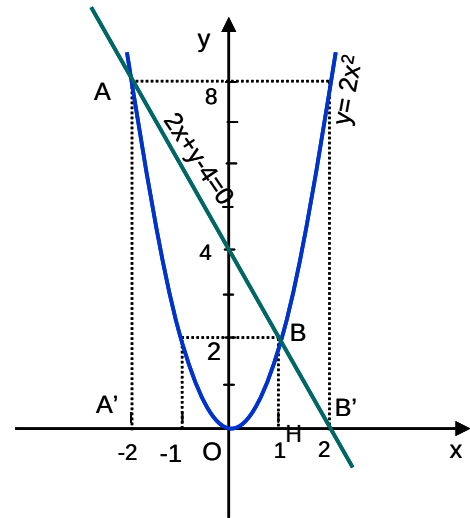
*Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính:

Hoàn chỉnh giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

$$2x^2 = -2x + 4 \text{ hay: } 2x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \text{ có } a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0$$

nên có nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = -2$; suy ra: $y_1 = 2$; $y_2 = 8$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là A(-2; 8). B(1;2)



c) Hình thang AA'B'B có AA' = 8; BB' = 2; đường cao A'H = 3 nên có diện tích:

$$S = \frac{(8 + 2) \cdot 3}{2} = 15 \quad (\text{đơn vị diện tích})$$

Bài 4:

a. Tứ giác AEMO có:

$$\widehat{EAO} = 90^\circ \text{ (AE là tiếp tuyến)}$$

$$\widehat{EMO} = 90^\circ \text{ (EM là tiếp tuyến)}$$

$$\widehat{EAO} + \widehat{EMO} = 180^\circ$$

$\Rightarrow$

Vậy: Tứ giác AEMO là tứ giác nội tiếp

b. Ta có: $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$AM \perp OE \text{ (EM và EA là 2 tiếp tuyến)} \Rightarrow \widehat{MPO} = 90^\circ$$

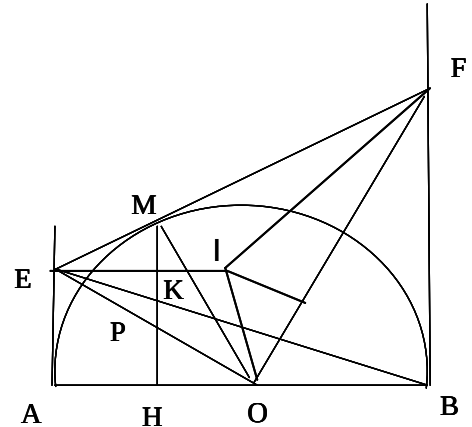
Tương tự, $\text{MQO} = 90^\circ$

⇒ Tứ giác MPOQ là hình chữ nhật

c. Ta có : $MK \parallel BF$ (cùng vuông góc AB)

$$\Rightarrow \Delta EMK \stackrel{\circ}{\sim} \Delta EFB \Rightarrow \frac{EM}{EF} = \frac{MK}{BF}$$

$$\Rightarrow \frac{EM}{MK} = \frac{EF}{FB}$$



Vì MF = FB (MF và FB là hai tiếp tuyến) nên: $\frac{EM}{MK} = \frac{EF}{MF}$ (1)

Áp dụng định lí Ta-let ta có: $\frac{EF}{MF} = \frac{EB}{KB} \text{ (MK // BF)}; \frac{EB}{KB} = \frac{AB}{HB} \text{ (KH // EA)} \Rightarrow \frac{EF}{MF} = \frac{AB}{HB} \quad (2)$

Từ (1) (2) có: $\frac{EM}{MK} = \frac{AB}{HB}$ (3)

Mặt khác, $\Delta EAB \sim \Delta KHB$ (MH//AE) $\Rightarrow \frac{EA}{HK} = \frac{AB}{HB}$ (4)

Từ (3) (4) có: $\frac{EM}{MK} = \frac{EA}{HK}$

mà $EM = EA$ (EM và EA là 2 tiếp tuyến) do đó: $MK = KH$

d. Ta có OE là phân giác của $\widehat{AOM}$ (EA; EM là tiếp tuyến); OF là phân giác của $\widehat{MOB}$ (FB; FM là tiếp tuyến)

tiếp tuyến) mà $\widehat{AOM}$ và $\widehat{MOB}$ là hai góc kề bù nên $OE \perp OF \Rightarrow \triangle EOF$ vuông ($\widehat{EOF} = 90^\circ$). OM là đường cao và $OM = R$

Gọi độ dài 3 cạnh của $\triangle EOF$ là a, b, c . I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle EOF$. Ta có: $S_{EOF} = S_{EIF} + S_{OIF}$

$$+ S_{EIO} = \frac{1}{2}r.EF + \frac{1}{2}r.OF + \frac{1}{2}r.OE$$

$$\frac{1}{2}r.(EF + OF + OE) = \frac{1}{2}r.(a + b + c)$$

Mặt khác: $S_{\text{EOF}} = \frac{1}{2} \text{OM.EF} = \frac{1}{2} aR$

$$\Rightarrow aR = r(a + b + c)$$

$$\Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{a}{a+b+c} \quad (1)$$

Áp dụng bất đẳng thức trong $\triangle EOF$ ta có: $b+c > a \Rightarrow a+b+c > 2a$

$$\Rightarrow \frac{1}{a+b+c} < \frac{1}{2a} \Rightarrow \frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác } b < a, c < a \Rightarrow a+b+c < 3a \Rightarrow \frac{1}{a+b+c} > \frac{1}{3a}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{a+b+c} > \frac{a}{3a} = \frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1); (2); (3) ta có: } \frac{1}{3} < \frac{r}{R} < \frac{1}{2}$$

*Ghi chú: Câu 3b và 4d là câu nâng cao, chỉ áp dụng cho trường chuyên.

*Chúc các em ôn tập tốt, tự tin, bình tĩnh, chính xác khi làm bài thi và đạt kết quả tốt đẹp nhất!

ĐỀ 138

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH YÊN BÁI

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM 2011

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN

Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: **04/3/2011**

(Đề thi có 01 trang, gồm 5 câu)

Câu 1. (3,0 điểm)

Tìm số có 2 chữ số biết rằng nó bằng lập phương của một số tự nhiên và tổng 2 chữ số của nó bằng bình phương của số tự nhiên đó.

Câu 2. (4,0 điểm)

Một người đi xe máy và một người đi xe đạp cùng khởi hành lúc 7 giờ sáng từ địa điểm A đi đến B. Vận tốc của xe máy lớn hơn vận tốc của xe đạp là 36 km/h. Người đi xe máy đến B nghỉ tại đó nửa giờ rồi quay về A thì gặp người đi xe đạp tại C là điểm chính giữa quãng đường AB. Người đi xe đạp nghỉ tại C nửa giờ rồi đi tiếp đến B lúc 11 giờ 30 phút. Tính chiều dài quãng đường AB và vận tốc của mỗi người.

Câu 3. (5,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O, R). Các đường cao BD và CK cắt đường tròn (O, R) theo thứ tự tại E và F ($D \in AC$; $K \in AB$). Chứng minh:

a) $DK \parallel EF$

b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADK$ không đổi khi A di động trên cung lớn BC của (O, R).

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho ΔABC ngoại tiếp đường tròn (O, R) . Đường tròn tâm O' đi qua ba điểm B, O, C cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại D và E .

Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O, R) .

Câu 5. (5,0 điểm)

a) Với giá trị nào của x, y thì biểu thức $P = 2x^2 + 9y^2 - 6xy + 2x - 30y + 2052$ có giá trị nhỏ nhất ?
Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

b) Cho $a^3 + b^3 = 2$. Chứng minh rằng $a + b \leq 2$

.....Hết.....

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính

- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....

Chữ kí giám thị số 2: Chữ kí giám thị số 1:

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH YÊN BÁI**

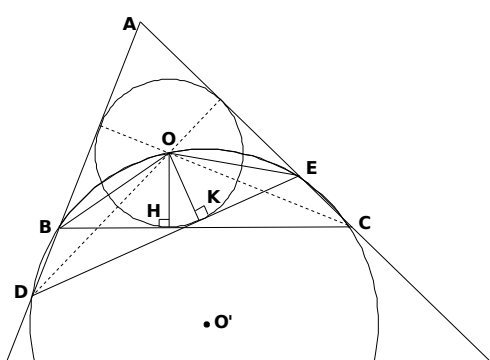
**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM 2011**

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

(Đề chính thức)

Câu	Sơ lược cách giải	Điểm
1	Tìm số có 2 chữ số biết rằng nó bằng lập phương của một số tự nhiên và tổng 2 chữ số của nó bằng bình phương của số tự nhiên đó.	3,0
	Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$, theo bài ra ta có $\overline{ab} = k^3$ và $a + b = k^2$ ($k \in \mathbb{N}^*$)	0,5
	Vì $1 \leq a + b \leq 18 \Rightarrow 1 \leq k^2 \leq 18 \Rightarrow 1 \leq k \leq 4$ (1)	0,75
	Lại có $\overline{ab} \geq 10 \Rightarrow k^3 \geq 10 \Rightarrow k \geq 3$ (2). Từ (1) và (2) $\Rightarrow k \in \{3, 4\}$	0,75
	* $k = 3 \Rightarrow 3^3 = 27$ và $2 + 7 = 9 = 3^2$ (thỏa mãn) * $k = 4 \Rightarrow 4^3 = 64$ và $4 + 6 = 10 \neq 4^2$ (không thỏa mãn)	0,5 0,5
	Vậy số cần tìm là $\overline{ab} = 27$	
	Một người đi xe máy và một người đi xe đạp cùng khởi hành lúc 7 giờ sáng từ địa điểm A đi đến B. Vận tốc của xe máy lớn hơn vận tốc của xe đạp là 36 km/h. Người đi xe máy đến B nghỉ tại đó nửa giờ rồi quay về A thì gặp người đi xe đạp tại C là điểm chính giữa quãng đường AB. Người đi xe đạp nghỉ tại C nửa giờ rồi đi tiếp đến B lúc 11 giờ 30 phút. Tính chiều dài quãng đường AB và vận tốc của mỗi người.	4,0

2	Gọi chiều dài đoạn đường AB là x (đơn vị: km; đk: $x > 0$), vận tốc người đi xe đạp là y (đơn vị: km/h; đk: $y > 0$) khi đó vận tốc của người đi xe máy là $(y + 36)$ km/h. Khi 2 xe gặp nhau tại C, ta có phương trình: $\frac{x}{2y} = \frac{3x}{2(y+36)} + \frac{1}{2}$ (1) Vì xe đạp đến B lúc 11 giờ 30 phút nên ta có pt: $\frac{x}{y} + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2y} = \frac{3x}{2(y+36)} + \frac{1}{2} \\ \frac{x}{y} + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3x+y+36}{y+36} \\ \frac{x}{y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=36 \\ x=4y \end{cases}$ Giải hệ pt tìm được $y=12$, $x=48$ (t/m đk). Vậy quãng đường AB dài 48km và vận tốc của người đi xe đạp là 12km/h, vận tốc của người đi xe máy là 48km/h.	0,5 0,75 0,75 1,5 0,5
3	Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn (O, R). Các đường cao BD và CK cắt đường tròn (O, R) theo thứ tự tại E và F ($D \in AC$; $K \in AB$). Chứng minh: a) $DK \parallel EF$ b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔADK không đổi khi A di động trên cung lớn BC của (O, R). a) Vì 4 điểm B, C, D, K cùng thuộc đường tròn đường kính BC $\Rightarrow \widehat{BDK} = \widehat{BCK}$ (hệ quả 2 của góc nội tiếp) (1) Tương tự, trong (O, R) có $\widehat{BEF} = \widehat{BCF}$ hay $\widehat{BEF} = \widehat{BCK}$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{BDK} = \widehat{BEF}$, mà chúng ở vị trí đồng vị $\Rightarrow DK \parallel EF$ b) Gọi A' là giao của AO với (O, R), H là giao của BD với CK, I là giao của $A'H$ với BC $\Rightarrow AA'$ là đường kính của (O, R), H là trực tâm của ΔABC nên dễ dàng chứng minh được tứ giác BHCA' là hình bình hành (dấu hiệu 1) $\Rightarrow I$ là giao của 2 đường chéo hình bình hành nên I là trung điểm của BC và $A'H \Rightarrow \Delta AA'H$ có OI là đường trung bình.	5,0 0,5 0,5 0,5 0,5 1,0

	$\Rightarrow AH = 2.OI$; Vì O, B, C, I cố định $\Rightarrow$ độ dài OI không đổi $\Rightarrow$ AH có độ dài không đổi khi A di động trên cung lớn BC t/m đk đề bài (3). Mặt khác có ADH và AKH là 2 tam giác vuông có chung cạnh huyền AH $\Rightarrow$ 4 điểm A, D, H, K cùng thuộc đường tròn đường kính AH $\Rightarrow$ AH là đường kính của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADK$ (4) . Từ (3) và (4) $\Rightarrow$ đpcm. (Chú ý: Lời giải trong đk có thể h/s chưa được học về tứ giác nội tiếp)	1,0 1,0
	Cho $\triangle ABC$ ngoại tiếp đường tròn (O, R). Đường tròn tâm O' đi qua ba điểm B, O, C cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại D và E. Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O, R).	3,0
4	Gọi H là giao của BC với (O, R), K là chân đường vuông góc hạ từ O xuống DE; vì O là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$ (gt) $\Rightarrow$ O là giao các phân giác trong của $\triangle ABC$. $\Rightarrow \angle ABO = \angle CBO \Rightarrow \widehat{BO} = \widehat{BB} + \widehat{BO} = \widehat{OC} \quad (1) \Rightarrow DO = OC$. Tương tự CO là p/g của $\angle ACB \Rightarrow \widehat{CO} = \widehat{EO} \Rightarrow \widehat{BO} = \widehat{EO} \quad (2) \Rightarrow BO = EO$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{DE} = \widehat{DO} + \widehat{EO} = \widehat{BO} + \widehat{OC} = \widehat{BC}$ hay $DE = BC$. $\Rightarrow \triangle ODE = \triangle OCB$ (c.c.c) mà OK, OH là hai đường cao thuộc hai cạnh tương ứng của 2 tam giác bằng nhau nên $OK = OH = R \Rightarrow DE$ là tiếp tuyến của (O, R). 	0,5 0,75 0,75 0,5 0,5
	a) Với giá trị nào của x, y thì biểu thức $P = 2x^2 + 9y^2 - 6xy + 2x - 30y + 2052$ có giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó. b) Cho $a^3 + b^3 = 2$. Chứng minh rằng $a + b \leq 2$	5,0
5	a) $P = 2x^2 + 9y^2 - 6xy + 2x - 30y + 2052$ $= (x^2 + 9y^2 + 25 - 6xy - 30y + 10x) + (x^2 - 8x + 16) + 2011$ $= (x - 3y + 5)^2 + (x - 4)^2 + 2011 \geq 2011$ Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow (x - 3y + 5)^2 = 0$ và $(x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4$ và $y = 3$ Vậy $\min P = 2011 \Leftrightarrow x = 4$ và $y = 3$	1,0 0,75 0,75

b) Giả sử $a + b > 2 \Rightarrow (a + b)^3 > 8 \Leftrightarrow a^3 + b^3 + 3ab(a + b) > 8$	0,5
$\Leftrightarrow 2 + 3ab(a + b) > 8 \Leftrightarrow ab(a + b) > 2$ hay $ab(a + b) > a^3 + b^3$	1,0
Chia hai vế cho số dương $a + b$ ta được $ab > a^2 - ab + b^2 \Leftrightarrow (a - b)^2 < 0$	0,5
Điều này không thể xảy ra. Vậy $a + b \leq 2$.	0,5
Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = 1$.	

Chú ý: Trên đây chỉ là gợi ý một hướng giải của bài toán do đó h/s làm theo cách khác đảm bảo tính chính xác và gọn vẫn cho điểm tối đa.

Điểm của toàn bài là điểm từng phần cộng lại không làm tròn số.

Phần hình học nếu h/s không vẽ hình hoặc vẽ sai thì không công nhận kết quả những chứng minh liên quan.

.....Hết.....

phòng giáo dục - @m
t

huy trùc nh

**@ chÝnh
th**

ĐỀ 139

thi chẵn học sinh giỏi huy

Năm học 2008 - 2009

M

Ngay thi: 10 tháng 12 năm 2008

*Thời gian làm bài 120 phút không kể thời
gian giao @*

Bài 1. (3,0 @i)

$$M = \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{3 + \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{5}}$$

a, Tính:

b, Khảo sát đồng biến sẽ và m, y tính h-y so s, nh:

$$A = \sqrt{2007} + \sqrt{2009} \quad \text{và} \quad B = 2\sqrt{2008}$$

Bài 2. (4,0 @i)

$$P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2} \quad \text{với } x > 0 \text{ và } x \neq 1$$

Cho biểu thức:

a, Rút gọn P.

$$P = \frac{2}{7}$$

b, Tìm x @

c, So sánh P^2 với $2P$

Bài 3. (3,5 @i)

$$a, \text{ Giải phương trình: } \sqrt{x-3} + \sqrt{5-x} = x^2 - 8x + 18$$

$$b, \text{ Cho } x, y \text{ là } c, c \text{ sẽ thỏa mãn: } (\sqrt{x^2+3}+x)(\sqrt{y^2+3}+y)=3$$

$$\text{H·y tính giá trị của biểu thức: } A = x^{2009} + y^{2009} + 1$$

Bài 4. (7,5 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) ngoại tiếp đường tròn ($O; R$). Tiếp tuyến ($O; R$) tiếp xúc với các cạnh BC, AB, AC lần lượt tại các điểm D, N, M. Kẻ đường kính DI của đường tròn ($O; R$). Qua I kẻ tiếp tuyến của đường tròn ($O; R$) cắt AB, AC lần lượt tại E, F.

a, Biết $AB = 8\text{cm}$, $AC = 11\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$. Tính chu vi của tam giác AEF.

b, Chứng minh $ED = IF$. $CD = R^2$.

c, Gọi P là trung điểm của BC, Q là giao điểm của AI và BC, K là trung điểm của AD. Chứng minh ba điểm K, O, P thẳng hàng và $AQ = 2KP$.

Bài 5. (2,0 điểm)

a, Với $a, b > 0$ chứng minh: $\frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$. Điều “=” xảy ra khi nào?

b, Cho x, y, z là 3 số dương thỏa mãn: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 8$

Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z}$

----- Hết -----

Hà tên thí sinh:

Chữ ký giám thị 1:

.....

.....

Sẽ bỏ danh :

Chữ ký giám thị 2:

.....

.....

phòng giáo dục - huyện
tân

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HẠC SINH GIẢI HUYỀN

Năm học 2008 - 2009

Môn Toán 9

Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian
giao bài

huyền trúc ninh

Bài 1. (3,0 điểm)

a, Tính: $M = \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

Ta có:	$\frac{M}{\sqrt{2}} = \frac{3-\sqrt{5}}{2+\sqrt{6+2\sqrt{5}}} + \frac{3+\sqrt{5}}{2-\sqrt{6-2\sqrt{5}}} = \frac{3-\sqrt{5}}{2+\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}} + \frac{3+\sqrt{5}}{2-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}$	0, 5	2,0 (đ)
--------	--	---------	------------

$= \frac{3 - \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5} + 1} + \frac{3 + \sqrt{5}}{2 - \sqrt{5} - 1 } = \frac{3 - \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5} + 1} + \frac{3 + \sqrt{5}}{2 - \sqrt{5} + 1} = \frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} + \frac{3 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \quad (\text{vì } \sqrt{5} > 1)$	0,5	
$= \frac{(3 - \sqrt{5})^2 + (3 + \sqrt{5})^2}{(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})} = \frac{9 - 6\sqrt{5} + 5 + 9 + 6\sqrt{5} + 5}{9 - 5} = \frac{28}{4} = 7$	0,5	
$\Rightarrow M = 7\sqrt{2}$	0,5	

b, Kh«ng sø dông b¶ng sè vµ m, y t¶nh h·y so s, nh: $A = \sqrt{2007} + \sqrt{2009}$ vµ $B = 2\sqrt{2008}$

Ta c¶ $A = \sqrt{2007} + \sqrt{2009}$ $= \sqrt{2008 - 1} + \sqrt{2008 + 1} = \sqrt{(\sqrt{2008 - 1} + \sqrt{2008 + 1})^2}$	0,5	1,0 ®
$= \sqrt{2 \cdot 2008 + 2\sqrt{2008^2 - 1}} < \sqrt{2 \cdot 2008 + 2\sqrt{2008^2}} = 2\sqrt{2008} \quad \text{V¶y } A < B.$	0,5	

Bµi 2.(4,0®iÓm)

a, Rót g¶n P.

Ta c¶ $P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2} \quad \text{v¶i } x > 0 \text{ vµ } x \neq 1$ $= \left(\frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ $= \left(\frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$	0,5	1,5 ®
$= \frac{x+2+\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}-1}{2} = \frac{x+2+x-\sqrt{x}-x-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}-1}$	0,5	
$= \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1} \quad \text{V¶y } P = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$	0,5	

b, T×m x ®Ó $P = \frac{2}{7}$

Ta c¶ $P = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$ (v¶i $x > 0; x \neq 1$) N¶n $P = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{2}{x+\sqrt{x}+1} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow x+\sqrt{x}+1=7 \Leftrightarrow x+\sqrt{x}-6=0$	0,5	1,25 ®
---	-----	-----------

$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 3) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 = 0 \quad (\forall x \sqrt{x} + 3 > 0 \text{ với mọi } x > 0)$ $\Leftrightarrow x = 4 \text{ (t/m ®k).}$	0,5	
$\text{Vẽy với } x = 4 \text{ thx } P = \frac{2}{7}$	0,2 5	

c, So sánh P^2 với $2P$

Ta cã $P = \frac{2}{x + \sqrt{x} + 1}$ (với $x > 0; x \neq 1$) Mµ $x + \sqrt{x} + 1 = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ với mọi $x > 0$, nãn $P = \frac{2}{x + \sqrt{x} + 1} > 0$ với mọi $x > 0$	0,5	1,25 ®
Ta lĩ cã $x + \sqrt{x} > 0$ với mọi $x > 0$ $\Rightarrow x + \sqrt{x} + 1 > 1 \Rightarrow \frac{1}{x + \sqrt{x} + 1} < 1 \Rightarrow P = \frac{2}{x + \sqrt{x} + 1} < 2$	0,5	
$\forall x P > 0$ vµ $P < 2$ nãn $P(P - 2) < 0 \Rightarrow P^2 - 2P < 0 \Rightarrow P^2 < 2P$. Vẽy $P^2 < 2P$	0,2 5	

Bµi 3. (3,5 ®iOm) a, Gi¶i ph¬ng tr¬nh: $\sqrt{x - 3} + \sqrt{5 - x} = x^2 - 8x + 18$

§KX§: $3 \leq x \leq 5$ (*)	0,2 5	
µp ðông b®t Bunhiak«pski ta cã: $\sqrt{x - 3} + \sqrt{5 - x} \leq \sqrt{2 \cdot (x - 3 + 5 - x)} = \sqrt{4} = 2$ DÊu “=” x¶ly ra $\Leftrightarrow x - 3 = 5 - x \Leftrightarrow x = 4$	0,5	1,75 ®
Ta lĩ cã $x^2 - 8x + 18 = (x - 4)^2 + 2 \geq 0$ với $\forall x$. DÊu “=” x¶ly ra $\Leftrightarrow x = 4$	0,5	
Suy ra $\sqrt{x - 3} + \sqrt{5 - x} = x^2 - 8x + 18 \Leftrightarrow x = 4$ Vĩi $x = 4$ tho¶ m·n §K (*), vỄy nghiÖm cĩa ph¬ng tr¬nh lµ $x = 4$	0,5	

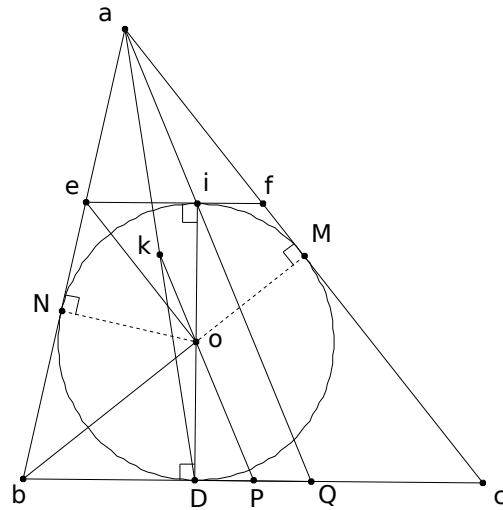
b, Cho x, y lµ c, c sè tho¶ m·n: $(\sqrt{x^2 + 3} + x)(\sqrt{y^2 + 3} + y) = 3$ (*)

H·y tÝnh gi_ trÞ cĩa biÓu thøc: $A = x^{2009} + y^{2009} + 1$

Tõ (*) $\Rightarrow (\sqrt{x^2 + 3} + x)(\sqrt{x^2 + 3} - x)(\sqrt{y^2 + 3} + y) = 3(\sqrt{x^2 + 3} - x)$ $\Rightarrow (x^2 + 3 - x^2)(\sqrt{y^2 + 3} + y) = 3(\sqrt{x^2 + 3} - x) \Rightarrow 3(\sqrt{y^2 + 3} + y) = 3(\sqrt{x^2 + 3} - x)$ $\Rightarrow \sqrt{y^2 + 3} + y = \sqrt{x^2 + 3} - x \quad (1)$	0,7 5	1,75 ®
T¬ng tù ta cã $\sqrt{x^2 + 3} + x = \sqrt{y^2 + 3} - y \quad (2)$	0,5	

Lấy (1) cộng với (2) ta có : $x = -y$		
Suy ra $A = x^{2009} + y^{2009} + 1 = x^{2009} - x^{2009} + 1 = 1$	0,5	
Vậy $A = 1$		

Bài 4. (7,5 @iôm)



a, Biết $AB = 8\text{cm}$, $AC = 11\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$. Tính chu vi của tam giác AEF.

+ c/m cho chu vi của tam giác AEF là $P_{AEF} = 2AN$	0,7 5	2,0 @
+ c/m cho $2AN = AB + AC - BC = 8 + 11 - 9 = 10\text{ cm}$	0,7 5	
+ suy ra $P_{AEF} = 2AN = 10\text{ cm}$	0,5	

b, Chứng minh El. $BD = IF \cdot CD = R^2$.

+ c/m cho tam giác EOB vuông tại O $\Rightarrow EN \cdot BN = ON^2 = R^2$ (theo hế thức liên trong tam giác vuông) Mà El. $EN, BD = BN$ (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau tại 1 @iôm) $\Rightarrow$ El. $BD = R^2$.	1,2 5	2,5 @
+ Tương tự ta có: $IF \cdot DC = R^2$	0,7 5	
+ Suy ra El. $BD = IF \cdot CD = R^2$.	0,5	

c, Gọi P là trung @iôm của BC, Q là giao @iôm của AI và BC, K là trung @iôm của AD. Chứng minh ba @iôm K, O, P thẳng hàng và $AQ = 2KP$.

áp dụng hế quả @nh lý Talet trong các tam giác AQC và tam giác ABC ta có $\frac{IF}{QC} = \frac{AF}{AC}; \frac{AF}{AC} = \frac{FE}{BC} \Rightarrow \frac{IF}{QC} = \frac{FE}{BC}$ (1)	0,7 5	3,0 @
Theo câu b ta có: $El. BD = IF \cdot CD \Rightarrow \frac{IF}{BD} = \frac{IE}{CD} = \frac{IE + IF}{BD + CD} = \frac{EF}{BC}$ (2)	0,7 5	

Tổ (1) và (2) suy ra $\frac{IF}{QC} = \frac{IF}{BD} \Rightarrow QC = BD$	0,5	
+ V× P là trung điểm của BC (gt), $QC = BD$ (cmt) $\Rightarrow$ P là trung điểm của DQ Mà O là trung điểm của ID suy ra OP là trung bình của tam giác DIQ $\Rightarrow OP \parallel IQ$ hay $OP \parallel AQ$ (3) + V× K là trung điểm của AD, O là trung điểm của ID suy ra KO là trung bình của tam giác ADI $\Rightarrow KO \parallel AI$ hay $KO \parallel AQ$ (4) + Tổ (3) và (4) $\Rightarrow K, O, P$ thẳng hàng.	0,75	
Do K là trung điểm của AD, P là trung điểm của DQ suy ra KP là trung bình của tam giác DAQ suy ra $AQ = 2KP$.	0,25	

Bài 5. (2,0 điểm)

a, Với $a, b > 0$ chứng minh: $\frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$. Điều “=” xảy ra khi nào?

Với $a, b > 0$ ta có: $(a - b)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Rightarrow 4ab \leq (a + b)^2$	0,25	
$\Rightarrow \frac{1}{a+b} \leq \frac{a+b}{4ab}$	0,25	0,75
$\Rightarrow \frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$. Điều “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b$.	0,25	(*)

b, Cho x, y, z là 3 số dương thoả mãn: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 8$

Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z}$

V× x, y, z là các số dương, áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:	0,75	1,25
$\frac{1}{2x+y+z} = \frac{1}{x+y+x+z} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+z} \right) \leq \frac{1}{16} \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{z} \right] = \frac{1}{16} \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$ (1)	(*)	(*)
Điều “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{8}$		
$\frac{1}{x+2y+z} = \frac{1}{x+y+y+z} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} \right) \leq \frac{1}{16} \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right] = \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} \right)$ (2)		

$\frac{1}{x+y+2z} = \frac{1}{x+z+y+z} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x+z} + \frac{1}{y+z} \right) \leq \frac{1}{16} \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{z} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right] = \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right) \quad (3)$		
$\text{D\`eu " = " x y ra } \Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{8}$		
<p>T\`o(1); (2); (3) suy ra</p> $P = \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{4} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2$ $\left( \vee x \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 8 \right) \quad \text{D\`eu " = " x y ra } \Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{8}$ <p>V\`e y $P_{\max} = 2 \Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{8}$</p>	0,5 ®	

Lu ý:

- 1) N\`ou th\`y sinh l\`m b\`i kh\`ng nh c, ch n\`a u trong ®, p, n m\`u v\`n ® óng th\`x cho ®\`n ® i\`m t\`ng ph\`n nh h\`ng d\`n.
- 2) Vi\`c ch\`i ti\`t ho, thang ® i\`m (n\`u c\`a) so v\`i thang ® i\`m trong h\`ng d\`n ch\`m ph\`i ® i\`m b\`o kh\`ng sai l\`ch v\`i h\`ng d\`n ch\`m, kh\`ng chia nh\` d\`i 0,25.
- 3) §i\`m to\`n b\`i kh\`ng l\`m tr\`n.

--- H\`t ---

ĐỀ 140

§Ò thi ch\`n h\`c sinh gi\`i c\`p huy\`n
M\`n To\`n 9 N\`m H\`c 2011-2012
 Th\`i gian l\`m b\`i: 150 ph\`t

Ph\`ng GD - §T Th\`ch Th\`t
 Tr\`ng THCS B\`nh Ph\`
 GV ra ®Ò: Kh\`ng Th\` Minh H\`o

B\`i 1 (5 ® i\`m):

Cho bi\`u th\`c
$$A = \frac{15\sqrt{x} - 11}{x + 2\sqrt{x} - 3} + \frac{3\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$$

a) R\`t g\`n bi\`u th\`c A .

b) T\`nh gi\`, tr\` c\`a A khi $x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}$

c) Ch\`ng minh r\`ng: $A \leq \frac{2}{3}$

B\`i 2 (3 ® i\`m):

a) Cho ba số a, b, c dương thỏa mãn $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} > 2$

Chứng minh rằng: $abc < \frac{1}{8}$

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \frac{y\sqrt{x-1} + x\sqrt{y-4}}{xy}$$

Bài 3 (3 điểm):

a) Chứng minh rằng $\frac{x^2 - yz}{x(1 - yz)} = \frac{y^2 - xz}{y(1 - xz)}$ với $x \neq y, yz \neq 1, xz \neq 1, x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$

$$x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

thì

$$8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x + 4)^2$$

b) Giải phương trình:

Bài 4 (3 điểm):

Số A và B thì B chia hết cho A . Mọi ước của A phải chia hết cho B . Biết rằng tổng của A và B bằng bình phương của một số nguyên thì hai số A và B có thể là hai số nguyên tố hay không? Nếu có thì bao nhiêu số nguyên tố thì biết rằng số A không vượt quá 5 nghìn?

Bài 5 (6 điểm):

Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a và điểm N trên cạnh AB . Gọi E là giao điểm của CN và DA . Kẻ tia Cx vuông góc với CE cắt AB tại F , M là trung điểm của đoạn thẳng EF .

1. Chứng minh rằng:

a) $CE = CF$

b) $\angle ACE = \angle BCM$

c) Khi điểm N di chuyển trên cạnh AB (N không trùng với A và B) thì M chuyển động trên một đường thẳng cố định.

2. Giả sử $BN = x$

a) Tính diện tích tứ giác $ACFE$ theo a và x .

b) Xác định vị trí của điểm N trên cạnh AB sao cho diện tích tứ giác $ACFE$ gấp 3 lần diện tích hình vuông $ABCD$.

Số 10 - Bài 10

Đề thi chọn học sinh giỏi cấp huyện

Môn Toán 9 Năm Học 2011-2012

Bài 1 (5 điểm)

a) Giải: $x \geq 0 ; x \neq 1$

(0,5 điểm)

$$A = \frac{15\sqrt{x} - 11}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$$

(0,5 @iÓm)

$$= \frac{15\sqrt{x} - 11 - (3\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 3) - (2\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 3)}$$

(0,5 @iÓm)

$$= \frac{15\sqrt{x} - 11 - 3x - 9\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 6 - 2x + 2\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 3)}$$

(0,5 @iÓm)

$$= \frac{7\sqrt{x} - 5x - 2}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{(2 - 5\sqrt{x})(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{2 - 5\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$$

(0,5 @iÓm)

$$b) x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{(\sqrt{2} - 1)^2}{2 - 1} = (\sqrt{2} - 1)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = |\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1$$

(0,5 @iÓm)

$$A = \frac{2 - 5\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} = \frac{2 - 5\sqrt{2} + 5}{\sqrt{2} - 1 + 3} = \frac{7 - 5\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 2} = \frac{24 - 17\sqrt{2}}{2}$$

(0,75 @iÓm)

$$A - \frac{2}{3} = \frac{2 - 5\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - \frac{2}{3} = \frac{6 - 15\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - 6}{3(\sqrt{x} + 3)} = \frac{-17\sqrt{x}}{3(\sqrt{x} + 3)}$$

c) Xét hiÖu:

(0,5 @iÓm)

$$\text{Ta cã: } -17\sqrt{x} \leq 0 \text{ v} \mu \frac{3(\sqrt{x} + 3)}{3(\sqrt{x} + 3)} > 0, \forall x \geq 0; x \neq 1$$

$$\Rightarrow \frac{-17\sqrt{x}}{3(\sqrt{x} + 3)} \leq 0 \Leftrightarrow A - \frac{2}{3} \leq 0 \Leftrightarrow A \leq \frac{2}{3}$$

(0,75 @iÓm)

Bµi 2: (3 @iÓm)

$$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} > 2 \Rightarrow 1 - (ab + ac + bc) > 2abc$$

a) TÖ

(0,5 @iÓm)

Do a, b, c d¬ng, p dông B¶T C«-si ta cã:

$$ab + ac + bc \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}$$

(0,25 @iÓm)

$$\Rightarrow 1 - 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} > 2abc \Leftrightarrow 2abc + 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} - 1 < 0 \quad (*)$$

$$\S\text{Et } \sqrt[3]{a^2b^2c^2} = t > 0 \Rightarrow abc = \sqrt{t^3} = t\sqrt{t}$$

$$(*) \Leftrightarrow 2t\sqrt{t} + 3t - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{t} + 1)^2(2\sqrt{t} - 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{t} - 1 < 0 \text{ (do } (\sqrt{t} + 1)^2 > 0, \forall t > 0)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{t} < \frac{1}{2} \Rightarrow abc < \frac{1}{8}$$

(0,75

@iÓm)

b) Với điều kiện $x \geq 1, y \geq 4$ ta có:

$$M = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-4}}{y}$$

(0,25 điểm)

Để đồng bất đẳng thức Cauchy cho hai số không âm $\sqrt{x-1}$ và $\sqrt{y-4}$, ta có:

$$\sqrt{x-1} = \sqrt{1(x-1)} \leq \frac{1+x-1}{2} = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{x-1}}{x} \leq \frac{1}{2} \quad (\forall x \geq 1) \quad (0,25$$

điểm)

Chứng minh tương tự ta có:

$$\sqrt{y-4} = \frac{1}{2} \sqrt{4(y-4)} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{4+y-4}{2} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{y-4}}{y} \leq \frac{1}{4} \quad (\forall y \geq 4) \quad (0,25$$

điểm)

$$\Rightarrow M = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-4}}{y} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad (0,25$$

điểm)

$$\text{Vậy Max } M = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = 2, y = 8$$

(0,5 điểm)

Bài 3 (3 điểm)

a) Với $x \neq y, yz \neq 1, xz \neq 1, x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$. Ta có ta có:

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - yz}{x(1 - yz)} &= \frac{y^2 - xz}{y(1 - xz)} \\ \Leftrightarrow (x^2 - yz)(y - xyz) &= (y^2 - xz)(x - xyz) \\ \Leftrightarrow x^2y - x^3yz - y^2z + xy^2z^2 - xy^2 + xy^3z + x^2z - x^2yz^2 &= 0 \end{aligned} \quad (0,25$$

điểm)

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (x^2y - xy^2) - (x^3yz - xy^3z) + (x^2z - y^2z) - (x^2yz^2 - xy^2z^2) &= 0 \\ \Leftrightarrow xy(x - y) - xyz(x^2 - y^2) + z(x^2 - y^2) - xyz^2(x - y) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - y)[xy - xyz(x + y) + z(x + y) - xyz^2] &= 0 \\ \Leftrightarrow xy - xyz(x + y) + z(x + y) - xyz^2 &= 0 \quad (\forall x \neq y \Rightarrow x - y \neq 0) \\ \Leftrightarrow xy + xz + yz &= xyz(x + y) + xyz^2 \end{aligned}$$

(0,75 điểm)

$$\Leftrightarrow \frac{xy + xz + yz}{xyz} = \frac{xyz(x + y) + xyz^2}{xyz} \quad (\forall xyz \neq 0) \quad (0,25$$

điểm)

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = x + y + z$$

(0,25 @iÓm)

$$b) 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x+4)^2 \quad (2)$$

§iÒu

kiÖn

x, c

@pnh:

$x \neq 0$

(0,25 @iÓm)

$$(2) \Leftrightarrow 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left[\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)^2\right] = (x+4)^2$$

(0,25 @iÓm)

$$\Leftrightarrow 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 8\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = (x+4)^2 \Leftrightarrow (x+4)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ (lo}^1\text{i)} \text{ ho} \text{Æc } x = -8 \text{ (TM§K)}$$

(0,75

@iÓm)

VËy ph¬ng tr¬nh @· cho c¸ mét nghiÖm $x = -8$

(0,25 @iÓm)

Bµi 4 (3 @iÓm)

G¸i sè @Êu thñ cña @éi A vµ @éi B lÇn lît lµ x vµ y ($x, y \in \mathbb{Z}^+$; $x \geq 5$)

(0,5 @iÓm)

T¸ng sè vµn cê @· @Êu lµ xy (vµn cê)

Theo @Ò bµi ta c¸ ph¬ng tr¬nh: $xy = x^2 + 2y$

(0,75 @iÓm)

$$\Leftrightarrow y(x-2) = x^2 \Leftrightarrow y = \frac{x^2}{x-2} = \frac{x^2 - 4 + 4}{x-2} = x + 2 + \frac{4}{x-2}$$

(0,75

@iÓm)

§Ó x, y nguyªn d¬ng th× 4 : $(x-2)$ mµ $x-2 > 3$ (do $x > 5$) nªn $x-2 = 4 \Rightarrow x = 6$

$$\text{Khi } @ã y = x + 2 + \frac{4}{x-2} = 6 + 2 + \frac{4}{6-2} = 9 \quad (\text{TM§K})$$

(0,75 @iÓm)

VËy @éi A c¸ 6 ng¸i, @éi B c¸ 9 ng¸i.

(0,25

@iÓm)

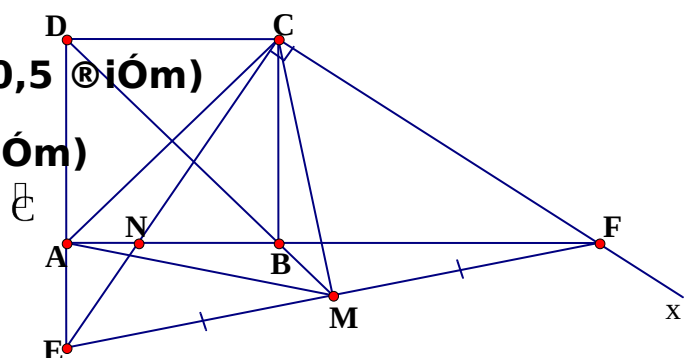
Bµi 5 (6 @iÓm)

V¸ h×nh @óng @Ön phÇn 1

(0,5 @iÓm)

1.a) $\triangle EDC = \triangle FBC$ (g.c.g) $\Rightarrow CE = CF$ **(1 @iÓm)**

b) $\triangle ECF$ c©n t¸i C $\Rightarrow CM$ lµ ph©n gi,c



$$\Rightarrow \widehat{ECM} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ECB} + \widehat{BCM} = 45^\circ$$

$$M_\mu \widehat{ACB} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ACE} + \widehat{ECB} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ACE} = \widehat{BCM}$$

(1 @iÓm)

$$c) \Delta AEF \text{ vu\text{ng t\text{ai} A c\text{a} AM \text{ l\text{u} trung tuy\text{Õn}} \Rightarrow AM = \frac{EF}{2}$$

$$\Delta CEF \text{ vu\text{ng t\text{ai} C c\text{a} CM \text{ l\text{u} trung tuy\text{Õn}} \Rightarrow CM = \frac{EF}{2}$$

$\Rightarrow AM = CM \Rightarrow M$ thuộc @\`eng trung trực của @\`o\`n th\`ang AC
hay M thuộc BD c\`e @\`pnh.

(1 @iÓm)

$$2.a) \text{ C\`a } BN = x \Rightarrow AN = a - x$$

(0,25

@iÓm)

$$S_{ACFE} = S_{ACE} + S_{CEF} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot AE + \frac{1}{2} \cdot CE^2$$

(0,25

@iÓm)

X\`dt  $\Delta ADC$  c\`a $AE \parallel BC$

$$\Rightarrow \frac{AE}{BC} = \frac{AN}{BN} \Rightarrow AE = \frac{BC \cdot AN}{BN} = \frac{a(a-x)}{x}$$

(H\`o qu\` @\`pnh l\`y Ta-l\`dt)

(0,25

@iÓm)

$$\Delta EDC \text{ c\`a } \widehat{D} = 90^\circ \Rightarrow CE^2 = CD^2 + DE^2 = a^2 + \left(a + \frac{a(a-x)}{x} \right)^2 = a^2 + \frac{a^4}{x^2}$$

(0,25 @iÓm)

$$\Rightarrow S_{ACFE} = \frac{a^2(a-x)}{2x} + \frac{a^2}{2} + \frac{a^4}{2x^2} = \frac{a^3(x+a)}{2x^2}$$

(0,5 @iÓm)

$$b) S_{ACFE} = 3 \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow \frac{a^3(x+a)}{2x^2} = 3a^2 \Leftrightarrow 6x^2 - ax - a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-a)(3x+a) = 0$$

(0,25

@iÓm)

Do $x > 0; a > 0 \Rightarrow 3x + a > 0 \Rightarrow 2x - a = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{2} \Leftrightarrow N$ l\`u trung @iÓm của c\`nh AB

(0,5 @iÓm)

V\`e\`y @\`Ó T\`Ứ GIÁC ACFE c\`a di\`Õn t\`ych g\`ep 3 l\`çn di\`Õn t\`ych h\`nh vu\`ng ABCD th\`x @iÓm N l\`u trung @iÓm c\`nh AB.

(0,25 @iÓm)

ĐỀ 141

UBND T\`ØNH Th\`o\`a Thi\`n Hu\`
S\`e Gi\`o d\`oc v\`u @\`m\`o t\`o

k\`u thi ch\`an h\`ac sinh gi\`ai t\`ønh
l\`p 9 th\`CS - n\`m h\`ac 2008 - 2009

Bµi 1: (4,0 ®iÓm)

$$A = \frac{2\sqrt{4 - \sqrt{5 + \sqrt{21 + \sqrt{80}}}}}{\sqrt{10} - \sqrt{2}}$$

1. Rót găn biÓu thỚc:

2. Gi¶i ph¬ng tr¬nh: $\sqrt{x^2 - x - 6} + x^2 - x - 18 = 0$

Bµi 2: (3,0 ®iÓm)

$$(m+1)x^3 + (3m-1)x^2 - x - 4m+1 = 0 \quad (1)$$

Cho ph¬ng tr¬nh $(m+1)x^3 + (3m-1)x^2 - x - 4m+1 = 0$ (m lựm tham sè).

1. BiÕn ®æi ph¬ng tr¬nh (1) vÒ d¹ng ph¬ng tr¬nh tÝch.

2. Vớ gi, trÞ nựo cũa m th× ph¬ng tr¬nh (1) cũ ba nghiÖm ph©n biÕt, trong ®ã cũ 2 nghiÖm ©m.

Bµi 3: (4,0 ®iÓm)

1. Chøng minh r»ng vớ hai sè thùc bÊt k× a, b ta lu«n cũ: $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq ab$.
Đều ®¼ng thỚc x¶y ra khi nựo ?

2. Cho ba sè thùc a, b, c kh«ng ©m sao cho $a+b+c=1$.

Chøng minh: $b+c \geq 16abc$. Đều ®¼ng thỚc x¶y ra khi nựo ?

3. Vớ gi, trÞ nựo cũa gắc nhæn α th× biÓu thỚc $P = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$ cũ gi, trÞ bÐ nhÊt ? Cho biÕt gi, trÞ bÐ nhÊt ®ã.

Bµi 4: (6,0 ®iÓm)

1. Cho tam gi, c ABC vu«ng t¹i A. §êng trßn nẻi tiÕp tam gi, c ABC tiÕp xóc vớ c, c cũnh BC, CA vµ AB l¶n l¶t t¹i D, E vµ F. §Æt $x=DB$, $y=DC$, $z=AE$.

a. T×m hỖ thỚc gi÷a x, y vµ z .

b. Chøng minh r»ng: $AB \cdot AC = 2DB \cdot DC$.

2. Cho tam gi, c ABC cũn t¹i A, $BC=a$. Hai ®iÓm M vµ N l¶n l¶t trªn AC vµ AB sao cho: $AM=2MC$, $AN=2NB$ vµ hai ®o¹n BM vµ CN vu«ng gắc vớ nhau. TÝnh diÖn tÝch tam gi, c ABC theo a .

Bµi 5: (3,0 ®iÓm)

1. Mét ®oµn hắc sinh ®i cũ¼m tr¹i b»ng « t». NỮu mựi « t» cũ 22 ngời th× cũn thõa mét ngời. NỮu bít ®i mét « t» th× cũ thỖ ph©n phòi ®Ờu tÊt cũ c, c hắc sinh l¶n cũ « t» cũn l¶i. Hái cũ bao nhiªu hắc sinh ®i cũ¼m tr¹i vµ cũ bao nhiªu « t» ? BiÕt r»ng mựi « t» cũ cũ kh«ng qu, 30 ngời.

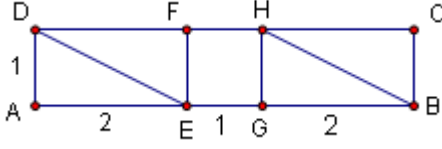
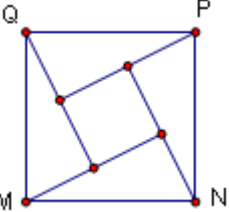
2. Mét tÊm b×a h×nh cũnh cũnh cũ kÝch thíc 1×5 . H-y cũ¼t tÊm b×a thựnh cũ, cũ m¶nh ®Ó r, p l¶i thựnh mét h×nh vu«ng. Gi¶i thÝch.

Số điểm thang điểm:

Bài	Câu	Nội dung	Điểm
1		(4 điểm)	
	1.1 (2 điểm)	$A = \frac{2\sqrt{4 - \sqrt{5 + \sqrt{21 + \sqrt{80}}}}}{\sqrt{10} - \sqrt{2}}$ $\sqrt{21 + \sqrt{80}} = \sqrt{1 + 4\sqrt{5} + (2\sqrt{5})^2} = 1 + 2\sqrt{5}$ $\sqrt{5 + \sqrt{21 + \sqrt{80}}} = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = 1 + \sqrt{5}$ $A = \frac{2\sqrt{3 - \sqrt{5}}}{\sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)} = \frac{\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}{\sqrt{5} - 1} = \frac{\sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}}{\sqrt{5} - 1} = 1$	0,5 0,5 1,0
	1.2 (2 điểm)	$\sqrt{x^2 - x - 6} + x^2 - x - 18 = 0$ Điều kiện để phương trình có nghĩa: $x^2 - x - 6 \geq 0$ Đặt $t = \sqrt{x^2 - x - 6} (t \geq 0) \Leftrightarrow x^2 - x - 18 = t^2 - 12 (t \geq 0)$ Khi đó phương trình trở thành: $t^2 + t - 12 = 0 (t \geq 0) \Leftrightarrow t = 3 (t = -4 < 0 \text{ loại})$ $t = 3 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 9 > 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 15 = 0 \Leftrightarrow x_1 = \frac{1 - \sqrt{61}}{2}; x_2 = \frac{1 + \sqrt{61}}{2}$ Vậy phương trình có hai nghiệm: $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{61}}{2}$	0,25 0,5 0,5 0,5 0,25
		(3 điểm)	
2	2.1	$(m+1)x^3 + (3m-1)x^2 - x - 4m+1 = 0 \quad (1)$ $\Leftrightarrow (m+1)x^3 - (m+1)x^2 + 4mx^2 - x - 4m+1 = 0$ $\Leftrightarrow (m+1)x^2(x-1) + 4m(x^2-1) - (x-1) = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)[(m+1)x^2 + 4mx + 4m-1] = 0$	0,5 0,5 0,25
	2.2	Ta cần:	0,5

	$(x-1)[(m+1)x^2 + 4mx + 4m-1] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 & (a) \\ g(x) = (m+1)x^2 + 4mx + 4m-1 = 0 & (b) \end{cases}$	
	§Ó ph¬ng tr¬nh (1) c¶ ba nghiÖm ph©n biÖt th× ph¬ng tr¬nh (b) ph¶i c¶ hai nghiÖm ph©n biÖt kh¶c nhau, t¬ng ®¬ng víi: $\begin{cases} m \neq -1 \\ \Delta' = 1 - 3m > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < \frac{1}{3} \\ 9m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \text{ hay } m > \frac{1}{4} \Leftrightarrow m < -1 \text{ hay } m > \frac{1}{4}$ (*) Víi ®iÒu kiÖn (*), ph¬ng tr¬nh (1) c¶ 3 nghiÖm ph©n biÖt, trong ®ã c¶ mét nghiÖm $x = 1 > 0$ vµ hai nghiÖm cßn l¶i x_1 vµ x_2 ($x_1 < x_2$) lµ nghiÖm cña (b). Do ®ã ®Ó (1) c¶ 3 nghiÖm ph©n biÖt trong ®ã c¶ hai nghiÖm ©m th× $x_1 < x_2 < 0$, t¬ng ®¬ng víi: $\begin{cases} P = x_1 x_2 = \frac{4m-1}{m+1} > 0 \\ S = x_1 + x_2 = \frac{-4m}{m+1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \text{ hay } m > \frac{1}{4} \\ m < -1 \text{ hay } m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \text{ hay } m > \frac{1}{4}$ (**). KÖt h¶p (*) vµ (**) ta c¶: §Ó ph¬ng tr¬nh (1) c¶ 3 nghiÖm ph©n biÖt, trong ®ã c¶ hai nghiÖm ©m th× cßn vµ ®ñ lµ: $m < -1 \text{ hay } \frac{1}{4} < m < \frac{1}{3}$	0,2 5 0,5 0 0,2 5 0,2 5
3	(4,0 ®iÖm)	
3.1	Ta c¶: $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - ab = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} - ab = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{4} = \frac{(a-b)^2}{4} \geq 0, \forall a, b \in \mathbf{R}$ Vÿ: $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq ab, \forall a, b \in \mathbf{R} \Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4ab, \forall a, b \in \mathbf{R}$ DÊu ®½ng thøc x¶y ra khi $a = b$	0,2 5 0,2 5 0,2 5 0,2

			5
		Theo kÕt qu¶ c©u 3.1, ta c¶: $(a+b+c)^2 = [a+(b+c)]^2 \geq 4a(b+c)$ mµ $a+b+c=1$ (gi¶ thiÕt) n¶n: $1 \geq 4a(b+c) \Leftrightarrow b+c \geq 4a(b+c)^2$ (v× a, b, c kh¶ng ©m) n¶n $b+c$ kh¶ng ©m) Nhng: $(b+c)^2 \geq 4bc$ (kh¶ng ©m) Suy ra: $b+c \geq 16abc$. DÊu ®¼ng thøc x¶y ra khi: $\begin{cases} a=b+c \\ b=c \end{cases} \Leftrightarrow b=c=\frac{1}{4}, a=\frac{1}{2}$	0,2 5 0,2 5 0,2 5 0,5 0
	3.2	Ta c¶: $P = \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = (\sin^2 \alpha)^3 + (\cos^2 \alpha)^3$ $P = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) [\sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha]$ $P = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ ¶p dông kÕt qu¶ c©u 3.1, ta c¶: $(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 \geq 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \Leftrightarrow 1 \geq 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \Leftrightarrow \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \leq \frac{1}{4}$ Suy ra: $P = 1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \geq 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ Do ®¶: $P_{\min} = \frac{1}{4}$ khi vµ chØ khi: $\sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \Leftrightarrow \sin \alpha = \cos \alpha$ (v× α lµ gãc nh¶n) $\Leftrightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = 45^\circ$	0,2 5 0,2 5 0,2 5 0,5
4		(6,0 ®iÓm)	

5.1	+ Giải sê « t» lóc ®Çu lµ x (x nguyªn vµ $x \geq 2$) Sê hãc sinh ®i c^{3/4}m tr¹i lµ: $22x + 1$. + Theo gi¶ thiÖt: NÕu sê xe lµ $x-1$ th× sê hãc sinh ph©n phòi ®Òu cho tÊt c¶ c, c xe, mçi xe chë sê hãc sinh lµ y (y lµ sê nguyªn vµ $0 < y \leq 30$). + Do ®ã ta cã ph¬ng tr×nh: $(x-1)y = 22x+1 \Leftrightarrow y = \frac{22x+1}{x-1} = 22 + \frac{23}{x-1}$	0,25 0,25 0,5
	+ V× x vµ y ®Òu lµ sê nguyªn d¬ng, nªn $x-1$ ph¶i lµ íc sê cña 23. Mµ 23 nguyªn tè, nªn: $x-1=1 \Leftrightarrow x=2$ hoÆc $x-1=23 \Leftrightarrow x=24$ - NÕu $x=2$ th× $y=22+23=45 > 30$ (tr, i gi¶ thiÖt) - NÕu $x=24$ th× $y=22+1=23 < 30$ (tháa ®iÒu kiÖn bµi to, n). + VËy sê « t» lµ: 24 vµ tæng sê hãc sinh ®i c^{3/4}m tr¹i lµ: $22 \times 24 + 1 = 23 \times 23 = 529$ hãc sinh.	 0,25 0,25 0,25 0,25
5.2	 + TËm b×a h×nh ch÷ nhËt 1×5 cã diÖn tÝch lµ 5 (®vdt). SỐ c^{3/4}t h×nh ch÷ nhËt thµnh c, c m¶nh r, p thµnh h×nh vu¬ng, th× c¹nh cña h×nh vu¬ng b»ng $\sqrt{5}$, b»ng ®é dµi c¹nh huyÖn cña tam gi¸c vu¬ng cã hai c¹nh gãc vu¬ng cã kÝch thÝc lµ 1 vµ 2 cã diÖn tÝch b»ng 1 (®vdt). + Do ®ã nÕu c^{3/4}t h×nh ch÷ nhËt 1×5 theo ®êng chÐo cña 2 h×nh ch÷ nhËt AEFD vµ GBCH, vµ c^{3/4}t theo 2 ®êng EF vµ GH xong r, p l¹i th× ®íc h×nh vu¬ng MNPQ nh h×nh bªn. 	 1,0

ĐỀ 142

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NAM

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2012-2013
Môn thi: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1. (4,0 điểm)

Cho biểu thức:
$$P = \frac{x}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 - \sqrt{y})} - \frac{y}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + 1)} - \frac{xy}{(\sqrt{x} + 1)(1 - \sqrt{y})}$$

1. Rút gọn biểu thức P .
2. Tìm các giá trị x, y nguyên thỏa mãn $P = 2$.

Bài 2. (4,0 điểm)

1. Cho hai số thực a, b không âm thỏa mãn $18a + 4b \geq 2013$. Chứng minh rằng phương trình sau luôn có nghiệm: $18ax^2 + 4bx + 671 - 9a = 0$.

2. Tìm tất cả các nghiệm nguyên x, y của phương trình $x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$.

Bài 3. (4,5 điểm)

1. Cho p và $2p + 1$ là hai số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng $4p + 1$ là một hợp số.
2. Giải phương trình: $4x^2 + 3x + 3 = 4\sqrt{x^3 + 3x^2} + 2\sqrt{2x - 1}$

Bài 4. (6,0 điểm)

Cho góc xOy có số đo bằng 60° . Đường tròn có tâm K nằm trong góc xOy tiếp xúc với tia Ox tại M và tiếp xúc với tia Oy tại N . Trên tia Ox lấy điểm P thỏa mãn $OP = 3OM$. Tiếp tuyến của đường tròn (K) qua P cắt tia Oy tại Q khác O . Đường thẳng PK cắt đường thẳng MN ở E . Đường thẳng QK cắt đường thẳng MN ở F .

1. Chứng minh tam giác MPE đồng dạng với tam giác KPQ .
2. Chứng minh tứ giác $PQEF$ nội tiếp được trong đường tròn.
3. Gọi D là trung điểm của đoạn PQ . Chứng minh tam giác DEF là một tam giác đều.

Bài 5. (2,0 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn: $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a+1}{1+b^2} + \frac{b+1}{1+c^2} + \frac{c+1}{1+a^2} \geq 3$$

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1: Chữ ký của giám thị 2:

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NAM**

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2012-2013
Môn thi: TOÁN**

ĐÁP ÁN-BIỂU ĐIỂM
(Đáp án biểu điểm này gồm 3 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1.1 (2,5 đ)	Điều kiện x, y : $x \geq 0 ; y \geq 0 ; y \neq 1 ; x + y \neq 0$.	0,5
	$P = \frac{x(1 + \sqrt{x}) - y(1 - \sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{(x - y) + (x\sqrt{x} + y\sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})}$	0,5
	$= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y} + x - \sqrt{xy} + y - xy)}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - \sqrt{y}(\sqrt{x} + 1) + y(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})}$	0,5
	$= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y} + y - y\sqrt{x}}{(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(1 - \sqrt{y})(1 + \sqrt{y}) - \sqrt{y}(1 - \sqrt{y})}{(1 - \sqrt{y})}$	0,5
	$= \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}$	0,5
Câu 1.2 (1,5 đ)	$P = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y} = 2$ với $x \geq 0 ; y \geq 0 ; y \neq 1 ; x + y \neq 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}(1 + \sqrt{y}) - (\sqrt{y} + 1) = 1 \Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)(1 + \sqrt{y}) = 1$	0,5
	Ta có: $1 + \sqrt{y} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4 \Rightarrow x = 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4$	0,5
	Thay vào P ta dễ dàng tìm được $(4; 0)$ và $(2; 2)$ thỏa mãn	0,5
Câu 2.1 (2,0 đ)	Cho hai số thực a, b thỏa mãn $18a + 4b \geq 2013$ (1)	
	Chứng minh rằng phương trình sau có nghiệm: $18ax^2 + 4bx + 671 - 9a = 0$ (2)	
	TH1: Với $a = 0$ thì (2) $\Leftrightarrow 4bx + 671 = 0$ $x = -\frac{671}{4b}$	0,5
	Từ (1) $\Rightarrow b \neq 0$. Vậy (2) luôn có nghiệm	
	TH2: Với $a \neq 0$, ta có: $\Delta' = 4b^2 - 18a(671 - 9a) = 4b^2 - 6a \cdot 2013 + 162a^2$	0,5
	$\geq 4b^2 - 6a(18a + 4b) + 162a^2 = 4b^2 - 24ab + 54a^2 = (2b - 6a)^2 + 16a^2 \geq 0, \forall a, b$	0,5
	Vậy pt luôn có nghiệm	0,5
Câu 2.2 (2,0 đ)	Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình: $x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$	
	Ta có $y^3 - x^3 = 2x^2 + 3x + 2 = 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} > 0 \Rightarrow x < y$ (1)	0,5
	$(x + 2)^3 - y^3 = 4x^2 + 9x + 6 = \left(2x + \frac{9}{4}\right)^2 + \frac{15}{16} > 0 \Rightarrow y < x + 2$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) ta có $x < y < x + 2$ mà x, y nguyên suy ra $y = x + 1$	0,5
	Thay $y = x + 1$ vào pt ban đầu và giải phương trình tìm được $x = -1; x = 1$ từ đó tìm được hai cặp số (x, y) thỏa mãn bài toán là $(1; 2), (-1; 0)$	0,5
Câu 3.1 (2,0 đ)	Do p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p có dạng $p = 3k \pm 1$	0,5
	*) Nếu $p = 3k + 1$ thì $2p + 1 = 6k + 3 = 3(2k + 1)$ $\Rightarrow 2p + 1$ là hợp số (Vô lý)	0,5
	*) Nếu $p = 3k - 1, k \geq 2$ thì $4p + 1 = 12k - 3 = 3(4k - 1)$	0,5
	Do $4k - 1 \geq 7$ nên $4p + 1$ là một hợp số.	0,5

Câu 3.2 (2,5 đ)	$x \geq \frac{1}{2}$ Điều kiện: $PT \Leftrightarrow 4x^2 + 3x + 3 = 4x\sqrt{x+3} + 2\sqrt{2x-1}$ $\Leftrightarrow (4x^2 - 4x\sqrt{x+3} + x + 3) + (1 - 2\sqrt{2x-1} + 2x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow (2x - \sqrt{x+3})^2 + (1 - \sqrt{2x-1})^2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \sqrt{x+3} \\ 1 = \sqrt{2x-1} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 = x + 3 \\ 1 = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$ (tmdk)	0,5 <
--------------------	---	--

 Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: $\frac{PM}{PK} = \frac{PE}{PQ}$. Suy ra: $\frac{PM}{PE} = \frac{PK}{PQ}$.
 Ngoài ra: $\angle MPK = \angle EPQ$. Do đó, hai tam giác MPK và EPQ đồng dạng.
 Từ đó: $\angle PEQ = \angle PMK = 90^\circ$.
 Suy ra, D là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác PQEF.
 Vì vậy, tam giác DEF cân tại D.
 Ta có: $\angle FDP = 2\angle PQD = \angle QOP$; $\angle EDQ = 2\angle EPD = \angle OPQ$.
 $\angle FDE = 180^\circ - (\angle FDP + \angle EDQ) = \angle POQ = 60^\circ$
 Từ đó, tam giác DEF là tam giác đều.

(2,0 đ)	$\frac{a+1}{1+b^2} + \frac{b+1}{1+c^2} + \frac{c+1}{1+a^2} \geq 3$	
	$\frac{1}{1+b^2} \geq \frac{2b}{1+b^2}$ Theo bất đẳng thức Cauchy ta có: nên: $\frac{a+1}{1+b^2} = (a+1) \cdot \frac{1}{1+b^2} \geq (a+1) \cdot \frac{2b}{1+b^2} = a+1 - \frac{ab+b}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{a+1}{1+b^2} \geq a+1 - \frac{ab+b}{2}$ Tương tự ta có: $\frac{b+1}{1+c^2} \geq b+1 - \frac{bc+c}{2} \quad (2)$ $\frac{c+1}{1+a^2} \geq c+1 - \frac{ca+a}{2} \quad (3)$	0,5
	Cộng vế theo vế (1), (2) và (3) ta được: $\frac{a+1}{1+b^2} + \frac{b+1}{1+c^2} + \frac{c+1}{1+a^2} \geq 3 + \frac{a+b+c - ab - bc - ca}{2} \quad (*)$ Mặt khác: $3(ab+bc+ca) \leq (a+b+c)^2 = 9 \Rightarrow \frac{a+b+c - ab - bc - ca}{2} \geq 0$ Nên (*) $\Leftrightarrow \frac{a+1}{1+b^2} + \frac{b+1}{1+c^2} + \frac{c+1}{1+a^2} \geq 3 \quad (\text{đpcm})$ $a=b=c=1$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi	0,5 0,5

-----HẾT-----

Lưu ý: - Các cách giải đúng khác cho điểm tương đương với biểu điểm
- Điểm toàn bài không làm tròn

ĐỀ 143

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2008-2009

Môn Toán - Lớp 9

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 11 tháng 02 năm 2009

Bài 1 : (4,0 điểm)

a) Cho $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^3 + y^3$.

b) Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số nguyên và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

Bài 2 : (4,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} 3xy = 2(x + y) \\ 5yz = 6(y + z) \\ 4zx = 3(z + x) \end{cases}$$

b) Giải phương trình : $\sqrt{25 - x^2} - \sqrt{10 - x^2} = 3$

Bài 3: (5,0 điểm)

a) Cho a và b là các số nguyên dương sao cho $\frac{a+1}{a} + \frac{b+1}{b}$ là số nguyên; gọi d là ước chung của a và b. Chứng minh : $d \leq \sqrt{a+b}$.

b) Chứng minh rằng không có các số nguyên x và y nào thỏa mãn hệ thức:
 $2008x^{2009} + 2009y^{2010} = 2011$.

Bài 4 : (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao kẻ từ B và C cắt nhau tại O.

Chứng minh rằng nếu đường tròn nội tiếp tam giác OAB và đường tròn nội tiếp tam giác OAC có bán kính bằng nhau thì tam giác ABC là tam giác cân.

Bài 5 : (5,0 điểm)

Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; r) tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Trên đường tròn (O; R) vẽ dây AB = R. Trên cung lớn AB lấy điểm M, đường thẳng MA cắt đường tròn (O'; r) tại N (N khác A). Đường thẳng qua N và song song với AB cắt đường thẳng MB tại E.

a) Chứng minh rằng độ dài đoạn thẳng NE không phụ thuộc vị trí điểm M trên cung lớn AB;

b) Tìm vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tam giác MNE có diện tích lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

----- Hết -----

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2008-2009
HƯỚNG DẪN CHẤM
MÔN TOÁN LỚP 9**

Bài 1 : (4,0 điểm)

a) Cho $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^3 + y^3$.

Bài giải	Điểm
Ta có $M = x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ $= x^2 - xy + y^2$ (vì $x + y = 1$) $= \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + (\frac{x^2}{2} - xy + \frac{y^2}{2}) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + (\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}})^2$ $\Rightarrow M \geq \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ Ngoài ra do $x + y = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 1 \Rightarrow 2(x^2 + y^2) - (x - y)^2 = 1$ $\Rightarrow 2(x^2 + y^2) \geq 1 \Rightarrow (x^2 + y^2) \geq \frac{1}{2}$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow M \geq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của M là $\frac{1}{4}$, đạt được khi $x = y = \frac{1}{2}$	0,75 điểm 0,75 điểm 0,5 điểm

b) Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số nguyên và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

Bài giải	Điểm
Gọi a, b, c là số đo 3 cạnh của tam giác vuông cần tìm. Giả sử $1 \leq a \leq b < c$. $\begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 & (1) \\ ab = 2(a + b + c) & (2) \end{cases}$ Ta có hệ phương trình : Từ (1) $\Rightarrow c^2 = (a + b)^2 - 2ab$ $\Rightarrow c^2 = (a + b)^2 - 4(a + b + c)$ (theo (2)) $\Leftrightarrow (a + b)^2 - 4(a + b) = c^2 + 4c$ $\Leftrightarrow (a + b)^2 - 4(a + b) + 4 = c^2 + 4c + 4$. $\Leftrightarrow (a + b - 2)^2 = (c + 2)^2 \Leftrightarrow a + b - 2 = c + 2$ (do $a + b \geq 2$) $\Leftrightarrow c = a + b - 4$. Thay vào (2) ta được: $ab = 2(a + b + a + b - 4)$ $\Leftrightarrow ab - 4a - 4b + 8 = 0 \Leftrightarrow b(a - 4) - 4(a - 4) = 8 \Leftrightarrow (a - 4)(b - 4) = 8$ Phân tích $8 = 1.8 = 2.4$ nên ta có: $\begin{cases} a - 4 = 1 \\ b - 4 = 8 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a - 4 = 2 \\ b - 4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 12 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = 6 \\ b = 8 \end{cases}$ Từ đó ta có 2 tam giác vuông có các cạnh (5 ; 12 ; 13) và (6 ; 8 ; 10) thỏa mãn yêu cầu của bài toán.	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm

Bài 2 : (4,0 điểm)

$$\begin{cases} 3xy = 2(x + y) \\ 5yz = 6(y + z) \\ 4zx = 3(z + x) \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình :

Bài giải	Điểm
+ Hiển nhiên hệ có nghiệm là $x = y = z = 0$.	0,5điểm
$\begin{cases} \frac{x+y}{xy} = \frac{3}{2} \\ \frac{y+z}{yz} = \frac{5}{6} \\ \frac{z+x}{zx} = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{4}{3} \end{cases}$	0,5điểm
+ Với $xyz \neq 0$ thì (I) được viết lại: Cộng ba phương trình của hệ (II) theo vế ta được:	
$2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{11}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{11}{6} (*)$	0,5điểm
Trừ phương trình (*) cho từng phương trình của hệ (II) theo vế ta lần lượt có : $x = 1, y = 2, z = 3$. Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(0; 0; 0)$ và $(1; 2; 3)$.	0,5điểm

b) Giải phương trình : $\sqrt{25-x^2} - \sqrt{10-x^2} = 3$

Bài giải	Điểm
ĐKXD: $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$	0,25điểm
Đặt $a = \sqrt{25-x^2}$; $b = \sqrt{10-x^2}$ ($a, b \geq 0$)	0,25điểm
Ta được hệ pt : $\begin{cases} a - b = 3 \\ a^2 - b^2 = 15 \end{cases}$	0,5điểm
Giải hệ pt ta được : $a = 4$; $b = 1$. Suy ra : $x_1 = 3$; $x_2 = -3$	1,0 điểm

Bài 3: (5,0 điểm)

a) Cho a và b là các số nguyên dương sao cho $\frac{a+1}{a} + \frac{b+1}{b}$ là số nguyên; gọi d là ước chung của a và b . Chứng minh : $d \leq \sqrt{a+b}$.

Bài giải	Điểm
Ta có: $\frac{a+1}{a} + \frac{b+1}{b} = \frac{ab+b+ab+a}{ab} = \frac{2ab}{ab} + \frac{a+b}{ab} = 2 + \frac{a+b}{ab}$: là số nguyên	0,5 điểm
Suy ra : $\frac{a+b}{ab}$ là số nguyên và a, b là số nguyên dương	0,5 điểm
	0,5 điểm

$\frac{a+b}{ab} \geq 1 \Rightarrow a+b \geq ab$ Nên $\frac{a+b}{ab} \geq 1 \Rightarrow a+b \geq ab$ Do d là ước của a nên $a : d \Rightarrow a \geq d > 0$ Và d là ước của b nên $b : d \Rightarrow b \geq d > 0$ Suy ra : $ab \geq d^2$ nên $a+b \geq d^2$ Vậy : $d \leq \sqrt{a+b}$	0,5 điểm 0,5 điểm
--	---------------------------------

b) Chứng minh rằng không có các số nguyên x và y nào thỏa mãn hệ thức: $2008x^{2009} + 2009y^{2010} = 2011$.

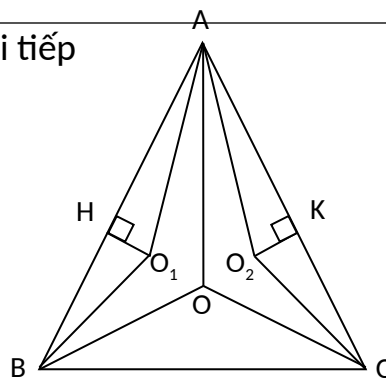
Bài giải	Điểm
- Nếu y chẵn thì với mọi $x \in \mathbb{Z}$ có $2008x^{2009} + 2009y^{2010}$ là số chẵn; mà 2011 là số lẻ, (vô lý)	0,5 điểm
- Nếu y lẻ thì y^{1005} là số lẻ. Đặt $y^{1005} = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{Z}$)	0,5 điểm
$\Rightarrow 2009y^{2010} = 2009(y^{1005})^2 = 2009(2k + 1)^2 = 2009(4k^2 + 4k + 1) = 4[2009(k^2 + k)] + 2009$.	0,5 điểm
Ta có $2009y^{2010}$ chia cho 4 dư 1 $\Rightarrow 2008x^{2009} + 2009y^{2010}$ chia cho 4 dư 1; mà 2011 chia cho 4 dư 3, (vô lý)	0,5 điểm
Vậy không có các số nguyên x, y nào thỏa mãn hệ thức : $2008x^{2009} + 2009y^{2010} = 2011$.	0,5 điểm

Bài 4 : (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao kẻ từ B và C cắt nhau tại O.

Chứng minh rằng nếu đường tròn nội tiếp tam giác OAB và đường tròn nội tiếp tam giác OAC có bán kính bằng nhau thì tam giác ABC là tam giác cân.

Bài giải	Điểm
Gọi O_1 và O_2 lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác AOB và AOC.	Hình 0,25 đ
Kẻ $O_1H \perp AB$ tại H và $O_2K \perp AC$ tại K	0,25 điểm
$\Rightarrow O_1H = O_2K$ (gt)	
Điểm O là trực tâm của ΔABC	
$\Rightarrow \hat{ABO} = \hat{ACO}$ (cùng phụ $\hat{BAC}$)	
$\Delta BO_1H = \Delta CO_2K$ ($O_1H = O_2K$; $\frac{O_1H}{2} = \frac{O_2K}{2}$)	
$\Rightarrow BH = CK$.	0,5 điểm
* Nếu $AB > AC$ thì $AH > AK$ ($AB = AH + HB$ và $AC = AK + KC$)	
$\Rightarrow \frac{O_1H}{AH} < \frac{O_2K}{AK} \Rightarrow O_1\hat{A}H < O_2\hat{A}K \Rightarrow O\hat{A}B < O\hat{A}C \Rightarrow \hat{ABC} > \hat{ACB} \Rightarrow AC > AB$	
Mâu thuẫn	0,5 điểm

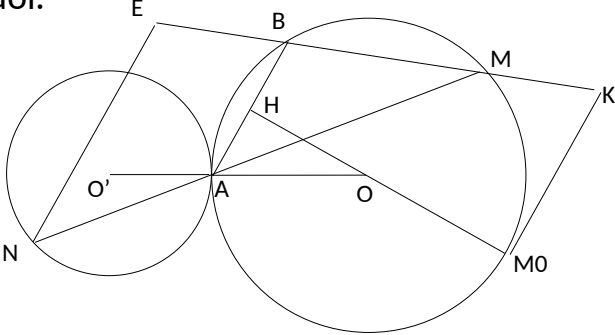


* Nếu $AB < AC$, lập luận tương tự ta có $AB > AC$ Mâu thuẫn	0,25 điểm
* Vậy $AB = AC$. Tam giác ABC cân tại A.	0,25 điểm

Bài 5 : (5,0 điểm)

Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; r) tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Trên đường tròn (O; R) vẽ dây AB = R. Trên cung lớn AB lấy điểm M, đường thẳng MA cắt đường tròn (O'; r) tại N (N khác A). Đường thẳng qua N và song song với AB cắt đường thẳng MB tại E.

- a) Chứng minh rằng độ dài đoạn thẳng NE không phụ thuộc vị trí điểm M trên cung lớn AB.
- b) Tìm vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tam giác MNE có diện tích lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

Bài giải	Điểm
$\frac{NE}{AB} = \frac{MN}{AM} = \frac{OO'}{AO} = \frac{R+r}{R}$ a) Ta có $\Rightarrow NE = \frac{R+r}{R} \cdot AB = R+r.$ Độ dài đoạn NE không đổi. 	Hình 0,25 đ (0,75 điểm) (0,75 điểm) (0,25 điểm)
b) $\Delta MNE \sim \Delta MAB \Rightarrow \frac{S_{MNE}}{S_{MAB}} = \left(\frac{NE}{AB}\right)^2 \Rightarrow S_{MNE} = \left(\frac{R+r}{R}\right)^2 \cdot S_{MAB}$ Diện tích tam giác MNE lớn nhất $\Leftrightarrow$ Diện tích tam giác AMB lớn nhất. Gọi M_0 là điểm chính giữa của cung lớn AB $\Rightarrow$ Tam giác AM_0B cân tại M_0. Tiếp tuyến của đường tròn (O; R) tại M_0 cắt BM tại K. $\widehat{AM_0B} = \widehat{AMB} > \widehat{AKB}$ (góc ngoài của tam giác AMK), do đó M nằm giữa hai điểm B và K. suy ra khoảng cách từ M đến AB không lớn hơn khoảng cách từ K đến AB. $M_0K \parallel AB \Rightarrow M_0O \perp AB$ tại H và khoảng cách từ K đến AB bằng M_0H. Vậy khi M là điểm chính giữa của cung lớn AB thì diện tích ΔAMB có giá trị lớn nhất.	0,5 điểm 0,25 điểm 0,5 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm

$M_0H = R + \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{R(2 + \sqrt{3})}{2} \Rightarrow \text{Max}S_{AM_0B} = \frac{(2 + \sqrt{3})R^2}{4}$	0,5 điểm
Diện tích ΔMNE có giá trị lớn nhất bằng $\frac{(R+r)^2}{R^2} \cdot \frac{(2 + \sqrt{3})R^2}{4} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4}(R+r)^2$	0,5 điểm

Chú ý :

- + Mỗi bài toán có thể có nhiều cách giải khác nhau, nếu học sinh có cách giải khác, hợp lý và đúng chính xác vẫn cho điểm tối đa.
- + Đối với bài toán hình, nếu không có hình vẽ thì không chấm.
- + Đề nghị tổ giám khảo cần thảo luận thống nhất quan điểm và chấm chung ít nhất 05 bài để rút kinh nghiệm, sao cho đảm bảo sự công bằng cho tất cả các bài thi.

ĐỀ 144

PHÒNG GD&ĐT
HUYỆN CUMGAR
TRƯỜNG HOÀNG VĂN THỤ

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LỚP 9
NĂM HỌC 2009 – 2010

Môn thi: Toán

Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao bài)

Bài 1 (5 điểm).

Cho biểu thức: $A = \left(1 - \frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} + a + 1}\right)$, với $a \geq 0$

1. Rút gọn biểu thức A.

2. Tính giá trị của biểu thức A khi $a = 2010 - 2\sqrt{2009}$.

Bài 2 (4 điểm).

1. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chu vi 250m. Tính diện tích của thửa ruộng biết rằng nếu chiều dài giảm 3 lần và chiều rộng tăng 2 lần thì chu vi hình chữ nhật không thay đổi.

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 3(x - y) \\ x + y = -1 \end{cases}$$

Bài 3 (4 điểm).

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32)$

2. Cho tam giác ABC vuông tại A có phân giác AD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của B, C lên đường thẳng AD.

Chứng minh rằng: $2AD \leq BM + CN$

Bài 4 (5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông cân tại C. Gọi M là trung điểm của cạnh AB, P là điểm trên cạnh BC; các điểm N, L thuộc AP sao cho $CN \perp AP$ và

$$AL = CN.$$

1. Chứng minh góc MCN bằng góc MAL.
2. Chứng minh $\triangle LMN$ vuông cân
3. Diện tích $\triangle ABC$ gấp 4 lần diện tích $\triangle MNL$, hãy tính góc CAP.

Câu 5: (2đ)

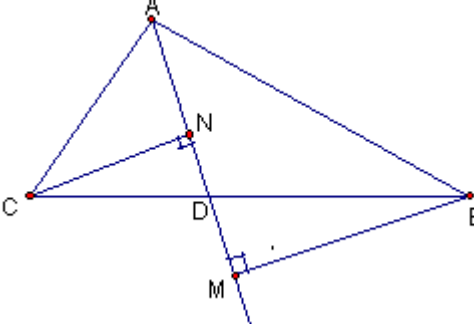
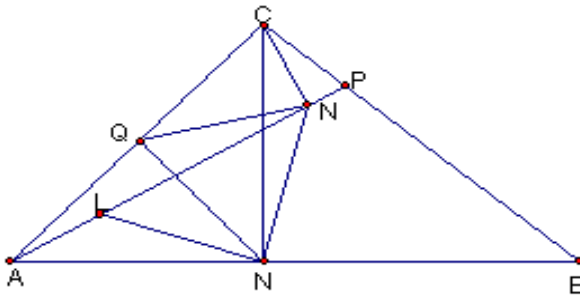
Với x, y không âm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 2009,5$$

Đáp án

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 5,0 điểm	1 (3,0đ) Với điều kiện $a \geq 0$. Ta có:	
	$A = \left(1 - \frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} + a+1}\right),$	1,0
	$\frac{a - 2\sqrt{a} + 1}{a+1} : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{(a+1)(1+\sqrt{a})}\right)$	1,0
	$\frac{(\sqrt{a} - 1)^2}{a+1} : \frac{a+1 - 2\sqrt{a}}{(a+1)(1+\sqrt{a})}$	1,0
	$\frac{(\sqrt{a} - 1)^2 (a+1)(1+\sqrt{a})}{(a+1)(\sqrt{a} - 1)^2} = 1 + \sqrt{a}$	1,0
	2(2,0 đ) Khi $a = 2010 - 2\sqrt{2009} = (\sqrt{2009} - 1)^2$	1,0
	Thì $A = 1 + \sqrt{(\sqrt{2009} - 1)^2} = \sqrt{2009}$	1,0

Câu 2 4,0 điểm	1.(2,0 đ) Giải chiều dài HCN là x (m), chiều rộng HCN là y (m) $th \times x, y > 0$. Chu vi HCN là 250 m nên: $2(x+y) = 250$ hay $x + y = 125$ (1) Chiều dài HCN sau khi giảm: $\frac{x}{3}$ Chiều rộng HCN sau khi tăng: $2y$ (m) Do vậy ta có: $2(\frac{x}{3} + 2y) = 250$ hay $\frac{x}{3} + 2y = 125$ (2) Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 125 \\ \frac{x}{3} + 2y = 125 \end{cases}$ Giải hệ ta được: $x = 75; y = 50$ Vậy chiều dài HCN là 75 m và chiều rộng là 50 m. Diện tích HCN là: $75 \cdot 50 = 3750$ (m²).	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	2 (2,0 đ) Hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 - y^3 = 3(x - y) \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - y)(x^2 + xy + y^2 - 3) = 0 \\ x + y = -1 \end{cases}$ Hệ này tương đương với tuyển của hai hệ phương trình sau: $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + xy + y^2 - 3 = 0 \\ x + y = -1 \end{cases} \quad \text{(I) và} \quad \text{(II)}$ * Giải hệ (I) có nghiệm $(x,y) = (-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$ * Xét hệ (II) từ $x+y = -1$ ta có $y = -x-1$ thay vào phương trình đầu của hệ (II) ta được $x^2 + x - 2 = 0$ Phương trình này có hai nghiệm: $x = -1$ và $x = 2$ Từ đó ta thấy hệ (II) có hai nghiệm: $(1; -2); (2; -1)$ Kết luận: Hệ đã cho có nghiệm (x,y) là: $(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}); (1; -2); (2; -1)$	0,5 0,5 0,25 0,5 0,25
Câu 3 4,0 điểm	1(2,0đ): Ta có: $y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32) \Leftrightarrow x^6 + (y - x^3)^2 = 64$ $\Rightarrow x^6 \leq 64 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$ do $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; -2; 1; 0; 1; 2\}$ Xét các trường hợp: $+ x = 2 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 0 \Rightarrow y = 8$ $+ x = 1 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 63 \Rightarrow y \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$ pt này không có nghiệm nguyên $+ x = 0 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 4 \Rightarrow y = 8$ và $y = -8$ $+ x = -1 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 63 \Rightarrow y \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$ pt này không có nghiệm nguyên $+ x = -2 \Rightarrow (y - x^3)^2 = 0 \Rightarrow y = -8$ Vậy nghiệm của phương trình là: $(0;8); (0;-8); (2;8); (-2;-8)$.	0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

	2(2,0đ)  Ta có $\triangle AMB$ và $\triangle ANC$ vuông cân nên $MA = MB$ và $NA = NC$ Nên $BM + CN = AM + AN$ Giả sử: $AB \geq AC$ $\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} \leq 1$ Theo tính chất phân giác ta có $\frac{DN}{DM} = \frac{DC}{DB} \leq 1$ $\triangle CDN$ và $\triangle BDM$ nên $\Rightarrow DN \leq DM$ Nếu I là trung điểm của MN thì $AD \leq AI$ và $AM + AN = 2AI$ Khi đó $2AD \leq 2AI - AM + AN = BM + CN$ (đpcm)	0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 4 5,0điểm	1(1,0đ)  Đặt $\angle ACP = a \Rightarrow \angle ACN = 90^\circ - a$ $\angle MCN = \angle ACN - 45^\circ = 90^\circ - a - 45^\circ = 45^\circ - a = \angle LAM$ 2(2,0đ) Do $\triangle ABC$ vuông tại A mà AM là trung tuyến nên $AM = CM$ và $AL = CN$ (gt) $\angle MCN = \angle LAM$ (c/m trên) Nên $\triangle AML = \triangle CMN \Rightarrow LM = MN$ và $\angle AML = \angle CMN \Rightarrow \angle LMN = 90^\circ - \angle AML + \angle CMN = 90^\circ$. Vậy tam giác $\triangle LMN$ vuông cân tại M 3 (2,0đ) Do các $\triangle LMN$, $\triangle ABC$ vuông cân nên: $2 S_{\triangle LMN} = MN^2$ và $2 S_{\triangle ABC} = AC^2$ $S_{\triangle ABC} = 4 S_{\triangle LMN} \text{ (gt) Từ đó suy ra } MN = \frac{1}{2} AC.$ Gọi Q là trung điểm của AC thì $QM = QN = \frac{1}{2} AC = MN$ $\Rightarrow \angle QMN = 60^\circ$ và $\angle QNA = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$. Mặt khác $AQ = NQ$ nên $\angle CAP = \angle QNA = 15^\circ$	GT, KL và vẽ hình(0,5) 0,5 0,5 0,75 0,75 1,0 1,0
Câu 5 2,0 điểm	§Et $\sqrt{x} = a$, $\sqrt{y} = b$ với $a, b \geq 0$ ta cả: $P = a^2 - 2ab + 3b^2 - 2a + 2009,5 = a^2 - 2(b + 1)a + 3b^2 + 2009,5$	0,25 0,25

	$= a^2 - 2(b+1)a + (b+1)^2 + 2b^2 - 2b + 2009,5$ $= (a-b-1)^2 + 2(b^2 - b) + 2009,5 = (a-b-1)^2 + 2(b^2 - b + \frac{1}{4}) + 2009,5 - \frac{1}{2}$ Đề thi lớp 10 chuyên Toán-Tin trường THPT chuyên Hà Nội-Amsterdam Năm học 2006-2007	0,5 0,25
Bài 1:	$= (a-b-1)^2 + 2(b - \frac{1}{2})^2 + 2009 \geq 2009$	
Cho PT ẩn x: $\frac{x^6-1}{x^3} - (2a+1)\frac{x^2-1}{x} + 2a-3 = 0 (*)$	$\forall x \quad (a-b-1)^2 \geq 0 \vee 2(b - \frac{1}{2})^2 \geq 0, \forall a, b$	0,5
1. Giải PT với $a=1$		
2. Tìm a để (*) có nhiều hơn 2 nghiệm dương phân biệt	$P = 2009 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b+1 \\ b=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{2} \\ b=\frac{1}{3} \end{cases}$	0,25
Bài 2: Cho dãy các số tự nhiên $2; 6; 30; \dots$ được xác định như sau: số hạng thứ k bằng tích k số nguyên tố đầu tiên ($k=1,2,\dots$). Biết rằng tồn tại 2 số hạng của dãy có hiệu là 39000, tìm 2 số hạng đó.	$\forall x \in P \cap \mathbb{N} \quad \sqrt{x} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{4} \\ y = \frac{4}{4} \end{cases}$	

Bài 3: Tìm các số nguyên x,y,z thỏa mãn:

$$\sqrt{2x}y^2 - z^4 \geq 7$$

$$\sqrt{-x^2y^2 + 8xy + 9} - \sqrt{x^2 - 4} \geq 2(x + \frac{1}{x})$$

Bài 4: Cho nửa đường tròn đường kính AB=2R. Gọi C là điểm tùy ý trên nửa đường tròn. D là hình chiếu của C trên AB. Tia phân giác góc ACD cắt đường tròn đường kính AC tại E, cắt phân giác góc ABC tại H

1. CM AE//BH

2. Tia phân giác góc CAB cắt đường tròn đường kính AC ở F, cắt CE ở I. Tính S tam giác FID trong trường hợp nó đều

3. Trên BH lấy K sao cho HK= HD, gọi J là giao điểm AF và BH. Xác định vị trí C để tổng khoảng cách từ I,J,K đến AB max

Bài 5: CMR trong 2007 số khác nhau tùy ý được lấy ra từ tập hợp $A=\{1;2;\dots;2006^{2007}\}$, có ít nhất hai số

x,y thỏa mãn: $0 < |2007\sqrt{x} - 2007\sqrt{y}| < 1$

Giải:

Câu 5: chia thành 2006 nhóm

1: từ 1 đến $2^{2007}-1$

2: từ 2^{2007} đến $3^{2007}-1$

.....

2005: từ 2005^{2007} đến $2006^{2007}-1$

2006 : 2006^{2007}

Có ít nhất 2006 trong 2007 số thuộc 2005 nhóm đầu

theo Định lý tồn tại hai số cùng một nhóm khi đó $n^{2007} < x; y < (n+1)^{2007} \Rightarrow n < \sqrt[2007]{x}; \sqrt[2007]{y} < n+1$

Từ đó có được điều phải chứng minh

ĐỀ 146

**PHÒNG GD&ĐT TÂN KỲ
TRƯỜNG THCS TÂN XUÂN**

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TRƯỜNG (Vòng 2)

NĂM HỌC 2010-2011

Môn thi: Toán 9

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1(4đ) : Cho biểu thức $P = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

a. Rút gọn P

b. Tính giá trị của P khi $x = \frac{2}{3-\sqrt{5}}$

c. Tìm x để $P < 1$

Câu 2(3đ): Tìm GTLN của : a) $A = \sqrt{x-1} + \sqrt{y-2}$ biết $x+y=4$

Câu 3(4đ): Chứng minh các bất đẳng thức :

a) $(a+b)^2 \leq 2(a^2+b^2)$

b) $(a+b+c)^2 \leq 3(a^2+b^2+c^2)$

Câu 4(3đ): Giải phương trình: $\frac{x^2}{\sqrt{3x-2}} - \sqrt{3x-2} = 1-x$

Câu 5(2đ): Cho hình vuông ABCD vẽ qua A đường thẳng d cắt BC tại M và cắt CD tại N. CMR: $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$ không phụ thuộc vào vị trí đường thẳng d

Câu 6(4đ): Cho tam giác đều ABC với O là trung điểm của cạnh BC. Trên cạnh AB lấy điểm M, trên cạnh AC lấy điểm N sao

cho góc MON = 60°.

a, Chứng minh rằng: $BC^2 = 4BM \cdot CN$

b, Chứng minh: NO là đường phân giác của góc MNC.

-----Hết-----

ĐÁP ÁN

Câu 1. a) ĐK $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

$$P = \frac{2\sqrt{x} - 9 - x + 9 + 2x - 3\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{-\sqrt{x} + x - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$$

$$\text{b) Khi } x = \frac{2}{3 - \sqrt{5}} \text{ ta có } P = \frac{\sqrt{\frac{2}{3 - \sqrt{5}}} + 1}{\sqrt{\frac{2}{3 - \sqrt{5}}} - 3} = \frac{\sqrt{\frac{4}{2(3 - \sqrt{5})}} + 1}{\sqrt{\frac{4}{2(3 - \sqrt{5})}} - 3} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5} - 1} + 1}{\frac{2}{\sqrt{5} - 1} - 3} = \frac{1 + \sqrt{5}}{5 - 3\sqrt{5}}$$

$$\text{c) Để } P < 1 \text{ thì } \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} < 1 \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x} - 3} < 1 \Leftrightarrow 0 \leq x < 9; x \neq 4$$

Câu 2:

Điều kiện : $x \geq 1, y \geq 2$. Bất đẳng thức Cauchy cho phép làm giảm một tổng :

$$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad . \text{ Ở đây ta muốn làm tăng một tổng. Ta dùng bất đẳng thức : } a + b \leq \sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

$$A = \sqrt{x - 1} + \sqrt{y - 2} \leq \sqrt{2(x - 1 + y - 3)} = \sqrt{2}$$

$$\max A = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = y - 2 \\ x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ y = 2,5 \end{cases}$$

Câu 3:

a) Ta có : $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$. Do $(a - b)^2 \geq 0$, nên $(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$.

b) Xét : $(a + b + c)^2 + (a - b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2$. Khai triển và rút gọn, ta được : $3(a^2 + b^2 + c^2)$. Vậy : $(a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$.

$$\frac{x^2}{\sqrt{3x - 2}} - \sqrt{3x - 2} = 1 - x$$

Câu 4: Giải phương trình: (9)

$$\frac{2}{3}$$

$$\text{ĐKXD: } 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$$

Phương trình tương đương với:

$$x^2 - (3x - 2) = (1 - x) \cdot \sqrt{3x - 2} \Leftrightarrow (x - 1)(x - 2) = (1 - x) \sqrt{3x - 2}$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x - 2 + \sqrt{3x - 2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x - 2 + \sqrt{3x - 2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \sqrt{3x - 2} = 2 - x \end{cases} (*)$$

Giải (*): (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ 3x - 2 = (2 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = 1 \\ x = 6 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1\}$

Câu 5: Kẻ $AK \perp d$ tại A dễ dàng chứng minh được

$\triangle ABK = \triangle AND$ (góc nhọn, cạnh góc vuông) suy ra $AK = AN$ (1)

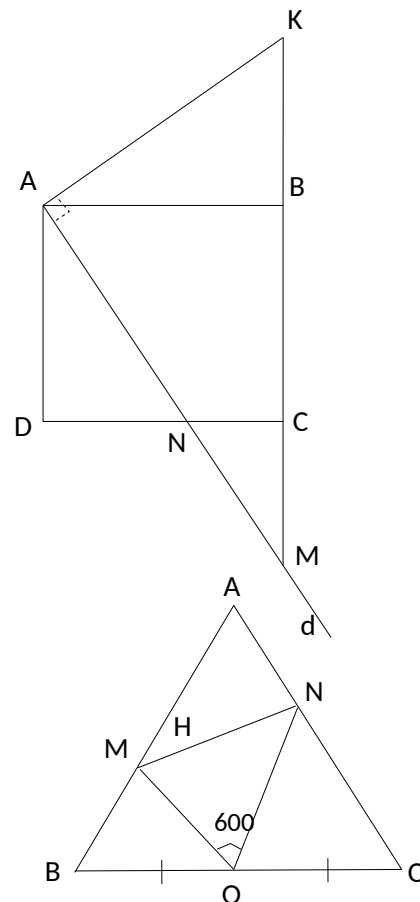
Xét tam giác vuông AKM có AB là đường cao. áp dụng

hệ thức trong tam giác vuông ta có $\frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AB^2}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AB^2}$

Do AB không đổi suy ra $\frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AM^2}$ không đổi

Vậy $\frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AM^2}$ không phụ thuộc vào vị trí d .



Câu 6:

a) Xét $\triangle BMO$ và $\triangle CON$ có $\angle B = \angle O = 60^\circ$;

$\angle BMO = \angle CON$ (cùng bù $\angle BOM + 60^\circ$) suy ra $\triangle BMO \sim \triangle CON$

$$\Rightarrow \frac{BM}{CO} = \frac{BO}{CN} \Leftrightarrow BM \cdot CN = CO \cdot BO = \frac{BC}{2} \cdot \frac{BC}{2} = \frac{BC^2}{4} \Leftrightarrow 4BM \cdot CN = BC^2$$

$$\frac{MO}{ON} = \frac{BM}{CO} \Leftrightarrow \frac{MO}{ON} = \frac{OC}{CN}$$

b) Từ câu a) ta có $\angle MON = \angle NCO = 60^\circ$, suy ra $\triangle MON \sim \triangle OCN$ (c.g.c)

suy ra $\angle MNO = \angle ONC$ (cặp góc tương ứng)

Vậy NO là phân giác $\angle MNC$

ĐỀ 147

Ỗ 21 (thi tuyển sinh vào thpt tởnh hời đợng
năm hức 2007-2008 ngày 28- 6 - 2007 b chiừu)

Câu I (2,0 ời):

Giải c, c phợng trợnh sau:

1) $2x - 3 = 0$

2) $x^2 - 4x - 5 = 0$

Câu II (2,0 ời):

1) Cho phợng trợnh sau $x^2 - 2x - 1 = 0$ cả hai nghiệm x_1, x_2 . Khợng giải

phợng trợnh hợy tợnh gi, trợ của biợu thợc sau: $S = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

2) Rút găn biợu thợc:

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{a-3}} + \frac{1}{\sqrt{a+3}} \right) \left(1 - \frac{3}{\sqrt{a}} \right) \quad \text{với } a > 0 \text{ và } a \neq 9.$$

Câu III (2,0 điểm):

1) Xác định phương trình hệ số m và n, biết rằng hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx - y = n \\ nx + my = 1 \end{cases} \quad \text{có nghiệm } (-1; \sqrt{3}).$$

2) Khoảng cách giữa hai thành phố A và B. Hai xe khởi hành cùng một lúc từ A đến B, mỗi giờ xe thứ nhất chạy nhanh hơn xe thứ hai 6 km/h nên xe thứ nhất đến B trước xe thứ hai 12 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Câu IV (3,0 điểm):

Cho tam giác ABC có trung tuyến AM, kẻ tia phân giác AD. Kẻ đường kính AD. Gọi M là trung điểm của AC, I là trung điểm của OD.

1) Chứng minh OM // DC.

2) Chứng minh tam giác IMC có tính chất gì?

3) BM cắt AD tại N. Chứng minh $IC^2 = IA \cdot IN$

Câu V (1,0 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm A(-1; 2), B(2; 3) và C(m; 0). Tìm m sao cho chu vi tam giác ABC nhỏ nhất.

.....

ĐỀ 148

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 - MÔN TOÁN 9

Trường THPT Kon Tum Năm học 2016-2017

Thời gian làm bài 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (1,0 điểm). Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{18} - 2\sqrt{50} + 8\sqrt{2}$

Câu 2: (1,0 điểm). Giải pt sau: $x^2 - 7x + 12 = 0$

$$\frac{x^2}{2}$$

Câu 3: (1,5 điểm). Cho hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ (P)

a/ Vẽ đồ thị (P)

b/ Tìm giá trị của m để đường thẳng (d): $y = 2x - m$ cắt đồ thị (P) tại điểm có hoành độ bằng 2.

$$\frac{x - 2\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} - \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

Câu 4: (1,0 điểm). Rút gọn biểu thức: $P = \frac{x - 2\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} - \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$

Câu 5: (1,0 điểm). Cho pt: $x^2 + mx + 2m - 4 = 0$ (1), với m là tham số. Tìm m để pt (1) có hai nghiệm phân biệt của pt (1). Giả sử

$$\frac{x_1 x_2 + 2}{x_1 + x_2}$$

x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của pt (1), tìm giá trị nguyên dương của m để biểu thức $M = \frac{x_1 x_2 + 2}{x_1 + x_2}$ có giá trị nguyên.

Câu 6: (1,0 điểm). Hai người đi xe đạp ở hai địa điểm A và B cách nhau 30km, khởi hành cùng một lúc, đi ngược chiều và gặp

$$\frac{2}{3}$$

nhau sau 1 giờ. Tính vận tốc của mỗi xe biết rằng xe đi từ A có vận tốc chỉ bằng $\frac{2}{3}$ vận tốc xe đi từ B.

Câu 7: (1,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A, $\angle B = 60^\circ$ và BC = 20cm.

a/ Tính độ dài AB.

b/ Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Tính độ dài AH

Câu 8: (1,0 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$ có hai dây AB và CD vuông góc với nhau tại H (AB và CD) không đi qua tâm O , điểm C thuộc cung nhỏ AB). Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CD tại M , vẽ CK vuông góc với AM tại K . Gọi N là giao điểm của AO và CD .

- a/ Chứng minh $AHCK$ là tứ giác nội tiếp.
 b/ Chứng minh $HK \parallel AD$ và $MH.MN = MC.MD$
 c/ Tính $AH^2 + HB^2 + HC^2 + HD^2$ theo R .

----- nhhoan_nss -----

ĐỀ 149

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC 2015-2016**

Môn Toán

(Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)

Thời gian làm bài: **150** phút, không kể thời gian giao đề

Đề thi có 01 trang

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (1,5 điểm)

a) Chứng minh rằng nếu số nguyên n lớn hơn 1 thỏa mãn $n^2 + 4$ và $n^2 + 16$ là các số nguyên tố thì n chia hết cho 5.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 - 2y(x - y) = 2(x + 1)$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{2}(3 + \sqrt{5})}{2\sqrt{2} + \sqrt{3 + \sqrt{5}}} + \frac{\sqrt{2}(3 - \sqrt{5})}{2\sqrt{2} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}}$.

b) Tìm m để phương trình: $(x - 2)(x - 3)(x + 4)(x + 5) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x - 1}(1 - x)$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases}$$
.

Câu 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $BC = R\sqrt{3}$ cố định. Điểm A di động trên cung lớn $\widehat{BC}$ sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi E là điểm đối xứng với B qua AC và F là điểm đối xứng với C qua AB . Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE và ACF cắt nhau tại K (K không trùng A). Gọi H là giao điểm của BE và CF .

a) Chứng minh KA là phân giác trong góc $\widehat{BKC}$ và tứ giác $BHCK$ nội tiếp.

b) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác $BHCK$ lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo R .

c) Chứng minh AK luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho 3 số thực dương x, y, z thỏa mãn: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{y^2 z^2}{x(y^2 + z^2)} + \frac{z^2 x^2}{y(z^2 + x^2)} + \frac{x^2 y^2}{z(x^2 + y^2)}.$$

----- **HẾT** -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC 2015-2016
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN**
(Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)
(Hướng dẫn chấm gồm 05 trang)

I. Một số chú ý khi chấm bài

- Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách, khi chấm thi, cán bộ chấm thi cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp lô-gic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với Hướng dẫn mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của Hướng dẫn chấm.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

II. Đáp án-thang điểm**Câu 1 (1,5 điểm)**

a) Chứng minh rằng nếu số nguyên n lớn hơn 1 thỏa mãn $n^2 + 4$ và $n^2 + 16$ là các số nguyên tố thì n chia hết cho 5.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 - 2y(x - y) = 2(x + 1)$.

Nội dung	Điểm
a) (0,5 điểm) Ta có với mọi số nguyên m thì m^2 chia cho 5 dư 0, 1 hoặc 4. + Nếu n^2 chia cho 5 dư 1 thì $n^2 = 5k + 1 \Rightarrow n^2 + 4 = 5k + 5 : 5; k \in \mathbb{N}^*$. nên $n^2 + 4$ không là số nguyên tố.	0,25
+ Nếu n^2 chia cho 5 dư 4 thì $n^2 = 5k + 4 \Rightarrow n^2 + 16 = 5k + 20 : 5; k \in \mathbb{N}^*$. nên $n^2 + 16$ không là số nguyên tố. Vậy $n^2 : 5$ hay n chia hết cho 5.	0,25
b) (1,0 điểm) $x^2 - 2y(x - y) = 2(x + 1) \Leftrightarrow x^2 - 2(y + 1)x + 2(y^2 - 1) = 0 \quad (1)$ Để phương trình (1) có nghiệm nguyên x thì Δ' theo y phải là số chính phương Ta có $\Delta' = y^2 + 2y + 1 - 2y^2 + 2 = -y^2 + 2y + 3 = 4 - (y - 1)^2 \leq 4$.	0,25 0,25

Δ' chính phương nên $\Delta' \in \{0; 1; 4\}$	
+ Nếu $\Delta' = 4 \Rightarrow (y - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow y = 1$ thay vào phương trình (1) ta có : $x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$	0,25
+ Nếu $\Delta' = 1 \Rightarrow (y - 1)^2 = 3 \Rightarrow y \notin \mathbb{Z}$ + Nếu $\Delta' = 0 \Rightarrow (y - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = -1 \end{cases}.$	
+ Với $y = 3$ thay vào phương trình (1) ta có: $x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4.$ + Với $y = -1$ thay vào phương trình (1) ta có: $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0.$ Vậy phương trình (1) có 4 nghiệm nguyên : $(x; y) \in \{(0; 1); (4; 1); (4; 3); (0; -1)\}.$	0,25
Câu 2 (2,0 điểm)	
a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{2}(3 + \sqrt{5})}{2\sqrt{2} + \sqrt{3 + \sqrt{5}}} + \frac{\sqrt{2}(3 - \sqrt{5})}{2\sqrt{2} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}}.$ b) Tìm m để phương trình: $(x - 2)(x - 3)(x + 4)(x + 5) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.	
Nội dung	Điểm
a) (1,0 điểm)	
$A = \frac{2(3 + \sqrt{5})}{4 + \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}} + \frac{2(3 - \sqrt{5})}{4 - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}$	0,25
$= 2 \left[\frac{3 + \sqrt{5}}{4 + \sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2}} + \frac{3 - \sqrt{5}}{4 - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}} \right] = 2 \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}} + \frac{3 - \sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}} \right)$	0,25
$= 2 \left[\frac{(3 + \sqrt{5})(5 - \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5})(5 + \sqrt{5})}{(5 + \sqrt{5})(5 - \sqrt{5})} \right] = 2 \left(\frac{15 - 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} - 5 + 15 + 3\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 5}{25 - 5} \right)$	0,25
$= 2 \cdot \frac{20}{20} = 2. \text{ Vậy } A = 2.$	0,25
b) (1,0 điểm)	
Phương trình $(x - 2)(x - 3)(x + 4)(x + 5) = m \Leftrightarrow (x^2 + 2x - 8)(x^2 + 2x - 15) = m$ (1)	0,25
Đặt $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 = y$ ($y \geq 0$), phương trình (1) trở thành: $(y - 9)(y - 16) = m \Leftrightarrow y^2 - 25y + 144 - m = 0$ (2)	0,25
Nhận xét: Với mỗi giá trị $y > 0$ thì phương trình: $(x + 1)^2 = y$ có 2 nghiệm phân biệt, do đó phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt.	
$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4m + 49 > 0 \\ 25 > 0 \\ 144 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-49}{4} < m < 144.$	0,25

$-\frac{49}{4} < m < 144$ Vậy với $-\frac{49}{4} < m < 144$ thì phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.	0,25
Câu 3 (2,0 điểm)	
a) Giải phương trình: $x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x-1}(1-x)$. b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases}$	
Nội dung	Điểm
a) (1,0 điểm) Điều kiện: $x \geq 1$ (*). Ta có: $x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x-1}(1-x) \Leftrightarrow x^2 + 2x\sqrt{x-1} + x - 1 - 2(x + \sqrt{x-1}) - 3 = 0$	0,25
Đặt $x + \sqrt{x-1} = y$ (Điều kiện: $y \geq 1$ (**)), phương trình trở thành $y^2 - 2y - 3 = 0$.	0,25
$y^2 - 2y - 3 = 0 \Leftrightarrow (y+1)(y-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 3 \end{cases}$	0,25
+ Với $y = -1$ không thỏa mãn điều kiện (**). + Với $y = 3$ ta có phương trình: $x + \sqrt{x-1} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 3-x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x-1 = 9-6x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x = 2 \Leftrightarrow x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$	0,25
thỏa mãn điều kiện (*). Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$.	
b) (1,0 điểm) $\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + xy^2 - (x^2 + 6y^2)y = 0 & (1) \\ x^2 + 6y^2 = 10 & (2) \end{cases}$	0,25
Từ phương trình (1) ta có $x^3 + xy^2 - (x^2 + 6y^2)y = 0 \Leftrightarrow x^3 + xy^2 - x^2y - 6y^3 = 0$ $\Leftrightarrow x^3 - 2x^2y + x^2y - 2xy^2 + 3xy^2 - 6y^3 = 0 \Leftrightarrow (x-2y)(x^2 + xy + 3y^2) = 0$	0,25
$(x-2y)(x^2 + xy + 3y^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ x^2 + xy + 3y^2 = 0 \end{cases}$	0,25
$x^2 + xy + 3y^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{11y^2}{4} = 0 \Rightarrow x = y = 0$ + Trường hợp 1: Với $x = y = 0$ không thỏa mãn phương trình (2). + Trường hợp 2: $x = 2y$ thay vào phương trình (2) ta có: $4y^2 + 8y^2 = 12 \Leftrightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = 2 \\ y = -1 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$	0,25
Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm $(x; y) \in \{(2; 1); (-2; -1)\}$.	
Câu 4 (3,5 điểm)	
Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $BC = R\sqrt{3}$ cố định. Điểm A di động trên cung lớn $\widehat{BC}$	

sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi E là điểm đối xứng với B qua AC và F là điểm đối xứng với C qua AB . Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE và ACF cắt nhau tại K (K không trùng A). Gọi H là giao điểm của BE và CF .

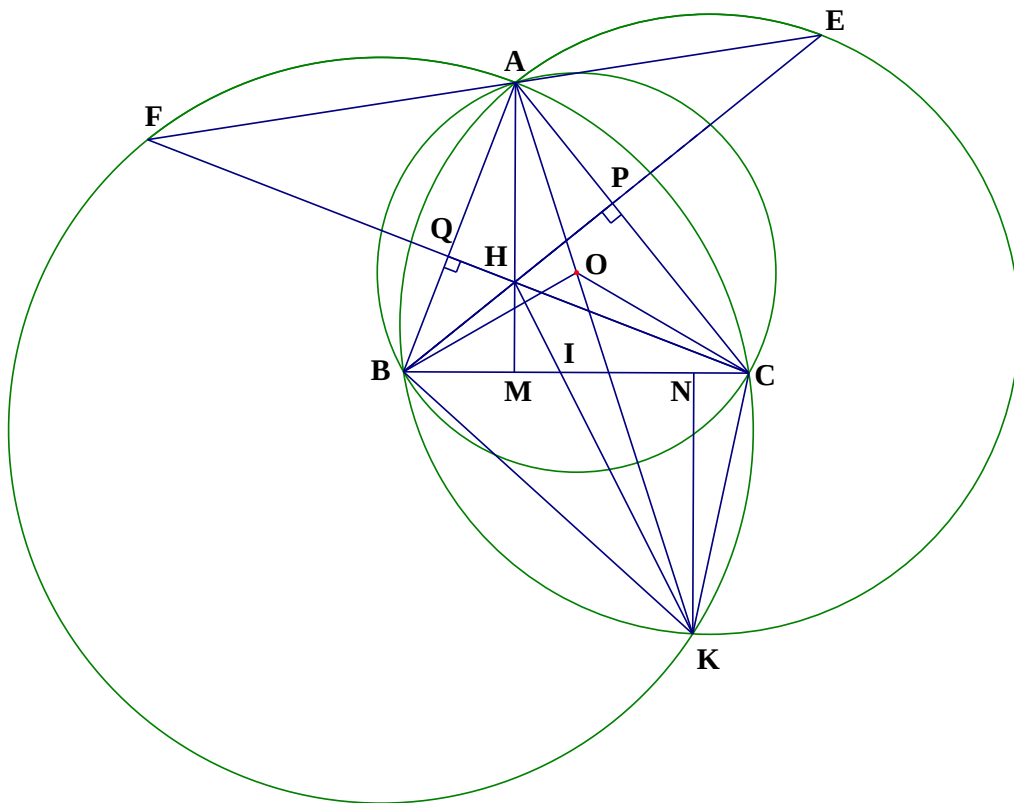
a) Chứng minh KA là phân giác trong góc $\angle BKC$ và tứ giác $BHCK$ nội tiếp.

b) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác $BHCK$ lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo R .

c) Chứng minh AK luôn đi qua điểm cố định.

Nội dung

Điểm



a) (1,5 điểm)

Ta có $\angle AKB = \angle AEB$ (vì cùng chắn cung $\widehat{AB}$ của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE)

Mà $\angle ABE = \angle AEB$ (tính chất đối xứng) suy ra $\angle AKB = \angle ABE$ (1)

$\angle AKC = \angle AFC$ (vì cùng chắn cung $\widehat{AC}$ của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACF)

$\angle ACF = \angle AFC$ (tính chất đối xứng) suy ra $\angle AKC = \angle ACF$ (2)

Mặt khác $\angle ABE = \angle ACF$ (cùng phụ với $\angle BAC$) (3). Từ (1), (2), (3) suy ra $\angle AKB = \angle AKC$ hay KA là phân giác trong của góc $\angle BKC$.

Gọi P, Q lần lượt là các giao điểm của BE với AC và CF với AB .

Ta có $BC = R\sqrt{3}$ nên $\angle BOC = 120^\circ; \angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 60^\circ$. Trong tam giác vuông ABP có $\angle APB = 90^\circ; \angle BAC = 60^\circ \Rightarrow \angle ABP = 30^\circ$ hay $\angle ABE = \angle ACF = 30^\circ$.

0,5

0,25

0,25

Tứ giác $APHQ$ có $\angle AQH + \angle APH = 180^\circ \Rightarrow \angle PAQ + \angle PHQ = 180^\circ \Rightarrow \angle PHQ = 120^\circ \Rightarrow \angle BHC = 120^\circ$ (đối đỉnh).	0,25
Ta có $\angle AKC = \angle ABE = 30^\circ$, $\angle AKB = \angle ACF = \angle ABE = 30^\circ$ (theo chứng minh phần a). Mà $\angle BKC = \angle AKC + \angle AKB = \angle AFC + \angle AEB = \angle ACF + \angle ABE = 60^\circ$ suy ra $\angle BHC + \angle BKC = 180^\circ$ nên tứ giác $BHCK$ nội tiếp.	0,25
b) (1,5 điểm) Gọi (O') là đường tròn đi qua bốn điểm B, H, C, K. Ta có dây cung $BC = R\sqrt{3}$, $\angle BKC = 60^\circ = \angle BAC$ nên bán kính đường tròn (O') bằng bán kính R của đường tròn (O).	0,5
Gọi M là giao điểm của AH và BC thì MH vuông góc với BC, kẻ KN vuông góc với BC (N thuộc BC), gọi I là giao điểm của HK và BC. Ta có $S_{BHCK} = S_{BHC} + S_{BCK} = \frac{1}{2} BC \cdot HM + \frac{1}{2} BC \cdot KN = \frac{1}{2} BC (HM + KN)$ $S_{BHCK} \leq \frac{1}{2} BC (HI + KI) = \frac{1}{2} BC \cdot KH$ (do $HM \leq HI$; $KN \leq KI$).	0,25
Ta có KH là dây cung của đường tròn $(O'; R)$ suy ra $KH \leq 2R$ (không đổi) nên S_{BHCK} lớn nhất khi $KH = 2R$ và $HM + KN = HK = 2R$.	0,25
Giá trị lớn nhất $S_{BHCK} = \frac{1}{2} R\sqrt{3} \cdot 2R = R^2 \sqrt{3}$.	0,25
Khi HK là đường kính của đường tròn (O') thì M, I, N trùng nhau suy ra I là trung điểm của BC nên $\triangle ABC$ cân tại A. Khi đó A là điểm chính giữa cung lớn BC.	0,25
c) (0,5 điểm) Ta có $\angle BOC = 120^\circ$; $\angle BKC = 60^\circ$ suy ra $\angle BOC + \angle BKC = 180^\circ$ nên tứ giác $BOCK$ nội tiếp đường tròn.	0,25
Ta có $OB = OC = R$ suy ra $\angle OBC = \angle OCB \Rightarrow \angle BKO = \angle CKO$ hay KO là phân giác góc $\angle BKC$ theo phần (a) KA là phân giác góc $\angle BKC$ nên K, O, A thẳng hàng hay AK đi qua O cố định	0,25
Câu 5 (1,0 điểm) Cho 3 số thực dương x, y, z thỏa mãn: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{y^2 z^2}{x(y^2 + z^2)} + \frac{z^2 x^2}{y(z^2 + x^2)} + \frac{x^2 y^2}{z(x^2 + y^2)}$	
Nội dung	Điểm
Ta có $P = \frac{1}{x \left(\frac{1}{z^2} + \frac{1}{y^2} \right)} + \frac{1}{y \left(\frac{1}{z^2} + \frac{1}{x^2} \right)} + \frac{1}{z \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right)}$	0,25
Đặt $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b; \frac{1}{z} = c$ thì $a, b, c > 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. $P = \frac{a}{b^2 + c^2} + \frac{b}{c^2 + a^2} + \frac{c}{a^2 + b^2} = \frac{a^2}{a(1 - a^2)} + \frac{b^2}{b(1 - b^2)} + \frac{c^2}{c(1 - c^2)}$	0,25

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương ta có

$$a^2(1-a^2)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2a^2(1-a^2)(1-a^2) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2a^2+1-a^2+1-a^2}{3} \right)^3 = \frac{4}{27}$$

$$\Rightarrow a(1-a^2) \leq \frac{2}{3\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{a^2}{a(1-a^2)} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 (1)$$

$$\text{Tương tự: } \frac{b^2}{b(1-b^2)} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2} b^2 \quad (2); \quad \frac{c^2}{c(1-c^2)} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2} c^2 \quad (3)$$

0,25

$$\text{Từ (1); (2); (3) ta có } P \geq \frac{3\sqrt{3}}{2} (a^2 + b^2 + c^2) = \frac{3\sqrt{3}}{2}. \quad \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

0,25

$$\text{hay } x = y = z = \sqrt{3}. \quad \text{Vậy giá trị nhỏ nhất của } P \text{ là } \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

----- HẾT -----

ĐỀ 150

SỞ GD&ĐT VINH PHÚC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2013-2014

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1 (3,0 điểm).

$$\begin{cases} xy = x + y + 1 \\ yz = y + z + 5 \\ zx = z + x + 2 \end{cases} \quad (x, y, z \in \mathbb{R})$$

a) Giải hệ phương trình:

b) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 3x + 2} + \sqrt{x^2 - 1} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1}, \quad (x \in \mathbb{R})$.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Chứng minh rằng nếu n là số nguyên dương thì $2(1^{2013} + 2^{2013} + \dots + n^{2013})$ chia hết cho $n(n+1)$.

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p, q thỏa mãn điều kiện $p^2 - 2q^2 = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh:

$$\frac{a}{(a+1)(b+1)} + \frac{b}{(b+1)(c+1)} + \frac{c}{(c+1)(a+1)} \geq \frac{3}{4}$$

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC , $AB < AC$. Gọi D, E, F lần lượt là chân đường cao kẻ từ A, B, C . Gọi P là giao điểm của đường thẳng BC và EF . Đường thẳng qua D song song với EF lần lượt cắt các đường thẳng AB, AC, CF tại Q, R, S . Chứng minh:

a) Tứ giác $BQCR$ nội tiếp.

b) $\frac{PB}{PC} = \frac{DB}{DC}$ và D là trung điểm của QS .

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR đi qua trung điểm của BC .

Câu 5 (1,0 điểm). Hỏi có hay không 16 số tự nhiên, mỗi số có ba chữ số được tạo thành từ ba chữ số a, b, c thỏa mãn hai số bất kỳ trong chúng không có cùng số dư khi chia cho 16?

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh:.....; SBD:.....

SỞ GD&ĐT VINH PHÚC

(Hướng dẫn chấm có 04 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2013-2014

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN

Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán

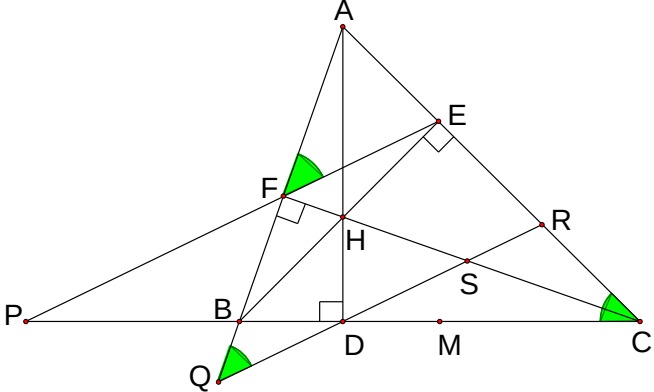
A. LƯU Ý CHUNG

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

B. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
1	a	$\begin{cases} xy = x + y + 1 \\ yz = y + z + 5 \\ zx = z + x + 2 \end{cases} \quad (x, y, z \in \mathbb{R})$ Giải hệ phương trình	1,5
		$\begin{cases} xy = x + y + 1 \\ yz = y + z + 5 \\ zx = z + x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(y-1) = 2 \\ (y-1)(z-1) = 6 \\ (z-1)(x-1) = 3 \end{cases}$	0,50
		Nhân từng vế các phương trình của hệ trên ta được $((x-1)(y-1)(z-1))^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(y-1)(z-1) = 6 \\ (x-1)(y-1)(z-1) = -6 \end{cases}$	0,50
		+) Nếu $(x-1)(y-1)(z-1) = 6$, kết hợp với hệ trên ta được	0,25

		$\begin{cases} x-1=1 \\ y-1=2 \Leftrightarrow \\ z-1=3 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}$	
		+) Nếu $(x-1)(y-1)(z-1)=-6$, kết hợp với hệ trên ta được $\begin{cases} x-1=-1 \\ y-1=-2 \Leftrightarrow \\ z-1=-3 \end{cases} \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \\ z=-2 \end{cases}$. Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm $(x; y; z) = (2; 3; 4), (0; -1; -2)$.	0,25
	b	Giải phương trình $\sqrt{x^2+3x+2} + \sqrt{x^2-1} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1}$, ($x \in \mathbb{R}$)	1,5
		Điều kiện xác định $x \geq 1$. Khi đó ta có $\sqrt{x^2+3x+2} + \sqrt{x^2-1} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x+2)} + \sqrt{(x-1)(x+1)} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1}$	0,50
		$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x+2)} + \sqrt{(x-1)(x+1)} - 3\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+2} - 6$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+1}(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} - 3) = 2(\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} - 3)$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+1} - 2)(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} - 3) = 0$	0,50
		*) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} - 3 = 0 \Leftrightarrow x+2 + x-1 + 2\sqrt{(x+2)(x-1)} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+x-2} = 4-x$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x^2+x-2 = x^2-8x+16 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$	0,25
		*) $\sqrt{x+1} = 2 \Leftrightarrow x+1=4 \Leftrightarrow x=3$. Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{2, 3\}$.	0,25
2	a	Chứng minh rằng nếu n là số nguyên dương thì $2(1^{2013} + 2^{2013} + \dots + n^{2013})$ chia hết cho $n(n+1)$.	1,0
		Nhận xét. Nếu a, b là hai số nguyên dương thì $a^{2013} + b^{2013} : (a+b)$.	0,25
		Khi đó ta có $2(1^{2013} + 2^{2013} + \dots + n^{2013}) = (1^{2013} + n^{2013}) + (2^{2013} + (n-1)^{2013}) + \dots + (n^{2013} + 1^{2013}) : (n+1)$ (1)	0,25
		Mặt khác $2(1^{2013} + 2^{2013} + \dots + n^{2013})$ $= (1^{2013} + (n-1)^{2013}) + (2^{2013} + (n-2)^{2013}) + \dots + ((n-1)^{2013} + 1^{2013}) + 2.n^{2013} : n(2)$	0,25
		Do $(n, n+1)=1$ và kết hợp với (1), (2) ta được $2(1^{2013} + 2^{2013} + \dots + n^{2013})$ chia hết cho $n(n+1)$.	0,25
	b	Tìm tất cả các số nguyên tố p, q thỏa mãn điều kiện $p^2 - 2q^2 = 1$	1,0
		Nếu p, q đều không chia hết cho 3 thì	0,50

		$p^2 \equiv 1 \pmod{3}, q^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 2q^2 \equiv -1 \pmod{3}$ vô lý. Do đó trong hai số p, q phải có một số bằng 3.	
		+) Nếu $p = 3 \Rightarrow 9 - 2q^2 = 1 \Leftrightarrow q^2 = 4 \Leftrightarrow q = 2$. Do đó $(p, q) = (3, 2)$.	0,25
		+) Nếu $q = 3 \Rightarrow p^2 - 18 = 1 \Leftrightarrow p^2 = 19$ vô lý. Vậy $(p, q) = (3, 2)$.	0,25
3		Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh: $\frac{a}{(a+1)(b+1)} + \frac{b}{(b+1)(c+1)} + \frac{c}{(c+1)(a+1)} \geq \frac{3}{4}$	1,0
		$\frac{a}{(a+1)(b+1)} + \frac{b}{(b+1)(c+1)} + \frac{c}{(c+1)(a+1)} \geq \frac{3}{4}$ Ta có $\Leftrightarrow 4a(c+1) + 4b(a+1) + 4c(b+1) \geq 3(a+1)(b+1)(c+1)$ $\Leftrightarrow 4(ab+bc+ca) + 4(a+b+c) \geq 3abc + 3(ab+bc+ca) + 3(a+b+c) + 3$ $\Leftrightarrow ab+bc+ca+a+b+c \geq 6 \quad (1)$ Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho 3 số dương ta được: $ab+bc+ca \geq 3\sqrt[3]{(abc)^2} = 3; \quad a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc} = 3$ cộng từng vế hai bất đẳng thức này ta được (1). Do đó bất đẳng thức ban đầu được chứng minh. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$.	0,50
			0,25
			0,25
4			
	a	Tứ giác BQCR nội tiếp.	1,0
		Do $AB < AC$ nên Q nằm trên tia đối của tia BA và R nằm trong đoạn CA, từ đó Q, C nằm về cùng một phía của đường thẳng BR.	0,25
		Do tứ giác BFEC nội tiếp nên $\angle AFE = \angle BCA$,	0,25
		Do QR song song với EF nên $\angle AFE = \angle BQR$	0,25
		Từ đó suy ra $\angle BCA = \angle BQR$ hay tứ giác BQCR nội tiếp.	0,25
	b	$\frac{PB}{PC} = \frac{DB}{DC}$ và D là trung điểm của QS.	1,0
		$\frac{DB}{AE} = \frac{HB}{HA}$ Tam giác DHB đồng dạng tam giác EHA nên $\frac{DC}{AF} = \frac{HC}{HA}$ Tam giác DHC đồng dạng tam giác FHA nên	0,25

		$\frac{DB}{DC} = \frac{AE}{AF} \cdot \frac{HB}{HC} = \frac{AE}{AF} \cdot \frac{FB}{EC} \quad (1)$ Từ hai tỷ số trên ta được	
		Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác ABC với cát tuyến PEF ta được: $\frac{PB}{PC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = 1 \Leftrightarrow \frac{PB}{PC} = \frac{AE}{AF} \cdot \frac{FB}{EC} \quad (2)$	0,25
		$\frac{PB}{PC} = \frac{DB}{DC} \quad (3)$ Từ (1) và (2) ta được	0,25
		Do QR song song với EF nên theo định lí Thales: $\frac{DQ}{PF} = \frac{BD}{BP}, \frac{DS}{PF} = \frac{CD}{CP}$. Kết hợp với (3) ta được $DQ = DS$ hay D là trung điểm của QS.	0,25
c		Đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR đi qua trung điểm của BC.	1,0
		Gọi M là trung điểm của BC. Ta sẽ chứng minh $DP \cdot DM = DQ \cdot DR$. Thật vậy, do tứ giác BQCR nội tiếp nên $DQ \cdot DR = DB \cdot DC \quad (4)$.	0,25
		$DP \cdot DM = DB \cdot DC \Leftrightarrow DP \left(\frac{DC - DB}{2} \right) = DB \cdot DC$ Tiếp theo ta chứng minh	0,25
		$DP(DC - DB) = 2DB \cdot DC \Leftrightarrow DB(DP + DC) = DC(DP - DB) \Leftrightarrow DB \cdot PC = DC \cdot PB$ $\Leftrightarrow \frac{PB}{PC} = \frac{DB}{DC} \quad (\text{đúng theo phần b}). \text{ Do đó } DP \cdot DM = DB \cdot DC \quad (5)$	0,25
		Từ (4) và (5) ta được $DP \cdot DM = DQ \cdot DR$ suy ra tứ giác PQMR nội tiếp hay đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR đi qua trung điểm của BC.	0,25
5		Hỏi có hay không 16 số tự nhiên, mỗi số có ba chữ số được tạo thành từ ba chữ số a, b, c thỏa mãn hai số bất kỳ trong chúng không có cùng số dư khi chia cho 16?	1,0
		Trả lời: Không tồn tại 16 số như vậy. Thật vậy, giả sử trái lại, tìm được 16 số thỏa mãn. Khi đó, ta có 16 số dư phân biệt khi chia cho 16: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15; trong đó có 8 số chẵn, 8 số lẻ. Do đó, ba chữ số a, b, c khác tính chẵn lẻ, giả sử hai chữ số chẵn là a, b và chữ số lẻ là c.	0,25
		Có 9 số lẻ được tạo thành từ những chữ số này: $\overline{aac}, \overline{abc}, \overline{acc}, \overline{bac}, \overline{bbc}, \overline{bcc}, \overline{cac}, \overline{cbc}, \overline{ccc}$.	0,25
		Gọi $x_1, x_2, \dots, x_9$ là các số có hai chữ số thu được từ các số ở trên bằng cách bỏ đi chữ số c (ở hàng đơn vị). Khi đó $\overline{x_i c} \not\equiv \overline{x_j c} \pmod{16} \Leftrightarrow 16 \nmid \overline{x_i c} - \overline{x_j c} \text{ tức là } x_i - x_j \text{ không chia hết cho 8}$	0,25
		Nhưng trong 9 số $x_1, x_2, \dots, x_9$ chỉ có ba số lẻ $\overline{ac}, \overline{bc}, \overline{cc}$ nên 8 số bất kỳ trong 9 số $x_1, x_2, \dots, x_9$ luôn có hai số có cùng số dư khi chia cho 8, mâu thuẫn. Tương tự, trường hợp trong ba số a, b, c có hai số lẻ, một số chẵn cũng không xảy ra	0,25

-----Hết-----