

NGUYỄN TIẾN BÌNH
CỰ NHÂN GIÁO KHOA VẬT LÝ

133 BÀI TOÁN QUANG HÌNH

LUYỆN THI ĐẠI HỌC

Sách đọc thêm cho học sinh



NHÀ XUẤT BẢN THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH - 1993

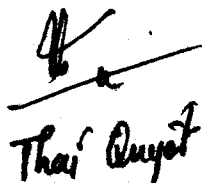
NGUYỄN TIẾN BÌNH

Cử nhân Giáo khoa Vật lý

SÁCH ĐỌC THÊM CHO HỌC SINH

133 BÀI TOÁN QUANG HÌNH

LUYỆN THI ĐẠI HỌC


Thái Quyết

NHÀ XUẤT BẢN THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

1993

1914

1915

1916

1917

1918

1919

1920

1921

1922

NGUYÊN TẮC KHẢO SÁT ĐƯỜNG ĐI CỦA TIA SÁNG QUA 1 HỆ QUANG ĐỒNG TRỤC

Nguyên tắc chung dựa trên các điểm căn bản sau :

1) - Dựa trên đường đi của tia sáng, bắt đầu từ tia tới đầu tiên và kết thúc bằng tia ló sau cùng truyền thẳng

2) - Chú ý đến các hiện tượng xảy ra khi tia sáng tới gặp các quang cụ

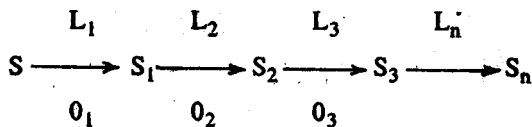
- Gương phẳng, Gương cầu : *hiện tượng phản xạ ánh sáng*

- Lăng kính, thấu kính : *hiện tượng khúc xạ ánh sáng*

3) - Vì tia ló của quang cụ trước sẽ là tia tới của quang cụ sau do đó :

Ảnh của quang cụ trước chính là vật của quang cụ sau

4) - Lập một sơ đồ tạo ảnh cho hệ dựa trên các nguyên tắc trên :



$L_1, L_2, \dots, L_n$: các quang cụ mà tia sáng đi tới

5) - Áp dụng các công thức tương ứng cho từng quang cụ và thiết lập mối liên hệ giữa ảnh của quang cụ trước và vật của quang cụ sau. Khi đó ta sẽ có một hệ phương trình cần thiết cho bài toán.

NHỮNG ĐIỂM CƠ BẢN CHO MỖI QUANG CỤ ĐƠN.

1. GƯƠNG PHẪNG

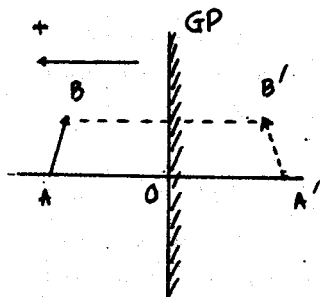
- 1) - Vật thật cho ảnh ảo và ngược lại
- 2) - Ảnh và Vật đối xứng qua gương phẳng
- 3) - Công thức :

$$AB \xrightarrow{GP} A'B'$$

đặt $d = \overline{OA}$; $d' = \overline{OA'}$;

$$|k| = \left| \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \right| ; k = \text{độ phóng đại ảnh}$$

Chiều dương là chiều phản xạ của ánh sáng



Ta có : $d = -d'$ và $|k| = 1$

qui ước : $d, d' > 0$: Vật thật , ảnh thật ;

$d, d' < 0$: Vật ảo, Ảnh ảo

2. GƯƠNG CẦU

- 1) - Tiêu cực của gương cầu f với $|f| = \frac{R}{2}$; R : bán kính mặt cầu

2) -

$$AB \xrightarrow{GC} A'B'$$

đặt : $d = \overline{OA}$; $d' = \overline{OA'}$; $f = \overline{OF}$

ta có công thức : $\frac{1}{f} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d}$

$$k = -\frac{d'}{d} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

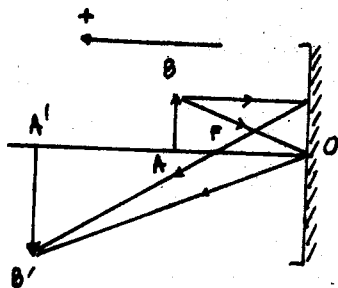
3) - Quy ước : chiều dương là chiều phản xạ của ánh sáng

$f > 0$: gương cầu lõm ;

$f < 0$: gương cầu lồi

$d, d' > 0$: vật thật, ảnh thật ;

$d, d' < 0$: Vật ảo, Ảnh ảo.



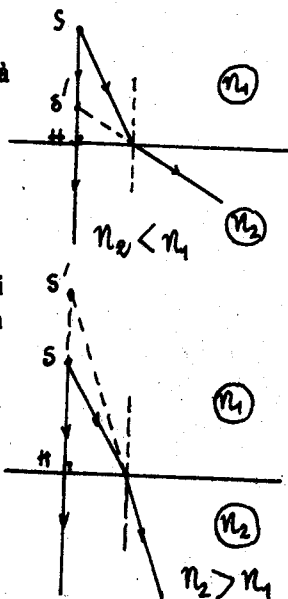
3. LƯỢNG CHẤT PHẪNG

1) - Vật thật cho ảnh ảo và ngược lại

$$2) - \frac{\overline{HS}}{n_1} = \frac{\overline{HS'}}{n_2}$$

Chú ý : - Nếu $n_1 > n_2$: ảnh di chuyển theo chiều truyền của ánh sáng

- Nếu $n_1 < n_2$: ảnh dịch chuyển theo chiều ngược lại



4 . BẢN MẶT SONG SONG

1) - Vật thật cho ảnh ảo và ngược lại

2) - Độ dời ảnh $SS' = e \left(\frac{n-1}{n} \right)$

Với e : bề dày của bản mặt song song

n : chiết suất của bản mặt song song đối với môi trường ngoài.

$$n = \frac{n_{BM}}{n_{MT}}$$

Khi môi trường ngoài là không khí $n_{MT} = 1$. Ta có n là chiết suất của bản mặt song song

Chú ý : Nếu chiết suất của bản mặt song song lớn hơn chiết suất môi trường ngoài thì ảnh di chuyển theo chiều truyền của ánh sáng.

* Vật sáng đặt song song với bản mặt song song sẽ cho ảnh ảo bằng-chính nó

$$AB \xrightarrow{BMSS} A'B' \quad \text{với } k = \frac{AB'}{AB} = 1$$

5 . LĂNG KÍNH

1) - Các công thức trong điều kiện có tia ló

$$\sin i = n \sin r \quad (1)$$

$$\sin i' = n \sin r' \quad (2)$$

$$A = r + r' \quad (3)$$

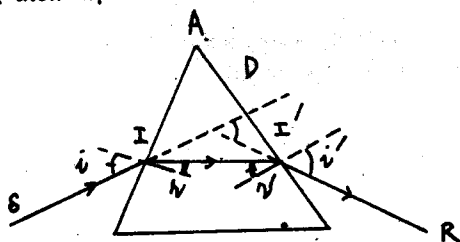
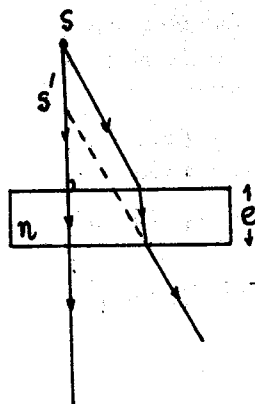
$$\text{góc lệch } D = i + i' - A \quad (4)$$

n : chiết suất tỷ đối của lăng kính đối với môi trường ngoài

2) - Điều kiện để có tia ló

$$A \leq 2i_{gh}$$

$$\sin i_{gh} = 1/n$$



$$i \leq i_0 \quad \text{với} \quad \sin i_0 = n \sin (A - i_{gh})$$

3) - Khi góc lệch cực tiểu $D = D_m$; ta có

$$i = i' ; r = r' = \frac{A}{2} \quad \text{và} \quad D_m = 2i - A$$

$$n = \frac{\sin(D_m + A)/2}{\sin \frac{A}{2}}$$

6. THẤU KÍNH

1) - Tiêu cự của thấu kính : $\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

với $n = \frac{n_{TK}}{n_{MT}}$: chiết suất tỷ đối của thấu kính đối với môi trường ngoài

R_1, R_2 : bán kính các mặt cầu giới hạn

Qui ước : $R > 0$: Nếu mặt cầu lồi

$R < 0$: Mặt cầu giới hạn là mặt lõm

$R \rightarrow \infty$: mặt cầu giới hạn là mặt phẳng

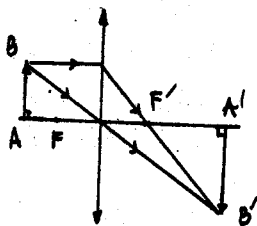
2) -

$$\text{Vật } AB \xrightarrow{\text{TK}} A'B'$$

đặt $d = \overline{AO} ; d' = \overline{OA'} ; f = \overline{OF}$

Ta có công thức :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d}$$



độ phóng đại ảnh

$$k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{d'}{d}$$

3) - Qui ước : chiều dương là chiều ánh sáng

* $f > 0$: thấu kính hội tụ ; $f < 0$: thấu kính phân kỳ

* $d, d' > 0$: Vật thật, ảnh thật ; $d, d' < 0$: vật ảo, ảnh ảo

4) Thấu kính ghép sát :

1 hệ thấu kính $L_1, L_2, L_3...$ đồng trục chính, ghép sát xem như tương đương 1 thấu kính có tiêu cự f được xác định bởi hệ thức

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} + \dots$$

7. QUI ƯỚC DẤU VÀ CHIỀU DƯƠNG.

Để ý rằng tất cả các giá trị d, f, d' , Đều là các giá trị đại số, nên có một dấu xác định đối với một cách chọn chiều dương

Ở những bài toán quang cụ đơn, chiều dương thường được chọn là :

- Đối với gương (gương phẳng, gương cầu) : chiều ánh sáng phản xạ là chiều dương.

- Đối với thấu kính : chiều ánh sáng tới thấu kính được chọn là chiều dương.

Với những chiều dương qui ước này các giá trị d, d', f xác định mang một ý nghĩa xác định. Cụ thể

$d, d' > 0$: Vật thật, ảnh thật

$d, d' < 0$: Vật ảo, ảnh ảo

$f > 0$: Thấu kính hội tụ, $f < 0$: Thấu kính phân kỳ

.....

Trong những bài toán của hệ quang đồng trục : đôi khi do ánh sáng đối chiều (hiện tượng phản xạ thường gặp trong các hệ có gương phẳng hoặc gương cầu), để các lý luận đại số được liên tục và chặt chẽ, ta có thể vẫn giữ nguyên chiều dương đã chọn ban đầu, khi đó :

- Dấu của các đại lượng d, d' ; f mang một ý nghĩa trái ngược với qui ước trên. Cụ thể :

$d, d' < 0$: Vật thật, ảnh thật

$d, d' > 0$: Vật ảo, ảnh ảo

$f > 0$: Thấu kính phân kỳ, $f < 0$: Thấu kính hội tụ

- Khi áp dụng công thức $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$ ta chỉ cần thay f bằng $(-f)$ trong công thức trên, nghĩa là ta có hệ thức :

$$\frac{1}{(-f)} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d}$$

$$\text{hay } d' = \frac{d(-f)}{d - (-f)} \quad \text{và} \quad d = \frac{d'(-f)}{d' - (-f)}$$

- Riêng hệ thức $k = -\frac{d'}{d}$ vẫn không thay đổi về hệ thức và ý nghĩa cụ thể :

$k > 0$: Ảnh, vật cùng chiều

$k < 0$: Ảnh, vật ngược chiều

Chủ đề 1

HỆ : GƯƠNG PHẪNG + GƯƠNG PHẪNG

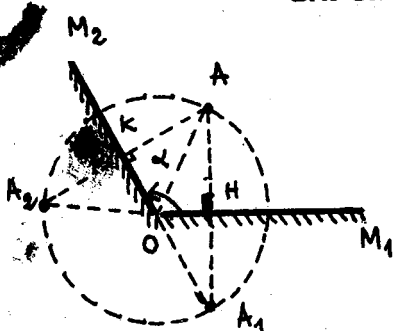
1 Hai gương phẳng M_1 và M_2 đặt nghiêng với nhau 1 góc α .
 Một điểm sáng A trước hai gương, cách giao tuyến của chúng khoảng $R = 12 \text{ cm}$

1) Tính khoảng cách giữa 2 ảnh ảo đầu tiên của A qua các gương M_1 và M_2 .

2) Tìm cách dịch chuyển điểm A sao cho khoảng cách giữa 2 ảnh ảo của nó trên là không đổi.

(Đại học Sư phạm 76-77)

BÀI GIẢI.



1/ Do tính chất đối xứng nên A_1, A_2, A nằm trên 1 đường tròn tâm O ($\in$ giao tuyến) bán kính $R = 12 \text{ cm}$

Tứ giác OKAH nối tiếp
 (Vì $\hat{K} + \hat{H} = 180^\circ$)

Do đó : $\hat{A} = \pi - \alpha$

$\Rightarrow A_2\hat{O}A_1 = 2A$
 (góc cùng chắn cung A_1A_2)

$$\Rightarrow A_2\hat{O}A_1 = 2(\pi - \alpha)$$

Tam giác A_2OA_1 cân tại O. Do đó : $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \alpha - \frac{\pi}{2}$

$$\text{Vậy : } A_1A_2 = 2R \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = 2R \sin \alpha$$

$$\text{Thay } R = 12 \text{ cm ; } \alpha = 120^\circ \Rightarrow A_1A_2 = 2 \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \text{ cm}$$

2/ Từ : $A_1A_2 = 2R \sin \alpha$. Do đó để A_1A_2 không đổi

$\Rightarrow R$: không đổi (vì α : không đổi)

Vậy A chỉ có thể dịch chuyển trên một mặt trụ, có trục là giao tuyến của 2 gương, bán kính $R : 12\text{cm}$, giới hạn bởi 2 gương

1.2 Hai gương phẳng M và N có mặt phản xạ hướng vào nhau và đặt cách nhau 1 khoảng $AB = d$. Giữa 2 gương trên đường thẳng AB người ta đặt điểm sáng S cách gương 1 đoạn $SA = a$. Xét 1 điểm O nằm trên đường thẳng đi qua S và vuông góc với AB có khoảng cách $OS = h$.

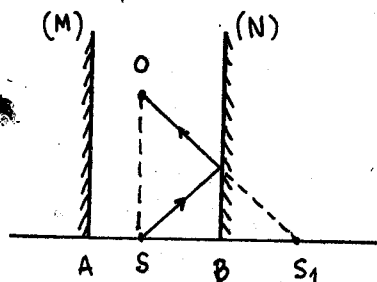
1) Vẽ đường đi của 1 tia sáng xuất phát từ S phản xạ trên N tại I và truyền qua O.

2) Vẽ đường đi của 1 tia sáng xuất phát từ S phản xạ lần lượt trên gương N tại H, trên gương M tại K rồi truyền qua O.

3) Tính các khoảng cách từ I, K, H đến AB.

(ĐẠI HỌC BK 75-76)

BÀI GIẢI



$$OS = h ; AB = d ; SA = a$$

1/ Vì tia tới qua S thì tia phản xạ phải qua ảnh S_1 của S qua gương N.

Vậy tia phản xạ phải đi qua O và qua S_1 . Do đó :

- Dựng ảnh S_1 đối xứng S qua B.
- Dựng tia phản xạ qua S_1O cắt gương N tại I.
- Dựng tia tới SI.

2/ Theo dõi đường đi của tia sáng ta có thể lập sơ đồ tạo ảnh

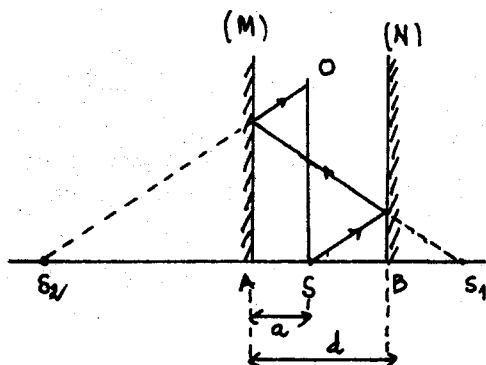
sau :

$$S \xrightarrow{N} S_1 \xrightarrow{M} S_2 \quad (\text{tia phản xạ qua O})$$

Vì S_2 là ảnh của S_1 qua gương M do đó S_2 đối xứng với S_1 qua A.

Ta có thể dựng đường đi của tia sáng như sau :

- Dựng S_2 đối xứng với S_1 qua A.
- Dựng tia phản xạ S_2O cắt gương (M) tại K
- Dựng tia phản xạ trên gương (N) : S_1K cắt gương (N) tại H
- Dựng tia tới SH.



3/ Trong tam giác SOS_1 (h.1) vì IB là đường trung bình nên :

$$IB = \frac{OS}{2} = \frac{h}{2}$$

Xét 2 tam giác đồng dạng S_2AK và S_2SO ta có tỷ lệ đồng dạng :

$$\frac{KA}{SO} = \frac{S_2A}{S_2S} \Rightarrow KA = SO \frac{S_2A}{S_2S} = SO \cdot \frac{S_2A}{S_2A + AS}$$

Với $SO = h$; $AS = a$

$$S_2A = S_1A = AB + BS_1 = AB + BS d + (d - a) = 2d - a$$

$$\text{do đó : } KA = h \frac{2d - a}{2d - a + a} = \frac{(2d - a)h}{2d}$$

Xét 2 tam giác đồng dạng S_1BH và S_1AK (h.2)

$$\text{Ta có : } \frac{HB}{AK} = \frac{BS_1}{AS_1} = \frac{BS}{AS_1}$$

$$\Rightarrow HB = AK \frac{BS}{AS_1} = \frac{(2d - a)h}{2d} \cdot \frac{(d - a)}{(2d - a)}$$

$$\text{Vậy } HB = \frac{(d - a)h}{2d}$$

Chủ đề 2

HỆ GƯƠNG PHẪNG + GƯƠNG CẦU

2.1 Một gương phẳng G_p và một gương lõm G_c tiêu cự 20 cm đặt cách nhau 40 cm sao cho trục chính của gương lõm vuông góc với gương phẳng và 2 mặt phản xạ quay vào nhau. Một vật AB đặt vuông góc với trục chính, bên trong 2 gương và cách gương lõm 25 cm. Xác định vị trí, tính chất, độ phóng đại của ảnh thứ 3 cho bởi hệ, trong 2 trường hợp :

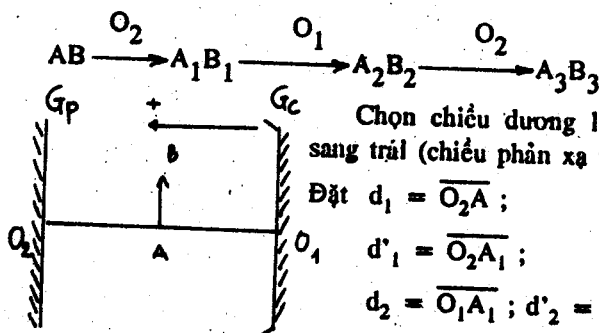
a) Tia sáng tới gương phẳng trước.

b) Tia sáng tới gương lõm trước.

BÀI GIẢI

a/ Tia sáng tới gương phẳng trước

Lập sơ đồ tạo ảnh :



Chọn chiều dương là chiều từ phải sang trái (chiều phản xạ trên gương cầu)

$$\text{Đặt } d_1 = \overline{O_2A};$$

$$d'_1 = \overline{O_2A_1};$$

$$d_2 = \overline{O_1A_1}; \quad d'_2 = \overline{O_1A_2}$$

$$d_3 = \overline{O_2A_2} \quad d'_3 = \overline{O_2A_3}$$

$$\overline{O_1O_2} = l = 40\text{cm} ; \quad \overline{O_1A} = 25\text{cm}$$

- Đối với gương phẳng :

$$\begin{aligned} d'_1 &= -d_1 = -\overline{O_2A} = -(\overline{O_2O_1} + \overline{O_1A}) = -(-l + \overline{O_1A}) = \\ &= -(-40 + 25) = +15\text{cm}. \end{aligned}$$

$$\text{- Xác định } d_2 = \overline{O_1A_1} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_1} = l + d'_1 = 40 + 15 = 55\text{cm}$$

- Đối với gương cầu :

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{55.20}{55 - 20} = \frac{55.20}{35} = \frac{220}{7} \text{ cm}$$

- Xác định d_3 ; Ta có

$$d_3 = \overline{O_2 A_2} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A_2} = -l + d'_2 = -40 + \frac{220}{7} = -\frac{60}{7} \text{ cm}$$

- Đối với gương phẳng : Ta có : $d'_3 = -d_3 = +\frac{60}{7} \text{ cm}$

Vậy ảnh thứ 3 qua hệ cách gương phẳng $\frac{60}{7} \text{ cm}$; Ảnh ảo ;

độ phóng đại quan hệ :

Theo định nghĩa của độ phóng đại qua hệ ; ta có $|k| = \frac{A_3 B_3}{AB}$

$$\text{Ta có thể phân tích } k = \frac{\overline{A_3 B_3}}{\overline{A_2 B_2}} \cdot \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A_1 B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3$$

Với $k_1 = k_3 = 1$ (độ phóng đại của gương phẳng)

$$k_2 = \frac{-d'_2}{d_2} = -\frac{220/7}{55} = -\frac{4}{7}$$

$$\text{Vậy : } k = -\frac{4}{7} \quad (\text{ảnh và vật ngược chiều})$$

b/ Tia sáng tới gương cầu trước

tương tự ta có sơ đồ tạo ảnh

$$\begin{array}{ccccccc} & O_1 & & O_2 & & O_1 & \\ AB & & A_1 B_1 & & A_2 B_2 & & A_3 B_3 \end{array}$$

$$\text{Ta có : } d_1 = \overline{O_1 A_1} ; d'_1 = \overline{O_1 A'_1} ; d_2 = \overline{O_2 A_1} ; d'_2 = \overline{O_2 A_2} ;$$

$$d_3 = \overline{O_1 A_2} ; d'_3 = \overline{O_1 A_3}$$

$$\text{Với } d_1 = 25 \text{ cm} ; \overline{O_1 O_2} = 40 \text{ cm}$$

$$\text{Ta có : } * d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{25.20}{25 - 20} = \frac{25.20}{5} = 100 \text{ cm}$$

$$k_1 = -\frac{d_1}{d'_1} = -\frac{100}{25} = -4$$

$$* d_2 = \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = -l + d'_1 = -40 + 100 = 60 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d'_2 = -d_2 = -60 \text{ cm}; \quad k_2 = 1$$

$$* d_3 = \overline{O_1A_2} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_2} = l - d'_2 = 40 + (-60) = -20 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{-20 \cdot 20}{-20 - 20} = \frac{-400}{-40} = 10 \text{ cm.}$$

$$k_3 = -\frac{d'_3}{d_3} = \frac{-10}{-20} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Độ phóng đại qua hệ: } k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = (-4)(1)\left(\frac{1}{2}\right) = -2$$

Vậy ảnh thứ 3 qua hệ cách gương cầu 10 cm ; Ảnh thật bằng 2 lần vật và ngược chiều vật

2.2 Một gương phẳng G_p và 1 gương cầu lõm G_c có tiêu cự 40 cm đặt cách nhau 40 cm sao cho trục chính của gương cầu lõm vuông góc với gương phẳng và 2 mặt phản xạ hướng về nhau.

Một vật AB cao 40 cm đặt vuông góc với trục chính trong khoảng giữa 2 gương và cách gương cầu lõm 20 cm. Xác định vị trí, tính chất, độ lớn của ảnh cho bởi hệ sau 2 lần phản xạ.

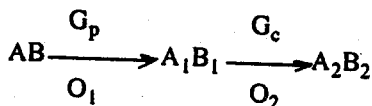
1) Lần thứ 1 trên G_p , lần thứ hai trên G_c

2) Lần thứ 1 trên G_c , lần thứ hai trên G_p

BÀI GIẢI

Tương tự như (2.1)

1/ Sơ đồ tạo ảnh



$$d_1 = \overline{O_1A}; \quad d'_1 = \overline{O_1A_1}; \quad d_2 = \overline{O_2A_1}; \quad d'_2 = \overline{O_2A_2}$$

Chiều dương là chiều ánh sáng phản xạ trên gương cầu

$$\text{Ta có: } d_1 = -20 \text{ cm} \Rightarrow d'_1 = -d_1 = 20 \text{ cm}$$

$$k_1 = 1$$

Ta có $d_2 = \overline{O_2 A_1} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A_1} = 40 + 20 + 60 \text{ cm}$;

$$f = -40 \text{ cm (gương cầu lồi)}$$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{60(-40)}{60 - (-40)} = \frac{-2400}{100} = -24 \text{ cm} < 0$$

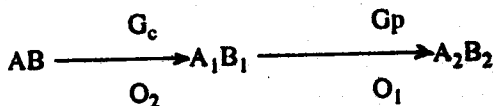
$$\text{Độ phóng đại : } k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{-24}{60} = 0,4$$

$$\text{Độ phóng đại qua hệ : } k = k_1 \cdot k_2 = 1 \cdot (0,4) = 0,4$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{AB}} = k \Rightarrow |\overline{A_2 B_2}| = |k| \cdot |\overline{AB}| = 0,4 \cdot 4 = 1,6 \text{ cm}$$

Ảnh qua hệ là ảnh ảo, cách gương cầu 24 cm, độ cao 1,6 cm.

2/ Sơ đồ tạo ảnh



$$d_1 = \overline{O_2 A} ; d'_1 = \overline{O_2 A_1} ; d_2 = \overline{O_1 A_1} ; d'_2 = \overline{O_1 A_2}$$

* đối với gương cầu lồi :

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{20(-40)}{20 - (-40)} = -\frac{800}{60} = -\frac{40}{3} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{độ phóng đại qua gương cầu } k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{-\frac{40}{3}}{20} = \frac{2}{3}$$

* đối với gương phẳng :

$$d_2 = \overline{O_1 A_1} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 A_1} = -40 - \frac{40}{3} = -\frac{160}{3} \text{ cm}$$

$$\text{do đó : } d'_2 = -d_2 = \frac{160}{3} \text{ cm} ; k_2 = 1$$

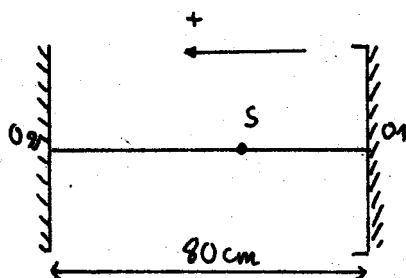
$$\Rightarrow \text{độ phóng đại qua hệ } k = k_1 \cdot k_2 = \left(+\frac{2}{3}\right)(1) = +\frac{2}{3}$$

$$\text{độ lớn ảnh } A_2B_2 = |k| \cdot \overline{AB} = \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3} \text{ cm}$$

Vậy ảnh qua hệ sau 2 lần phản xạ là ảnh ảo, cách gương phẳng $\frac{80}{3}$ cm có độ lớn $\frac{8}{3} \approx 2,8$ cm và cùng chiều với vật.

2.3 Một gương đặt vuông góc với trục chính của 1 gương phẳng cầu lõm tiêu cự $f = 30$ cm và cách gương lõm 80 cm, hai mặt phản xạ hướng vào nhau. Một điểm sáng S nằm trên trục chính, trong khoảng giữa 2 gương. Xác định vị trí của điểm sáng để sau khi phản xạ 2 lần qua 2 gương ảnh của hệ trùng với S

BÀI GIẢI :



$$f = 30 \text{ cm} ; O_1O_2 = 80 \text{ cm}$$

1/ Trường hợp tia sáng tới gương phẳng trước

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau

$$S \xrightarrow[\text{O}_2]{G_p} S_1 \xrightarrow[\text{O}_1]{G_c} S_2$$

$$\text{đặt } d_1 = \overline{O_2S} = d ; d'_1 = \overline{O_2S_1} ; d_2 = \overline{O_1S_1} ; d'_2 = \overline{O_1S_2}$$

$$* \text{ đối với gương phẳng : } d'_1 = -d_1 = -d$$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{O_1S_1} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2S_1} = 80 - d$$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{(80 - d) 30}{80 - d - 30} = \frac{30(80 - d)}{50 - d}$$

để S_2 trùng với S : ta có :

$$\overline{O_1S_2} = \overline{O_1S} = \overline{O_1S} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2S} = 80 + d$$

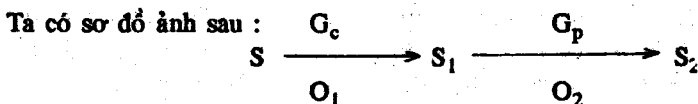
$$\Rightarrow d'_2 = 80 + d$$

do đó : $80 + d = \frac{30(80 - d)}{50 - d}$ với $d \neq 50 \text{ cm}$

$\Leftrightarrow (80 + d)(50 - d) = 30(80 - d) \Rightarrow d = 40 \text{ cm}$

Vậy : điểm S cách gương phẳng 40 cm.

2/ Trường hợp tia sáng tới gương cầu trước.



đặt $d_1 = \overline{O_1S} = d$; $d'_1 = \overline{O_1S_1}$; $d_2 = \overline{O_2S_1}$; $d'_2 = \overline{O_2S_2}$

* đối với gương cầu $d'_1 = \frac{df}{d - f} = \frac{30d}{d - 30}$

$\Rightarrow d_2 = \overline{O_2S_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1S_1} = -80 + d'_1$

$d_2 = -80 + \frac{30d}{d - 30} = \frac{-50d + 2400}{d - 30}$

* đối với gương phẳng : $d'_2 = -d_2 = \frac{50d - 2400}{d - 30}$

Để ảnh S_2 trùng với S : ta có

$d'_2 = \overline{O_2S_2} = \overline{O_2S} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1S} = -80 + d$

do đó ta có phương trình theo d

$-80 + d = \frac{50d - 2400}{d - 30} \quad (d \neq 30)$

$\Leftrightarrow (d - 30)(d - 80) = 50d - 2400$

$\Leftrightarrow d^2 - 110d + 2400 = 50d - 2400$

$d^2 - 160d + 4800 = 0$

$\Delta' = 1600 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 40$

do đó $\begin{cases} d = 80 + 40 = 120 \text{ cm} & ; \text{ loại vì } (d < 80 \text{ cm}) \\ d = 80 - 40 = 40 \text{ cm} & \text{ (nhận)} \end{cases}$

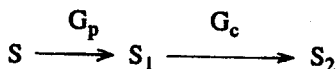
Vậy điểm sáng S đặt cách gương cầu 40cm (cách gương phẳng 40cm)

Nhận xét : Cả 2 trường hợp đều cho cùng 1 kết quả về vị trí của S

Bài toán có thể giải đơn giản hơn như sau :

1/ Tia sáng tới gương phẳng trước

Với sơ đồ



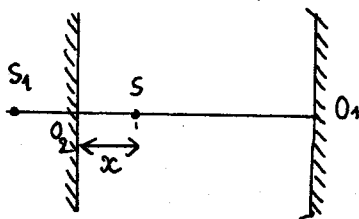
và nguyên lý thuận nghịch ánh sáng ta có thể suy ra khi S_2 là vật qua gương cầu thì S_1 sẽ là ảnh ; do đó $S_2 \equiv S$ cho ta suy ra :



Đối với gương phẳng :

Đặt $O_2S = x > 0$ thì vì ảnh đối xứng nên $O_2S_1 = x$

do đó đối với gương cầu S_1 là ảnh ở vị trí $d' = 80 + x$



và S là vật ở vị trí $80 - x = d$

do đó : theo công thức

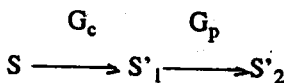
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{80 + x} + \frac{1}{80 - x}$$

$\Rightarrow$ phương trình bậc 2 theo x :

$$x^2 = 1600 \Rightarrow x = 40 \text{ cm (loại nghiệm âm)}$$

2/ Tia sáng tới gương cầu trước



Dùng nguyên lý thuận nghịch ánh sáng lý luận tương tự ta cũng phải có



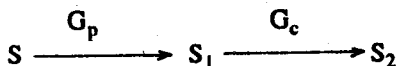
Và đưa về phương trình theo x ta cũng có kết quả như trên

Đáp số : S cách gương phẳng 40 cm

2.4 Khoảng cách giữa gương phẳng và gương cầu lõm tiêu cự f là l , mặt phản xạ của 2 gương hướng vào nhau, gương phẳng vuông góc với trục chính của gương lõm. Tìm điều kiện của l để ảnh của 1 điểm sáng S nằm trên trục chính, giữa 2 gương, sau 2 lần phản xạ, trùng với chính nó. Xác định vị trí của vật khi điều kiện trên được thỏa.

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ sau



Theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng khi S_2 là vật của gương cầu S_1 là ảnh do đó nếu S_2 trùng với S thì :

$$S \xrightarrow{G_p} S_1 ; \quad S_2 \equiv S \xrightarrow{G_c} S_1$$

Gọi x là khoảng cách từ S đến gương phẳng : ta có : $OS = x = OS_1$ (Ảnh đối xứng), do đó đối với gương cầu

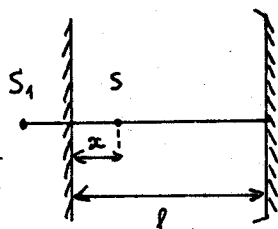
- Vật S ở vị trí $d = l - x$
- Ảnh S_1 ở vị trí $d' = l + x$

Theo công thức
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l - x} + \frac{1}{l + x}$$

ta có phương trình :

$$l^2 - x^2 = 2lf$$

$$x^2 = l^2 - 2lf = l(l - 2f)$$



Để phương trình này có nghiệm ta phải có điều kiện $l - 2f \geq 0$ hay $l \geq 2f$

- Xét trường hợp tia sáng phản xạ trên gương cầu trước.

Lý luận tương tự ta cũng suy ra điều kiện : $l \geq 2f$.

Khi đó vị trí vật cách gương phẳng 1 đoạn : $x = \sqrt{l(l - 2f)}$

Vậy điều kiện để ảnh sau 2 lần phản xạ liên tiếp có thể trùng với vật là $l \geq 2f$, không phụ thuộc thứ tự phản xạ.

2.5 Cho 1 hệ gương phẳng và 1 gương cầu lõm tiêu cự f . Hai gương có mặt phản xạ hướng vào nhau, gương phẳng vuông góc với trục chính của gương lõm, cách gương lõm 1 đoạn x . Một vật sáng AB nằm trên trục chính giữa 2 gương, vuông góc với trục chính. Chứng tỏ rằng ta không thể tìm được 1 vị trí của AB để hệ cho ảnh sau 2 lần phản xạ ở vị trí của vật AB . Xác định vị trí của vật - độ phóng đại ảnh.

BÀI GIẢI

Lý luận tương tự như bài 2.4

Ta có kết quả : Vị trí của vật để ảnh cuối ở vị trí vật thỏa phương trình : $* d_2 = 1(1 - 2f)$ (1) (Trường hợp tia sáng tới gương phẳng trước) hoặc $* d^2 - 2ld + 2lf = 0$ (2) (Trường hợp tia sáng tới gương cầu trước)

Với $\Delta' = 1^2 - 2lf$

Trong cả 2 trường hợp ta thấy vì $f < 0$ (gương cầu lõm) nên số hạng $1 - 2f > 0$

Do đó : phương trình (1) và (2) luôn luôn có nghiệm

- Trường hợp 1 : nghiệm $d = \pm \sqrt{1(1 - 2f)}$

Nhưng vì $\sqrt{1(1 - 2f)} > 1$

Do đó : nghiệm $d = \pm \sqrt{1(1 - 2f)}$: không nhận

- Trường hợp 2 : 2 nghiệm : $\begin{cases} d = 1 + \sqrt{1(1 - 2f)} \\ d = 1 - \sqrt{1(1 - 2f)} < 0 \end{cases}$

Đều không nhận được vì không thỏa điều kiện $0 < d < 1$

Tóm lại : không có vị trí nào của vật sáng trong khoảng giữa gương phẳng và gương cầu để ảnh của vật sau 2 lần phản xạ liên tiếp trên 2 gương ở cùng vị trí với vật.

Chủ đề 3

GUƠNG PHẪNG + LƯỜNG CHẤT PHẪNG GUƠNG PHẪNG + BÀN MẶT SONG SONG

3.1 Một chậu đựng nước có đáy phẳng trắng bạc, lớp nước trong chậu có bề cao 10 cm chiết suất nước là $\frac{4}{3} = 1,33$

1) Chiếu vào chậu 1 tia sáng đơn sắc nghiêng 45° so với mặt nước. Tính khoảng cách từ điểm tia tới đi vào mặt nước đến điểm ló ra của tia phản xạ ra khỏi mặt nước.

2) Chậu phải nghiêng 1 góc bao nhiêu để tia phản xạ nói trên không còn ló ra khỏi mặt nước.

3) Một người soi mặt vào chậu khi nằm ngang sẽ thấy ảnh mình, cách xa bao nhiêu nếu mặt người ấy cách mặt nước 10 cm.

Kích thước của chậu đủ để thí nghiệm trên thực hiện được

(Đại học Tổng hợp 77-78)

BÀI GIẢI

1) Gọi I điểm tia tới mặt nước, J là điểm tia ló trên mặt nước. Do tính chất phản xạ, ta suy ra I, J đối xứng qua O.

Vậy $IJ = 2 IO$

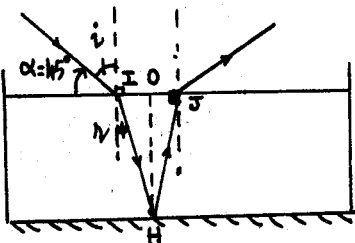
Trong tam giác vuông IOH; ta có : $IO = OH.tgr$

Do đó : $IJ = 2 OH.tgr$ (1)

Dùng định luật khúc xạ tại I :

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n}$$

$$\Rightarrow \cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n}$$



$$\operatorname{tg} r = \frac{\sin r}{\cos r} = \frac{\sin i}{n} \cdot \frac{n}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \quad (2)$$

thay (2) vào (1) ta có : $IJ = 2OH \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$

thay các giá trị $OH = 10 \text{ cm}$; $i = 45^\circ$; $n = \frac{4}{3}$ ta có kết quả :

$$IJ \approx 12,5 \text{ cm.}$$

2/ Khi nghiêng chậu 1 góc α với phương ngang, tia phản xạ tới mặt thoáng có góc tới : $i' = r + 2\alpha$

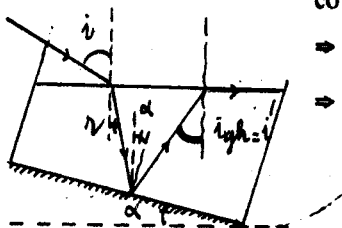
Để không có tia ló ra mặt thoáng ta phải có $i' \geq i_{gh}$

$$\Rightarrow r + 2\alpha \geq i_{gh}$$

$$\Rightarrow \alpha \geq \frac{i_{gh} - r}{2}$$

$$\text{Với } \sin i_{gh} = \frac{1}{n} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\Rightarrow i_{gh} \sim 48^\circ$$



$$\text{Mặt khác } \sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{\sin 45^\circ}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{4}{3}} = \frac{3\sqrt{2}}{8} = 0,53$$

do đó $\alpha \geq 8^\circ$

3/ Ta có sơ đồ tạo ảnh sau

$$\text{LCP} (n_1 = 1 ; n_2 = \frac{4}{3})$$

$$\text{GP} \quad \text{LCP} (n_1 = \frac{4}{3} ; n_2 = 1)$$

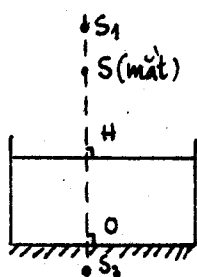
$$S \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} S_1 \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} S_2 \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} S_3$$

- Đối với lượng chất phẳng (không khí, nước) vì mắt nhìn theo phương vuông góc với mặt thoáng ; ta có thể áp dụng công thức

$$\frac{HS}{n_1} = \frac{HS_1}{n_2} \Rightarrow HS_1 = \frac{n_2}{n_1} HS = \frac{4}{3} \cdot 10 = \frac{40}{3} \text{ cm.}$$

- Đối với gương phẳng :

$$OS_1 + OH + HS_1 = 10 + \frac{40}{3} = \frac{70}{3} \text{ cm}$$



Do tính chất đối xứng ảnh S_2 của S_1 cách gương 1 đoạn

$$OS_2 = OS_1 = \frac{70}{3} \text{ cm}$$

- Đối với lượng chất phẳng (nước, không khí) ta có

$$\frac{HS_2}{n_1} = \frac{HS_3}{n_2}$$

$$\Rightarrow HS_3 = \frac{n_2}{n_1} HS_2 = \frac{n_2}{n_1} (OS_2 + OH)$$

$$HS_3 = \frac{1}{\frac{4}{3}} \left(\frac{70}{3} + 10 \right) = \frac{3}{4} \left(\frac{100}{3} \right) = 25 \text{ cm}$$

Vậy mắt nhìn thấy ảnh cách mình 1 đoạn

$$SS_3 = SH + HS_3 = 10 + 25 = 35 \text{ cm}$$

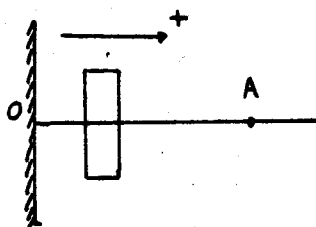
3.2 Một điểm sáng A đặt cách gương phẳng 1 đoạn 50 cm giữa A và gương phẳng đặt 1 bản mặt song song bằng thủy tinh có bề dày $e = 6 \text{ cm}$, chiết suất $n = 1,5$, song song theo hướng gần vuông góc với gương thì ảnh A' của A cách gương bao nhiêu.

(Đại học Khối A 81-82)

BÀI GIẢI

$$d = 6 \text{ cm} ; n = 1,5$$

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :



$$\begin{matrix} & \text{BM} & & \text{G} & & \text{BM} \\ \text{A} & \longrightarrow & \text{A}_1 & \longrightarrow & \text{A}_2 & \longrightarrow & \text{A}_3 = \text{A}' \end{matrix}$$

Chọn chiều dương là chiều ánh sáng phản xạ (h. vẽ)

- Đối với bản mặt song song : vì mắt đặt gần như vuông góc với gương : ta có thể áp dụng công thức :

$$\overline{AA_1} = -e \frac{(n-1)}{n} \quad (\text{Vì } \overline{AA_1} < 0 : \text{Ảnh dịch chuyển theo chiều ánh sáng tới})$$

$$\text{Suy ra : } \overline{AO} + \overline{OA_1} = -e \left(\frac{n-1}{n} \right)$$

$$\Rightarrow \overline{OA_1} = -e \left(\frac{n-1}{n} \right) - \overline{AO} = \overline{OA} - e \left(\frac{n-1}{n} \right)$$

- Đối với gương phẳng :

$$\overline{AO_2} = -\overline{OA_1} \quad \Rightarrow \quad \overline{OA_2} = e \left(\frac{n-1}{n} \right) - \overline{OA}$$

- Đối với bản mặt song song

$$\overline{A_2A_3} = e \left(\frac{n-1}{n} \right) \quad (\text{Ảnh dịch chuyển theo chiều phản xạ})$$

$$\Rightarrow \overline{A_2O} + \overline{OA_3} = e \left(\frac{n-1}{n} \right)$$

$$\Rightarrow \overline{OA_3} = e \left(\frac{n-1}{n} \right) - \overline{A_2O} = e \left(\frac{n-1}{n} \right) + \overline{OA_2}$$

$$\overline{OA_3} = e \left(\frac{n-1}{n} \right) + e \left(\frac{n-1}{n} \right) - \overline{OA} \quad (1)$$

Khoảng cách giữa vật và ảnh cuối cùng :

$$\overline{AA_3} = \overline{AO} + \overline{OA_3}$$

Thay giá trị của $\overline{OA_3}$ ở (1) vào ta có :

$$\overline{AA_3} = \overline{AO} + 2e \left(\frac{n-1}{n} \right) - \overline{OA}$$

Thay các giá trị $OA = 50 \text{ cm}$; $e = 6 \text{ cm}$; $n = 1,5$ vào ta có :

$$\overline{AA_3} = 2.6 \left(\frac{1,5-1}{1,5} \right) - 2.50 = -96 \text{ cm}$$

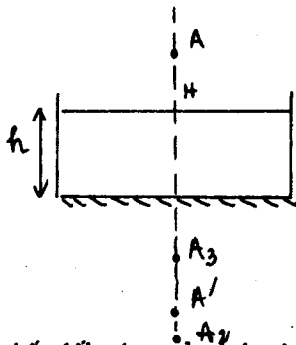
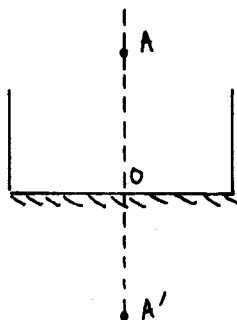
Vậy ảnh $A' \equiv A_3$ cách A 96 cm, cách gương 46 cm

$$\text{Vì : } \overline{OA_3} = 2e \left(\frac{n-1}{n} \right) - OA = 2.6 \left(\frac{1,5-1}{1,5} \right) - 50$$

$\overline{OA_3} = -46 \text{ cm}$ (điểm A_3 phía sau gương ảo)

3.3 Một chậu có đáy nằm ngang là 1 gương phẳng. Một điểm sáng A phía trên đáy chậu cho 1 ảnh A'. Khi đổ 1 chất lỏng trong suốt vào chậu đến 1 độ cao $h = 12\text{ cm}$, người ta thấy ảnh A' dịch chuyển 1 đoạn $\Delta d = 8\text{ cm}$. Tính chiết suất của dung dịch.

BÀI GIẢI



- Khi chưa đổ chất lỏng. Do tính chất đối xứng của ảnh và vật ta có : $OA = OA'$

- Khi đổ chất lỏng : ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

LCP ($n_1 = 1 ; n_2 = n$) Gp LCP ($n_1 = n ; n_2 = 1$)
 $A \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} A_1 \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} A_2 \xrightarrow{\hspace{1.5cm}} A_3$

* Đối với lượng chất phẳng : ta có : $\frac{HA}{1} = \frac{HA_1}{n}$

$$\Rightarrow HA_1 = nHA \Rightarrow OA_1 = OH + HA_1 = h + n.HA$$

* Đối với gương phẳng, ta có : $OA_2 = OA_1 = h + n.HA$

$$\Rightarrow HA_2 = HO + OA_2 = h + h + n.HA = 2h + n.HA$$

* Đối với lượng chất phẳng : Ta có : $\frac{HA_2}{n} = \frac{HA_3}{1}$

$$\Rightarrow HA_3 = \frac{HA_2}{n} = \frac{2h + nHA}{n} = \frac{2h}{n} + HA$$

$$\Rightarrow OA_3 = HA_3 - OH = \frac{2h}{n} + HA - h = h\left(\frac{2}{n} - 1\right) + HA$$

Khoảng cách giữa ảnh A' và ảnh A₃

$$\Delta d = |OA' - OA_3| = |OA - h\left(\frac{2}{n} - 1\right) - HA|$$

thay $OA = OH + HA = h + HA$

ta có : $\Delta d = |h + HA - h(\frac{2}{n} - 1) - HA| = |h - h(\frac{2}{n} - 1)|$
 $\Delta d = 2h(1 - \frac{1}{n})$

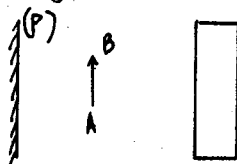
$\Rightarrow n = \frac{2h}{2h - \Delta d}$

thay các giá trị $h = 12 \text{ cm}$; $\Delta d = 8 \text{ cm}$

$$n = \frac{2 \cdot (12)}{2(12) - 8} = \frac{3}{2} = 1,5$$

3.4 Một vật sáng AB được đặt trong khoảng giữa 1 gương phẳng P và 1 bản mặt song song như hình vẽ.

1) Chứng tỏ rằng có 2 ảnh của AB qua hệ.



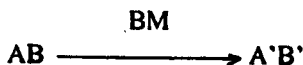
2) Cho biết vật đặt cách gương 20 cm, bề dày của bản mặt song song $e = 9 \text{ cm}$, chiết suất $n = 1,5$. Xác định vị trí, tính chất của các ảnh.

3) Chứng tỏ rằng khoảng cách giữa 2 ảnh luôn luôn gấp 2 lần khoảng cách từ vật tới gương.

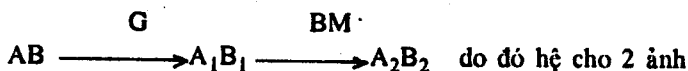
BÀI GIẢI

1) Chùm tia sáng xuất phát từ vật AB gồm 2 phần :

- Phần 1 : qua bản mặt song song cho 1 ảnh ảo A'B' theo sơ đồ



- Phần 2 : đối gương phẳng, phản xạ qua bản mặt song song cho ảnh A2B2 theo sơ đồ sau :



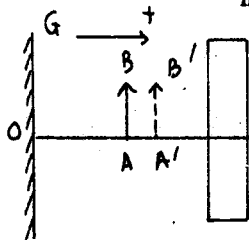
2) Xác định ảnh A'B', A₂B₂

Áp dụng công thức $\overline{AA'} = e\left(\frac{n-1}{n}\right)$

Chiếu dương là chiếu ánh sáng phản xạ từ gương.

Ta có thể viết : $\overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = e\left(\frac{n-1}{n}\right)$

$$\Rightarrow \overline{OA'} = e\left(\frac{n-1}{n}\right) - \overline{AO} = e\left(\frac{n-1}{n}\right) + \overline{OA} \quad (1)$$



Thay các giá trị $\overline{OA} = 20\text{cm}$;

$n = 1,5$; $e = 9\text{cm}$, ta có :

$$\overline{OA'} = 9\left(\frac{1,5-1}{1,5}\right) + 20 = 23\text{ cm}$$

Vậy ảnh A'B' là ảnh ảo, cách gương 23 cm.

* Xác định A₂B₂

- Đối với gương phẳng ta có : $\overline{OA_1} = -\overline{OA}$

- Đối với bản mặt song song : $\overline{A_1A_2} = e\left(\frac{n-1}{n}\right)$

$$\Rightarrow \overline{A_1O} + \overline{OA_2} = e\left(\frac{n-1}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \overline{OA_2} = e\left(\frac{n-1}{n}\right) - \overline{A_1O} = e\left(\frac{n-1}{n}\right) + \overline{OA_1}$$

$$\overline{OA_2} = e\left(\frac{n-1}{n}\right) - \overline{OA}$$

Thay các giá trị $\overline{OA} = 20\text{ cm}$; $e = 9\text{ cm}$; $n = 1,5$; ta có :

$$\overline{OA_2} = 9\left(\frac{1,5-1}{1,5}\right) - 20 = -17\text{ cm}$$

Vậy ảnh A₂B₂ là ảnh ảo, cách gương 17 cm

3) Từ (1) và (2) ta có (1) - (2) :

$$\overline{OA'} - \overline{OA_2} = e\left(\frac{n-1}{n}\right) + \overline{OA} - e\left(\frac{n-1}{n}\right) + \overline{OA} = 2\overline{OA}.$$

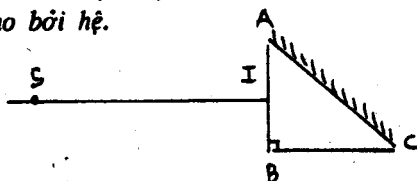
$$\overline{A_2A'} = 2\overline{OA} \text{ hay } \overline{OA} = \frac{\overline{A_2A'}}{2}$$

Kết quả này cho thấy khoảng cách giữa 2 ảnh luôn luôn gấp 2 lần khoảng cách từ vật tới gương.

Chủ đề 4

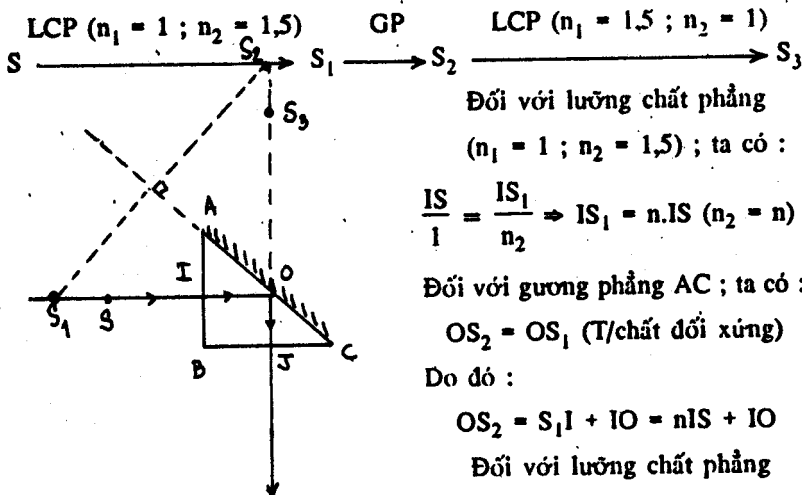
HỆ GIƯƠNG PHẪNG + LĂNG KÍNH

4.1 Một lăng kính tam giác vuông cân ABC , mặt huyền AC tráng bạc, cạnh $AB = BC = 3 \text{ cm}$. Một điểm sáng S nằm trên đường vuông góc với AB tại trung điểm I và cách điểm này $SI = 60 \text{ cm}$, chỉ chiết suất của lăng kính $n = 1,5$. Xác định vị trí, tính chất của ảnh cho bởi hệ.



BÀI GIẢI

Theo dõi đường đi của tia sáng ta thấy : sau khi khúc xạ tại mặt AB , tia sáng bị phản xạ trên gương AC (nghiêng 45° so với phương SI), sau đó lại khúc xạ tại mặt BC cho tia ló ra ngoài. Do đó ta có sơ đồ tạo ảnh sau :



$$\frac{IS}{1} = \frac{IS_1}{n_2} \Rightarrow IS_1 = n \cdot IS \quad (n_2 = n)$$

Đối với gương phẳng AC ; ta có :

$$OS_2 = OS_1 \text{ (T/chất đối xứng)}$$

Do đó :

$$OS_2 = S_1I + IO = nIS + IO$$

Đối với lưỡng chất phẳng

$$(n_1 = n ; n_2 = 1)$$

Ta có :
$$\frac{JS_2}{n} = \frac{JS_3}{1} \Rightarrow JS_3 = \frac{JS_2}{n} = \frac{JO + OS_2}{n} = \frac{JO + OS_2}{n}$$

$$JS_3 = \frac{JO + nIS + IO}{n} = \frac{2IO + nIS}{n} = IS + 2\frac{IO}{n}$$

Thay các giá trị của $IS = 60 \text{ cm}$; $n = 1,5$; $IO = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ cm}$

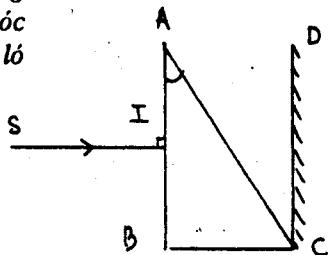
Ta có :
$$JS_3 = 60 + 2 \cdot \frac{1,5}{1,5} = 62 \text{ cm.}$$

Dựa vào sơ đồ tạo ảnh ta có thể biết

S_1 là ảnh ảo của S đối với lưỡng chất phẳng, do đó trở thành vật thật đối với gương phẳng. Theo tính chất của gương phẳng S_2 sẽ là ảnh ảo, nên S_2 đối với lưỡng chất phẳng sau trở thành vật thật và do đó ảnh cuối cùng S_3 là ảnh ảo.

Tóm lại : qua lăng kính nói trên S cho ảnh ảo S_3 cách trung điểm J của BC một đoạn 62 cm .

4.2 Một gương phẳng và một lăng kính chiết suất $n = \sqrt{3}$ được sắp đặt như hình vẽ. Mặt AB song song với mặt gương. Một tia tới SI vuông góc với AB sau khi truyền qua hệ có tia ló ở mặt AC . Tính góc ló. Cho $A = 30^\circ$



BÀI GIẢI

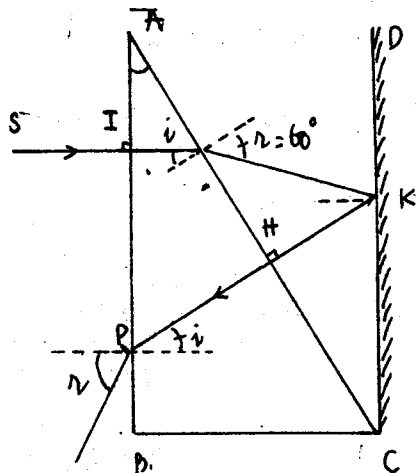
Khảo sát đường truyền của tia sáng, ta thấy :

- Ở mặt AB : có hiện tượng khúc xạ ánh sáng : tia khúc xạ truyền thẳng đến mặt phân cách AC

- Ở mặt AC : $n_1 = n = \sqrt{3} > n_2 = 1$

Với góc tới $i = \hat{A} = 30^\circ$: (góc có cạnh tương ứng vuông góc)

Góc giới hạn : $\sin i_{gh} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow i < i_{gh}$



Do đó có hiện tượng khúc xạ ánh sáng.

$$\sin r = n \sin i = n \sin 30^\circ$$

$$= \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = 60^\circ$$

Tia sáng truyền thẳng đến gương CD.

- Ở gương CD : tia sáng tới dưới góc tới $i = 30^\circ$ (chứng minh bằng hệ thức lượng trong tam giác thường)

do đó góc phản xạ $i' = i = 30^\circ$

- Ở mặt AC : $n_1 = 1 < n_2 = \sqrt{3}$

Có tia khúc xạ với góc tới $i = 0^\circ$

Thật vậy trong tam giác JKH ta thấy $\hat{J} = 30^\circ$; $\hat{K} = 60^\circ$; do đó $\hat{H} = 90^\circ$, nghĩa là tia phản xạ HK vuông góc với mặt phân cách AC

- Tại mặt AB : tia sáng đi từ $n_1 = \sqrt{3} > n_2 = 1$ dưới góc tới $i = \hat{A} = 30^\circ$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc)

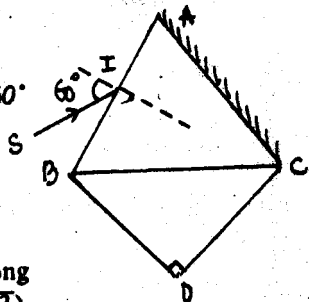
Vì $i < i_{gh}$ nên cho tia ló ra ngoài dưới góc ló r với :

$$\sin r = \frac{n \sin i}{1} = \sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy góc ló $r = 60^\circ$

4.3 Một lăng kính tam giác đều ABC, chiết suất $n_1 = \sqrt{3}$ có mặt AC tráng bạc được ghép với 1 lăng kính vuông cân BCD chiết suất $n_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ như hình vẽ

Một tia tới mặt AB dưới góc tới 60° khảo sát đường đi của tia sáng.



BÀI GIẢI :

- Tại mặt AB : ánh sáng đi từ không khí $n_{kk} = 1$ vào lăng kính ABC ($n_1 = \sqrt{3}$).
Áp dụng định luật khúc xạ, ta có :

$$\sin r = \frac{n_{kk} \sin 60^\circ}{n_1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 30^\circ$$

Vì góc $\hat{B} = 60^\circ$ nên tia khúc xạ luôn luôn tới mặt AC

- Tại mặt AC : ánh sáng bị phản xạ ; góc tới $i = A - r = 30^\circ$
 $\Rightarrow$ góc phản xạ $i' = 30^\circ$
- Tại mặt BC : ánh sáng đi từ môi trường $n_1 = \sqrt{3}$ sang môi trường

$$n_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ dưới góc tới}$$

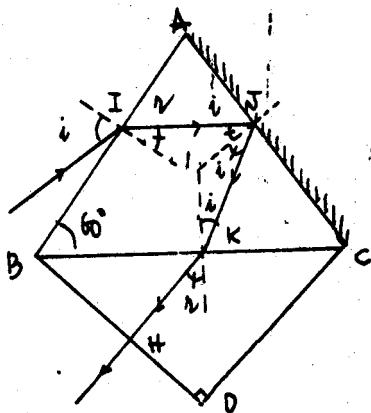
$$i = \hat{K} = \hat{C} - i' = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

Góc giới hạn i_{gh}

$$\sin i_{gh} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy } i < i_{gh} = 45^\circ$$

Do đó có hiện tượng khúc xạ tại mặt BC.



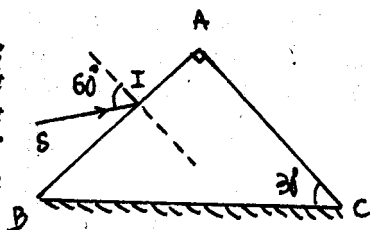
$$\text{góc khúc xạ : } \sin r = \frac{n_1 \sin i}{n_2} = \frac{\sqrt{3} \sin 30^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r = 45^\circ$$

- Tại mặt BD : Vì góc $\widehat{CBD} = 45^\circ$ do đó tia tới KH vuông góc với mặt BD. Thật vậy ta có

$$\widehat{H} = 180^\circ - (\widehat{CBD} + \widehat{BKH}) = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$$

Vì tia tới vuông góc mặt phân cách nên tia có truyền thẳng ra môi trường ngoài.

4.4 Một lăng kính tam giác vuông ABC vuông tại A và $C = 30^\circ$; chiết suất $n = 3$. Mặt BC tráng bạc. Một tia sáng tới mặt AB dưới góc tới 60° như hình vẽ. Khảo sát đường đi của tia sáng.



BÀI GIẢI

- Tại mặt AB :

Định luật khúc xạ cho ta : $\sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{\sin 60^\circ}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow r = 30^\circ$$

Vì góc $\widehat{B} = 60^\circ$, do đó mọi tia khúc xạ đều tới mặt AC

- Tại mặt AC : tia tới dưới góc tới $\widehat{J}_1 = \widehat{A} - r = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

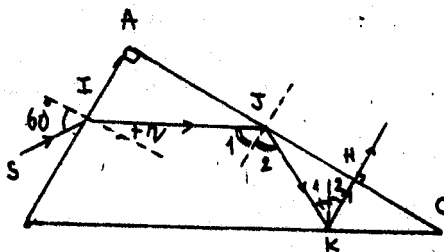
Góc giới hạn $\sin i_{gh} = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,57 < \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

do đó $i > i_{gh}$

Có hiện tượng phản xạ phản tại mặt AC

góc phản xạ $\widehat{J}_2 = \widehat{J}_1 = 60^\circ$

- Tại mặt BC : tia sáng đến mặt này dưới góc tới $\widehat{K}_1$ với



$$\hat{K}_1 = 180^\circ - (\hat{C} + \hat{J}_3 + 90) = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$$

Do đó góc phản xạ $\hat{K}_2 = \hat{K}_1 = 30^\circ$

- Tại mặt AC : tia sáng tới mặt này dưới góc tới

$$i = 0^\circ$$

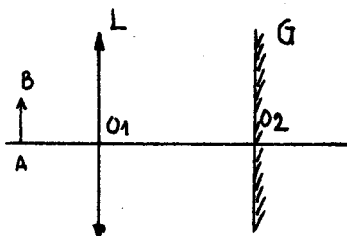
do $\hat{H} = 180^\circ - (\hat{K}_3 + \hat{C}) = 180^\circ - (60^\circ + 30^\circ) = 90^\circ$

Vậy tia ló ra ngoài truyền thẳng

Chủ đề 5

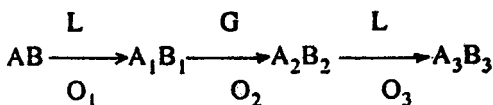
HỆ GƯƠNG PHẪNG + THẤU KÍNH

5.1 Một thấu kính hội tụ L , tiêu cự $f = 10 \text{ cm}$ và 1 gương phẳng G đặt vuông góc với trục chính của thấu kính và cách thấu kính một khoảng 40 cm . Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của thấu kính nằm ngoài khoảng thấu kính và gương và cách kính một khoảng 20 cm . Xác định vị trí, tính chất, độ phóng đại ảnh qua hệ. Vẽ ảnh.



BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau



Chọn chiều dương là chiều ánh sáng từ vật tới thấu kính và gương (từ trái sang phải)

$$\text{đặt : } d_1 = \overline{AO_1} ; d'_1 = \overline{O_1A_1} ; d_2 = \overline{O_2A_1} ; d'_2 = \overline{O_2A_2} ;$$

$$d_3 = \overline{A_2O_1} ; d'_3 = \overline{O_1A_3}$$

$$\text{Đối với thấu kính ta có : } d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{20 \cdot 10}{20 - 10} = \frac{200}{10} = 20 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = -40 + 20 = -20 \text{ cm}$$

$$\text{Đối với gương phẳng : } d'_2 = -d_2 = 20 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d_3 = \overline{A_2O_1} = \overline{A_2O_2} + \overline{O_2O_1} = 40 - d'_2 = -20 - 40 = -60 \text{ cm}$$

đối với thấu kính vì chiều dương ngược chiều ánh sáng tới thấu kính (chiều ánh sáng phản xạ từ gương) do đó : ta thay f bằng $(-f)$ trong

công thức thấu kính $\frac{1}{(-f)} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d}$

$$\text{do đó : } d'_3 = \frac{d_3(-f)}{d_3 - (-f)} = \frac{(-60)(-10)}{-60 - (-10)} = \frac{600}{-50} = -12 \text{ cm}$$

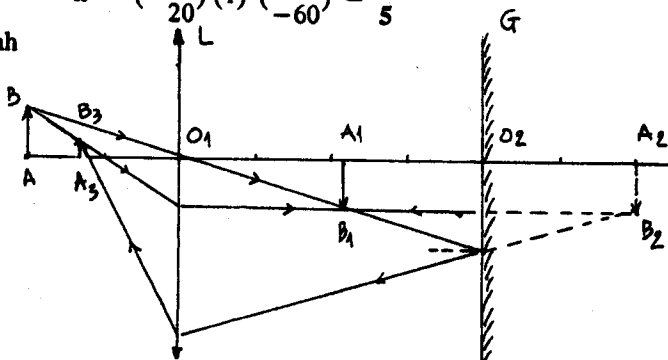
Vì chiều dương ngược chiều ánh sáng nên qui ước về tính chất thật ảo của vật cũng đảo ngược.

Do đó : $d'_3 = -12 \text{ cm} < 0$ nên ảnh cuối của hệ là ảnh thật, cách thấu kính L : 12 cm

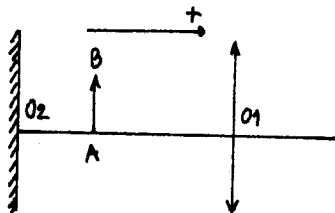
$$* \text{ Độ phóng đại của hệ } k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = \left(-\frac{d_1}{d_1}\right) (1) \left(-\frac{d'_3}{d_3}\right)$$

$$k = \left(-\frac{20}{20}\right) (1) \left(\frac{-12}{-60}\right) = \frac{1}{5}$$

Vẽ ảnh



5.2 Đặt 1 thấu kính hội tụ tiêu cự 20 cm trước một gương phẳng sao cho trục chính của kính vuông góc với mặt phẳng gương và cách gương 10 cm - Một vật sáng AB cao 3 cm nằm vuông góc với trục chính được đặt giữa thấu kính và gương, cách kính 5 cm. Chứng tỏ hệ cho 2 ảnh. Xác định vị trí, tính chất, độ cao các ảnh.



BÀI GIẢI

Chùm tia sáng xuất phát từ vật gồm 2 phần

- Phần 1 : qua thấu kính cho 1 ảnh A'B'

$$AB \xrightarrow{L} A'B'$$

- Phần 2 : đến gương rồi phản xạ qua thấu kính theo sơ đồ sau :

$$AB \xrightarrow{G} A_1B_1 \xrightarrow{L} A_2B_2$$

Do đó AB cho 2 ảnh A'B' và A₂B₂ qua hệ

- *Xác định A'B'* : Chọn chiều dương từ trái sang phải như hình vẽ

$$\text{Đặt } d = \overline{AO} = 5 \text{ cm} ; d' = \overline{O_1A'} \text{ ta có : } d' = \frac{df}{d-f}$$

$$d' = \frac{5(20)}{5-20} = \frac{100}{-15} = -\frac{20}{3} \text{ cm}$$

$$\text{Độ phóng đại } k = -\frac{d'}{d} = -\frac{-\frac{20}{3}}{5} = \frac{20}{3}$$

$$\text{Độ cao ảnh } A'B' = |k| AB = \frac{20}{3} \cdot 3 = 20 \text{ cm}$$

Ảnh A'B' là ảnh ảo, cách thấu kính $\frac{20}{3} \approx 6,67 \text{ cm}$, cao 20cm.

- *Xác định A₂B₂* dựa vào sơ đồ (2)

$$\text{Đặt } d_1 = \overline{O_2A} ; d'_1 = \overline{O_2A_1} ; d_2 = \overline{A_1O_1} ; d'_2 = \overline{O_1A_2}$$

* Đối với gương phẳng : $d'_1 = -d_1 = -5 \text{ cm}$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{A_1O_1} = \overline{A_1O_2} + \overline{O_2O_1} = \overline{O_2O_1} - d'_1 = 10 - (-5) = 15 \text{ cm}$$

* Đối với thấu kính :

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{15 \cdot 20}{15 - 20} = \frac{300}{-5} = -60 \text{ cm}$$

$$\text{Độ phóng đại qua hệ } k = k_1 \cdot k_2 = (1) \left(-\frac{d'_2}{d_2} \right) = -\frac{-60}{15} = 4$$

$$\text{Độ cao ảnh } A_2B_2 = |k| AB = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}$$

Vậy ảnh A₂B₂ là ảnh ảo, cách thấu kính 60cm ; cao 12cm

5.3 Một vật $AB = 3 \text{ cm}$ đặt trước 1 hệ gồm : thấu kính phân kỳ tiêu cự 30 cm và 1 gương phẳng có mặt phản xạ hướng về phía thấu kính, vuông góc với trục chính và cách thấu kính 10 cm . Cho biết khoảng cách từ vật đến thấu kính là 60 cm .

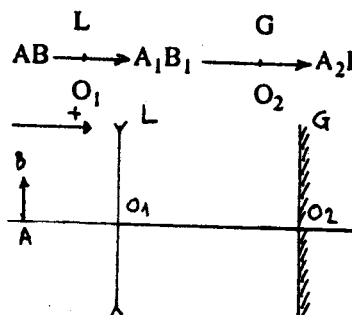
- 1) Xác định vị trí, tính chất, độ lớn của ảnh qua hệ.
- 2) Xét trường hợp gương phẳng ghép sát với thấu kính phân kỳ, trong trường hợp này chứng tỏ hệ tương đương với 1 gương cầu lõm ; xác định tiêu cự của gương cầu.

BÀI GIẢI

Chọn chiều dương như hình vẽ ; ta có :

$$\overline{AO_1} = 60 \text{ cm} ; \overline{O_1O_2} = 10 \text{ cm} ; f = -30 \text{ cm}$$

1/ Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :



$$\text{đặt } d_1 = \overline{AO_1} ; d'_1 = \overline{O_1A_1} ;$$

$$d_2 = \overline{O_2A_1} ; d'_2 = \overline{O_2A_2} ;$$

$$d_3 = \overline{A_2O_1} ; d'_3 = \overline{O_1A_3}$$

* Đối với thấu kính ta có :

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{60(-30)}{60 - (-30)} = \frac{1800}{90} = -20 \text{ cm.}$$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = d'_1 - 10 = -20 - 10 = -30 \text{ cm}$$

* Đối với gương ta có : $d'_2 = -d_2 = 30 \text{ cm}$

$$\Rightarrow d_3 = \overline{A_2O_1} = \overline{A_2O_2} + \overline{O_2O_1} = -d'_2 - 10 = -30 - 10 = -40 \text{ cm.}$$

* Đối với thấu kính : vì chiều dương ngược chiều ánh sáng (phản xạ) tới thấu kính ; nên ta có :

$$d'_3 = \frac{d_3(-f)}{d_3 - (-f)} = \frac{(-40)(+30)}{-40 - 30} = \frac{-1200}{-70} = \frac{120}{70} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{độ phóng đại qua hệ : } k &= k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) (1) \left(-\frac{d'_3}{d_3}\right) \\ &= \left(-\frac{20}{60}\right) (1) \left(-\frac{\frac{120}{70}}{-40}\right) = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

$$\text{Độ lớn ảnh : } A_3B_3 = |k| A_2B_2 = \frac{1}{7} \cdot 3 = \frac{3}{7} \text{ cm}$$

Vậy ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh ảo ($d'_3 > 0$ nhưng chiều dương ngược chiều ánh sáng), cách thấu kính $\frac{120}{7}$ cm ; độ cao $\frac{3}{7}$ cm.

2/ Xét trường hợp gương phẳng ghép sát với thấu kính

a/ Trong trường hợp này $\overline{O_1O_2} = 0$; do đó các kết quả trên trở thành $d_1 = 60 \text{ cm} \Rightarrow d'_1 = -20 \text{ cm}$

$$d_2 = d'_1 = -20 \text{ cm}$$

$$d'_2 = 20 \text{ cm} ; d_3 = -d'_2 = -20 \text{ cm}$$

$$d'_3 = \frac{d_3(-f)}{d_3 - (-f)} = \frac{-20(+30)}{-20 - (30)} = \frac{-600}{-50} = +12 \text{ cm}$$

độ phóng đại qua hệ

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = \left(+\frac{20}{60}\right) (1) \left(-\frac{12}{-20}\right) = \frac{1}{5}$$

$$\text{độ lớn ảnh } A_3B_3 = |k| \cdot AB = \frac{1}{5} \cdot 3 = 0,6 \text{ cm}$$

Vậy ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh ảo, cách thấu kính 12 cm, độ cao 0,6 cm

b/ - Chúng tỏ hệ tương đương với 1 gương cầu lồi.

Trở lại các ký hiệu ta có :

$$d_1 = d = \overline{AO_1}; d'_1 = \overline{O_1A_1}; d_2 = \overline{O_2A_1}; d'_2 = \overline{O_2A_2};$$

$$d_3 = \overline{A_2O_1}; d'_3 = \overline{O_1A_3}$$

khi $O_1 = O_2 = O$; ta có

$$d_1 = d = \overline{AO}, d'_1 = \overline{OA_1} = d_2; d'_2 = \overline{OA_2} = -d_3; d'_3 = \overline{OA_3}$$

+ Đối với thấu kính ta có :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d_1} \quad \text{hay} \quad \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{O_1A_1}} + \frac{1}{\overline{AO_1}} \quad (1)$$

+ Đối với gương phẳng : $d'_2 = -d_2 = \overline{OA_2} = -\overline{OA_1} \quad (2)$

+ Đối với thấu kính :

$$\frac{1}{(-f)} = \frac{1}{d'_3} + \frac{1}{d_3} \quad \text{hay} \quad -\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{OA_3}} + \frac{1}{\overline{A_2O}} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ; ta suy ra :

$$+\frac{2}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{AO}} - \frac{1}{\overline{OA_3}} = -\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA_3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA_3}} = -\frac{2}{\overline{OF'}}$$

Gọi F là điểm đối xứng với F' qua O : Ta có : $\overline{OF'} = -\overline{OF}$

Do đó hệ thức trên có thể viết

$$\frac{2}{\overline{OF}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA_3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{\overline{OF}}{2}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA_3}}$$

Đặt $f_G : \frac{\overline{OF}}{2}$; $d = \overline{OA}$; $d' = \overline{OA_3}$ ta có : $\frac{1}{f_G} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$

Hệ thức này cho phép ta kết luận hệ thấu kính phân kỳ ghép sát với gương phẳng tương đương với 1 gương cầu lõm có tiêu

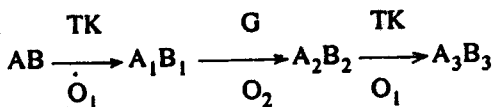
$$\text{cực } |f_G| = \frac{f}{2}$$

5.4 Đặt 1 vật AB vuông góc với trục chính của 1 thấu kính hội tụ tiêu cự 20 cm. Sau thấu kính đặt 1 gương phẳng vuông góc với trục chính của kính và cách thấu kính 35 cm thì thu được 1 ảnh thật chỉ cao bằng 1/2 vật. Xác định vị trí của vật.

BÀI GIẢI

Chọn chiều dương như hình vẽ

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :



$$\text{Đặt } d = d_1 = \overline{AO_1}; d'_1 = \overline{O_1A_1}; d_2 = \overline{O_2A_1}; d'_2 = \overline{O_2A_2}$$

$$d_3 = \overline{A_2O_1}; d'_3 = \overline{O_1A_3}$$

- Đối với thấu kính ta có :

$$d'_1 = \frac{df}{d-f} = \frac{20d}{d-20}$$

$$d_2 = \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}$$

$$= d'_1 - 35 = \frac{20d}{d-20} - 35 = \frac{-15d + 700}{d-20}$$

$$\text{- Đối với gương phẳng } d'_2 = -d_2 = \frac{15d - 700}{d-20}$$

$$\Rightarrow d_3 = \overline{A_2O_1} = \overline{A_2O_2} + \overline{O_2O_1} = -d'_2 - 35$$

$$= -\frac{15d - 700}{d-20} - 35 = \frac{-50d + 1400}{d-20} = \frac{-50(d-28)}{d-20}$$

$$\text{- Đối với thấu kính ; ta có : } d'_3 = \frac{d_3(-f)}{d_3 - (-f)}$$

$$d'_3 = \frac{-20 \cdot \frac{-50(d-28)}{d-20}}{\frac{-50(d-28)}{d-20} + 20} = \frac{20 \cdot 50(d-28)}{-30d + 1000} = -\frac{100(d-28)}{3d-100}$$

$$\text{Độ phóng đại qua hệ : } k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = \left(-\frac{d_1}{d'_1}\right)(1)\left(-\frac{d_3}{d'_3}\right)$$

$$k = \left(-\frac{20}{d-20}\right) (1) \left(+\frac{100(d-28)}{3d-100} \cdot \frac{d-20}{-50(d-28)}\right) = \frac{2000}{50(3d-100)}$$

$$= \frac{40}{3d-100}$$

Theo giả thiết ta có : $|k| = \frac{1}{2}$ do đó : $\frac{40}{3d-100} = \pm \frac{1}{2}$

Phương trình này cho 2 nghiệm : $20/3 \text{ cm}$ và 60 cm

Với $d = \frac{20}{3} \text{ cm} \Rightarrow d'_3 = -\frac{100\left(\frac{20}{3} - 28\right)}{3\left(\frac{20}{3}\right) - 100} = -\frac{80}{3} \text{ cm} < 0$

và : $d = 60 \text{ cm} \Rightarrow d'_3 = -40 \text{ cm} < 0$

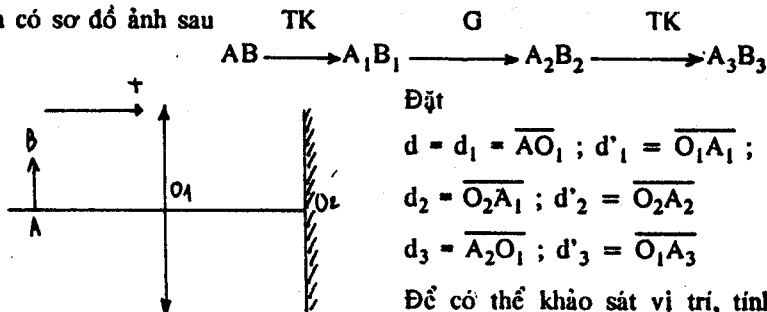
vì $d'_3 < 0$ ứng với ảnh thật nên cả 2 nghiệm đều nhận.

Do đó có 2 vị trí của vật cho ảnh cuối cùng là ảnh thật và bằng $\frac{1}{2}$ lần vật là $d = 60 \text{ cm}$ và $d = \frac{20}{3} \text{ cm}$.

5.5 Đặt 1 gương phẳng vuông góc với trục chính của 1 thấu kính hội tụ tiêu cự 20 cm và cách kính 30 cm rồi cho hệ tịnh tiến về phía vật sáng AB nằm cách kính 60 cm, vuông góc với trục chính. Khảo sát ảnh của AB qua hệ (vị trí, tính chất, độ phóng đại).

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ ảnh sau



Đặt

$$d = d_1 = \overline{AO_1}; d'_1 = \overline{O_1A_1};$$

$$d_2 = \overline{O_2A_1}; d'_2 = \overline{O_2A_2}$$

$$d_3 = \overline{A_2O_1}; d'_3 = \overline{O_1A_3}$$

Để có thể khảo sát vị trí, tính chất và độ phóng đại của ảnh

qua hệ khi hệ tĩnh tiến, ta có: O_1O_2 không đổi

$$\text{Vẽ } d = d_1 = \overline{AO_1} : \text{ thay đổi}$$

Do đó ta phải xác định sự phụ thuộc của d_3 , k theo d

* Đối với thấu kính ta có :

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{20d}{d - 20}$$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = -30 + d'_1$$

$$= -30 + \frac{20d}{d - 20} = \frac{-10d + 600}{d - 20}$$

- Đối với gương phẳng : $d'_2 = -d_2 = \frac{10d - 600}{d - 20}$

$$d_3 = \overline{A_2O_1} = \overline{A_2O_2} + \overline{O_2O_1} = -30 - d'_2 = -30 - \frac{10d - 600}{d - 20}$$

$$d_3 = \frac{-40d + 1200}{d - 20} = \frac{-40(d - 30)}{d - 20}$$

- Đối với thấu kính : (chiều dương ngược chiều ánh sáng) do đó :

$$d'_3 = \frac{d_3(-f)}{d_3 - (-f)} = \frac{-20 \cdot \frac{-40(d - 30)}{d - 20}}{\frac{-40(d - 30)}{d - 20} + 20} = \frac{800(d - 30)}{-20d + 800}$$

$$d'_3 = \frac{40(d - 30)}{-d + 40} \quad (1)$$

Độ phóng đại qua hệ : $k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) (1) \left(-\frac{d'_3}{d_3}\right)$

$$k = \frac{20}{d - 20} \cdot \frac{40(d - 30)}{-d + 40} \cdot \frac{d - 20}{-40(d - 30)}$$

$$k = \frac{20}{40 - d} \quad (2)$$

Lập bảng xét dấu của d'_3 và k ở (1), (2) theo d với $0 \leq d \leq 60\text{cm}$

d	0	30	40	60cm
d - 30		- 0	+	+
40 - d		+	+	0 -
d'₃	(-30)	- 0	+	- (-60cm)
k	1/2	+	2	+
				- -1

Kết quả bảng xét dấu cho thấy

- Khi vật cách hệ 1 khoảng d với $d = 0$ (vật đặt sát thấu kính) thì ảnh cuối qua hệ là ảnh thật ($d'_3 = -30 \text{ cm} < 0$ nhưng chiều dương ngược chiều ánh sáng), bằng $\frac{1}{2}$, cách thấu kính 30cm.

- Khi $0 < d < 30$: hệ cho ảnh thật, cùng chiều vật

- Khi $d = 30 \text{ cm}$: hệ cho ảnh sát thấu kính, có độ lớn gấp 2 vật

- Khi $30 < d < 40 \text{ cm}$: hệ cho ảnh ảo, cùng chiều vật

- Khi $d = 40 \text{ cm}$; hệ cho ảnh ở ∞

- Khi $40 \text{ cm} < d < 60 \text{ cm}$: hệ cho ảnh thật, ngược chiều vật

- Khi $d = 60 \text{ cm}$; hệ cho ảnh thật, cách kính 60 cm, bằng vật và ngược chiều vật.

5.6 Cho 1 thấu kính hội tụ tiêu cự f . Sau thấu kính đặt 1 gương phẳng vuông góc với trục chính và cách thấu kính 1 khoảng $l = f$. Một vật sáng AB đặt trước thấu kính vuông góc với trục chính, cách thấu kính 1 khoảng d.

1) Tìm điều kiện của d để ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh thật

2) Chứng minh ảnh cuối cùng qua hệ và vật luôn luôn đối xứng qua 1 vị trí cố định.

3) Xác định vị trí của vật, để ảnh cuối cùng ở vị trí trùng với vật.

BÀI GIẢI

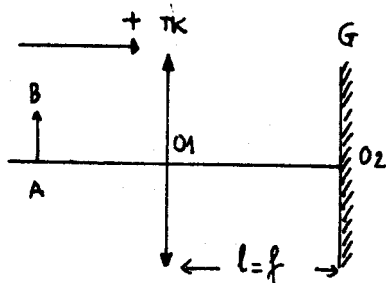
1/ Ta có sơ đồ tạo ảnh sau : TK G TK
 $AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2 \longrightarrow A_3B_3$

Chọn chiều dương như hình vẽ

đặt $d_1 = d = \overline{AO_1}$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $d_2 = \overline{O_2A_1}$; $d'_2 = \overline{O_2A_2}$

$d_3 = \overline{A_2O_1}$; $d'_3 = \overline{O_1A_3}$ ngoài ra $\overline{O_1O_2} = l = f$

- Đối với thấu kính :



$$d'_1 = \frac{df}{d-f}$$

$$\begin{aligned} d_2 &= \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} \\ &= -f + d'_1 \\ &= -f + \frac{df}{d-f} = \frac{f^2}{d-f} \end{aligned}$$

- Đối với gương phẳng :

$$d'_2 = -d_2 = -\frac{f^2}{d-f}$$

$$d_3 = \overline{A_2O_1} = \overline{A_2O_2} + \overline{O_2O_1} = -f - d'_2 = -f + \frac{f^2}{d-f} = \frac{f(-d+2f)}{d-f}$$

- Đối với thấu kính (chiều dương ngược chiều ánh sáng)

$$d'_3 = \frac{d_3(-f)}{d_3 - (-f)} = \frac{-f^2 \left(\frac{-d+2f}{d-f} \right)}{\frac{f(-d+2f)}{d-f} + f} = \frac{f^2(d-2f)}{f^2} = d - 2f$$

Kết quả này cho thấy để ảnh cuối cùng là thật $d'_3 < 0$; do đó

$$d - 2f < 0 \text{ hay } d < 2f$$

2/ Ta có $d'_3 = \overline{O_1A_3} = d - 2f$

$$d_1 = \overline{AO_1} = d$$

Suy ra $\overline{O_1A_3} - \overline{AO_1} = (d - 2f) - d = -2f$

$$\Rightarrow \frac{\overline{O_1 A_3} + \overline{O_1 A}}{2} = -f$$

Đặt $\overline{OI} = -f$ hệ thức này cho thấy $\frac{\overline{O_1 A_3} + \overline{O_1 A}}{2} = \overline{OI}$

Vậy A và A₃ đối xứng qua I điểm cố định I cách thấu kính l đoạn f theo chiều âm (tiêu điểm của thấu kính) (1)

Độ phóng đại qua hệ $k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) (1) \left(-\frac{d'_3}{d_3}\right)$

$$k = \left(-\frac{f}{d-f}\right) \cdot (1) \cdot \left[-(d-2f) \cdot \frac{(d-f)}{f(-d+2f)}\right] = -1$$

do đó ảnh cuối cùng và ngược chiều với vật (2)

Tổng hợp 2 kết quả (1) và (2) cho phép ta kết luận : Ảnh cuối cùng qua hệ đối xứng với vật qua tiêu điểm của thấu kính

3/ Để ảnh cuối cùng ở vị trí trùng với vật : ta có

$$d'_3 = \overline{O_1 A_3} = \overline{O_1 A} = -d$$

Thay kết quả này vào biểu thức của d'₃ ta có :

$$-d = d - 2f \Rightarrow 2d = 2f \Rightarrow d = f$$

Vậy vị trí vật đặt ở tiêu điểm của thấu kính.

5.7 Một vật sáng AB đặt trước 1 thấu kính hội tụ, tiêu cự f, vuông góc với trục chính của thấu kính. Sau thấu kính đặt 1 gương phẳng G cách thấu kính 1 đoạn l, vuông góc với trục chính của thấu kính.

1) Tìm điều kiện của 1 điểm ảnh cuối cùng của hệ ở vị trí của vật AB.

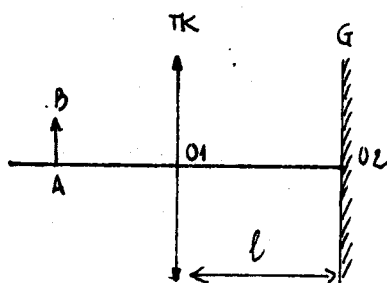
2) Xác định vị trí của vật trong điều kiện trên.

BÀI GIẢI

1/ Dựa vào sơ đồ tạo ảnh TK G TK

$$AB \longrightarrow A_1 B_1 \longrightarrow A_2 B_2 \longrightarrow A_3 B_3$$

Theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng :



Nếu A_3B_3 là vật thì A_2B_2 sẽ là ảnh qua thấu kính. Do đó khi A_3B_3 ở vị trí của AB thì A_2B_2 sẽ ở vị trí của A_1B_1 .

Điều này chỉ xảy ra đối với gương phẳng khi vật và ảnh ở :

- Hoặc ảnh và vật ở ∞ (1)
- Hoặc ảnh và vật ở sát gương (2)

Trường hợp 1 : Ảnh ở ∞ nghĩa là A_1B_1 ở ∞ ; do đó AB phải ở tiêu diện của thấu kính $d = f$. Trong trường hợp này vị trí của gương không ảnh hưởng tới kết quả.

Trường hợp 2 : Ảnh ở sát gương : A_1B_1 ở sát gương nghĩa là cách gương 1 đoạn $d' = l$

$$\text{do đó : } d = \frac{d'f}{d' - f} = \frac{lf}{l - f}$$

để thỏa điều kiện vật thật $d > 0$ do đó $l > f$

Tóm lại :

- Nếu $d = f$; vật đặt ở tiêu diện của thấu kính thì mọi vị trí của gương đều cho ảnh ở vị trí vật.

- Nếu $d \neq f$: vật đặt ngoài tiêu diện thì để ảnh của hệ ở vị trí vật thì $l > f$

2/ Vị trí của vật trong điều kiện $d = f$ (ở tiêu diện vật của thấu kính)

$$\left\{ \begin{array}{l} d = f \\ d = \frac{lf}{l - f} \end{array} \right. \quad \text{với } l > f$$

5.8 Đặt 1 vật AB vuông góc với trục chính của 1 thấu kính hội tụ tiêu cự f . Sau thấu kính đặt 1 gương phẳng có mặt phản xạ hướng về phía thấu kính, vuông góc với trục chính của thấu kính, cách thấu kính 30 cm người ta thấy rằng có 2 vị trí của vật cho ảnh ở vị trí của vật, 2 vị trí này cách nhau 40 cm.

1) Xác định tiêu cự của thấu kính.

2) Độ phóng đại ảnh ở mỗi vị trí.

BÀI GIẢI

1/ Dựa trên kết quả của bài 5.7 ta có 2 vị trí của vật cho ảnh ở vị trí vào cách thấu kính một đoạn.

$$d_1 = f \quad \text{và} \quad d_2 = \frac{fl}{l-f} \quad \text{với } l > f$$

Do đó khoảng cách giữa 2 vị trí này là

$$\Delta d = |d_1 - d_2| = \left| f - \frac{fl}{l-f} \right|$$

Theo giả thiết $l = 30 \text{ cm}$, và $\Delta d = 40 \text{ cm}$. Do đó ta có phương trình

$$\left| f - \frac{30f}{30-f} \right| = 40 \text{ cm}$$

- Trường hợp 1 : $f - \frac{30f}{30-f} = 40$

$$\Leftrightarrow f(30-f) - 30f = 40(30-f)$$

$$\Leftrightarrow f^2 - 40f + 1200 = 0$$

Phương trình này vô nghiệm

- Trường hợp 2 : $f - \frac{30f}{30-f} = -40$

$$\Leftrightarrow f^2 + 40f - 1200 = 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (20)^2 + 1200 = 1600 \quad \Leftrightarrow \sqrt{\Delta'} = 40$$

$$f = -20 + 40 = 20 \text{ cm}$$

$$\Leftrightarrow f = -20 - 40 = -60 \text{ cm} < 0 \text{ (loại)}$$

Vậy : tiêu cự của thấu kính là 20 cm .

2/ Vị trí 1 : $d_1 = f = 20 \text{ cm}$, vị trí 2 : $d_2 = \frac{fl}{l-f} = \frac{20 \cdot 30}{30-20} = 60 \text{ cm}$

Sử dụng các kết quả của bài (5.7) ta có :

$$d'_1 = \frac{df}{d-f} \quad ; \quad d'_2 = \frac{d(f-l) + lf}{d-f}$$

$$d'_2 = -\frac{d(f-l) + lf}{d-f} \quad ; \quad d'_3 = \frac{d(f-2l) + 2lf}{d-f}$$

$$d'_3 = - \frac{f[d(f-2l) + 2fl]}{2(f-l)d + f(2l-f)}$$

Độ phóng đại qua hệ : $k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3$

$$\begin{aligned} k &= \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) (1) \left(-\frac{d'_3}{d_3}\right) \\ &= \left(\frac{f}{d-f}\right) \left\{ -\frac{f[d(f-2l) + 2fl]}{2(f-l)d + f(2l-f)} \cdot \frac{(d-f)}{d(f-2l) + 2fl} \right\} \\ k &= -\frac{f^2}{2(f-l)d + f(2l-f)} \end{aligned}$$

- Ở vị trí (1) : $d_1 = 20 \text{ cm} = f$; ta có :

$$k_1 = \frac{-(20)^2}{2(20-30)(20) + 20(2 \cdot 30 - 20)} = -1$$

Ảnh bằng và ngược chiều với vật

- Ở vị trí (2) : $d_2 = 60 \text{ cm}$; ta có :

$$k_2 = \frac{-(20)^2}{2(20-30)(60) + 20(2 \cdot 30 - 20)} = 1$$

Ảnh trùng khít với vật

5.9 Một thấu kính hội tụ tiêu cự 20 cm có trục chính vuông góc với 1 gương phẳng với mặt phản xạ hướng về phía thấu kính. Trong khoảng giữa gương và thấu kính đặt một vật sáng AB cách gương 10 cm. Người ta nhận thấy rằng hệ cho 2 ảnh thật cách nhau 10cm.

Xác định khoảng cách giữa gương và thấu kính.

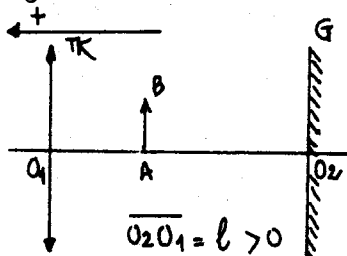
BÀI GIẢI

Gọi $O_2O_1 = l$

Hệ cho 2 ảnh theo sơ đồ sau :

Sơ đồ 1 : TK

AB $\longrightarrow$ A'B'



$$d = l - 10 = \overline{AO_1}; d' = \overline{O_1A'}$$

Sơ đồ 2 :

$$AB \xrightarrow{G} A_1B_1 \xrightarrow{TK} A_2B_2; d_1 = \overline{O_2A} = 10 \text{ cm}$$

$$d'_1 = \overline{O_2A_1}; d_2 = \overline{A_1O_1}; d'_2 = \overline{O_1A_2}$$

Chọn chiều dương như hình vẽ ở sơ đồ (1) ta có :

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{(1-10)20}{(1-10)-20} = \frac{20(1-10)}{1-30} \quad (1)$$

Ở sơ đồ (2) ta có : $d'_1 = d_1$ (Ở gương phẳng)

$$d'_1 = -10 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{A_1O_1} = \overline{A_1O_2} + \overline{O_2O_1} = 1 - d'_1 = 1 - (-10) = 1 + 10$$

Đối với thấu kính ; ta có :

$$d'_2 = \frac{d_2f}{d_2-f} = \frac{(1+10)20}{1+10-20} = \frac{20(1+10)}{1-10} \quad (2)$$

Theo giả thiết vì cả 2 ảnh $A'B'$ và A_2B_2 đều là ảnh thật do đó :

$$d' > 0 \Rightarrow \frac{20(1-10)}{1-30} > 0$$

$$d'_2 > 0 \Rightarrow \frac{20(1+10)}{1-10} > 0$$

Hệ bất phương trình này cho nghiệm $l > 30 \text{ cm}$

Ngoài ra khoảng cách giữa 2 ảnh $\overline{A'A_2} = 10 \text{ cm}$

Thay $\overline{A'A_2} = \overline{A'O_1} + \overline{O_1A_2} = \pm 10$

$$\Rightarrow d'_2 - d' = \pm 10 \text{ cm}$$

Thay (1) và (2) vào ta có : $\frac{20(1+10)}{1-10} - \frac{20(1-10)}{1-30} = \pm 10 \text{ cm}$

$$\Leftrightarrow 20 [(1+10)(1-30) - (1-10)^2] = \pm 10 (1-10)(1-30)$$

$$\Leftrightarrow 20 (-400) = \pm 10 (l^2 - 40l + 300)$$

$$\Leftrightarrow -800 = \pm (l^2 - 40l + 300)$$

* Ở trường hợp 1 : $l^2 - 40l + 300 = - 800$

$\Leftrightarrow l^2 - 40l + 1100 = 0$

$\Delta' = (20)^2 - 1100 = - 700 < 0$

Phương trình vô nghiệm

* Ở trường hợp 2 : $l^2 - 40l + 300 = + 800$

$l^2 - 40l - 500 = 0$

$\Delta' = (20)^2 + 500 = 900 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 30$

$l = 20 + 30 = 50 \text{ cm}$

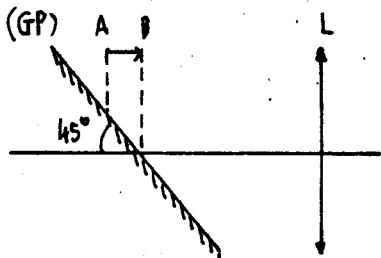
$\Rightarrow l = 20 - 30 = - 10 \text{ cm} < 0 \text{ (loại)}$

Với $l = 50 \text{ cm} > 30 \text{ cm}$; thỏa điều kiện để cho 2 ảnh cùng thật.

Vậy khoảng cách giữa thấu kính và gương là 50 cm.

Chú ý : Ta có thể suy luận như sau để loại bỏ bớt 1 trường hợp; đó là ở sơ đồ (2). A_1B_1 là vật thật của thấu kính ; ngoài ra A_1B_1 là ảnh ảo của gương do đó A_1B_1 so với AB ban đầu đã dịch chuyển ra xa thấu kính. Vì đối với thấu kính, ảnh vật dịch chuyển cùng chiều do đó ảnh A_2B_2 sẽ dịch chuyển về phía thấu kính (so với $A'B'$) nghĩa là gần thấu kính hơn ; Vậy ta phải có : $A'A_2 = - 10 \text{ cm}$ (ngược chiều dương).

5.10 Một gương phẳng (GP) được đặt nghiêng 1 góc 45° so với trục chính của 1 thấu kính, mặt phản xạ hướng về phía thấu kính. Một vật sáng AB được đặt song song với trục chính (hình vẽ). Khi tịnh tiến AB theo phương vuông góc với trục chính 1 đoạn 20 cm về phía trục chính thì ảnh thật của vật qua hệ gương và thấu kính dịch chuyển 1 đoạn 10 cm và có độ lún bằng 2 ảnh trước. Xác định tiêu cự của thấu kính.



BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

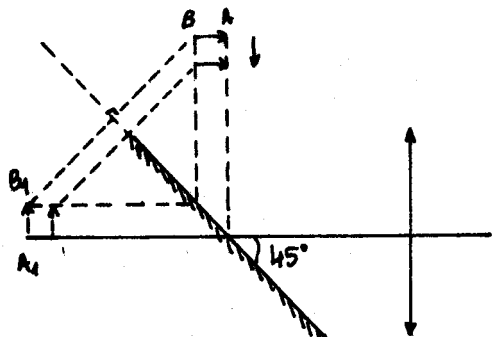
GP

TK

$AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2$

- Đối với gương phẳng :

Vì gương phẳng đặt nghiêng 1 góc 45° so với phương trục chính và ảnh A_1B_1 đối xứng với AB qua gương nên ta có thể suy ra A_1B_1 có phương vuông góc với trục chính.



Khi AB tịnh tiến về phía trục chính 1 đoạn 20 cm thì ảnh A_1B_1 cũng tịnh tiến về phía thấu kính 1 đoạn 20 cm.

- Đối với thấu kính : A_1B_1 là vật thật, A_2B_2 là ảnh

Theo giả thiết : gọi $d = \overline{A_1O}$; $d' = \overline{OA_2}$

* Ở vị trí ban đầu ; ta có $\frac{1}{f} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d}$; $k_1 = -\frac{d'}{d}$ (1)

* Sau khi tịnh tiến vật ở vị trí $(d - 20)$; Ảnh ở vị trí $(d' + 10)$

[Vì ảnh, vật dịch chuyển cùng chiều] ; do đó ta có :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d' + 10} + \frac{1}{d - 20} ; \quad k_2 = -\frac{d' + 10}{d - 20} \quad (2)$$

Theo giả thiết ta có : $\frac{k_2}{k_1} = 2$. Từ (1), (2) ta có hệ phương trình

$$\frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{1}{d' + 10} + \frac{1}{d - 20} \quad (3)$$

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{d' + 10}{d - 20} \cdot \frac{d}{d'} = 2 \quad (4)$$

Từ (4) ta suy ra : $d(d' + 10) = 2d'(d - 20)$

$$dd' + 10d = 2dd' - 40d'$$

$$10d = d'(d - 40)$$

$$\Rightarrow d' = \frac{10d}{d - 40} \quad (5)$$

Thay kết quả này vào (3) ta có :

$$\frac{\frac{1}{10d}}{\frac{d-40}{10d}} + \frac{1}{d} = \frac{1}{\frac{10d}{d-40} + 10} + \frac{1}{d-20}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d-40}{10d} + \frac{1}{d} = \frac{d-40}{20d-400} + \frac{1}{d-20}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d-40}{10d} + \frac{1}{d} = \frac{d-40}{20(d-20)} + \frac{1}{d-20}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d-40+10}{10d} = \frac{d-40+20}{20(d-20)}$$

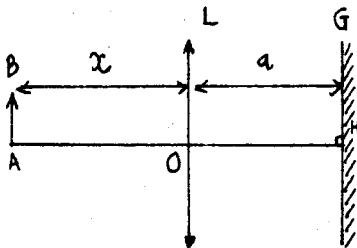
$$\Leftrightarrow \frac{d-30}{10d} = \frac{d-20}{20(d-20)} = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow 2(d-30) = d \Rightarrow d = 60 \text{ cm}$$

$$\text{Do đó } d' = \frac{10 \cdot 60}{60 - 40} = \frac{600}{20} = 30 \text{ cm}$$

$$\text{Vậy tiêu cự của thấu kính là : } f = \frac{dd'}{d+d'} = \frac{30 \cdot 60}{30+60} = 20 \text{ cm}$$

5.11 Cho 1 quang hệ như hình vẽ.



L_1 : 1 thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 20 \text{ cm}$

G : 1 gương phẳng

x : khoảng cách từ vật sáng AB đến L

a : khoảng cách giữa L và G .

1) Khi $x = 70 \text{ cm}$, $a = 50 \text{ cm}$. Xác định vị trí, tính chất và độ phóng đại ảnh qua hệ.

2) Chọn a bằng bao nhiêu thì ảnh cuối cùng có chiều cao không đổi bất chấp x . Tính độ phóng đại.

(Thi đại Học Tài Chính 92)

BÀI GIẢI

1/ Chọn chiều dương như hình vẽ (từ trái sang phải)

Ta có sơ đồ ảnh sau :

$$\begin{array}{ccccccc} & L & & G & & L & \\ AB & & A_1B_1 & & A_2B_2 & & A_3B_3 \end{array}$$

$$\text{Đặt } d_1 = \overline{AO} = x ; d'_1 = \overline{OA_1}$$

$$d_2 = \overline{HA_1} ; d'_2 = \overline{HA_2} ;$$

$$d_3 = \overline{A_2O} ; d'_3 = \overline{OA_3} \quad \overline{OH} = a > 0$$

$$* \text{ Đối với thấu kính } d'_1 = \frac{xf}{x-f} = \frac{x \cdot 20}{x-20} = \frac{20x}{x-20}$$

$$\begin{aligned} d_2 = \overline{HA_1} &= \overline{HO} + \overline{OA_1} = -a + d'_1 = -a + \frac{20x}{x-20} \\ &= \frac{x(20-a) + 20a}{x-20} \end{aligned}$$

$$* \text{ Đối với gương phẳng : } d'_2 = -d_2 = -\frac{x(20-a) + 20a}{x-20}$$

$$\begin{aligned} d_3 = \overline{A_2O} &= \overline{A_2H} + \overline{HO} = -a - d'_2 = -a + \frac{x(20-a) + 20a}{x-20} \\ &= \frac{2(10-a)x + 40a}{x-20} \end{aligned}$$

- Đối với thấu kính (chiều dương chiều ánh sáng)

$$d'_3 = \frac{d_3(-f)}{d_3 - (-f)} = \frac{-20d_3}{d_3 + 20} = \frac{-20 \left[\frac{2(10-a)x + 40a}{x-20} \right]}{\frac{2(10-a)x + 40a}{x-20} + 20}$$

$$d'_3 = \frac{-40[(10-a)x + 20a]}{2x(20-a) + 40a - 400} = \frac{-20[(10-a)x + 20a]}{x(20-a) + 20a - 200}$$

Độ phóng đại ảnh : $k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3$

$$= \left(-\frac{20}{x-20}\right) \cdot (1) \cdot \left(\frac{+20[(10-a)x + 20a]}{x(20-a) + 20a - 200} \cdot \frac{x-20}{2(10-a)x + 40a}\right)$$

$$k = \frac{-200}{x(20-a) + 20a - 200}$$

Áp dụng bằng số $x = 70 \text{ cm}$; $a = 50 \text{ cm}$; ta có :

$$\begin{aligned} d'_3 &= \frac{-20[(10-50)70 + 20(50)]}{70(20-50) + 20 \cdot 50 - 200} \\ &= \frac{-20(-2800 + 1000)}{70(-30) + 1000 - 200} = -\frac{360}{13} \text{ cm} \end{aligned}$$

$d'_3 < 0$ nhưng chiều dương ngược chiều ánh sáng nên ảnh cuối cùng là ảnh thật, cách thấu kính $\frac{360}{13} \text{ cm}$

Độ phóng đại ảnh :

$$k = \frac{-200}{70(20-50) + 20 \cdot 50 - 200} = \frac{-200}{7(-30) + 1000 - 200} = +\frac{2}{13}$$

2/ Để ảnh cuối cùng không đổi về độ cao với mọi x , từ biểu thức của k ta có thể suy ra số hạng $20 - a = 0 \Rightarrow a = 20 \text{ cm}$

Thay giá trị của $a = 20 \text{ cm}$ vào biểu thức k ta có $k = -1$

Ta có thể tìm ra kết quả trên bằng cách lý luận về đường đi của tia sáng như sau :

Để ảnh có chiều cao không đổi thì phải có 1 tia ló song song với trục chính ứng với tia tới từ B.

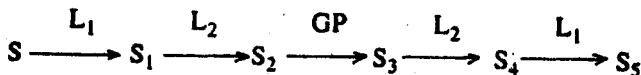
Để có tia ló song song trục chính thì tia phản xạ từ gương phải đi qua tiêu điểm chính của thấu kính ;

Như vậy điểm tới trên gương phải là giao điểm của tia phản xạ qua F và tia tới qua F. Nói một cách khác gương phải đặt ở tiêu điểm F của thấu kính nghĩa là cách thấu kính một đoạn $a = f = 20 \text{ cm}$

5.12 Một thấu kính phẳng lồi có bán kính mặt cầu 5cm, chiết suất $n = 1,5$. Người ta mạ bạc mặt phẳng và đặt trục chính của thấu kính thẳng đứng mặt lồi hướng lên trên. Trên mặt lồi người ta đổ 1 lớp mỏng chất lỏng chiết suất n . Một điểm sáng S nằm trên trục chính cách mặt chất lỏng 50 cm cho ảnh cuối cùng qua hệ trùng với S . Xác định chiết suất n của chất lỏng.

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau qua hệ ghép sát :



Trong đó : L_1 thấu kính phẳng lồi có chiết suất n , tiêu cự f với $f = \frac{|R|}{n-1}$ và L_2 : thấu kính phẳng lồi có chiết suất $n = 1,5$; tiêu cự :

$$f = \frac{R}{n-1} = \frac{-5}{1,5-1} = -\frac{5}{0,5} = -10\text{cm}$$

- Đối với L_1 : Theo nguyên lý thuận nghịch của ánh sáng thì khi S_5 là vật thì S_4 sẽ là ảnh qua L_1 ; do đó với giải thiết S_5 trùng với S , ta có thể suy ra : S_1 phải trùng với S_4 .

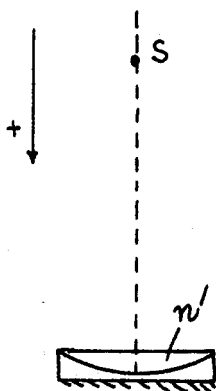
- Đối với L_2 : Lập luận tương tự bằng tính thuận nghịch của ánh sáng cho L_2 ; ta có khi S_4 là vật thì S_3 là ảnh. Do đó S_1 trùng với S_4 ta phải có S_2 trùng với S_3 .

- Đối với GP : S_2 là vật ; S_3 là ảnh. Để ảnh và vật ở cùng 1 vị trí đối với gương phẳng ta có 2 trường hợp ;

* S_2 và S_3 ở sát gương

* S_2 và S_3 ở ∞

Trường hợp 1 : Nếu S_2 ở sát gương có nghĩa là sát L_2 ; vậy S_1 phải sát L_2 và S_1 sát $L_1 \Rightarrow S$ phải ở sát L_1 ; điều này trái với giả thiết S cách L_1 50 cm.



Trường hợp 2 : - Nếu S_2 ở ∞ thì đối với L_2 : S_1 phải ở tiêu điểm vật chính nghĩa là cách L_2 10 cm theo chiều ánh sáng.

- S_1 là ảnh của L_1 ở cách L_1 10 cm theo chiều ánh sáng nghĩa là S_1 là ảnh thật ; $d' = 10$ cm.

với $d = \overline{SO} = 50$ cm. Ta có

$$f' = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{10 \cdot 50}{10 + 50} = \frac{500}{60} = \frac{25}{3} \text{ cm}$$

$$\text{với } f' = \frac{|R|}{n' - 1} \Rightarrow n' - 1 = \frac{|R|}{f'}$$

$$n' - 1 = \frac{5}{\frac{25}{3}} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6 \Rightarrow n' = 1,6$$

Vậy chiết suất của chất lỏng là $n' = 1,6$

Chú ý : bài toán có thể giải bằng cách xem hệ thấu kính phân kỳ L_2 và gương phẳng G ghép sát là 1 gương cầu lõm có tiêu cự $f_G = \frac{f_2}{2} = -\frac{10}{2} = -5$ cm, hệ khi đó trở thành 1 thấu kính phẳng lõm, tiêu cự f' , ghép sát với 1 gương cầu lõm có tiêu cự $f_G = -5$ cm

Ta cũng có kết quả $n' = 1,6$

Chủ đề 6

HỆ GIƯƠNG CẦU + GIƯƠNG CẦU

6.1 Hai gương cầu lõm cùng tiêu cự 20 cm, cùng trục chính, đặt cách nhau 40 cm (2 mặt phản xạ hướng vào nhau). Một vật sáng AB đặt trong khoảng 2 gương cách một trong 2 gương 10 cm.

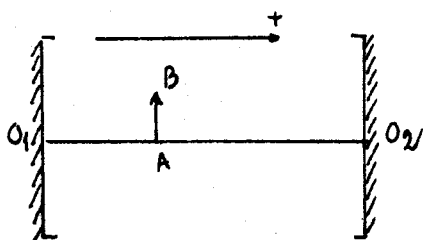
1) Xác định vị trí, tính chất, độ phóng đại ảnh qua AB sau 2 lần phản xạ trên 2 gương.

2) Chứng tỏ rằng hệ 2 gương cầu lõm cùng tiêu cự f , đồng trục, đặt cách nhau 1 khoảng $2f$, luôn luôn cho ảnh của 1 vật thật đặt trong khoảng giữa 2 gương ở 1 vị trí bất kỳ, không phụ thuộc vào thứ tự và số lần phản xạ trên 2 gương.

BÀI GIẢI

1/ Ta có sơ đồ tạo ảnh sau

Sơ đồ 1 : Tia sáng đến O_1 trước



$$AB \xrightarrow{O_1} A_1B_1 \xrightarrow{O_2} A_2B_2$$

Sơ đồ 2 : Tia sáng đến O_2 trước

$$AB \xrightarrow{O_2} A'_1B'_1 \xrightarrow{O_1} A'_2B'_2$$

Ở sơ đồ 1 : $\overline{O_1O_2} = l$

$$d_1 = \overline{O_1A} ; d'_1 = \overline{O_1A_1}$$

$$d_2 = \overline{O_2A_1} ; d'_2 = \overline{O_2A_2}$$

Chọn chiều dương như hình vẽ (từ trái sang phải)

- Đối với gương O_1 : $d_1 = \overline{O_1A} = d = 10$ cm

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{10 \cdot 20}{10 - 20} = \frac{200}{-10} = -20 \text{ cm}$$

$$\text{Suy ra : } d_2 = \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = -l + d'_1 = -40 - 20 = -60 \text{ cm}$$

- Đối với gương O_2 : (Chiều dương không phải là chiều phản xạ trên gương)

$$d'_2 = \frac{d_2(-f)}{d_2 - (-f)} = \frac{-60(-20)}{-60 - (-20)} = \frac{1200}{-40} = -30 \text{ cm}$$

Độ phóng đại ảnh qua hệ :

$$k = k_1.k_2 = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right)\left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) = \left(\frac{-20}{10}\right)\left(-\frac{30}{-60}\right) = -1$$

Vậy ảnh qua hệ sau 2 lần phản xạ là 1 ảnh thật $d_2 = -30 \text{ cm}$ (< 0 nhưng chiều dương ngược chiều qui ước), cách gương O_2 30cm, có độ phóng đại bằng -1

$$\text{Ở sơ đồ 2 : đặt } d_1 = \overline{O_2A}; \quad d'_1 = \overline{O_1A_2} \\ d_2 = \overline{O_1A'_1}; \quad d'_2 = \overline{O_1A_2'}$$

- Đối với gương O_2 :

$$d_1 = \overline{O_2A} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A} = -1 + 10 \neq -40 + 10 = -30 \text{ cm}$$

$$\text{do đó : } d'_1 = \frac{d_1(-f)}{d_1 - (-f)} = \frac{-30(-20)}{-30 + 20} = +\frac{600}{-10} = -60 \text{ cm}$$

$$\text{Suy ra : } d_2 = \overline{O_1A'_1} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A'_1} = 1 + d'_1 = 40 - 60 = -20 \text{ cm}$$

$$\text{- Đối với gương } O_1 : d'_2 = \frac{d_2f}{d_2 - f} = \frac{(-20)(20)}{-20 - 20} = \frac{-400}{-40} = 10 \text{ cm}$$

Độ phóng đại qua hệ :

$$k = k_1.k_2 = \left(\frac{-d'_1}{d_1}\right)\left(\frac{-d'_2}{d_2}\right) = \left(\frac{-60}{-30}\right)\left(\frac{10}{-20}\right) = -1$$

Vậy ảnh qua hệ sau 2 lần phản xạ liên tiếp trên O_2 rồi O_1 là 1 ảnh thật cách O_1 10 cm ; có độ phóng đại bằng -1

Chú ý : 2 ảnh của hệ ứng với 2 sơ đồ trên chỉ là một, nghĩa là ảnh cuối cùng qua hệ sau 2 lần phản xạ liên tiếp trên 2 gương không phụ thuộc vào thứ tự phản xạ.

2/ Bài toán tổng quát, có thể được giải như sau :

Trường hợp 1 : Với sơ đồ tạo ảnh (1) ; đặt :

$$d_1 = d = \overline{O_1 A} ; d'_1 = \overline{O_1 A_1} ; d_2 = \overline{O_2 A_1} ; d'_2 = \overline{O_2 A_2} ;$$

$$\overline{O_1 O_2} = l = 2f > 0.$$

- Đối với gương O_1 ta có : $d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{df}{d - f}$

Suy ra $d_2 = \overline{O_2 A_1} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A_1} = -2f + d'_1$

$$= -2f + \frac{df}{d - f} = \frac{-fd + 2f^2}{d - f}$$

- Đối với gương O_2 ta có :

$$d'_2 = \frac{d_2 (-f)}{d_2 - (-f)} = \frac{-f \left[\frac{-fd + 2f^2}{d - f} \right]}{\frac{-fd + 2f^2}{d - f} + f} = \frac{f^2 (d - 2f)}{f^2} = d - 2f$$

$$\Rightarrow \overline{O_2 A_2} = \overline{O_1 A} - 2f \quad (1)$$

Trường hợp 2 : với sơ đồ tạo ảnh (2) ta có :

$$d_1 = \overline{O_2 A} ; d'_1 = \overline{O_2 A'_1} ; d_2 = \overline{O_1 A'_1} ; d'_2 = \overline{O_1 A'_2}$$

- Đối với gương O_2 ; ta có : $d'_1 = \frac{-d_1 f}{d_1 - (-f)} = \frac{-d_1 f}{d_1 + f}$

Với $d_1 = \overline{O_2 A} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A} = -l + d :$

$$d'_1 = \frac{-f(-l + d)}{d - l + f} = \frac{f(-d + 2f)}{d - f}$$

Suy ra : $d_2 = \overline{O_1 A'_1} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 A'_1} = l + d'_1 = 2f + \frac{f(-d + 2f)}{d - f}$

$$= \frac{fd}{d - f}$$

- Đối với gương O_1 :

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{\left(\frac{fd}{d-f}\right) f}{\frac{df}{d-f} - f} = \frac{f(fd)}{f^2} = d$$

$$\Rightarrow \overline{O_1 A'_2} = \overline{O_1 A} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có : } \overline{O_2 A_2} = \overline{O_1 A} - 2f \quad (1)$$

$$\overline{O_1 A'_2} = \overline{O_1 A} \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow \overline{O_2 A_2} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A_2} = -2f + \overline{O_1 A_2} = \overline{O_1 A} - 2f$$

$$\Rightarrow \overline{O_1 A_2} = \overline{O_1 A} \quad (3)$$

$$\text{So sánh với (3) ta có : } \overline{O_1 A'_2} = \overline{O_1 A_2}$$

Kết quả này cho phép ta kết luận : 2 ảnh $A_2 B_2$ và $A'_2 B'_2$ ở cùng một vị trí :

- Độ phóng đại : Ở sơ đồ 1 :

$$k = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) \left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) = \left(-\frac{f}{d-f}\right) \left[-\frac{d-2f}{-f(d-2f)} (d-f)\right]$$

$$= -1$$

$$\text{Ở sơ đồ 2: } k = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) \left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) = \left(\frac{f}{d-f}\right) \left[\frac{-d}{fd} (d-f)\right]$$

$$= -1$$

2. Kết quả này cho thấy 2 ảnh cuối cùng ở 2 sơ đồ có độ lớn bằng nhau và cùng chiều.

Tổng hợp 2 kết quả trên ta có thể kết luận ; Vật sáng AB luôn luôn cho 1 ảnh thật sau 2 lần phản xạ liên tiếp trên 2 gương, không phụ thuộc vào thứ tự phản xạ.

Ngoài ra với d được chọn bất kỳ, do đó ta có thể sử dụng kết quả này cho lần (phản xạ liên tiếp trên 2 gương) thứ 2, 3, 4...

Nghĩa là kết quả cho n lần phản xạ liên tiếp trên 2 gương vẫn đúng.

6.2 Hai gương cầu lõm và lõm cùng tiêu cự 10 cm, đồng trục chính, mặt phản xạ hướng vào nhau đặt cách nhau 30 cm. Một vật sáng AB đặt khoảng giữa 2 gương và cách gương lõm 20 cm.

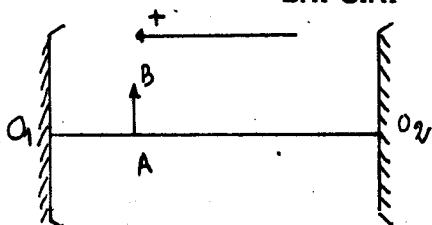
1) Xác định vị trí, tính chất độ phóng đại ảnh của AB sau 2 lần phản xạ liên tiếp.

a) Trên gương cầu lõm rồi trên gương gương cầu lõm.

b) Trên gương cầu lõm rồi gương cầu lõm.

2) Xác định phạm vi đặt vật AB để 2 ảnh trên cùng thật.

BÀI GIẢI



Chọn chiều dương như hình vẽ :

$$\overline{O_2 O_1} = -1$$

a/ Trường hợp 1 : Tia sáng đến gương cầu lõm trước.

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau : $AB \xrightarrow{O_2} A_1 B_1 \xrightarrow{O_1} A_2 B_2$

Đặt : $d_1 = \overline{O_2 A} = d = 20 \text{ cm}$; $d'_1 = \overline{O_2 A_1}$;

$$d_2 = \overline{O_1 A_1} \quad ; \quad d'_2 = \overline{O_1 A_2}$$

- Đối với gương cầu lõm :

$$d'_1 = \frac{df}{d-f} = \frac{20(-10)}{20 - (-10)} = -\frac{200}{30} = -\frac{20}{3} \text{ cm.}$$

$$\text{Độ phóng đại ảnh qua gương lõm } k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{-\frac{20}{3}}{20} = \frac{1}{3}$$

Với $d'_1 = -\frac{20}{3} \text{ cm}$. ta suy ra :

$$d_2 = \overline{O_1 A_1} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 A_1} = -1 + d'_1 = -\frac{20}{3} - 30 = -\frac{110}{3} \text{ cm}$$

- Đối với gương cầu lõm O_1 ta có :

$$d'_2 = \frac{d_2(-f)}{d_2 - (-f)} = \frac{-d_2 f}{d_2 + f} = \frac{-(-\frac{110}{3}) \cdot 10}{-\frac{110}{3} + 10} = \frac{10(110)}{-80} = -\frac{110}{8} \text{ cm}$$

$$\text{Độ phóng đại qua gương lõm } k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{-\frac{110}{8}}{-\frac{110}{3}} = -\frac{3}{8}$$

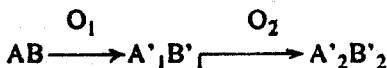
$$\text{Độ phóng đại qua hệ : } k = k_1 \cdot k_2 = \left(\frac{1}{3}\right) \left(-\frac{3}{8}\right) = -\frac{1}{8}$$

Vậy ảnh cuối qua hệ là ảnh thật ($d'_2 < 0$, nhưng vì chiều dương ngược chiều ước đối với gương lõm); cách gương $\frac{110}{8}$ cm, có độ

phóng đại ảnh $-\frac{1}{8}$

b/ Trường hợp 2 : Tia sáng tới gương lõm trước

Sơ đồ tạo ảnh



$$\text{Đặt } d_1 = \overline{O_1A} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A} = -30 + 20 = -10 \text{ cm}$$

$$\text{Đối với gương lõm } d'_1 = \frac{d_1(-f)}{d_1 - (-f)} = \frac{(-10)(-10)}{-10 + 10} = \infty$$

$$\text{Suy ra : } d_2 = \infty \Rightarrow d'_2 = f = -10 \text{ cm}$$

Ảnh cuối cùng là ảnh ảo, cách gương lõm 10 cm, có độ phóng đại bằng 1

2/ Phạm vi đặt vật để 2 ảnh trên cùng thật.

$$\text{- Trường hợp 1 : } d_1 = \overline{O_2A} = d$$

$$(\text{Gương lồi}) \quad d'_1 = \frac{df}{d-f} = \frac{d(-10)}{d - (-10)} = \frac{-10d}{d+10}$$

$$\Rightarrow d_2 = d'_1 - 1 = \frac{-10}{d+10} - 30 = \frac{-40d - 300}{d+10}$$

$$\text{(Gương lõm)} : d'_2 = \frac{d_2(-f)}{d_2 - (-f)} = \frac{-10d_2}{d_2 + 10} = \frac{-10 \left[\frac{-40d - 300}{d + 10} \right]}{\frac{-400 - 300}{d + 10} + 10}$$

$$d'_2 = \frac{100(4d + 30)}{-30d - 200} = -\frac{10(4d + 30)}{3d + 20} = -\frac{10(30 + 4d)}{3d + 20} \quad (1)$$

Để ảnh cuối cùng thật $d'_2 < 0$ (vì chiều dương ngược chiều ánh sáng phản xạ) :

Vì $d > 0$ nên $d'_2 < 0$ do đó hệ cho ảnh thật với mọi vị trí của vật sáng AB. Ta có thể giải thích kết quả này như sau :

Đối với gương lõm : vật thật cho ảnh ảo, do đó A_1B_1 ở sau mặt phản xạ của gương lõm nghĩa là khoảng cách từ O_2 (gương lõm) đến ảnh A_1B_1 luôn luôn lớn hơn $l = 30$ cm, nghĩa là lớn hơn $f = 10$ cm (đối với gương lõm A_1B_1 là vật thật và ở ngoài tiêu điểm). Do đó ảnh cuối cùng là ảnh thật :

$$\text{- Trường hợp 2 : } d_1 = \overline{O_1A} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A} = -30 + d$$

$$\text{(Gương lõm)} d'_1 = \frac{-d_1 f}{d_1 - (-f)} = \frac{(d - 30)(-10)}{d - 30 + 10} = \frac{-10(d - 30)}{d - 20}$$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{O_2A'} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A'_1} = 30 + d'_1 = 30 - \frac{10(d - 30)}{d - 20}$$

$$d_2 = \frac{20d - 300}{d - 20} = \frac{20(d - 15)}{d - 20}$$

(Gương lồi)

$$d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{-10 \frac{20(d - 15)}{d - 20}}{\frac{20(d - 15)}{d - 20} + 10} = \frac{-200(d - 15)}{30d - 500} = \frac{20(15 - d)}{3d - 50}$$

Để ảnh cuối là thật $d'_2 > 0$; bằng xét dấu

d	0	15	50/3
d' ₂	-	0	+

Vậy $15 \text{ cm} \leq d < \frac{50}{3} \text{ cm}$ (2)

Kết hợp giữa (1) và (2) ta có kết quả : $15 \text{ cm} \leq d < \frac{50}{3} \text{ cm}$ (2)

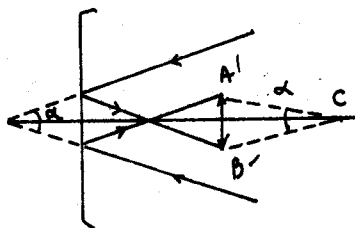
6.3 Một gương lõm M_1 có tiêu cự 2m, trục chính hướng về tâm mặt trời.

1) Xác định ảnh của mặt trời, cho biết góc trông mặt trời là $\alpha = 32'$.

2/ Trong khoảng gương lõm và ảnh của mặt trời, người ta đặt 1 gương cầu lồi M_2 có tiêu cự 20 cm cùng trục chính với gương lõm ; các mặt phản xạ hướng vào nhau và cách nhau 184 cm.

Xác định ảnh của mặt trời sau 2 lần phản xạ liên tiếp trên 2 gương.

BÀI GIẢI



1/ Trục chính của gương hướng về tâm mặt trời trở thành trục đối xứng của mặt trời. Do tính chất đối xứng ảnh của mặt trời có dạng hình tròn trên tiêu diện của gương lõm có đường kính là $A'B'$.

Ta có $A'B' = 2CF \cdot \tan \frac{\alpha}{2} = 2f_1 \cdot \tan \frac{\alpha}{2}$

Vì $\frac{\alpha}{2}$ là góc nhỏ $\Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2} = \frac{32}{2.60} \cdot \frac{\pi}{180} = 0,0046 \text{ rad}$

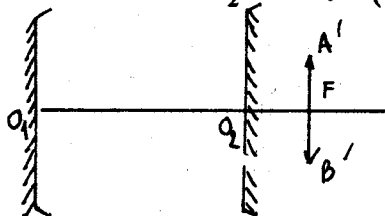
Do đó : $A'B' = 2.220 \cdot 0.0046 \approx 1,86 \text{ cm}$

2/ Chùm tia phản xạ trên gương lõm sau khi phản xạ gặp gương lồi do đó $A'B'$ trở thành vật ảo của gương lồi và cách gương lồi một đoạn.

$$d = - (200 - 184) = - 16 \text{ cm.}$$

Do đó ảnh A''B'' cách gương lồi một đoạn

$$d' = \frac{df_2}{d - f_2} = \frac{(-16)(-20)}{-16 - (-20)} = \frac{320}{4} = 80 \text{ cm}$$



Độ phóng đại qua gương lồi

$$k = -\frac{d'}{d} = -\frac{80}{-16} = 5$$

Độ lớn ảnh A''B'' của mặt trời qua hệ 2 gương lõm - lồi là :

$$A'B' = |k| \cdot A'B = 5.1,86 = 9,3 \text{ cm.}$$

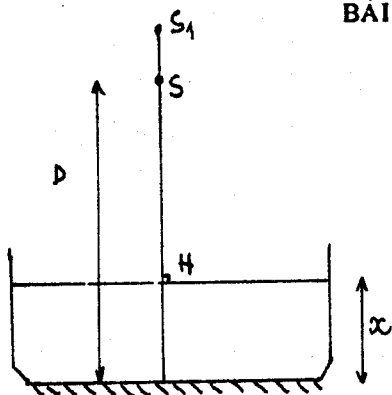
Vậy ảnh cuối qua hệ là ảnh thật, cách gương lồi 80 cm ; có độ lớn 9,3 cm.

Chủ đề 7

GUƠNG CẦU + LƯỜNG CHẤT PHẪNG + BÀN MẶT SONG SONG

7.1 Một chậu thủy tinh có đáy cong lõm tráng bạc ở mặt ngoài. Trên chậu, cách đáy 1 khoảng $D = 90 \text{ cm}$ có 1 điểm sáng S . Người ta đổ nước vào chậu đến 1 độ cao x thì thấy ảnh của S qua hệ trùng với S . Cho biết chiết suất của nước là $\frac{4}{3}$, mặt cong lõm có bán kính $R = 100 \text{ cm}$. Tính chiều cao lớp nước x .

BÀI GIẢI



Ta có thể xem hệ gồm :

- 1 lường chất phẳng (không khí nước)
- 1 gương cầu lõm, có tiêu cự $f = \frac{R}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ cm}$
- 1 lường chất phẳng (nước, không khí)

Phân tích đường đi của tia sáng ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

$$S \xrightarrow{\text{LCP } (n_1 ; n_2 = 4/3)} S_1 \xrightarrow{\text{GC}} S_2 \xrightarrow{\text{LCP } (n_1 = \frac{4}{3} ; n_2 = 1)} S_3$$

Theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng : Khi S_3 là vật đối với lường chất phẳng ($n_1 = \frac{4}{3}$; $n_2 = 1$) thì S_2 sẽ là ảnh. Do đó để S_3 trùng với S thì S_2 sẽ trùng với S_1 .

Do đó đối với gương cầu S_1 (vật) trùng với ảnh S_2 .

Điều này chỉ có thể xảy ra khi

1/ Hoặc S_1 ở sát gương cầu :

$$\text{Khi đó} \quad SS_1 = HS_1 - HS = D = 90 \text{ cm}$$

Đối với lưỡng chất phẳng ($n_1 = 1$; $n_2 = \frac{40}{3}$) kết quả này không phù hợp vì S, S_1 ở về một phía đối với mặt phân cách ($n_1 < n_2$)

, 2/ Hoặc S_1 ở tâm gương : Khi đó $SS_1 = 100 - 90 = 10$ cm

Áp dụng hệ thức :
$$\frac{HS}{n_1} = \frac{H_1}{n_2}$$

Suy ra :
$$\frac{HS_1}{HS} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{4}{3}$$

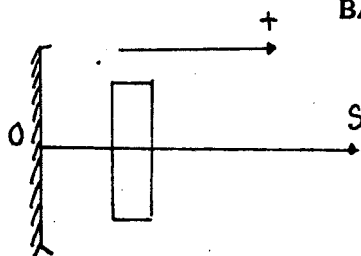
Kết hợp với $HS_1 - HS = 10$ cm

Ta có kết quả $\frac{4}{3} HS - HS = 10 \Rightarrow HS = 30$ cm

Do đó chiều cao lớp nước là $x = D - HS = 90 - 30 = 60$ cm

7.2 Một điểm sáng S đặt trên trục chính của 1 gương cầu lõm, cách gương 42 cm, tiêu cự của gương $f = 20$ cm, giữa S và gương người ta đặt 1 bản mặt song song có bề dày 6 cm, chiết suất $n = 1,5$. Xác định vị trí ảnh, tính chất ảnh của S qua hệ.

BÀI GIẢI



Ta có sơ đồ sau

$$\begin{array}{ccccccc} & & \text{BMSS} & & G & & \text{BMSS} \\ S & \longrightarrow & S_1 & \longrightarrow & S_2 & \longrightarrow & S_3 \end{array}$$

Chọn chiều dương như hình vẽ Đặt $\overline{OS} = D = 42$ cm

- Đối với bản mặt song song;
ta có :

$$\overline{SS_1} = -c \left(\frac{n-1}{n} \right) = -6 \left(\frac{1,5-1}{1,5} \right) = -2 \text{ cm}$$

$$\overline{SS_1} = \overline{SO} + \overline{OS_1} = -2 \text{ cm} \Rightarrow \overline{OS_1} = -2 + 42 = 40 \text{ cm}$$

- Đối với gương cầu $d = \overline{OS_1} = 40$ cm

$$\text{do đó} \quad d' = \frac{df}{d-f} = \frac{40(20)}{40-20} = \frac{800}{20} = 40$$

$$\text{hay} \quad \overline{OS_2} = d' = 40 \text{ cm}$$

$$\cdot \text{ Đối với bản mặt song song : } \overline{S_2S_3} = e \left(\frac{n-1}{n} \right) = 2 \text{ cm}$$

$$\text{hay} \quad \overline{S_2S_3} = \overline{S_2O} + \overline{OS_3} = 2 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \overline{OS_3} = 2 - \overline{S_2O} = 2 + 40 = 42 \text{ cm} > 0$$

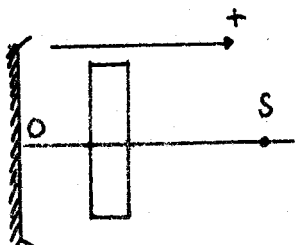
Ta biết qua bản mặt song song vật thật S cho ảnh ảo S_1 ; đối với gương S_1 là vật thật nằm ngoài tiêu cự ($d = 40 \text{ cm} > f = 20 \text{ cm}$). Do đó cho ảnh thật S_2 . Nhưng đối với bản mặt song song S_2 trở thành vật ảo, do đó ảnh S_3 là ảnh thật.

Vậy ảnh cuối qua hệ là ảnh thật, cách gương 42 cm.

(Ảnh trùng với vật)

7.3 Một điểm sáng S được đặt trên trục chính của 1 gương cầu lõm có tiêu cự f. Giữa vật và gương người ta đặt 1 bản mặt song song bề dày e, chiết suất n. Chứng tỏ rằng khi điểm sáng S được đặt cách gương 1 khoảng $d = 2f + \frac{e(n-1)}{n}$ thì ảnh cuối cùng của S qua hệ trùng với S.

BÀI GIẢI



Ta có sơ đồ tạo ảnh sau qua hệ

BMSS GC BMSS

$$S \longrightarrow S_1 \longrightarrow S_2 \longrightarrow S_3$$

Ta có thể lý luận sau đây :

Theo nguyên lý thuận nghịch chiều truyền ánh sáng thì nếu S_3 là vật qua

BMSS thì S_2 sẽ là ảnh :

Với giả thiết S_3 trùng với S ta suy ra 2 ảnh S_1 phải trùng với S_2 .

Nhưng S_1 và S_2 lần lượt là vật và ảnh qua gương cầu. Do đó để ảnh ở vị trí của vật qua gương cầu thì vật phải ở vị trí

- Hoặc sát gương (1)

- Hoặc ở vị trí $d = 2f$ (tâm gương) (2)

Với trường hợp (1) : S_1 ở sát gương không phù hợp với giả thiết (giữa vật và gương là 1 bản mặt song song)

Do đó : S_1 phải ở vị trí cách gương 1 đoạn $2f$

Nghĩa là $\overline{OS_1} = 2f$

Đối với BMSS ta có S_1 là ảnh của S ; do đó

$$\overline{SS_1} = -c\left(\frac{n-1}{n}\right) \quad (\overline{SS_1} \text{ ngược chiều dương đã chọn})$$

$$\text{hay} \quad \overline{SS_1} = \overline{SO} + \overline{OS_1} = -c\left(\frac{n-1}{n}\right)$$

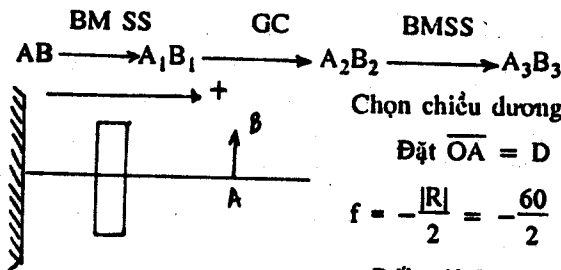
$$\Rightarrow \quad \overline{OS} = \overline{OS_1} + c\left(\frac{n-1}{n}\right)$$

$$\text{hay} \quad \overline{OS} = 2f + c\left(\frac{n-1}{n}\right)$$

7.4 Một gương cầu lõm bán kính 60 cm. Một vật $AB = 6$ cm đặt vuông góc với trục chính của gương và cách gương 20 cm giữa vật AB và gương là 1 bản mặt song song bề dày 6 cm, chiết suất $n = 1,5$. Xác định vị trí, tính chất, độ lớn của ảnh qua hệ.

BÀI GIẢI

Tương tự như (7.2) ; ta có sơ đồ tạo ảnh



Chọn chiều dương như hình vẽ

$$\text{Đặt } \overline{OA} = D = 20 \text{ cm}$$

$$f = -\frac{|R|}{2} = -\frac{60}{2} = -30 \text{ cm}$$

- Đối với BMSS độ dời ảnh theo chiều ánh sáng (ngược chiều dương)

$$\overline{AA_1} = -c \left(\frac{n-1}{n} \right) = -6 \left(\frac{1,5-1}{1,5} \right) = -2 \text{ cm}$$

- Đối với gương ; ta có : $d = \overline{OA_1} = \overline{OA} + \overline{AA_1} = 20 - 2 = 18 \text{ cm}$.

$$\text{Do đó : } d' = \frac{df}{d-f} = \frac{18(-30)}{18 - (-30)} = -\frac{540}{48} = -\frac{90}{8} \text{ cm}$$

- Đối với bản mặt song song : $\overline{A_2A_3} = c \left(\frac{n-1}{n} \right)$ (ảnh dời đi theo chiều ánh sáng phản xạ nghĩa là cùng chiều dương)

$$\overline{A_2A_3} = 2 \text{ cm} \Leftrightarrow \overline{A_2O} + \overline{OA_3} = 2 \text{ cm}$$

$$\text{Suy ra : } \overline{OA_3} = 2 - \overline{A_2O} = 2 + \overline{OA_2} = 2 + d' = 2 - \frac{90}{8}$$

$$\overline{OA_3} = -\frac{74}{8} \approx -9,25 \text{ cm} < 0$$

- Độ phóng đại qua hệ $k = k_1.k_2.k_3$; trong đó :

$k_1 = k_3 = 1$ (qua BMSS độ lớn của ảnh bằng vật)

$$k_2 = -\frac{d'}{d} = -\frac{-\frac{90}{8}}{18} = \frac{5}{8}$$

- Độ lớn ảnh $A_3B_3 = |k| AB = \frac{5}{8} \cdot 6 = \frac{30}{8} = 3,75 \text{ cm}$.

Vậy ảnh cuối cùng là ảnh ảo, ở phía sau gương 9,25 cm, có độ lớn cao 3,75 cm.

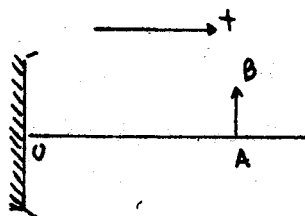
7.5 Một gương cầu lõm, tiêu cự 15 cm. Một vật AB đặt vuông góc với trục chính và cách gương 22 cm. Giữa vật và gương người ta đặt một bản mặt song song có bề dày 6 cm, chiết suất $n = 1,5$. Hỏi ảnh của hệ sẽ dịch chuyển theo chiều nào ? Một đoạn bằng bao nhiêu so với khi không có bản mặt song song.

BÀI GIẢI

- Khi chưa có BMSS

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau G

$$AB \longrightarrow A'B'$$



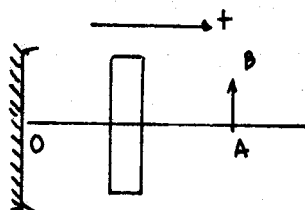
Với $d = \overline{OA}$; $d' = \overline{OA'}$

Chiều dương được chọn như hình vẽ ; $d = 22 \text{ cm}$; $f = 15 \text{ cm}$

Ta có :

$$d' = \frac{df}{d - f} = \frac{22(15)}{22 - 15} = \frac{330}{7} \text{ cm}$$

* Khi có bản mặt song song, ta có sơ đồ sau



BMSS G BMSS

$$AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2 \longrightarrow A_3B_3$$

Ta có thể lý luận như sau :

* Qua bản mặt song song, ảnh dời theo chiều ánh sáng một đoạn

$$AA_1 = c \left(\frac{n-1}{n} \right) = 6 \left(\frac{1,5-1}{1,5} \right) = 2 \text{ cm}$$

Do đó A_1B_1 sẽ cách gương 1 đoạn $OA_1 = OA - AA_1 = 22 - 2 = 20 \text{ cm}$.

* Đối với gương : A_1B_1 là vật thật ; $d = 20 \text{ cm}$ $f = 15 \text{ cm}$.

$$\text{Do đó : } d' = \frac{df}{d - f} = \frac{20(15)}{20 - 15} = \frac{300}{5} = 60 \text{ cm}$$

Vậy A_2B_2 cách gương 60 cm

* Đối với bản mặt song song A_2B_2 là vật ảo cho ảnh dời theo chiều phản xạ ánh sáng một đoạn $A_2A_3 = c \left(\frac{n-1}{n} \right) = 2 \text{ cm}$

Nghĩa là ảnh A_3B_3 sẽ cách gương 1 đoạn $60 + 2 = 62 \text{ cm}$.

Tóm lại so với trường hợp không có bản mặt song song, ảnh đã dời theo chiều ánh sáng phản xạ một đoạn : $A'A_3 = 62 - \frac{330}{7} = 14,8 \text{ cm}$.

Chủ đề 8

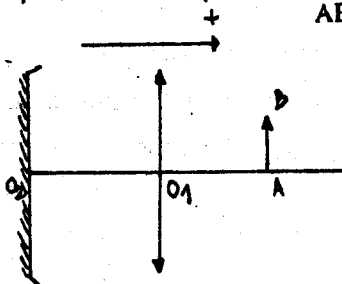
HỆ GƯƠNG CẦU + THẤU KÍNH

8.1 Một thấu kính hội tụ L tiêu cự 20 cm và 1 gương cầu lõm G tiêu cự 30 cm đồng trục chính, có mặt phản xạ hướng về phía thấu kính và cách thấu kính 10 cm. Một vật sáng AB được đặt trước thấu kính, vuông góc với trục chính và cách thấu kính 40 cm.

- 1) Xác định vị trí, tính chất, độ phóng đại ảnh cho bởi hệ
- 2) Cùng câu hỏi như trên nếu thay gương cầu lõm bằng 1 gương cầu lồi có tiêu cự 20 cm.

BÀI GIẢI

1/ Ta có sơ đồ tạo ảnh sau



$$AB \xrightarrow[\text{O}_1]{\text{TK}} A_1B_1 \xrightarrow[\text{O}_2]{\text{G}} A_2B_2 \xrightarrow[\text{O}_1]{\text{TK}} A_3B_3$$

Chọn chiều dương như hình vẽ

$$\text{Đặt } d_1 = \overline{AO_1} = -40 \text{ cm}$$

$$d'_1 = \overline{O_1A_1}; f_1 = 20 \text{ cm}$$

$$d_2 = \overline{O_2A_1}; f_2 = 30 \text{ cm}$$

$$d'_2 = \overline{O_2A_2}; d_3 = \overline{A_2O_1};$$

$$d'_3 = \overline{O_1A_3}$$

* Đối với thấu kính (chiều dương ngược chiều ánh sáng tới)

$$d'_1 = \frac{d_1(-f_1)}{d_1 - (-f_1)} = \frac{(-40)(-20)}{-40 + 20} = \frac{+800}{-20} = -40 \text{ cm}$$

$$\text{Suy ra: } d_2 = \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = \overline{O_2O_1} + d'_1 = 10 - 40 = -30 \text{ cm}$$

* Đối với gương lõm:

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-30)(30)}{-30 - (30)} = \frac{-900}{-60} = 15 \text{ cm}$$

Suy ra:

$$d_3 = \overline{A_2O_1} = \overline{A_2O_2} + \overline{O_2O_1} = \overline{O_2O_1} - d'_2 = 10 - 15 = -5 \text{ cm}$$

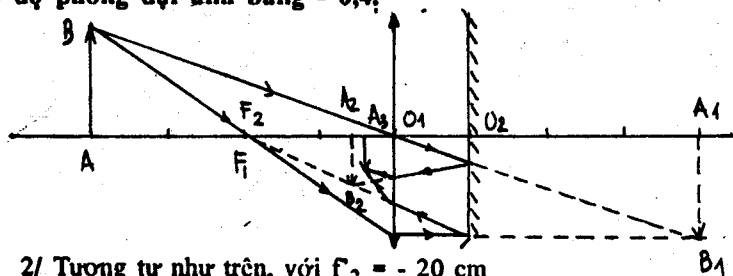
* Đối với thấu kính $d'_3 = \frac{d_3 f_1}{d_3 - f_1}$ (chiều dương cùng chiều ánh sáng phản xạ)

$$d'_3 = \frac{(-5)(20)}{-5 - 20} = \frac{-100}{-25} = 4 \text{ cm}$$

Độ phóng đại ảnh qua hệ : $k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) \left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) \left(-\frac{d'_3}{d_3}\right)$

$$k = \left(-\frac{-40}{-40}\right) \left(\frac{15}{-30}\right) \left(\frac{4}{-5}\right) = -\frac{2}{5} = -0,4$$

Vậy ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh thật, cách thấu kính 4 cm, có độ phóng đại ảnh bằng - 0,4.



2/ Tương tự như trên, với $f_2 = -20 \text{ cm}$

$d_1 = -40 \text{ cm}$; $d'_1 = -40 \text{ cm}$; $d_2 = -30 \text{ cm}$

$$\text{Với } d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-30)(-20)}{(-30) - (-20)} = \frac{600}{-10} = -60 \text{ cm}$$

Suy ra : $d_3 = 10 + 60 = 70 \text{ cm}$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_1}{d_3 - f_1} = \frac{70 \cdot 20}{70 - 20} = \frac{1400}{50} = 28 \text{ cm} > 0$$

Độ phóng đại qua hệ

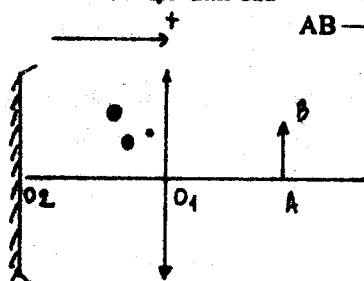
$$k = -\left(\frac{d'_1}{d_1}\right) \left(\frac{d'_2}{d_2}\right) \left(\frac{d'_3}{d_3}\right) = -\left(\frac{-40}{-40}\right) \left(\frac{-60}{-30}\right) \left(\frac{28}{70}\right) = -0,8$$

Vậy ảnh cuối cùng là ảnh thật cách thấu kính 28 cm ; độ phóng đại - 0,8

8.2 Một thấu kính hội tụ (L) tiêu cự 20 cm, đặt trước 1 gương cầu lõm có tiêu cự 30 cm đồng trục chính. Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính cách kính 30 cm phía trước kính. Xác định khoảng cách giữa kính và gương để hệ cho ảnh ảo ngược chiều với vật AB.

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau



TK G TK
 $AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2 \longrightarrow A_3B_3$

Chọn chiều dương như hình vẽ

Đặt $d_1 = \overline{AO_1} = -30 \text{ cm}$;

$d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $f_1 = 20 \text{ cm}$,

$d_2 = \overline{O_2A_1}$; $d'_2 = \overline{O_2A_2}$;

$\overline{O_2O_1} = x > 0$; $f_2 = 30 \text{ cm}$

$d_3 = \overline{A_2O_1}$; $d'_3 = \overline{O_1A_3}$

* Đối với thấu kính :

$$d'_1 = \frac{d_1(-f_1)}{d_1 - (-f_1)} = \frac{(-30)(-20)}{-30 - (-20)} = \frac{600}{-10} = -60 \text{ cm}$$

$$\text{Suy ra : } d_2 = \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = x + d'_1 = -60 + x$$

* Đối với gương cầu lõm :

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-60 + x) 30}{-60 + x - 30} = \frac{(x - 60)}{x - 90}$$

$$\text{Suy ra } d_3 = \overline{A_2O_1} = \overline{A_2O_2} + \overline{O_2O_1} = x - d'_2$$

$$d_3 = x - \frac{30(x - 60)}{x - 90} = \frac{x^2 - 120x + 1800}{x - 90}$$

$$\begin{aligned} \text{* Đối với thấu kính : } d'_3 &= \frac{d_3 f_1}{d_3 - f_1} = \frac{20 \left[\frac{x^2 - 120x + 1800}{x - 90} \right]}{\frac{x^2 - 120x + 1800}{x - 90} - 20} \end{aligned}$$

$$d'_3 = \frac{20(x^2 - 120x + 1800)}{x^2 - 140x + 3600}$$

* Độ phóng đại ảnh qua hệ : $k = -\frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} \cdot \frac{d'_3}{d_3}$

$$= -\left(\frac{-60}{-30}\right) \cdot \left(\frac{30(x-60)}{(x-90)(x-60)}\right) \cdot \left(\frac{20(x^2 - 120x + 1800)}{(x^2 - 140x + 3600)}\right) \cdot \frac{(x-90)}{(x^2 - 120x + 1800)}$$

$$k = -2 \frac{30 \cdot 20}{x^2 - 140x + 3600} = -\frac{1200}{x^2 - 140x + 3600}$$

Để hệ cho ảnh ảo, ngược chiều vật ta phải có : $\begin{cases} d'_3 < 0 \\ k < 0 \end{cases}$

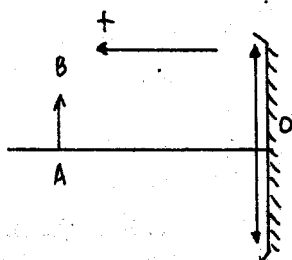
$$\text{hay } \begin{cases} \frac{20(x^2 - 120x + 1800)}{x^2 - 140x + 3600} < 0 \\ -\frac{1200}{x^2 - 140x + 3600} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1) \frac{20(x^2 - 120x + 1800)}{x^2 - 140x + 3600} < 0 \\ (2) \frac{1200}{x^2 - 140x + 3600} > 0 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	0	17,6	34	102,4	106				
$x^2 - 120x + 1800$	+	0	-	-	0	+	+		
$x^2 - 140x + 3600$	+		+	0	-	-	0	+	
d'_3	+		-		+		-		+
k	-	0	-		+	0	+		-

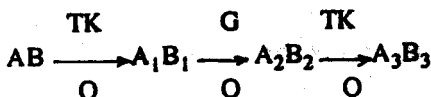
Dựa vào bảng kết quả ta thấy $17,6 \text{ cm} \leq x < 34 \text{ cm}$

8.3 Ghép sát 1 thấu kính hội tụ tiêu cự 60 cm vào một gương cầu lõm. Một mặt đặt trước kính và vuông góc với trục chính cách kính 12 cm thì thấy ảnh ở sau gương có diện tích lớn gấp 4 lần diện tích của mặt. Tính bán kính gương.



BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau



Chọn chiều dương như hình vẽ

$$d_1 = \overline{AO} = -12 \text{ cm}; \quad d'_1 = \overline{OA_1}$$

$$d_2 = \overline{OA_1}; \quad d'_2 = \overline{OA_2};$$

$$d_3 = \overline{A_2O}; \quad d'_3 = \overline{OA_3}$$

- Đối với thấu kính (chiều dương ngược chiều ánh sáng)

$$d'_1 = \frac{d_1(-f_1)}{d_1 - (-f_1)} = \frac{-12(-60)}{-12 + 60} = \frac{720}{48} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Suy ra } d_2 = \overline{OA_1} = d'_1 = 15 \text{ cm.}$$

$$* \text{ Đối với gương cầu : } d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{15f}{15 - f}$$

$$\text{suy ra : } d_3 = \overline{A_2O} = -d'_2 = -\frac{15f}{15 - f}$$

* Đối với thấu kính (chiều dương là chiều ánh sáng phản xạ)

$$d'_3 = \frac{d_3 f_1}{d_3 - f_1} = \frac{60 \cdot \frac{-15f}{15 - f}}{-\frac{15f}{15 - f} - 60} = \frac{60(-15f)}{45f - 900} = -\frac{20f}{f - 20}$$

$$\text{Độ phóng đại ảnh qua hệ } k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) \left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) \left(-\frac{d'_3}{d_3}\right)$$

$$\begin{aligned}
 k &= + \left(-\frac{15}{-12}\right) \left(-\frac{15f}{15 - f} \cdot \frac{1}{15}\right) \left(-\frac{20f}{f - 20} \cdot \frac{15 - f}{-15f}\right) \\
 &= \frac{5}{3} \cdot \frac{f}{f - 20}
 \end{aligned}$$

Ảnh của mặt lớn gấp 4 lần mặt ; vì diện tích tỷ lệ với bình phương

$$\text{cạnh ta có : } \frac{S_3}{S} = \left(\frac{A_3B_3}{AB}\right)^2 \Rightarrow |k| = \frac{A_3B_3}{AB} = \sqrt{\frac{S_3}{S}}$$

$$\text{hay } |k| = \sqrt{4} = 2$$

$$\text{Suy ra } \frac{5}{3} \cdot \frac{f}{f-20} = \pm 2$$

$$\text{- Trường hợp 1 : } \frac{5}{3} \cdot \frac{f}{f-20} = 2 \Rightarrow 5f = 6(f-20)$$

$$\Rightarrow 5f = 6f - 120$$

$$\Rightarrow f = 120\text{cm} \Rightarrow R = 240\text{ cm}$$

$$\text{- Trường hợp 2 : } \frac{5}{3} \cdot \frac{f}{f-20} = -2 \Rightarrow 5f = -6(f-20)$$

$$\Rightarrow 11f = 120$$

$$\Rightarrow f = \frac{120}{11}\text{ cm} \Rightarrow R = \frac{240}{11}\text{ cm}$$

Vì ảnh nằm sau gương nên ảnh ảo. Do đó $d'_3 < 0$

$$\text{* Với } f = 120\text{cm; ta có } d'_3 = \frac{-20(120)}{120-20} = \frac{-2400}{100} = -24\text{ cm} < 0$$

(nhận)

$$\text{* Với } f = \frac{120}{11}\text{ cm ; ta có } d'_3 = 24\text{ cm} > 0 \text{ (loại)}$$

$$\text{Vậy } R = 240\text{ cm}$$

8.4 Một thấu kính thủy tinh chiết suất $n = 1,5$ giới hạn bởi 1 mặt cầu lõm bán kính 20 cm, và một mặt lồi bán kính 10 cm. Mặt lồi được tráng bạc. Chiều 1 chùm sáng hội tụ tới kính thì thấy chùm phản xạ hội tụ tại 1 điểm cách kính 5cm. Hỏi chùm sáng tới hội tụ tại điểm cách kính bao xa ?

BÀI GIẢI

Hệ được xem gồm 1 thấu kính "lõm + lồi" ghép sát 1 gương lõm.

Thấu kính có tiêu cự :

$$\frac{1}{f_1} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (1,5 - 1) \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{10} \right)$$

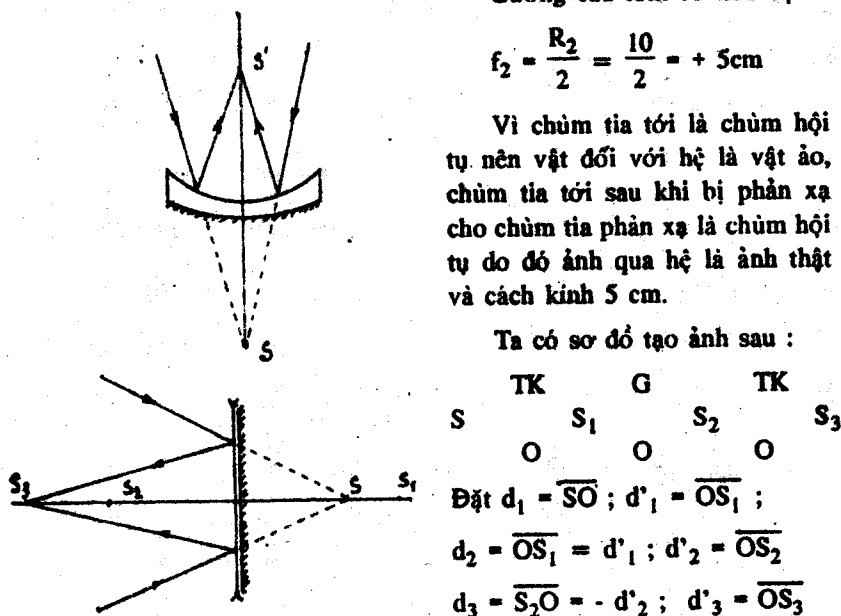
$$\Rightarrow f_1 = -40 \text{ cm (thấu kính phân kỳ)}$$

Gương cầu lõm có tiêu cự

$$f_2 = \frac{R_2}{2} = \frac{10}{2} = +5 \text{ cm}$$

Vì chùm tia tới là chùm hội tụ nên vật đối với hệ là vật ảo, chùm tia tới sau khi bị phản xạ cho chùm tia phản xạ là chùm hội tụ do đó ảnh qua hệ là ảnh thật và cách kính 5 cm.

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :



* Đối với thấu kính $d_1 = \overline{SO} = d > 0$; $f_1 = -40 \text{ cm}$

Với chiều dương ngược chiều ánh sáng tới ; ta có :

$$d'_1 = \frac{-df_1}{d - (-f_1)} = \frac{+40d}{d - 40}$$

do đó : $d_2 = d'_1 = \frac{40d}{d - 40}$

- Đối với gương lõm ta có :

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{10 \left(\frac{40d}{d - 40} \right)}{\frac{40d}{d - 40} - 10} = \frac{10,40d}{30d + 400} = \frac{40d}{3d + 40}$$

Suy ra $d_3 = -d'_2 = -\frac{40d}{3d + 40}$

* Đối với thấu kính :

$$d'_3 = \frac{d_3 f_1}{d_3 - f_1} = \frac{-40 \left(-\frac{40d}{3d + 40} \right)}{-\frac{40d}{3d + 40} - 40} = \frac{1600d}{80d + 1600} = \frac{20d}{d + 20}$$

Theo giả thiết ảnh S_3 là thật ; do đó $d'_3 = 5$ cm.

Vậy : $\frac{20d}{d + 20} = 5$

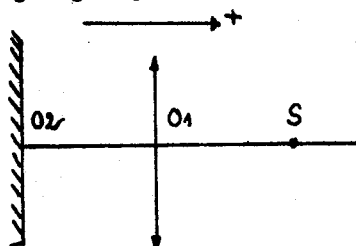
⇒ $20d = 5d + 100$

⇒ $15d = 100$

⇒ $d = \frac{100}{15} = \frac{20}{3}$ cm

Vậy chùm tia tới hội tụ tại 1 điểm cách kính $\frac{20}{3}$ cm.

8.5 Một điểm sáng S nằm cách 1 thấu kính hội tụ tiêu cự 20 cm, 1 khoảng 25 cm, trên trục chính. Phía sau là 1 gương cầu lõm tiêu cự 30 cm, đồng trục chính với thấu kính và cách nó 100 cm. Khảo sát sự thay đổi của tính chất của ảnh cho bởi hệ khi tịnh tiến gương về phía thấu kính.



BÀI GIẢI

$f_1 = 20$ cm ; $f_2 = -30$ cm

Ta có sơ đồ sau :

TK G TK

$S \longrightarrow S_1 \longrightarrow S_2 \longrightarrow S_3$

$$\text{Đặt } d_1 = \overline{SO_1}; d'_1 = \overline{O_1S_1}; d_2 = \overline{O_2S_1}; d'_2 = \overline{O_2S_2}$$

$$d_3 = \overline{S_2O_1}; d'_3 = \overline{O_1S_3};$$

$$\overline{O_2O_1} = x > 0$$

Chọn chiều dương như hình vẽ :

$$d_1 = \overline{SO_1} = -25 \text{ cm}$$

- Đối với thấu kính (chiều dương ngược chiều ánh sáng tới) ta có :

$$d'_1 = \frac{-d_1 f_1}{d_1 - (-f_1)} = \frac{-(-25) 20}{-25 + 20} = \frac{500}{-5} = -100 \text{ cm}$$

$$\text{Suy ra : } d_2 = \overline{O_2S_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1S_1} = x + d'_1 = x - 100$$

* Đối với gương cầu ta có :

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(x - 100)(-30)}{x - 100 + 30} = \frac{-30(x - 100)}{x - 70}$$

$$\text{Suy ra : } d_3 = \overline{S_2O_1} = \overline{S_2O_2} + \overline{O_2O_1} = x - d'_2 = x + \frac{30(x - 100)}{x - 70}$$

$$d_3 = \frac{x^2 - 40x - 3000}{x - 70}$$

* Đối với thấu kính ta có : (chiều dương cùng chiều ánh sáng phản xạ)

$$d'_3 = \frac{d_3 f_1}{d_3 - f_1} = \frac{20 \left(\frac{x^2 - 40x - 3000}{x - 70} \right)}{\frac{x^2 - 40x - 3000}{x - 70} - 20} = \frac{20(x^2 - 40x - 3000)}{x^2 - 60x - 1600}$$

- Khảo sát sự thay đổi của tính chất ảnh khi x thay đổi

Bảng xét dấu :

x	0	78,3	80	100 cm
d'_3		+	0	-
				+

Bảng kết quả cho thấy

Khi $0 \leq x \leq 78,3 \text{ cm}$ hệ cho Ảnh thật

Khi $78,3 \leq x < 80 \text{ cm}$: hệ cho Ảnh ảo

Khi $80 < x \leq 100 \text{ cm}$: hệ cho Ảnh thật.

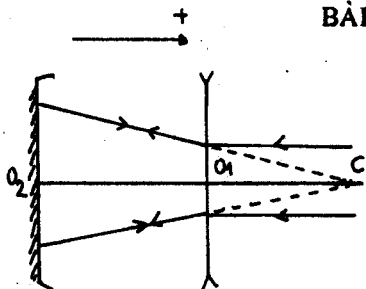
8.6 Cho 1 hệ đồng trục gồm :

- 1 thấu kính phân kỳ tiêu cự 12 cm

- 1 gương cầu lõm tiêu cự 36 cm, đồng trục chính mặt phản xạ hướng về phía thấu kính đặt cách nhau 1 khoảng l.

Đặc định l để 1 chùm tia tới song song với trục chính đến thấu kính phân kỳ sau khi qua hệ cho chùm tia ló cũng song song với trục chính.

BÀI GIẢI



Ta xét bài toán dưới dạng tổng quát sau :

$$\begin{array}{ccccc} \text{TK} & & \text{G} & & \text{TK} \\ \text{S} & \xrightarrow{\quad} & \text{S}_1 & \xrightarrow{\quad} & \text{S}_2 \xrightarrow{\quad} \text{S}_3 \end{array}$$

$$\text{Đặt } d_1 = \overline{SO_1} ; d'_1 = \overline{O_1S_1}$$

$$d_2 = \overline{O_2S_1} ; d'_2 = \overline{O_2S_2}$$

$$d_3 = \overline{S_2O_1} ; d'_3 = \overline{O_1S_3}$$

$$\overline{O_2O_1} = l > 0$$

Sự liên hệ giữa các đại lượng được xác định bằng các phương trình sau :

$$(1) \quad \frac{1}{(-f_1)} = \frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d_1} \quad (\text{chiều dương ngược chiều ánh sáng tới})$$

$$(2) \quad d_2 = \overline{O_2S_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1S_1} = l + d'_1$$

$$(3) \quad \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_3}$$

$$(4) \quad d_3 = \overline{S_2O_1} = \overline{S_2O_2} + \overline{O_2O_1} = l - d'_2$$

$$(5) \quad \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d'_3} + \frac{1}{d_3}$$

Vì chùm tia tới và chùm tia ló đều là chùm tia song song với trục chính nghĩa là $d_1 \rightarrow \infty$; $d'_3 \rightarrow \infty$; Từ (1) và (5) ta có :

$$(1) \Rightarrow d'_1 = -f_1$$

$$(5) \Rightarrow d_3 = f_1$$

$$\text{Từ (2)} \Rightarrow d_2 = l - f_1$$

$$(4) \Rightarrow d'_2 = l - d_3 = l - f_1$$

$$\text{Từ (5) suy ra :} \quad \frac{1}{f_2} = \frac{1}{l - f_1} + \frac{1}{l - f_1} = \frac{2}{l - f_1}$$

$$\text{do đó :} \quad l - f_1 = 2f_2$$

$$\Rightarrow l = f_1 + 2f_2$$

$$\text{thay} \quad f_1 = -12 \text{ cm} ; f_2 = 36 \text{ cm} ; \text{ta có}$$

$$l = -12 + 2(36) = 72 - 12 = 60 \text{ cm}$$

8.7 Cho 1 hệ đồng trục gồm :

- 1 gương cầu lõm

- 1 thấu kính hội tụ

có cùng tiêu cự f đặt cách nhau 1 khoảng 3f, một phần xạ của gương hướng về phía thấu kính. Một vật sáng AB đặt trong khoảng giữa thấu kính và gương.

1) Chứng tỏ rằng hệ cho 2 ảnh.

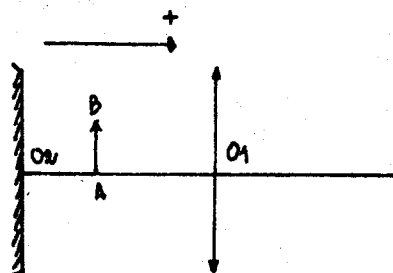
2) Xác định vị trí của vật AB để 2 ảnh trên.

a) cùng thật

b) một ảnh thật, một ảnh ảo.

BÀI GIẢI

1/ Hệ cho 2 ảnh vì chùm tia sáng xuất phát từ AB gồm 2 phần.



* Phần thứ 1 : qua thấu kính cho 1 ảnh A'B' theo sơ đồ sau

$$AB \xrightarrow[\text{O}_1]{\text{TK}} A'B'$$

* Phần thứ 2 : tới gương rồi phản xạ và đi qua thấu kính cho ảnh A₂B₂, theo sơ đồ sau :

$$AB \xrightarrow[\text{O}_2]{\text{G}} A_1B_1 \xrightarrow[\text{O}_1]{\text{TK}} A_2B_2$$

2/ chọn chiều dương như hình vẽ; $\text{O}_2\text{O}_1 = 3f > 0$

* Xác định A'B' : đặt $d = \overline{\text{AO}_1}$; $d' = \overline{\text{O}_1\text{A}'}$

ta có :
$$d' = \frac{df}{d - f} \quad (1)$$

- Xác định A₂B₂ : đặt $d_1 = \overline{\text{O}_2\text{A}} = \overline{\text{O}_2\text{O}_1} + \overline{\text{O}_1\text{A}} = 3f - d$;

$$d_1' = \overline{\text{O}_2\text{A}_1} ; d_2 = \overline{\text{A}_1\text{O}_1} ; d_2' = \overline{\text{O}_1\text{A}_2}$$

* đối với gương $d_1' = -\frac{d_1(f)_1}{d_1 - (-f)}$ (Vì $f_G = -f_{\text{TK}} = -f$)

$$d_1' = \frac{-df}{d + f}$$

Suy ra $d_2 = \overline{\text{A}_1\text{O}_1} = \overline{\text{A}_1\text{O}_2} + \overline{\text{O}_2\text{O}_1}$

$$= -d_1' + 3f = 3f + \frac{df}{d + f} = \frac{4df + 3f^2}{d + f}$$

hay
$$d_2 = \frac{f(4d + 3f)}{d + f}$$

đối với thấu kính :

$$d_2' = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{f \left[\frac{f(4d + 3f)}{d + f} \right]}{\frac{f(4d + 3f)}{d + f} - f} = \frac{f^2 (4d + 3f)}{f(3d + 2f)}$$

Vậy $d_2' = f \frac{4d + 3f}{3d + 2f}$ (2)

Xét dấu d' và d_2' ở (1) và (2) ta có bảng xét dấu sau :

d	0	f
- f	-	+
4d + 3f	+	+
3d + 2f	+	+
d'	-	+
d ₂ '	+	+

Bảng xét dấu cho thấy

* Khi $0 \leq d < f$: hệ cho 1 ảnh thật và 1 ảnh ảo

* $3f \geq d > f$: hệ cho 2 ảnh thật

Ta có thể lập luận như sau để tìm ra kết quả trên

- đối với $A'B'$: Khi vật nằm trong tiêu cự $0 < d < f$: $A'B'$: Ảnh ảo

Khi vật nằm ngoài tiêu cự $f < d \leq 3f$: Ảnh thật

- đối với A_2B_2 :

Vì AB là vật thật đối với gương cầu lõm do đó ảnh A_1B_1 luôn luôn là ảnh ảo, nằm sau gương. Đối với thấu kính A_1B_1 là vật thật và vì nằm sau gương nên khoảng cách từ vật đến thấu kính luôn luôn lớn hơn hoặc bằng $3f$ nghĩa là A_1B_1 nằm ngoài tiêu cự của thấu kính do đó sẽ cho ảnh A_2B_2 là ảnh thật.

Tóm lại A_2B_2 luôn luôn là ảnh thật.

Tổng hợp 2 kết quả trên ta có thể kết luận

- Khi vật nằm trong tiêu cự f của thấu kính : hệ cho 1 ảnh ảo, 1 thật.

- Khi vật nằm ngoài tiêu cự ($f < d \leq 3f$) hệ cho 2 ảnh thật.

88. Cho 1 hệ quang đồng trục :

- 1 gương cầu lõm tiêu cự f

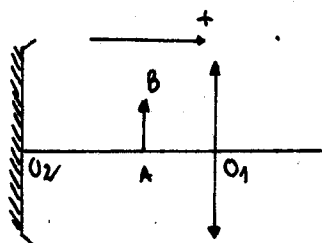
- 1 thấu kính hội tụ tiêu cự $\frac{f}{2}$ đặt cách nhau 1 khoảng $3f$, mặt phản xạ của gương hướng về thấu kính. Một vật sáng AB đặt giữa gương và thấu kính

1) Xác định vị trí của vật để hệ cho 2 ảnh thật và 2 ảnh này ở cùng 1 vị trí.

2) So sánh độ lớn và chiều của 2 ảnh trong điều kiện này.

BÀI GIẢI

1/ Ta có sơ đồ tạo ảnh cho 2 ảnh là :



AB $\xrightarrow[\text{O}_1]{\text{TK}}$ A'B' (Sơ đồ 1)

và $\begin{matrix} \text{G} & \text{TK} \\ \text{AB} \xrightarrow{\quad} \text{A}_1\text{B}_1 \xrightarrow{\quad} \text{A}_2\text{B}_2 \\ \text{O}_2 & \text{O}_1 \end{matrix}$ (Sơ đồ 2)

Chọn chiều dương như hình vẽ : $\overline{O_2O_1} = 3f$

* Xác định A'B' đặt $d = \overline{AO_1}$; $d' = \overline{O_1A'}$

$$\text{ta có : } d' = \frac{d \cdot \frac{f}{2}}{d - \frac{f}{2}} = \frac{df}{2d - f} \quad (1)$$

* Xác định A_2B_2 : đặt $d_1 = \overline{O_2A} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A} = 3f - d$;
 $d'_1 = \overline{O_2A_1}$

$$\Rightarrow d_1' = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{(3f - d)f}{3f - d - f} = \frac{f(3f - d)}{2f - d}$$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{A_1 O_1} = \overline{A_1 O_2} + \overline{O_2 O_1} = 3f - d_1' = 3f - \frac{f(3f - d)}{2f - d}$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{f(3f - 2d)}{2f - d}$$

$$\Rightarrow d_2' = \frac{d_2 \frac{f}{2}}{d_2 - \frac{f}{2}} = \frac{\frac{f}{2} \frac{f(3f - 2d)}{2f - d}}{\frac{f(3f - 2d)}{2f - d} - \frac{f}{2}} = \frac{f^2(3f - 2d)}{f(4f - 3d)} = f \frac{3f - 2d}{4f - 3d}$$

(2)

Để hệ cho 2 ảnh đều thật ta phải có : $d' > 0 \Rightarrow \frac{df}{2d - f} > 0$ (3)

$$\forall d \quad d_2' > 0 \Rightarrow f \frac{3f - 2d}{4f - 3d} > 0 \quad (4)$$

Để hệ cho 2 ảnh ở cùng vị trí : $d_2' = d'$

$$\Rightarrow \frac{df}{2d - f} = f \frac{3f - 2d}{4f - 3d} \quad (5)$$

giải phương trình (5): $d(4f - 3d) = (2d - f)(3f - 2d)$

$$-3d^2 + 4df = -4d^2 + 8df - 3f^2$$

$$d^2 - 4df + 3f^2 = 0$$

$$2 \text{ nghiệm : } \begin{cases} d = 2f + f = 3f \\ d = 2f - f = f \end{cases}$$

thay 2 giá trị của d vào (3), (4) ta thấy :

$$\text{Với } d = 3f; d' = d_2' = \frac{3}{5}f > 0$$

$$\text{Với } d = f; d' = d_2' = f > 0$$

Vậy có 2 vị trí của vật cho 2 ảnh đều thật và ở cùng 1 vị trí đó là $d = 3f$ và $d = f$

2/ Độ phóng đại ảnh :

$$* \text{ ở sơ đồ 1 : } k_1 = -\frac{d'}{d} = -\frac{f}{2d - f}$$

* ở sơ đồ 2 :

$$k_2 = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right)\left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) = \left(-\frac{f}{2f - d}\right)\left(-\frac{f(3f - 2d)}{4f - 3d} \cdot \frac{(2f - d)}{f(3f - 2d)}\right)$$

$$k_2 = \frac{f}{4f - 3d}$$

$$\text{- Khi vật ở vị trí } d = f; k_1 = -\frac{f}{2f - f} = -1$$

$$k_2 = \frac{f}{4f - 3f} = 1$$

2 ảnh có cùng độ lớn nhưng ngược chiều nhau, bằng vật

$$\text{- Khi vật ở vị trí } d = 3f; k_1 = -\frac{f}{2(3f) - f} = -\frac{1}{5}$$

$$k_2 = \frac{f}{4f - 3(3f)} = \frac{f}{-5f} = -\frac{1}{5}$$

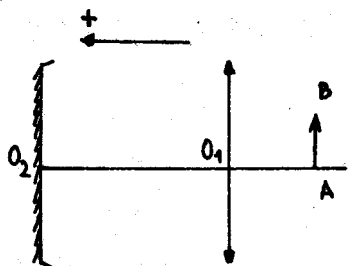
2 ảnh cùng chiều, bằng nhau, bằng $\frac{1}{5}$ vật.

8.9 Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của 1 gương cầu lõm tiêu cự f , cách gương 1 đoạn $3f$. Trong khoảng giữa vật và gương người ta đặt 1 thấu kính hội tụ có tiêu cự $\frac{5f}{12}$ cùng trục chính với gương. Xác định vị trí của thấu kính để AB cho ảnh cuối cùng qua hệ ở cùng vị trí với vật. Xác định độ phóng đại ảnh khi thấu kính ở vị trí này.

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{TK} & & \text{G} & & \text{TK} & \\ \text{AB} & \xrightarrow{\quad} & \text{A}_1\text{B}_1 & \xrightarrow{\quad} & \text{A}_2\text{B}_2 & \xrightarrow{\quad} & \text{A}_3\text{B}_3 \\ & \text{O}_1 & & \text{O}_2 & & \text{O}_1 & \end{array}$$



theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng, khi A_3B_3 là vật thì A_2B_2 sẽ là ảnh qua thấu kính.

Do đó khi A_3B_3 ở vị trí của AB thì A_2B_2 sẽ ở vị trí của A_1B_1 ; nói cách khác A_1B_1 ở cùng vị trí với A_2B_2 . Đối với gương A_1B_1 là vật và A_2B_2 là ảnh, gương cầu lõm chỉ cho ảnh ở vị trí vật khi

- hoặc ở sát gương (1)
- hoặc vật ở tâm gương cầu (2)

Trường hợp 1 : A_1B_1 ở sát gương, Ta có : $\overline{AA_1} = 3f$

thay $\overline{AA_1} = d + d' = 3f$ (1)

mặt khác $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{\frac{5f}{12}}$ (2)

Giải hệ phương trình (1), (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 12d^2 - 36df + 15f^2 = 0$

hay $4d^2 - 12fd + 5f^2 = 0$

$\Delta' = (6f)^2 - 4.5f^2 = 16f^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 4f$

2 nghiệm $\left\{ \begin{array}{l} d = \frac{6f + 4f}{4} = 2,5f \text{ (nhận vì } 0 < d \leq 3f) \\ d = \frac{6f - 4f}{4} = 0,5f \end{array} \right.$

Trường hợp 2 : A_1B_1 ở tâm gương, nghĩa là cách gương 1 đoạn $2f$, do đó cách vật 1 đoạn bằng f . Ta có hệ phương trình

$d + d' = f$ (3)

$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{\frac{5f}{12}} = \frac{12}{5f}$ (4)

Giải hệ phương trình (3), (4)

$$\Rightarrow 12d^2 - 12fd + 5f^2 = 0$$

$$\Delta' = (6f)^2 - 5.12f^2 = -24f^2 < 0$$

phương trình này vô nghiệm

Tính độ phóng đại ở mỗi vị trí

* đối với gương : vì vật và ảnh ở sát gương nên độ phóng đại $k_2 = 1$

* ở vị trí $d = 2,5f$: ảnh ở vị trí $d' = 3f - 2,5f = 0,5f$

$$\text{độ phóng đại ảnh } k_1 = -\frac{0,5f}{2,5f} = -\frac{1}{5}$$

trong lần phản xạ từ gương tới thấu kính; vật ở vị trí $d = -0,5f$ và ảnh cuối ở vị trí $d' = -2,5f$.

$$\text{độ phóng đại ảnh } k_3 = \frac{-d'}{d} = \frac{2,5f}{0,5f} = -5$$

Vậy độ phóng đại qua hệ : $k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = 1(-\frac{1}{5})(-5) = 1$

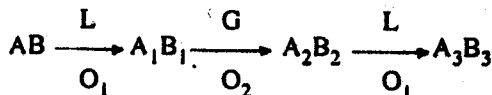
* Ở vị trí 2 : tương tự độ phóng đại qua hệ $k = 1$

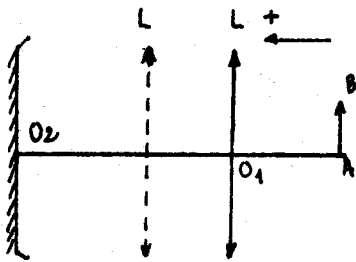
8.10 Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của 1 gương cầu lõm (G), cách gương 90cm. Trong khoảng giữa vật và gương người ta đặt 1 thấu kính hội tụ (L) cùng trục chính. Giữ vật và gương cố định, khi di chuyển thấu kính trong khoảng giữa gương và vật người ta nhận thấy rằng có hai vị trí của thấu kính cho ảnh cuối cùng qua hệ trùng với vật, lần lượt cách vật 30cm và 60cm, và một vị trí của thấu kính cho ảnh cuối cùng ở vị trí của vật, bằng và ngược chiều với vật, vị trí này cách vật 40cm.

Xác định tiêu cự của thấu kính và gương.

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau





Theo nguyên lý về tính thuận nghịch ánh sáng, để A_2B_2 là vật thì A_2B_2 là ảnh qua (L). Do đó khi A_3B_3 trùng với AB thì A_1B_1 sẽ trùng với A_1B_1 . Đối với gương (G) để vật A_1B_1 ở vị trí trùng với ảnh A_2B_2 ta phải có :

- hoặc A_1B_1 trùng A_2B_2 ở sát gương (1)
- hoặc A_1B_1 đặt ở tâm gương (A_1B_1 bằng A_2B_2 nhưng ngược chiều) (2)

* Xét trường hợp (1) : A_1B_1 ở sát gương.

Đối với thấu kính ta có

$$AB \xrightarrow{L} A_1B_1$$

$$\text{đặt} \quad d = \overline{AO_1}; \quad d' = \overline{O_1A_1}$$

chiều dương được chọn như hình vẽ; ta có :

$$\overline{AA_1} = \overline{AO_2} = 90\text{cm} = L$$

$$\text{hay} \quad \overline{AO_1} + \overline{O_1A_1} = 90 = L$$

$$\Rightarrow \quad d + d' = 90\text{cm} = L \quad (3)$$

$$\text{Mặt khác} \quad \frac{1}{f_L} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \quad \Rightarrow \quad d^2 - Ld + f_L \cdot L = 0$$

$$\text{Ta có :} \quad \Delta = L^2 - 4f_L \cdot L$$

Để phương trình có nghiệm ta phải có điều kiện $L^2 - 4f_L \cdot L \geq 0$ hay $L \geq 4f_L$ (5)

2 nghiệm của phương trình ứng với 2 vị trí của thấu kính là :

$$d_1 = \frac{L + \sqrt{L^2 - 4f_L L}}{2} \quad \text{và} \quad d_2 = \frac{L - \sqrt{L^2 - 4f_L L}}{2}$$

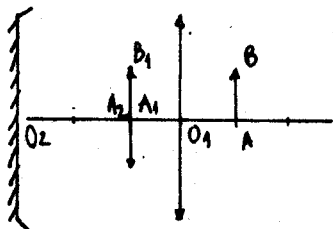
thay $d_1 = 60\text{cm}$ và $d_2 = 30\text{cm}$ vào ta có

$$60 = \frac{90 + \sqrt{90^2 - 4f_L \cdot 90}}{2}$$

$$\Rightarrow 120 - 90 = \sqrt{90^2 - 360f_L}$$

$$30^2 = 90^2 - 360f_L$$

$$\Rightarrow f_L = \frac{90^2 - 30^2}{360} = 20\text{cm}$$



* Trường hợp 2 : A_1B_1 ở tâm gương. Ở vị trí này vì A_1B_1 ngược chiều A_2B_2 nên suy ra AB phải ngược chiều A_3B_3 và bằng nhau về độ lớn. Vì A_1B_1 ở tâm gương nên cách gương 1 đoạn $\overline{A_1O_2} = 2f_G$

nghĩa là cách vật 1 đoạn :

$$\overline{AA_1} = \overline{AO_2} + \overline{O_2A_1} = L - 2f_G \quad \text{với } L - 2f_G > 0$$

$$\text{hay} \quad f_G < \frac{L}{2}$$

$$\text{Ta có : } \overline{AA_1} = \overline{AO_1} + \overline{O_1A_1} = d + d' = L - 2f_G \quad (6)$$

$$\text{mặt khác : } \frac{1}{f_L} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d} \quad (7)$$

Giải hệ phương trình (6) và (7)

$$\text{Từ (6) ta có : } d' = 90 - 2f_G - d$$

$$\text{thay vào (7) ta có } \frac{1}{20} = \frac{1}{90 - 2f_G - d} + \frac{1}{d}$$

Phương trình này phải nghiệm đúng với giá trị $d = 40\text{cm}$. Do đó :

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{90 - 2f_G - 40} + \frac{1}{40}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{20} - \frac{1}{40} = \frac{1}{50 - 2f_G}$$

$$\frac{1}{40} = \frac{1}{50 - 2f_G} \Rightarrow 50 - 2f_G = 40$$

$$\Rightarrow f_G = 5 \text{ cm (thỏa điều kiện } f_G < \frac{L}{2})$$

8.11 1) Trình bày cách dựng ảnh của 1 điểm sáng A cho bởi 1 gương cầu lõm trong hai trường hợp.

a) A nằm ngoài trục chính.

b) A nằm trên trục chính.

Xét các trường hợp ảnh thật và ảnh ảo.

2) Điểm sáng A nằm trên trục chính của gương cầu lõm G_1 bán kính 60cm, khoảng cách từ A đến đỉnh gương G_1 là $S_1A = 45\text{cm}$. Xác định vị trí ảnh A_1 của A cho bởi G_1 . Vẽ ảnh.

3) G_1 và A cố định. Đặt thêm 1 gương cầu lõm G_2 bán kính cũng bằng 60cm đối diện với G_1 , cùng trục chính sao cho A ở trong khoảng giữa gương.

Xác định vị trí của G_2 để mọi tia sáng xuất phát từ A sau khi phản xạ liên tiếp trên 2 gương lại quay về A.

4) Sau khi vị trí của G_2 được xác định, chứng tỏ rằng với hệ 2 gương bố trí như vậy, mọi điểm sáng B nằm trên đoạn S_1S_2 đều có tính chất là các tia sáng xuất phát từ B sau khi phản xạ liên tiếp trên gương thì lại qua B.

(Đại Học phía Nam khối A 82 - 83)

BÀI GIẢI

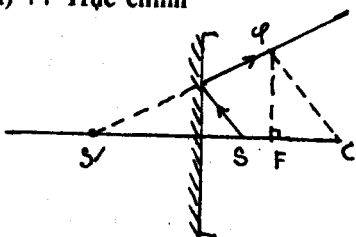
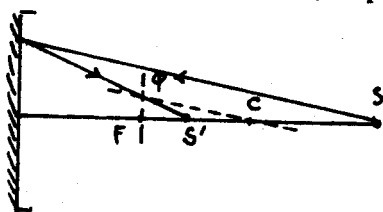
1/ a) Điểm sáng nằm ngoài trục chính (xem giáo khoa)

- dựng tia tới song song với trục chính cho tia phản xạ qua tiêu điểm F

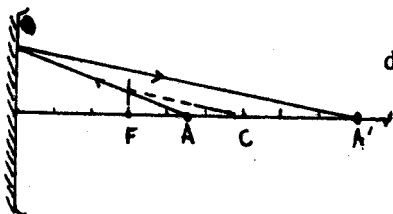
- dựng tia qua tiêu điểm F cho tia phản xạ song song trục chính (hoặc dựng tia qua tâm gương cho tia phản xạ trùng với chính nó.)

b/. Điểm sáng nằm trên trục chính (xem giáo khoa)

- dựng 1 tia tới bất kỳ từ S
- dựng trục phụ song song với tia tới bất kỳ
- dựng tiêu diện và tiêu điểm phụ $\varphi = (\text{tiêu diện}) \cap (\text{trục phụ})$
- dựng tia phản xạ qua tiêu điểm phụ φ
- dựng ảnh của S là $S' = (\text{Tia phản xạ}) \cap \text{Trục chính}$



Vật thật $\rightarrow$ Ảnh thật



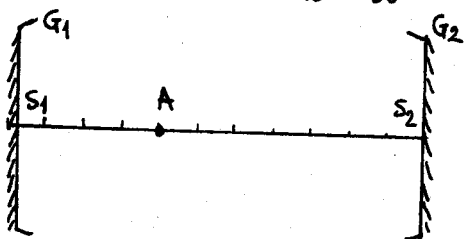
Vật thật $\rightarrow$ Ảnh ảo.

2/. Ta có
 $d \neq \overline{S_1A} = 45\text{cm}; \quad d' = \overline{S_1A'};$

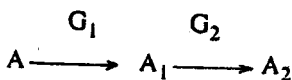
$$f = \frac{60}{2} = 30\text{cm}$$

(chiều dương là chiều phản xạ ánh sáng)

$$\text{Ta có: } d' = \frac{df}{d - f} = \frac{45(30)}{45 - 30} = \frac{45 \cdot 30}{15} = 90\text{ cm}$$



3/ - Xét trường hợp tia sáng tới gương G_1 trước : Ta có sơ đồ tạo ảnh sau



đặt $\overline{S_1A} = d_1 = 45\text{cm}$; $d_1' = \overline{S_1A_1} = 90\text{cm}$ (Kết quả ở trên)

$$d_2 = \overline{S_2A_1} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1A_1} = -x + 90; d_2' = \overline{S_2A_2}$$

(đặt $\overline{S_1S_2} = x > 0$)

do đó $d_2' = \frac{d_2(-f)}{d_2 - (-f)}$ (Chiều dương ngược chiều ánh sáng)

$$d_2' = \frac{(90 - x)(-30)}{(90 - x) - (-30)} = \frac{30(x - 90)}{120 - x}$$

để ảnh cuối A_2 trùng với A : ta phải có :

$$d_2' = \overline{S_2A_2} = \overline{S_2A} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1A}$$

$$d_2' = -x + d_1 = 45 - x$$

$$\text{Do đó : } 45 - x = \frac{30(x - 90)}{120 - x}$$

$$(45 - x)(120 - x) = 30(x - 90)$$

$$5400 - 165x + x^2 = 30x - 2700$$

$$x^2 - 195x + 8100 = 0$$

$$\Delta = 5625 = 75^2$$

$$2 \text{ nghiệm : } x_1 = \frac{195 + 75}{2} = 135\text{cm}$$

$$x_2 = \frac{195 - 75}{2} = 60\text{cm}$$

- Xét trường hợp tia sáng tới G_2 trước, ta có sơ đồ sau :



$$\text{đặt } d_1 = \overline{S_2A}; d_1' = \overline{S_2A_1}; d_2 = \overline{S_1A_1}; d_2' = \overline{S_1A_2}$$

$$\text{Với } d_1 = \overline{S_2A} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1A} = -x + 45$$

$$\text{do đó : } d_1' = \frac{-d_1 f}{d_1 - (-f)} = \frac{(45 - x)30}{45 - x + 30} = \frac{-30(45 - x)}{75 - x}$$

$$\text{Suy ra } d_2 = \overline{S_1 A_1'} = \overline{S_1 S_2} + \overline{S_2 A_1'} = d_1' + x = x - \frac{30(45 - x)}{75 - x}$$

$$d_2 = \frac{-x^2 + 105x - 1350}{75 - x}$$

$$\text{Vậy } d_2' = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{30 \left(\frac{-x^2 + 105x - 1350}{75 - x} \right)}{\frac{-x^2 + 105x - 1350}{75 - x} - 30}$$

$$d_2' = \frac{30(-x^2 + 105x - 1350)}{-x^2 + 135x - 3600}$$

$$\text{để ảnh cuối trùng với A, ta có : } d_2' = \overline{S_1 A_2'} = \overline{S_1 A} = 45\text{cm}$$

$$\text{do đó : } \frac{30(-x^2 + 105x - 1350)}{-x^2 + 135x - 3600} = 45$$

$$\Rightarrow 15x^2 - 2925x + 127500 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 195x + 8100 = 0$$

$$\Delta = 195^2 - 4(8100) = 5625 = 75^2$$

$$2 \text{ nghiệm } x = \frac{195 + 75}{2} = 135\text{cm}$$

$$x = \frac{195 - 75}{2} = 60\text{cm}$$

Tóm lại để ảnh cuối cùng sau 2 lần phản xạ liên tiếp qua 2 gương (không phụ thuộc vào thứ tự phản xạ) trùng với vật gương G_2 có thể đặt ở 2 vị trí

- hoặc cách G_1 60cm

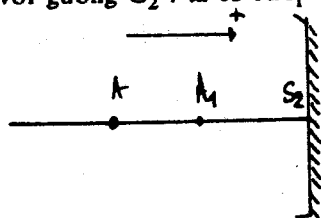
- hoặc cách G_1 135cm

Ta có thể tìm ra kết quả trên bằng cách lý luận sau :

Theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng thì nếu A_2 là vật qua G_2 thì A_1 sẽ là ảnh. Khi A_2 trùng với A thì A_1 sẽ là ảnh của A qua G_2 .
 Kết quả ở câu 2 cho ta : A_1 cách S_1 một đoạn 90cm : $\overline{S_1 A_1} = 90\text{cm}$
 và A cách S_1 một đoạn 45cm : $\overline{S_1 A} = 45\text{cm}$

nghĩa là khoảng cách $\overline{AA_1} = \overline{S_1 A_1} - \overline{S_1 A} = 90 - 45 = 45\text{cm}$

đối với gương G_2 : ta có $\overline{AA_1} = \overline{AS_2} + \overline{S_2 A_1} = 45$



$$\text{hay } d_2' - d_2 = 45 \quad (1)$$

$$\text{mặt khác } \frac{1}{(-f)} = \frac{1}{d_2'} + \frac{1}{d_2} \quad (2)$$

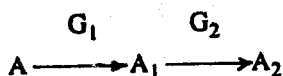
(Chiều dương ngược chiều ánh sáng)

giải hệ phương trình trên ta tìm được

$$2 \text{ giá trị : } \begin{cases} d_2 = -15\text{cm} & (\text{nhận vì } d_2 = \overline{S_2 A} < 0) \\ d_2 = -90\text{cm} & (\text{nhận}) \end{cases}$$

nghĩa là G_2 cách A 15cm (cách G_1 60cm) hoặc cách A 90cm (Cách G_1 135cm)

4/ $\overline{S_1 S_2} = x$ với $x = 60$ hoặc 135cm ; Trở lại sơ đồ



$$\text{đặt } d_1 = \overline{S_1 A} = d; d_1' = \overline{S_1 A_1}; d_2 = \overline{S_2 A_1}; d_2' = \overline{S_2 A_2}$$

$$\text{Ta có : } d_1' = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{df}{d - f} = \frac{30d}{d - 30}$$

$$\text{suy ra : } d_2 = \overline{S_2 A_1} = \overline{S_2 S_1} + \overline{S_1 A_1} = -x + d_1' = -x + \frac{30d}{d - 30}$$

$$d_2 = \frac{d(30 - x) + 30x}{d - 30}$$

do đó :

$$d'_2 = \frac{d_2(-f)}{d_2 - (-f)} = \frac{-30 \left[\frac{d(30-x) + 30x}{d-30} \right]}{\frac{d(30-x) + 30x}{d-30} + 30} = \frac{-30 [d(30-x) + 30x]}{d(60-x) + 30x - 900}$$

Để ảnh A_2 trùng với A ; ta có

$$d'_2 = \overline{S_2 A_2} = \overline{S_2 A} = \overline{S_2 S_1} + \overline{S_1 A} = -x + d$$

$$\text{do đó : } \frac{-30d(30-x) - 900x}{d(60-x) + 30x - 900} = -x + d$$

$$\Leftrightarrow -30(30-x)d - 900x$$

$$= (60-x)d_2 + 30xd - 900d - x(60-x)d - 30x^2 + 900x$$

$$\Leftrightarrow 0 =$$

$$(60-x)d^2 + d(30x - 60x + x^2 + 900 - 30x - 900) - 30x^2 + 1800x$$

$$\Leftrightarrow 0 = (60-x)d^2 + x(x-60)d - 30x(x-60)$$

- Khi $x = 60$; phương trình trở thành $0 = 0$ luôn luôn nghiệm đúng với $\forall d$

- Khi $x = 135\text{cm}$; ta có phương trình $0 = -d^2 + 135d - 4050$

$$\Delta = (135)^2 - 4(4050) = 2025 = 45^2$$

$$2 \text{ nghiệm } d = \frac{-135 \pm 45}{-2} = 45\text{cm} \quad (\text{vật cách gương } G_1 \text{ } 45\text{cm})$$

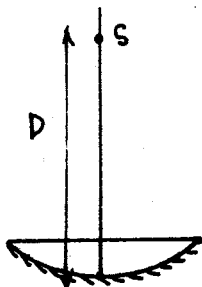
$$d = \frac{-135 - 45}{-2} = 90\text{cm} \quad (\text{vật cách gương } G_1 \text{ } 90\text{cm})$$

Tóm lại

- Khi 2 gương cách nhau 1 khoảng 60cm thì mọi điểm sáng B đặt trong khoảng giữa 2 gương trên trục chính đều cho ảnh cuối là chính nó.

- Khi 2 gương cách nhau 135cm chỉ có 2 vị trí của điểm sáng B trùng với ảnh của nó sau 2 lần phản xạ trên 2 gương.

8.12 Một gương cầu lõm có trục chính thẳng đứng bán kính $R = 80\text{cm}$. Đổ vào gương 1 lớp chất lỏng chiết suất n đủ ngập. Một điểm sáng S nằm trên trục chính có ảnh cho bởi hệ trùng với chính nó, cách gương 50cm . Xác định chiết suất của chất lỏng.

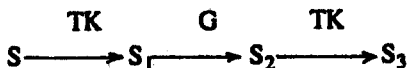


BÀI GIẢI

Lớp chất lỏng đủ ngập mặt lõm của gương tạo nên 1 thấu kính phẳng lồi, chiết suất n , bán kính mặt lồi $R = 80\text{cm}$; nên tiêu cự thấu kính là

$$f_L = \frac{R}{n - 1}$$

Theo dõi đường đi của tia sáng ta có sơ đồ sau :



Dựa vào nguyên lý thuận nghịch ánh sáng, ta suy ra khi S_3 trùng với S thì S_1 trùng với S_2 . Đối với gương lõm ta có 2 trường hợp để ảnh vật trùng nhau. Đó là :

1/ Trường hợp 1 : Ảnh và vật nằm sát gương.

Vì S_1 nằm sát gương có nghĩa là nằm sát thấu kính (hệ ghép sát) S_1 là ảnh của S qua thấu kính nên S_1 nằm sát thấu kính thì S phải sát thấu kính. Điều này trái giả thiết : S cách thấu kính 50cm .

2/ Trường hợp 2 : Ảnh và vật ở tâm gương lõm

Vì S_1 ở tâm gương lõm nên S_1 cách thấu kính 1 đoạn $|d'| = R$ (S_1 là ảnh ảo của thấu kính).

Ta có $d = 50\text{cm}$, $d' = -80\text{cm}$.

$$\Rightarrow f_L = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{50(-80)}{50 - 80} = +\frac{400}{3}\text{cm}$$

$$\text{Suy ra : } \frac{R}{n - 1} = \frac{400}{3} \quad \text{hay} \quad \frac{80}{n - 1} = \frac{400}{3}$$

$$\text{do đó : } 5(n - 1) = 3$$

$$\Rightarrow n - 1 = \frac{3}{5} = 0,6 \quad \Rightarrow n = 1,6$$

8.13 Một gương cầu lõm có dạng 1 bán cầu bán kính $R = 55\text{cm}$ một phần xạ hướng lên, trục chính thẳng đứng. Một lớp mỏng chất lỏng trong suốt được đổ vào gương, khi đó người ta thấy rằng hệ quang học này cho 2 ảnh thật với một vị trí của nguồn điểm, một ảnh trùng với nguồn, một ảnh cách nguồn $l = 30\text{cm}$. Tính chiết suất n của chất lỏng

BÀI GIẢI

Sở dĩ hệ cho 2 ảnh là vì chùm tia xuất phát từ S bao gồm 2 phần :

- Phần 1 : tới mép ngoài của gương bị phản xạ cho ảnh S' theo sơ đồ sau :

$$S \xrightarrow{\quad G \quad} S' \quad (\text{sơ đồ 1})$$

Phần 2 : Ta biết hệ thấu kính hội tụ và gương cầu lõm có thể xem như 1 gương cầu lõm có tiêu cự f thỏa công thức sau :

$$(1) \quad \frac{1}{f} = \frac{2}{f_L} + \frac{1}{f_G} \quad \text{với } f_L : \text{tiêu cự của thấu kính} = \frac{R}{n - 1}$$

$$f_G : \text{Tiêu cự của gương lõm} = \frac{R}{2} = \frac{55}{2} = 27,5\text{cm}$$

do đó ảnh thứ 2 của S cho bởi hệ được xem là ảnh cho bởi gương cầu lõm tương đương : G', theo sơ đồ sau :

$$S \xrightarrow{\quad G \quad} S'' \quad (\text{sơ đồ 2})$$

Theo giả thiết ta có 2 trường hợp :

1/ Trường hợp 1 : S' trùng với S và S'' cách S một đoạn $l = 30\text{cm} = S S'$

- Ở sơ đồ (1) ta thấy S chỉ có thể trùng với S' khi S ở tâm gương nghĩa là S cách hệ một đoạn 55cm.

- Ở sơ đồ (2) ta có $d = 55\text{cm} = \overline{OS}$

$$d' = \overline{OS'} = \overline{OS} + \overline{SS'} = d \pm l = 55 \pm 30 \text{ cm}$$

a) Với $d = 55 \text{ cm}$, $d' = 55 + 30 = 85 \text{ cm}$

Suy ra tiêu cự của gương lõm tương đương là :

$$f = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{55 \cdot 85}{55 + 85} = \frac{55 \cdot 85}{140} = \frac{935}{28} \text{ cm} = 33,4 \text{ cm}$$

$$\text{từ (1) ta có : } \frac{2}{f_L} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f_G} = \frac{f_G - f}{ff_G}$$

$$\Rightarrow f_L = \frac{2ff_G}{f_G - f} = \frac{R}{n - 1} \Rightarrow n - 1 = \frac{R(f_G - f)}{2ff_G}$$

$$\Rightarrow n = \frac{R(f_G - f)}{2ff_G} + 1 \quad (2)$$

thay các giá trị $f = \frac{935}{28} \text{ cm}$; $f_G = 27,5 \text{ cm}$; $R = 55 \text{ cm}$

$$\text{ta có } n = \frac{55(27,5 - 33,4)}{2 \cdot 33,4 \cdot 27,4} + 1 = -0,17 + 1 = 0,83 \text{ (loại)}$$

vì chiết suất của 1 môi trường luôn luôn lớn hơn 1 ($n > 1$) do đó giá trị trên không thỏa

b) Với $d = 55 \text{ cm}$; $d' = 55 - 30 = 25 \text{ cm}$

$$\text{ta có : } f = d \frac{d'}{d + d'} = \frac{55 \cdot 25}{55 + 25} = 17,18 \text{ cm}$$

thay vào (2) ta có :

$$n = \frac{55(27,5 - 17,18)}{2 \cdot 27,5 \cdot 17,18} + 1 = 0,61 + 1 = 1,61 \text{ (nhận)}$$

$$n = 1,61$$

2/. Trường hợp 2. S'' trùng với S và S' cách S một đoạn $l = SS' = 30 \text{ cm}$

- Ở sơ đồ 2 ta thấy S'' chỉ trùng với S khi S đặt tâm của gương cầu lõm tương đương nghĩa là S cách gương một đoạn $d = 2f$ (3)

- Ở sơ đồ 1 ta thấy $\overline{SS'} = \pm 30 \text{ cm}$ cho ta $\overline{SO} + \overline{OS'} = \pm 30 \text{ cm}$

hay : $d' - d = \pm 30\text{cm}$

c/. Với $d' - d = 30\text{cm}$:

Ta có : $\frac{1}{f_G} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{1}{27,5} \Leftrightarrow \frac{1}{27,5} = \frac{1}{30 + d} + \frac{1}{d}$

$\Leftrightarrow d^2 + 30d = 27,5(30 + 2d)$

$\Leftrightarrow d^2 - 25d - 825 = 0$

Với điều kiện $d > 0$; nghiệm của phương trình là :

$d = \frac{25 + 62,6}{2} = 43,8\text{cm} \Rightarrow d' = 30 + d = 73,8\text{cm} > 0$

thay vào (3) ta có $f = \frac{d}{2} = \frac{43,8}{2} = 21,9\text{cm}$

thay kết quả này vào (2) ta có :

$n = \frac{55(27,5 - 21,9)}{2 \cdot 27,5 \cdot 21,9} + 1 = 0,25 + 1 = 1,25$

d/. Với $d' - d = -30\text{cm}$,

Ta có : $\frac{1}{f_G} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d} \Leftrightarrow \frac{1}{27,5} = \frac{1}{d - 30} + \frac{1}{d} = \frac{2d - 30}{d(d - 30)}$

$\Leftrightarrow d^2 - 85d + 825 = 0$

Nghiệm của phương trình là :

$d = \frac{85 + 62,6}{2} = 73,8\text{cm} \Rightarrow d' = 43,8\text{cm} > 0$

và $d = \frac{85 - 62,6}{2} = 11,2\text{cm} \Rightarrow d' = -18,8\text{cm} < 0$ (loại)

thay vào (3) ta có $f = \frac{d}{2} = \frac{73,8}{2} = 36,9\text{cm}$.

hoặc $f = \frac{d}{2} = \frac{11,2}{2} = 5,6\text{cm}$ (loại)

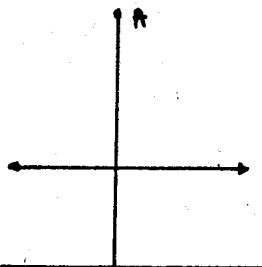
thay các giá trị này vào (2) ta có :

$$n = \frac{55(27,5 - 36,9)}{2.27,536,9} + 1 = -0,25 + 1 = 0,75 < 1 \text{ (loại)}$$

Tóm lại chiết suất của chất lỏng $n = 1,61$ hoặc $n = 1,25$

8.14 Người ta đặt 1 điểm sáng A trên trục chính của một thấu kính hội tụ. Về phía không có điểm sáng của thấu kính, người ta đặt một màn hứng ảnh E vuông góc với trục chính của thấu kính và cách điểm sáng A một đoạn $a = 100\text{cm}$ (hình vẽ). Khi đó trên màn E có 1 vệt sáng hình tròn.

Giữ cho điểm sáng A và màn E cố định và tịnh tiến thấu kính dọc theo trục chính trong khoảng giữa điểm sáng và màn, người ta nhận thấy đường kính của vệt sáng nhỏ nhất khi thấu kính cách màn E một đoạn $b = 40\text{cm}$.



1) Tính tiêu cự của thấu kính

2) Nếu thấu kính hội tụ trên được giới hạn bởi một mặt phẳng, một mặt cầu, chiết suất $n = 1,5$ và chỗ dày nhất của thấu kính là $h = 0,4\text{cm}$ thì đường kính cực tiểu của vệt sáng trên màn E bằng bao nhiêu ?

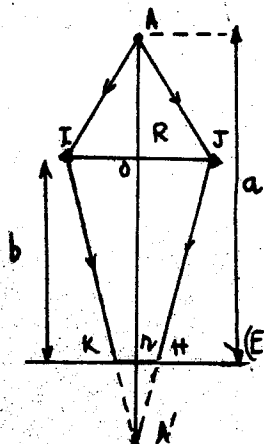
3) Giả sử mặt phẳng của thấu kính quay về phía A. Người ta mạ bạc mặt cầu để ánh sáng phản xạ vào bên trong thấu kính. Tịnh tiến điểm sáng A dọc theo trục chính của thấu kính, hỏi điểm sáng A nằm trong giới hạn nào thì ảnh cho bởi hệ thống là thật và trong giới hạn nào thì ảo ?

(Đại Học BK 90)

BÀI GIẢI

1/ Với giả thiết vệt sáng trên màn hình tròn ta phải chấp nhận vệt sáng có kích thước nghĩa là vệt sáng không thể là 1 điểm sáng. Nói một cách khác ảnh A' của A qua thấu kính không thể nằm trên màn.

Vì vệt sáng có đường kính cực tiểu nên chùm tia ló phải là chùm hội tụ nghĩa là ảnh A' của A là ảnh thật đặt $d = \overline{AO}$; $d' = \overline{OA'}$. Chiều dương là chiều ánh sáng : $d > 0$



Gọi r : bán kính vệt sáng trên màn

R : bán kính thấu kính.

tỷ lệ đồng dạng trong 2 tam giác $A'KH$ và $A'IJ$

cho ta
$$\frac{r}{R} = \frac{d + d' - a}{d'}$$

Suy ra :
$$r = R \frac{d + d' - a}{d'}$$

(E) thay $d' = \frac{df}{d - f}$

ta có :

$$r = R \frac{d + \frac{df}{d - f} - a}{\frac{df}{d - f}} = R \frac{d^2 - ad + af}{df}$$

r biến thiên theo d lấy đạo hàm của r theo d

$$\begin{aligned} (r)'_d &= \frac{(2d - a)df - f(d^2 - ad + af)}{(df)^2} \\ &= \frac{d^2f - af^2}{(df)^2} = \frac{d^2 - af}{d^2f} \end{aligned}$$

theo giả thiết khi $d = (a - b)$ thì $r_{\min}$ nghĩa là $r'_d = 0$. Do đó :

$$\begin{aligned} 0 &= (a - b)^2 - af \\ \text{Suy ra : } f &= \frac{(a - b)^2}{a} = \frac{(100 - 40)^2}{100} = 36\text{cm} \end{aligned}$$

khi đó :

$$\begin{aligned} r_{\min} &= R \frac{(a - b)^2 - a(a - b) + af}{(a - b)f} = R \frac{(a - b)(a - b - a) + af}{(a - b)f} \\ &= R \frac{-b(a - b) + af}{(a - b)f} \\ &= \frac{af - b(a - b)}{(a - b)f} R \end{aligned}$$

$$= \frac{100(36) - 40(100 - 40)}{(100 - 40)36} R = \frac{5}{9} R \quad (1)$$

2/ $n = 1,5$: gọi R_c bán kính mặt cầu lõm : Ta có :

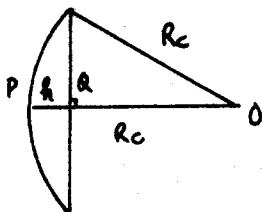
$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_c} \right)$$

$$\Rightarrow R_c = (n - 1)f = (1,5 - 1)(36) = 18 \text{ cm}$$

bán kính thấu kính

$$R = \sqrt{R_c^2 - (R_c - h)^2} = \sqrt{18^2 - (18 - 0,4)^2} = \sqrt{18^2 - 17,6^2}$$

$$R = 3,77 \text{ cm}$$



do đó đường kính cực tiểu của vật sáng là :

$$D_{\min} = 2r_{\min} = \frac{5}{9} \cdot (3,77)^2 = 4,18 \text{ cm}$$

3/. Khi mạ bạc mặt cầu, hệ được xem là 1 thấu kính hội tụ ghép sát với 1 gương cầu lõm. Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

$$A \xrightarrow[\text{O}]{\text{TK}} A_1 \xrightarrow[\text{O}]{\text{G}} A_2 \xrightarrow[\text{O}]{\text{TK}} A_3$$

$$\text{đặt } d_1 = \overline{AO}; d'_1 = \overline{OA_1}; d_2 = \overline{OA_1} = d'_1; d'_2 = \overline{OA_2}$$

$$d_3 = \overline{A_2O} = -d'_2; d'_3 = \overline{OA_3}$$

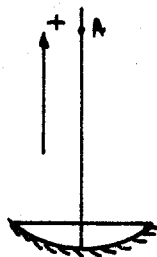
Chiều dương được chọn như hình vẽ.

$$\text{Ta có : } d'_1 = \frac{d_1(-f_L)}{d_1 - (-f_L)}$$

$$f_L = 36 \text{ cm}; d_1 = -d \quad (d > 0)$$

(chiều dương ngược chiều ánh sáng)

$$d'_1 = \frac{36d}{-d + 36} \Rightarrow d_2 = d'_1 = \frac{36d}{-d + 36}$$



- đối với gương lõm tiêu cự $f_G = \frac{R}{2} = \frac{18}{2} = 9\text{cm}$ ta có

$$d_2' = \frac{d_2 f_G}{d_2 - f_G} = \frac{9 \left[\frac{36d}{-d + 36} \right]}{\frac{36d}{-d + 36} - 9} = \frac{324d}{45d - 324}$$

Suy ra $d_3 = -d_2' = -\frac{324d}{45d - 324}$

* đối với thấu kính : ta có $d_3' = \frac{d_3 f_L}{d_3 - f_L} = \frac{36 \left(-\frac{324d}{45d - 324} \right)}{\frac{-324d}{45d - 324} - 36}$

$$d_3' = \frac{-36(324d)}{-1944d + 11664} = \frac{6d}{d - 6}$$

với $d > 0$: Ta thấy $d_3' > 0$ khi $d > 6\text{cm}$

$d_3' < 0$ khi $d < 6\text{cm}$

Vậy : hệ cho ảnh thật khi điểm sáng A đặt cách thấu kính $d > 6\text{cm}$, hệ cho ảnh ảo khi điểm sáng A đặt cách thấu kính $d < 6\text{cm}$.

Chú ý : ta có thể chứng minh hệ gồm : thấu kính hội tụ ghép sát với 1 gương cầu lõm tương đương với 1 gương cầu lõm có tiêu cự được xác định bởi hệ thức $\frac{1}{f} = \frac{2}{f_1} + \frac{1}{f_G}$

f_L : Tiêu cự thấu kính hội tụ; f_G : tiêu cự gương lõm.

Với hệ thức này ta thấy hệ tương đương với 1 gương cầu lõm có tiêu cự $\frac{1}{f} = \frac{2}{36} + \frac{1}{9} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$$f = 6\text{cm}$$

Vậy Khi vật nằm ngoài tiêu cự $d > 6\text{cm}$ hệ cho ảnh thật

Khi vật nằm trong tiêu cự $d < 6\text{cm}$ hệ cho ảnh ảo

Chủ đề 9

LƯỠNG CHẤT PHẪNG - BẢN MẶT SONG SONG - LĂNG KÍNH

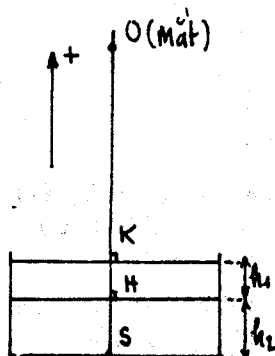
9.1 Có 2 lớp chất lỏng trong 1 ly, từ trên xuống theo thứ tự :

- Lớp thứ 1 : chiết suất $n_1 = 1,3$, chiều dày $h_1 = 3\text{cm}$

- Lớp thứ 2 : chiết suất $n_2 = 1,5$, bề dày $h_2 = 5\text{cm}$

Xác định vị trí ảnh của đáy ly khi nhìn theo phương vuông góc với mặt chất lỏng.

BÀI GIẢI



Ảnh của đáy ly khi nhìn theo phương vuông góc với mặt chất lỏng ảnh của 1 điểm sáng S qua hệ 2 lưỡng chất phẳng.

- Lưỡng chất phẳng 1 : $n_2 = 1,5$;

$n_1 = 1,3$

- Lưỡng chất phẳng 2 : $n_1 = 1,3$;

$n_2 = 1$ (không khí)

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

LCP (1,5; 1,3) LCP (1,3; 1) Mắt

$S \longrightarrow S_1 \longrightarrow S_2$

Áp dụng các hệ thức :

$$\frac{\overline{HS_1}}{1,3} = \frac{\overline{HS}}{1,5} \quad (1)$$

$$\frac{\overline{KS_1}}{1,3} = \frac{\overline{KS_2}}{1} \quad (2)$$

từ (1) ta có $\overline{HS_1} = \frac{1,3}{1,5} \overline{HS} = \frac{1,3}{1,5} h_2 = \frac{1,3}{1,5} 5 = \frac{13}{3} \text{ cm}$

$$\text{Suy ra : } \overline{KS_1} = \overline{KH} + \overline{HS_1} = h_1 + \overline{HS_1} = 3 + \frac{13}{3} = \frac{22}{3} \text{ cm}$$

$$\text{từ (2) ta có : } \overline{KS_2} = \frac{\overline{KS_1}}{1,3} = \frac{22}{3 \cdot 1,3} = \frac{22}{3,9} = 5,64 \text{ cm}$$

Vậy : Ảnh của đáy ly cách mặt thoáng 5,64cm.

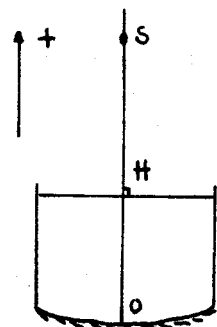
9.3 Một chậu hình trụ có đáy là 1 gương cầu lõm tiêu cự 8cm, trục chính thẳng đứng. Đổ vào chậu 1 cột nước cao 8cm. Trên trục chính và cách mặt nước 12cm có một điểm sáng S. Xác định vị trí ảnh S' của S cho bởi hệ lưỡng chất phẳng gương lõm. Cho chiết suất nước là 4/3.

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau

$$\text{LCP}(n_1 = 1 ; n_2 = 4/3) \quad G \quad \text{LCP}(n_1 = 4/3 ; n_2 = 1)$$

$$S \longrightarrow S_1 \longrightarrow S_2 \longrightarrow S_3$$



• đối với LCP($n_1 = 1 ; n_2 = 4/3$) : Ta có :

$$\frac{\overline{HS}}{n_1} = \frac{\overline{HS_1}}{n_2}$$

Suy ra :

$$\overline{HS_1} = \frac{n_2}{n_1} \overline{HS} = \frac{4}{3} \overline{HS} = \frac{4}{3} \cdot 12 = 16 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \overline{HS_1} = \overline{HO} + \overline{OS_1} = 16 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \overline{OS_1} = \overline{HS_1} - \overline{HO} = 16 - (-8) = 24 \text{ cm}$$

• đối với gương cầu ta có : $d = \overline{OS_1} = 24 \text{ cm}$; $d = \overline{OS_2}$

$$\text{do đó : } d' = \frac{df}{d - f} = \frac{24 \cdot 8}{24 - 8} = 12 \text{ cm}$$

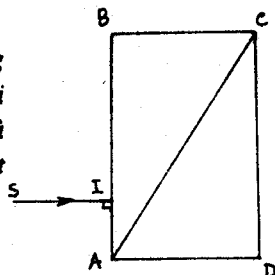
• đối với lưỡng chất phẳng ($n_1 = 4/3 ; n_2 = 1$) : Ta có :

$$\frac{\overline{HS_3}}{n_2} = \frac{\overline{HS_2}}{n_1} \Rightarrow \overline{HS_3} = \frac{n_2}{n_1} \overline{HS_2} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \overline{HS_2} = \frac{3}{4} \overline{HS_2}$$

$$\overline{HS_3} = \frac{3}{4}(\overline{HO} + \overline{OS_2}) = \frac{3}{4}(d_2 - h) = \frac{3}{4}(12 - 8) = 3\text{cm}$$

Ảnh qua hệ là ảnh thật cách mặt thấu kính 3cm (ở phía trên)

9.4 Cho 2 lăng kính ABC và ACD có cùng góc chiết quang $A = \hat{C} = 6^\circ$ được ghép với nhau như hình vẽ. Chiết suất lăng kính ABC là $n_1 = \frac{4}{3}$ và của lăng kính ACD là $n_2 = \frac{3}{2}$. Một tia tới SI vuông góc với mặt AB.



1) Tính góc lệch giữa tia tới và tia ló.

2) Để tia ló song song với tia tới thì mặt AB phải nghiêng 1 góc bao nhiêu so với phương thẳng đứng nếu tia tới giữ cố định.

BÀI GIẢI

1/ Vì các lăng kính có góc chiết quang nhỏ (6°) và tia tới có góc tới nhỏ ($i = 0^\circ$ ở mặt AB và $i = 6^\circ$ ở mặt AC). Do đó góc lệch D được xác định bởi $D = (n - 1)A$

Đối với lăng kính ABC : góc lệch $D_1 = (n_1 - 1)A$

Đối với lăng kính ACD, góc lệch $D_2 = (n_2 - 1)C$.

Vì 2 lăng kính đặt ngược chiều nhau nên góc lệch của tia sáng qua hệ lăng kính ghép sát là :

$$D = D_2 - D_1 = (n_2 - 1)C - (n_1 - 1)A$$

Với $A = C = 5^\circ$ ta có :

$$D = (n_2 - n_1)A = \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3}\right) 6^\circ = 1^\circ$$

2/ Khi tia ló song song với tia tới thì góc lệch tia sáng $D = 0$ (qua hệ). Khi mặt AB nghiêng 1 góc β so với phương thẳng đứng góc chiết

quang của lăng kính ABC sẽ là $\alpha = \hat{A} + \beta$ và tia sáng qua lăng kính này có góc lệch $D_1 = (n_1 - 1)\alpha$

Với $D = 0$ ta suy ra $D_1 = D_2$

$$\Rightarrow (n_1 - 1)\alpha = (n_2 - 1)C$$

$$\Rightarrow (n_1 - 1)(A + \beta) = (n_2 - 1)C$$

suy ra
$$\beta = \frac{A(n_2 - n_1)}{n_1 - 1} = \frac{D}{n_1 - 1}$$

$$\beta = \frac{1}{\frac{4}{3} - 1} = 3^\circ$$

Với $\beta > 0$: nghĩa là góc chiết quang của lăng kính ABC tăng lên do đó mặt AB phải nghiêng về phía S hợp với trục thẳng đứng 1 góc 3° .

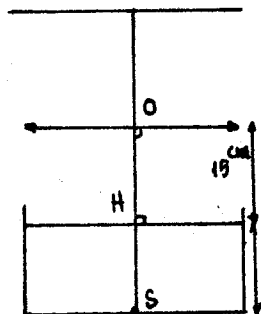
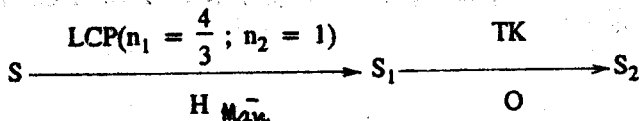
Chủ đề 10

LƯỠNG CHẤT PHẪNG + BẢN MẶT SONG SONG + THẤU KÍNH

10.1 Một bóng đèn S đặt phía dưới đáy 1 chậu nước có bề dày lớp nước 60cm. Phía trên mặt nước, cách mặt thoáng 15cm đặt 1 thấu kính hội tụ tiêu cự 20cm có trục chính vuông góc với mặt nước và đi qua bóng đèn. Hỏi phải đặt một màn phía trên kính và cách kính bao nhiêu để thu được 1 ảnh rõ nét của bóng đèn.

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :



Chiều dương được chọn như hình vẽ

* Đối với lưỡng chất phẳng (nước, không khí) ta có :

$$\frac{\overline{HS}}{n_1} = \frac{\overline{HS_1}}{n_2} \Rightarrow \overline{HS_1} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \overline{HS}$$

với $\overline{HS} = -60\text{cm}; n_2 = 1; n_1 = \frac{4}{3}$

Ta có : $\overline{HS_1} = \frac{1}{4} \cdot (-60) = -45\text{cm}$

* đối với thấu kính, ta có :

$$d = \overline{S_1O} = \overline{S_1H} + \overline{HO} = 45 + 15 = 60\text{cm}$$

$$\text{suy ra : } d' = \frac{df}{d - f} = \frac{60(20)}{60 - 20} = \frac{1200}{40} = 30\text{cm}$$

Ảnh trên màn, đó đó màn cách thấu kính 30cm.

10.2 một thấu kính hội tụ tiêu cự 20cm có trục chính vuông góc với mặt thoáng của một chất lỏng đựng trong 1 chậu và cách mặt thoáng 80cm. Một điểm sáng S đặt trên trục chính của thấu kính, cách thấu kính 25cm cho 1 ảnh rõ ngay trên đáy chậu, cách mặt thoáng 26,6cm $\approx \frac{80}{3}$ cm. Tính chiết suất của chất lỏng.

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau : TK LCP($n_1 = 1$; $n_2 = n$)

$$S \longrightarrow S_1 \longrightarrow S_2$$

Chiều dương được chọn như hình vẽ. (từ trên xuống)

- đối với thấu kính đặt

$$d = \overline{SO} = 25\text{cm} ; d' = \overline{OS_1}$$

với

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{25(20)}{25-20} = \frac{25 \cdot 20}{5} = 100\text{cm}$$

- đối với lưỡng chất phẳng (không khí, chất lỏng)

$$\text{Ta có } \frac{\overline{HS_1}}{n_1} = \frac{\overline{HS_2}}{n_2}$$

$$\text{hay } \overline{HS_2} = \frac{n_2}{n_1} \overline{HS_1}$$

$$\overline{HS_2} = n(\overline{HO} + \overline{OS_1}) = n(\overline{HO} + d')$$

$$\text{theo giả thiết } \overline{HS_2} = \frac{80}{3}\text{cm} ;$$

$$\overline{HO} = -80\text{cm} ; d' = 100\text{cm}$$

$$\text{Suy ra : } n = \frac{\overline{HS_2}}{\overline{HO} + d'} = \frac{\frac{80}{3}}{-80 + 100} = \frac{80}{20 \cdot 3} = \frac{4}{3}$$

10.3 Ở đáy chậu có 1 bóng đèn S. Phía trên đáy chậu 60cm đặt 1 thấu kính hội tụ tiêu cự 20cm, trục chính thẳng đứng đi qua đèn. Đổ nước vào chậu thì thấy ảnh của bóng đèn di chuyển 1 đoạn $3,33\text{cm} = \frac{10}{3}\text{cm}$. Cho chiết suất của nước là $\frac{4}{3}$. Tính chiều cao lớp nước đã đổ vào chậu.

BÀI GIẢI

Khi chưa đổ nước.

Ta có : TK
S ————— S'

Chọn chiều dương như hình vẽ

$$d = \overline{SO} = 60\text{cm}; f = 20\text{cm}$$

suy ra

$$d' = \frac{df}{d - f} = \frac{60 \cdot 20}{60 - 20} = 30\text{cm}$$

⇒ Ảnh S' cách thấu kính 30cm,

$$\overline{OS'} = 30\text{cm}$$

Khi đổ nước : gọi x là chiều cao lớp nước đổ vào, với $\overline{SH} = x > 0$
(điều kiện $0 < x < 60$)

Ta có sơ đồ tạo ảnh LCP TK
S ————— S₁ ————— S₂

* Đối với lưỡng chất phẳng (nước, không khí) ta có :

$$\frac{\overline{HS}}{n_1} = \frac{\overline{HS_1}}{n_2} \quad \left(\text{với } n_1 = \frac{4}{3}; n_2 = 1 \right)$$

$$\text{Suy ra } \overline{HS_1} = \frac{n_2}{n_1} \overline{HS} = \frac{1}{4/3} \overline{HS} = \frac{3}{4} \overline{HS} = \frac{3}{4}(-x) = -\frac{3}{4}x$$

* đối với thấu kính ta có :

$$d = \overline{S_1O} = \overline{S_1H} + \overline{HO} = (60 - x) + \frac{3}{4}(x)$$

$$d = \frac{240 - x}{4}$$

$$\text{do đó } d' = \frac{df}{d - f} = \frac{20\left(\frac{240 - x}{4}\right)}{\frac{240 - x}{4} - 20} = \frac{20(240 - x)}{160 - x}$$

$$\text{hay : } \overline{OS_2} = \frac{20(240 - x)}{160 - x}$$

theo giả thiết ảnh dịch chuyển 1 đoạn $\frac{10}{3}$ cm so với khi chưa đổ nước;

$$\text{do đó : } \overline{S'S_2} = \pm \frac{10}{3 \text{ cm}}$$

$$\text{hay : } \overline{S'O} + \overline{OS_2} = \pm \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow -30 \text{ cm} + \frac{20(240 - x)}{160 - x} = \pm \frac{10}{3}$$

$$\text{- Trường hợp 1 : } -30 + \frac{20(240 - x)}{160 - x} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{20(240 - x)}{160 - x} = \frac{10}{3} + 30 = \frac{100}{3}$$

$$\Leftrightarrow 60(240 - x) = 100(160 - x)$$

$$\Leftrightarrow x = 40 \text{ cm (Nhận)}$$

$$\text{- Trường hợp 2 : } -30 + \frac{20(240 - x)}{160 - x} = -\frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{20(240 - x)}{160 - x} = 30 - \frac{10}{3} = \frac{80}{3}$$

$$\Leftrightarrow 60(240 - x) = 80(160 - x)$$

$$\Leftrightarrow x = -80 \text{ cm} < 0 \text{ (loại)}$$

Chiều cao của lớp nước là 40 cm

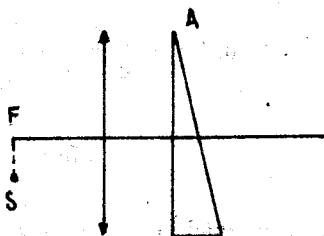
10.4 Cho 1 hệ gồm :

- 1 thấu kính hội tụ tiêu cự 20cm.

- 1 lăng kính có góc chiết quang

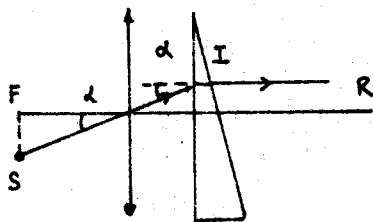
A nhỏ được xếp đặt như hình vẽ.

Điểm sáng S nằm trên tiêu diện cách tiêu điểm chính F 1 đoạn 1cm. Chùm tia sáng từ S tới hệ cho chùm tia ló ra khỏi lăng kính song song với trục chính.



Cho chiết suất của lăng kính là 1,5. Tính góc chiết quang A .

BÀI GIẢI



Vì S nằm trên tiêu diện nên chùm tia xuất phát từ S sau khi qua thấu kính cho chùm tia ló ra khỏi thấu kính là chùm tia song song với trục phụ SO . Do đó phương của tia tới lăng kính là

phương SO . Theo giả thiết phương tia ló là phương trục chính do đó góc lệch giữa tia tới và tia ló là góc α (hình vẽ)

$$\text{với } \operatorname{tg} \alpha = \frac{SF}{OF} = \frac{1}{20} = 0,05$$

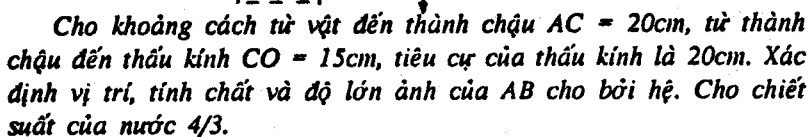
do đó $\alpha = 0,05 \text{ rad}$ (vì α nhỏ : $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$)

Áp dụng công thức góc lệch khi góc chiết quang nhỏ

$$D = \alpha = (n - 1) A$$

$$\text{ta có : } A = \frac{\alpha}{n-1} = \frac{0,05}{1,5 - 1} = 0,1 \text{ rad}$$

10.5 Vật sáng $AB = 5\text{cm}$ được đặt trong 1 lớp nước và vuông góc với trục chính của 1 thấu kính hội tụ như hình vẽ.



Sơ đồ tạo ảnh qua hệ

$$\text{LCP}(n_1 = \frac{4}{3}; n_2 = 1)$$

TK

$$AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2$$

- Đối với lương chất phẳng

Vì vật đặt song song với mặt phân cách (thành chệu) nên ảnh của vật tiến tiến theo chiều ánh sáng; Ta có :

$$\frac{\overline{CA}}{n_1} = \frac{\overline{CA_1}}{n_2} \quad \text{hay :} \quad \overline{CA_1} = \frac{n_2}{n_1} \overline{CA}$$

Chiều dương được chọn như
h vẽ; với

$$\overline{CA} = -20\text{cm}; n_1 = \frac{4}{3}; n_2 = 1$$

Do đó :

$$\overline{CA_1} = -20\left(\frac{1}{\frac{4}{3}}\right) = -15\text{cm}$$

* Đối với thấu kính :

đặt $d = \overline{A_1O} = \overline{A_1C} + \overline{CO} = 15 + 15 = 30\text{cm}$

do đó $d' = \frac{df}{d - f} = \frac{30(20)}{30 - 20} = 60\text{cm} > 0$

độ phóng đại qua hệ $k = k_1.k_2$

với k_1 : độ phóng đại ảnh qua lưỡng chất phẳng : $k_1 = 1$

(Ảnh tịnh tiến)

k_2 : độ phóng đại ảnh qua thấu kính; $k_2 = \frac{-d'}{d} = -\frac{60}{30} = -2$

Do đó $k = (1) (-2) = -2 < 0$

Vậy $A_2B_2 = |k|. AB = 2.5 = 10\text{cm}$.

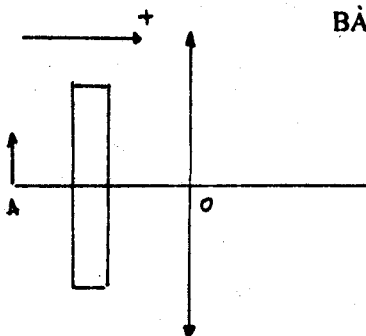
Vậy Ảnh thật, cách thấu kính 60cm, ngược chiều và có độ lớn bằng 10cm.

10.6 Một vật sáng $AB = 4\text{cm}$ đặt vuông góc với trục chính của 1 thấu kính hội tụ tiêu cự 10cm, cách thấu kính 30cm. Một bản mặt song song có bề dày $e = 9\text{cm}$, chiết suất $n = 1,5$ được đặt vuông góc với trục chính của thấu kính. Xác định ảnh cuối cùng của vật cho bởi hệ trong hai trường hợp :

1) Bản mặt song song đặt giữa vật và thấu kính

2) Bản mặt song song đặt sau thấu kính.

BÀI GIẢI



1/ Bản mặt song song đặt giữa vật và TK.

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

BMSS TK
 $AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2$

chiều dương được chọn là chiều ánh sáng (hình vẽ)

* Đối với bản mặt song song :

$$\Delta v_1 = e \left(\frac{n-1}{n} \right) = 9 \left(\frac{1,5-1}{1,5} \right) = 3\text{cm}$$

độ phóng đại ảnh : $k_1 = 1$ (Ảnh tịnh tiến so với vật)

- Đối với thấu kính :

$$d = \overline{A_1O} = \overline{A_1A} + \overline{AO} = 30 - 3 = 27\text{cm}$$

do đó $d' = \frac{df}{d-f} = \frac{27 \cdot 10}{27-10} = \frac{270}{17} \approx 15,88\text{cm}$

Độ phóng đại ảnh qua thấu kính : $k_2 = -\frac{d'}{d} = -\frac{\frac{270}{17}}{27} = -\frac{10}{17}$

Độ phóng đại qua hệ : $k = k_1 \cdot k_2 = 1 \cdot \left(-\frac{10}{17}\right) = -\frac{10}{17}$

Độ lớn ảnh qua hệ : $A_2B_2 = |k|AB = \frac{10}{17} \cdot 4 = 2,35\text{cm}$.

Vậy : Ảnh qua hệ là ảnh thật, cách thấu kính 15,88cm, ngược chiều vật và có độ cao bằng 2,35cm

2/ Bản mặt đặt sau thấu kính.

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau : $\begin{array}{ccccc} & \text{TK} & & \text{BMSS} & \\ & \text{AB} \longrightarrow & \text{A}_1\text{B}_1 & \longrightarrow & \text{A}_2\text{B}_2 \end{array}$

* Đối với thấu kính $d = \overline{AO} = 30\text{cm}$; $f = 10\text{cm}$

do đó : $d' = \frac{df}{d-f} = \frac{30 \cdot 10}{30-10} = \frac{300}{20} = 15\text{cm}$

độ phóng đại ảnh : $k_1 = -\frac{d'}{d} = -\frac{15}{30} = -\frac{1}{2}$

* Đối với bản mặt song song.

Ảnh dời đi một đoạn theo chiều ánh sáng (chiều dương)

$$\overline{A_1A_2} = c\left(\frac{n-1}{n}\right) = 3\text{cm}$$

do đó ảnh cuối cách thấu kính 1 đoạn $15 + 3 = 18\text{cm}$.

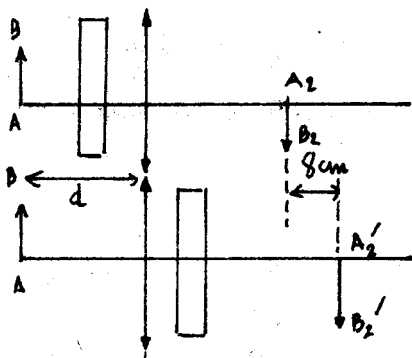
Vì ảnh qua bản mặt song song có độ phóng đại ảnh $k_2 = 1$. Do đó độ phóng đại qua hệ $k = k_1 \cdot k_2 = -\frac{1}{2}$

độ lớn ảnh $A_2B_2 = A_1B_1 = |k|AB = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2\text{cm}$

Vậy ảnh cuối qua hệ là ảnh thật, cách thấu kính 18cm; ngược chiều vật, có độ lớn 2cm.

10.7 Một thấu kính hội tụ tiêu cự 20cm và 1 bản mặt song song có bề dày $e = 6\text{cm}$, chiết suất $n = 1,5$ đặt vuông góc với trục chính của thấu kính. Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính kính và khi bản mặt đặt sau thấu kính người ta thấy hệ cho 2 ảnh thật cách nhau 8cm. Xác định vị trí vật.

BÀI GIẢI



- Trường hợp 1 : Bản mặt song song đặt giữa vật và thấu kính; ta có sơ đồ sau :

BMSS TK
AB $\longrightarrow$ A₁B₁ $\longrightarrow$ A₂B₂
Chiều dương được chọn là chiều ánh sáng (hình vẽ)

* Đối với bản mặt song song : độ dời ảnh

$$\overline{AA_1} = e \left(\frac{n-1}{n} \right) = 6 \left(\frac{1,5-1}{1,5} \right) = 2\text{cm}$$

* Đối với thấu kính : đặt $d = \overline{A_1O}$; $d_1 = \overline{OA_2}$; $\overline{AO} = x > 0$

ta có
$$d = \overline{A_1O} = \overline{A_1A} + \overline{AO} = -2 + x$$

do đó :
$$d' = \overline{OA_2} = \frac{df}{d-f} = \frac{20(x-2)}{x-2-20} = \frac{20(x-2)}{-22} \quad (1)$$

- Trường hợp 2 : Bản mặt song song đặt sau thấu kính, ta có sơ đồ sau :

TK BMSS
AB $\longrightarrow$ A'₁B'₁ $\longrightarrow$ A'₂B'₂

* Đối với thấu kính ta có : $d = \overline{AO} = x$; $d' = \overline{OA'_1}$

$$\text{do đó : } d' = \frac{df}{d-f} = 20 \frac{x}{x-20}$$

$$\text{hay } \overline{OA_1'} = \frac{20x}{x-20}$$

- đối với bản mặt song song : Ta có :

$$\overline{A_1'A_2'} = e\left(\frac{n-1}{n}\right) = 2\text{cm hay } \overline{A_1'O} + \overline{OA_2'} = 2$$

$$\Rightarrow \overline{OA_2'} = 2 - \overline{A_1'O} = 2 + \frac{20x}{x-20} = \frac{22x-40}{x-20} \quad (2)$$

theo giả thiết ta có 2 ảnh A_2B_2' và $A_2'B_2'$ cách nhau 8cm. Do đó.

$$\overline{A_2A_2'} = \pm 8$$

$$\text{hay } \overline{A_2O} + \overline{OA_2'} = \pm 8 \Rightarrow \overline{OA_2'} - \overline{OA_2} = \pm 8$$

thay $\overline{OA_2}$ và $\overline{OA_2'}$ ở (1) và (2) vào ta có :

$$\frac{22x-40}{x-20} - \frac{20(x-2)}{x-22} = \pm 8$$

$$\text{* Trường hợp 1 : } \frac{22x-40}{x-20} - \frac{20(x-2)}{x-22} = 8$$

$$x \neq 20; x \neq 22$$

$$\Leftrightarrow (22x-40)(x-22) - 20(x-20)(x-2) = 8(x-20)(x-22)$$

$$\Leftrightarrow 0 = 6x^2 - 152x + 3440$$

$$\Delta' = (126)^2 - 6(3440) = -4764 < 0$$

Phương trình vô nghiệm

$$\text{* Trường hợp 2 : } \frac{22x-40}{x-22} - \frac{20(x-2)}{x-22} = -8$$

$$\Leftrightarrow (22x-40)(x-22) - 20(x-2)(x-20) = -8$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 42x + 360 = 0$$

$$\Delta' = (21)^2 - 360 = 81 = 9^2$$

2 nghiệm : $x = 21 + 9 = 30\text{cm}$

$x = 21 - 9 = 12\text{cm}$

+ Với $x = 30\text{cm}$; Ta có

$$d' = \overline{OA_2} = \frac{20(x-2)}{x-22} = \frac{20(30-2)}{30-22} = 70\text{cm} > 0 \quad (\text{thỏa})$$

$$d' = \overline{OA_2} = \frac{22x-40}{x-20} = \frac{22(30)-40}{30-20} = 62\text{cm} > 0 \quad (\text{thỏa})$$

Với $x = 12\text{cm}$; Ta có $d' = \overline{OA_2} = \frac{20(12-2)}{12-22} = -20\text{cm} < 0$

(Không thỏa điều kiện ảnh thật)

$$d' = \overline{OA_2} = \frac{22(12)-40}{12-20} = -28\text{cm} < 0 \quad (\text{không thỏa})$$

Vậy vật cách thấu kính 30cm

10.8 Một vật sáng AB và một màn M được đặt ở vị trí cố định và song song với nhau giữa vật và màn là 1 thấu kính hội tụ tiêu cự 20cm sao cho trục chính đi qua A và vuông góc với màn. Một bản mặt song song bề dày $e = 6\text{cm}$, chiết suất $n = 1,5$ dù được đặt trước hay sau thấu kính đều cho ảnh của AB rõ nét trên màn. Xác định vị trí thấu kính.

BÀI GIẢI

• Trường hợp bản mặt đặt trước thấu kính. Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

BMSS

TK

$$AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2$$

Chọn chiều dương là chiều ánh sáng (hình vẽ)

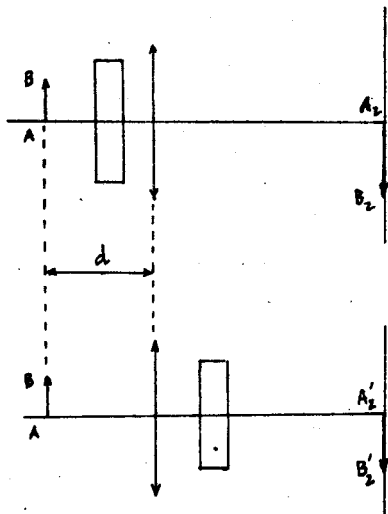
Đặt $\overline{AO} = x > 0$

* Đối với bản mặt song song ta có :

$$\overline{AA_1} = e \left(\frac{n-1}{n} \right) = 6 \left(\frac{1,5-1}{1,5} \right) = 2\text{cm}$$

* Đối với thấu kính : đặt $d = \overline{A_1O}$;

$$d' = \overline{OA_2}$$



với

$$d = \overline{A_1O} = \overline{A_1A} + \overline{AO} = x - 2$$

do đó :

$$d' = \frac{df}{d - f} = \frac{20(x - 2)}{x - 2 - 20}$$

$$= \frac{20(x - 2)}{x - 22}$$

$$\text{hay : } \overline{OA_2} = \frac{20(x - 2)}{x - 22}$$

Theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng thì nếu A_2B_2 là vật thì AB sẽ trở thành ảnh của AB qua hệ, đó cũng chính là trường hợp bản mặt song song đặt sau thấu kính, và ảnh qua hệ và vật ở vị

trị cố định do đó : $d' = +x$

$$\Rightarrow \frac{20(x - 2)}{x - 22} = x \Rightarrow 20(x - 2) = x^2 - 22x$$

$$\Rightarrow 0 = x^2 - 42x + 40$$

$$\Delta' = (21)^2 - 40 = 401$$

phương trình này có 2 nghiệm : $x = 21 + 20,02 = 41,02\text{cm}$

$$x = 21 - 20,02 = 0,98\text{cm}$$

Nhưng chỉ có nghiệm $x = 41,02\text{cm}$ khi thay vào biểu thức d' ta có

$$d' = \frac{20(41,02 - 2)}{41,02 - 22} = 41\text{cm} > 0 \text{ (thỏa điều kiện ảnh thật)}$$

$$\text{còn với : } x = 0,98\text{cm, ta có : } d' = \frac{20(0,98 - 2)}{0,98 - 22} = 0,97\text{cm}$$

với $d' = 0,97\text{cm}$ ta thấy khoảng cách giữa màn và thấu kính nhỏ hơn bề dày của bản mặt song song. Điều này vô lý.

Vậy : vị trí của thấu kính cách vật $41,02\text{cm}$; cách màn 41cm

Ta có thể tìm lại kết quả này bằng cách làm như sau :

* Trường hợp bản mặt song song đặt sau thấu kính

ta có sơ đồ :

$$\begin{array}{ccccc} & \text{TK} & & \text{BMSS} & \\ AB & \xrightarrow{\quad\quad\quad} & A'_1B'_1 & \xrightarrow{\quad\quad\quad} & A'_2B'_2 \end{array}$$

* Đối với thấu kính : đặt $d = \overline{AO} = x$; $d' = \overline{OA'_1}$

Ta có :
$$d' = \overline{OA'_1} = \frac{df}{d - f} = \frac{20x}{-20 + x}$$

* Đối với bản mặt song song : ta có : $\overline{A'_1A'_2} = c\left(\frac{n-1}{n}\right) = 2\text{cm}$

do đó : $\overline{OA'_2} - \overline{OA'_1} = 2$

$$\overline{OA'_2} = \overline{OA'_1} + 2 = \frac{20x}{-20 + x} + 2 = \frac{22x - 40}{-20 + x} \quad (2)$$

Vì ảnh trong 2 trường hợp đều nằm trên màn cố định. Do đó :

$$\overline{OA'_2} = \overline{OA'_1}$$

từ (1) và (2) ta có :
$$\frac{20(x-2)}{x-22} = \frac{22x-40}{-20+x}$$

$$20(x-2)(-20+x) = (22x-40)(x-22)$$

$$\Rightarrow 0 = x^2 - 42x + 40$$

Phương trình này cũng cho 2 nghiệm $x = 41,02 \text{ cm}$

$$x = 0,98 \text{ cm}$$

Trùng với kết quả như cách lý luận trên.

10.9 Giữa một vật sáng AB và một màn M đặt song song với AB là 1 thấu kính hội tụ tiêu cự f có trục chính vuông góc với màn, cách vật 15cm . Một bản mặt song song bề dày $e = 15\text{cm}$ chiết suất $n = 1,5$ dù đặt trước hay sau thấu kính đều cho ảnh rõ nét trên màn. tính tiêu cự của thấu kính.

BÀI GIẢI

Lý luận tương tự như bài trên (10.8)

* Trường hợp bản mặt song song đặt trước thấu kính. Ta có sơ đồ sau



chọn chiều dương là chiều ánh sáng

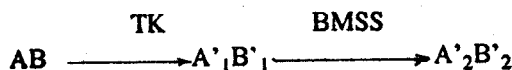
+ đối với bản mặt song song :

$$\overline{AA_1} = e\left(\frac{n-1}{n}\right) = 15\left(\frac{1,5-1}{1,5}\right) = 5\text{cm}$$

+ đối với thấu kính : với $d = \overline{A_1O} = \overline{A_1A} + \overline{AO} = 15 - 5 = 10\text{cm}$

$$\text{và} \quad d' = \overline{OA_2} = \frac{df}{d-f} = \frac{10f}{10-f} \quad (1)$$

* Trường hợp bản mặt song song đặt sau thấu kính. Ta có sơ đồ sau



đối với thấu kính : ta có $d = \overline{AO} = 15\text{cm}$

$$\text{suy ra} \quad d' = \overline{OA'_1} = \frac{15f}{15-f}$$

đối với bản mặt song song ta có : $\overline{A'_1A'_2} = e\left(\frac{n-1}{n}\right) = 5\text{cm}$

$$\text{Thay} \quad \overline{A'_1A'_2} = \overline{A'_1O} + \overline{OA'_2}$$

$$\text{suy ra} \quad \overline{OA'_2} = \overline{A'_1A'_2} - \overline{A'_1O} = \overline{A'_1A'_2} + \overline{OA'_1}$$

$$\overline{OA'_2} = 5 + \frac{15f}{15-f} = \frac{10f+75}{15-f} \quad (2)$$

Vì ảnh A_2B_2 và $A'_2B'_2$ cùng ở trên màn cố định nên $\overline{OA_2} = \overline{OA'_2}$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có :} \quad \frac{10f}{10-f} = \frac{10f+75}{15-f}$$

$$\Leftrightarrow 10f(15-f) = (10f+75)(10-f)$$

$$\Leftrightarrow 150f - 10f^2 = -10f^2 + 100f - 75f + 750$$

$$125f = 750 \Leftrightarrow f = \frac{750}{125} = 6\text{cm}$$

Chú ý : Ta có thể lập luận như sau : theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng thì trường hợp bản mặt song song đặt sau thấu kính là trường hợp 1 nhưng A_2B_2 là vật và AB là ảnh. Do đó

$$d' = \frac{10f}{10 - f} = d = 15$$

Giải phương trình này ta có : $10f = -15f + 150$

$$\Leftrightarrow 25f = 150 \Leftrightarrow f = 6\text{cm}$$

10.10 Một thấu kính phẳng lồi có bán kính mặt cầu lồi 10cm chiết suất n . Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của thấu kính và cách thấu kính 30cm, cho 1 ảnh thật $A'B'$.

Một bản mặt song song bề dày e , cùng chiết suất n được đặt vuông góc với trục chính trong 2 trường hợp :

- Bản mặt song song giữa vật và thấu kính : cho ảnh qua hệ dời đi 10cm theo trục chính.

- Bản mặt đặt giữa thấu kính và ảnh $A'B'$: cho ảnh dời đi 2cm.

Xác định tiêu cự của thấu kính, bề dày bản mặt và chiết suất n .

BÀI GIẢI

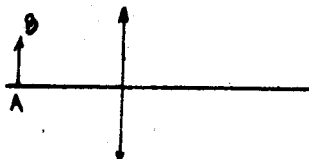
Tiêu cự của thấu kính phẳng lồi : chiết suất n được xác định bởi

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Với $R_2 \rightarrow \infty$ $R_1 = 10\text{cm}$: Ta có $f = \frac{R_1}{n - 1} = \frac{10}{n - 1} \text{ (cm)}$

* Khi chưa có bản mặt song song :

TK



$$AB \xrightarrow{\quad} A'B'$$

$$d = \overline{AO}; d' = \overline{OA'}$$

$$\text{với } d' = \overline{OA'} = \frac{df}{d - f} = \frac{30f}{30 - f} \quad (1)$$

* Khi bản mặt song song đặt giữa vật và thấu kính :

$$\begin{array}{ccc} \text{BMSS} & & \text{TK} \\ \text{AB} \xrightarrow{\quad} \text{A}_1\text{B}_1 \xrightarrow{\quad} & \text{A}_2\text{B}_2 \end{array}$$

với $\overline{\text{AA}}_1 = c\left(\frac{n-1}{n}\right)$ Suy ra : $\overline{\text{AO}} + \overline{\text{OA}}_1 = c\left(\frac{n-1}{n}\right)$

* Đối với thấu kính : $d = \overline{\text{A}}_1\text{O}$; $d' = \overline{\text{OA}}_2$

với $d = \overline{\text{A}}_1\text{O} = \overline{\text{A}}_1\text{A} + \overline{\text{AO}} = 30 - c\left(\frac{n-1}{n}\right)$

$$\text{do đó : } d' = \overline{\text{OA}}_2 = \frac{df}{d-f} = \frac{[30 - c\left(\frac{n-1}{n}\right)]f}{30 - c\left(\frac{n-1}{n}\right) - f} \quad (2)$$

Khi có bản mặt song song vật AB cho ảnh A_1B_1 dời theo chiều ánh sáng (chiều hướng về phía thấu kính); do đó ảnh dời xa thấu kính, nghĩa là :

$$\text{A}'\text{A}_2 = +10\text{cm}$$

thay $\overline{\text{A}}'\text{A}_2 = \overline{\text{OA}}_2 - \overline{\text{OA}}_1 = 10$

từ (1) và (2) ta có : $\frac{f[30 - c\left(\frac{n-1}{n}\right)]}{30 - c\left(\frac{n-1}{n}\right) - f} - \frac{30f}{30 - f} = 10 \quad (3)$

* Khi bản mặt song song đặt giữa thấu kính và ảnh :

$$\begin{array}{ccc} \text{BMSS} & & \text{TK} \\ \text{AB} \xrightarrow{\quad} \text{A}'_1\text{B}'_1 \xrightarrow{\quad} & \text{A}'_2\text{B}'_2 \end{array}$$

* đối với thấu kính : $d = \overline{\text{AO}}$; $d' = \overline{\text{OA}}'_1$

Với $d' = \overline{\text{OA}}'_1 = \frac{df}{d-f} = \frac{30f}{30-f}$

* đối với bản mặt song song : $\text{A}'_1\text{A}'_2 = c\left(\frac{n-1}{n}\right)$

thay $\overline{\text{A}}'_1\text{A}'_2 = \overline{\text{OA}}'_2 - \overline{\text{OA}}'_1 = c\left(\frac{n-1}{n}\right)$

$$\text{do đó : } \overline{OA_2} = \overline{OA_1} + e\left(\frac{n-1}{n}\right) = \frac{30f}{30-f} + e\left(\frac{n-1}{n}\right) \quad (4)$$

trong trường hợp này ảnh cũng dời theo chiều ánh sáng (chiều dương)

$$\text{do đó } \overline{A'A_2} = 2 \Leftrightarrow \overline{OA_2} - \overline{OA'} = 2$$

$$\text{từ (1) và (4) ta có : } \frac{30f}{30-f} + e\left(\frac{n-1}{n}\right) - \frac{30f}{30-f} = 2 \quad (5)$$

$$\text{Phương trình (5) cho ta } e\left(\frac{n-1}{n}\right) = 2$$

$$\text{thay vào (3) ta có : } \frac{f[30-2]}{30-2-f} - \frac{30f}{30-f} = 10$$

$$\Leftrightarrow \frac{28f}{28-f} - \frac{30f}{30-f} = 10$$

$$\Rightarrow 28f(30-f) - 30f(28-f) = 10(28-f)(30-f)$$

$$0 = 8f^2 - 580f + 8400$$

$$0 = 4f^2 - 290f + 4200$$

$$\Delta' = (145)^2 - 4(4200) = 4225 = 65^2$$

$$\text{do đó : } f = \frac{145 + 65}{4} = 52,5\text{cm và } f = \frac{145 - 65}{4} = 20\text{cm}$$

$$+ \text{ Với } f = 52,5 \text{ cm, ta có } f = \frac{10}{n-1} \Leftrightarrow n = \frac{10}{52,5} + 1 = 1,19$$

$$\text{và bề dày bản mặt : } e\left(\frac{n-1}{n}\right) = 2$$

$$\Leftrightarrow e = \frac{2n}{n-1} = \frac{2 \cdot 1,19}{1,19 - 1} = 12,5\text{cm}$$

$$+ \text{ Với } f = 20\text{cm ; ta có : } n = \frac{10}{20} + 1 = 1,5$$

$$\text{và bề dày bản mặt song song } e = \frac{2n}{n-1} = \frac{2 \cdot (1,5)}{1,5 - 1} = 6\text{cm.}$$

Mặc dù các giá trị e , n có thể chấp nhận được, nhưng để ý rằng với

$$f = 52,5 \text{ cm thì } d' = \frac{30f}{30 - f} = \frac{30 \cdot 52,5}{30 - 52,5} < 0$$

điều này trái với giả thiết $A'B'$ là ảnh thật ($d' > 0$)

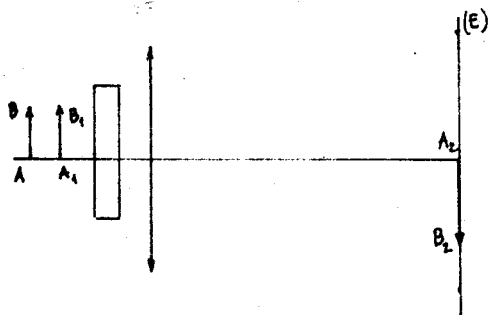
Vậy : $f = 20\text{cm}$; $n = 1,5$; $e = 6\text{cm}$

10.11 Một vật sáng AB được đặt vuông góc với trục chính của 1 thấu kính hội tụ tiêu cự 20cm . Sau thấu kính người ta đặt 1 màn E cố định, cách vật 92cm . Giữa vật AB và thấu kính người ta đặt 1 bản mặt song song có bề dày 6cm vuông góc với trục chính. Khi di chuyển thấu kính trong khoảng giữa bản mặt song song và màn người ta thấy có 2 vị trí của thấu kính cho ảnh rõ nét trên màn, 2 vị trí này cách nhau 30cm

1) Xác định chiết suất của bản mặt

2) Giữ vật và màn cố định, bây giờ bản mặt song song được đặt sau thấu kính, người ta tịnh tiến thấu kính và bản mặt song song trong khoảng giữa vật và màn cũng nhận thấy rằng có 2 vị trí của thấu kính cho ảnh rõ nét trên màn. Xác định 2 vị trí này.

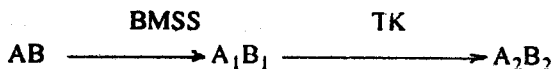
BÀI GIẢI



1/ Xác định chiết suất của bản mặt.

Qua bản mặt song song vật AB cho ảnh A_1B_1 đối với thấu kính A_1B_1 là vật thật cho ảnh A_2B_2 trên màn cố định.

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :



thoả giả thiết ta có thể đặt $\overline{A_1A_2} = L$

Gọi l là khoảng cách giữa 2 vị trí của thấu kính cho ảnh rõ nét trên màn, ta có $f = \frac{L^2 - l^2}{4L}$

(Phương pháp Bessel đo tiêu cự của thấu kính)

với $f = 20\text{cm}$; $l = 30\text{cm}$ Ta có :

$$L^2 - 4(20)L - 30^2 = 0$$

$$\Delta' = (40)^2 + 30^2 = 50^2$$

2 nghiệm : $L = 40 + 50 = 90\text{cm}$

$$L = 40 - 50 = -10\text{cm} \text{ (loại)}$$

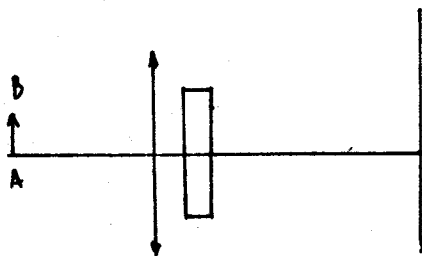
Vậy khoảng cách giữa A_1 và A_2 : $\overline{A_1A_2} = 90\text{cm}$

ngoài ra $\overline{AA_2} = 92\text{cm}$

do đó độ dời ảnh qua bản mặt song song là : $\overline{AA_1} = \overline{AA_2} - \overline{A_1A_2}$
 $\overline{AA_1} = 92 - 90 = 2\text{cm}$

Ta có : $\overline{AA_1} = c\left(\frac{n-1}{n}\right)$

suy ra $n = \frac{c}{c - \overline{AA_1}} = \frac{6}{6 - 2} = 1,5$



2/ Trong trường hợp này ta có sơ đồ sau :

TK BMSS

$AB \rightarrow A'_1B'_1 \rightarrow A'_2B'_2$

vì đối với bản mặt song song, độ dời ảnh luôn luôn bằng .

$$\overline{A_1A_2} = c\left(\frac{n-1}{n}\right) = 2\text{cm}$$

Điều này cho thấy 2 vị trí của thấu kính đều cho ảnh cách vật :

$$\overline{AA'_1} = 92 - 2 = 90\text{cm}$$

Với khoảng cách giữa vật và ảnh không đổi $\overline{AA_1} = L = 90\text{cm}$

đối với thấu kính : $d = \overline{AO}$; $d' = \overline{OA_1}$

do đó : $d + d' = 90$ (1)

Mặt khác $\frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f} = \frac{1}{20}$ (2)

Giải hệ phương trình này ta sẽ có 2 nghiệm : $d = 30\text{cm}$ và $d = 60\text{cm}$

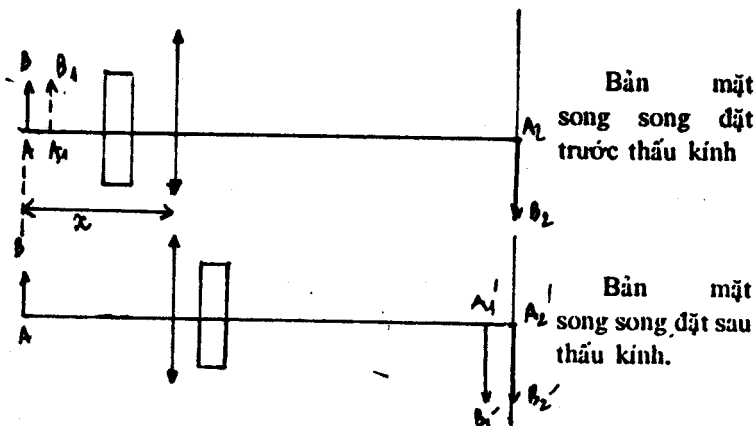
Vậy thấu kính ở 2 vị trí cách vật 30cm và 60cm

10.12 Một vật phẳng AB cao 2cm được đặt trước một màn M. Giữa vật và màn có một thấu kính O, và một bản mặt song song bề dày $e = 6\text{cm}$, bằng thủy tinh chiết suất $n = 1,5$. Giữ vật và màn cố định, dịch chuyển thấu kính và bản thủy tinh, người ta tìm được một vị trí của thấu kính, mà dù đặt bản thủy tinh ở trước hay ở sau thấu kính thì ảnh vẫn rõ nét trên màn. Khi bản thủy tinh ở trước thấu kính thì ảnh cao 2,35cm.

Xác định tiêu cự f của thấu kính. Tính độ lún của ảnh trong trường hợp bản thủy tinh ở sau thấu kính.

(Đề thi đại học Tài chính 91)

BÀI GIẢI



Trường hợp bản thủy tinh đặt trước thấu kính : ta có sơ đồ sau :

$$\begin{array}{ccccc} & \text{BMSS} & & \text{TK} & \\ \text{AB} & \xrightarrow{\quad} & \text{A}_1\text{B}_1 & \xrightarrow{\quad} & \text{A}_2\text{B}_2 \\ \text{đặt} & & \overline{\text{AO}} = x > 0 & & \end{array}$$

đối với bản mặt song song ta có :

$$\overline{\text{AA}}_1 = c \frac{n-1}{n} = 6 \left(\frac{1,5-1}{1,5} \right) = 2\text{cm}$$

ta có $\overline{\text{AA}}_1 = \overline{\text{AO}} + \overline{\text{OA}}_1 = 2$

suy ra $\overline{\text{A}}_1\text{O} = \overline{\text{AO}} - 2 = x - 2$

đối với thấu kính ta có : $d_1 = \overline{\text{A}}_1\text{O} = x - 2$

suy ra $d'_1 = d_1 \frac{f}{d_1 - f} = \frac{(x-2)f}{x-2-f}$

Theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng thì khi A_2B_2 là vật thì AB sẽ là ảnh qua hệ, trong trường hợp này bản mặt song song trở nên đứng sau thấu kính. Theo giả thiết vì khoảng cách giữa AB và A_2B_2 không đổi nên ta có thể suy ra để thỏa điều kiện của đề bài thì $d'_1 = x$

do đó : $\frac{(x-2)f}{x-2-f} = x \quad (1)$

mặt khác ở trường hợp 1, độ phóng đại qua hệ là

$$k = k_1 \cdot k_2 = -\frac{\overline{\text{A}_2\text{B}_2}}{\overline{\text{AB}}} = -\frac{2,35}{2} \quad (\text{Vì ảnh } \text{A}_2\text{B}_2 \text{ là thật})$$

với $k_1 = 1$ (độ phóng đại ảnh qua bản mặt song song)

$$k_2 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{f}{(x-2)-f}$$

do đó : (1). $\left(-\frac{f}{x-2-f}\right) = -\frac{2,35}{2} \quad (2)$

Tóm lại ta có hệ phương trình :

$$k = k_1 \cdot k_2 = \left(-\frac{d_1'}{d_1}\right) \left(-\frac{d_2'}{d_2}\right) = \frac{40}{40} \cdot \frac{30}{-10} = -3$$

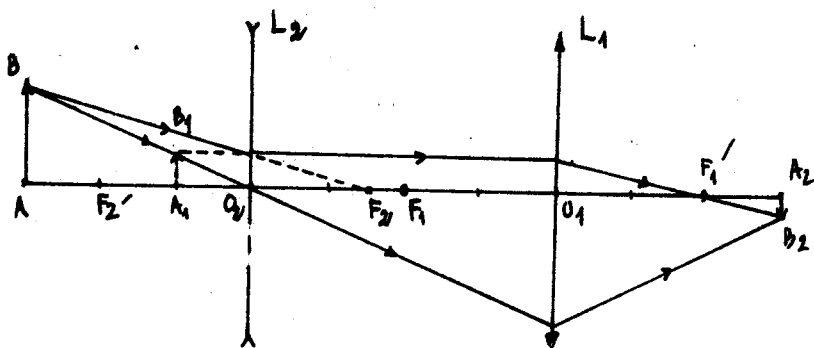
độ lớn ảnh $A_2B_2 = |k|AB = 3.3 = 9\text{cm}$

Ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh thật, cách L_2 30cm; có độ cao 9cm

2/ AB đặt trước L_2 và cách L_2

Áp dụng nguyên lý thuận nghịch ánh sáng ta có thể suy ra trường hợp AB đặt trước L_2 cách L_2 30cm nghĩa là ở vị trí của A_2B_2 do đó qua hệ phải ở vị trí của AB trong trường hợp 1; cách L_1 40cm, độ phóng đại ảnh qua hệ là $\frac{1}{3}$ do đó ảnh cao $\frac{1}{3} \cdot 3 = 1\text{cm}$

Vậy ảnh cuối qua hệ là ảnh thật cách L_1 40cm, có độ cao 1cm

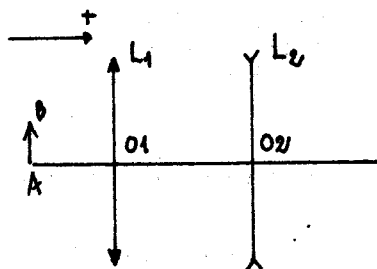


11.3 Cho 1 hệ 2 thấu kính mỏng L_1 và L_2 cùng trục chính có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 24\text{cm}$, $f_2 = -12\text{cm}$ đặt cách nhau 48cm. Một vật sáng AB đặt trước L_1 vuông góc với trục chính. Xác định vị trí của vật AB để.

1) Hệ cho ảnh thật

2) Hệ cho ảnh thật và cao gấp 2 lần vật.

BÀI GIẢI



1/ Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$$

$$\text{đặt } d_1 = \overline{AO_1} = d;$$

$$d'_1 = \overline{O_1A_1}; \quad d_2 = \overline{A_1O_2};$$

$$d'_2 = \overline{O_2A_2}$$

Chiều dương là chiều ánh sáng (hình vẽ)

$$\begin{aligned} \text{* Đối với } L_1 : \quad d'_1 &= \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{24d}{d - 24} \\ \Rightarrow d_2 = \overline{A_1O_2} &= \overline{A_1O_1} + \overline{O_1O_2} = \overline{O_1O_2} - d'_1 = 48 - \frac{24d}{d - 24} \end{aligned}$$

$$d_2 = \frac{24(d - 48)}{d - 24}$$

$$\text{* Đối với } L_2 : \quad d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2}$$

$$d'_2 = \frac{-12 \left(\frac{24(d - 48)}{d - 24} \right)}{\frac{24(d - 48)}{d - 24} + 12} = \frac{-12 \cdot 24(d - 48)}{36d - 24 \cdot 60} = \frac{-24(d - 48)}{3d - 120}$$

$$\text{hay} \quad d'_2 = \frac{-8(d - 48)}{d - 40}$$

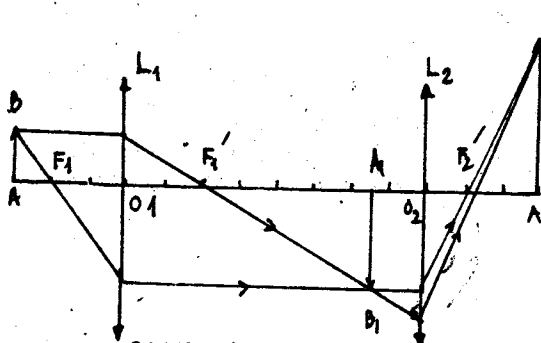
Bảng xét dấu d'_2

d	0	40	48	∞
d'_2	-	0	+	-

Vậy khi $40 \text{ cm} \leq d < 48 \text{ cm}$ hệ cho ảnh thật.

2/ Khi ảnh thật cao bằng 2 lần vật ta có $|k| = 2$ hay $k = \pm 2$

Ta biết đối với L_1 vì AB là vật thật cho ảnh A_1B_1 là thật nên độ phóng đại k_1 qua L_1 cỡ giá trị âm : $k_1 < 0$



độ lớn ảnh
 $A_2B_2 = |k| \cdot AB = 3.2 = 6\text{cm}$

Ảnh qua hệ là ảnh thật, cách L_2 15cm; độ cao bằng 6cm

2/ Vật sáng AB đặt trước L_2 .

Ta có sơ đồ sau :

$AB \xrightarrow{L_2} A'_1B'_1 \xrightarrow{L_1} A'_2B'_2$

đặt $d_1 = \overline{AO_2}$; $d'_1 = \overline{O_2A'_1}$; $d_2 = \overline{A'_1O_1}$; $d'_2 = \overline{O_1A'_2}$

với $d_1 = 15\text{cm}$, ta có :

$$d'_1 = \frac{d_1 f_2}{d_1 - f_2} = \frac{15(6)}{15 - 6} = \frac{90}{9} = 10\text{cm}$$

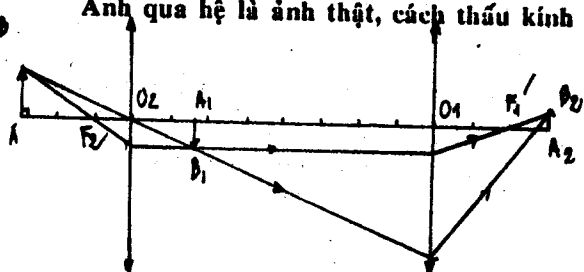
do đó $d_2 = \overline{A'_1O_1} = \overline{A'_1O_2} + \overline{O_2O_1} = 40 - 10 = 30\text{cm}$

và $d'_2 = \frac{d_2 f_1}{d_2 - f_1} = \frac{30(10)}{30 - 10} = 15\text{cm}$

độ phóng đại ảnh qua hệ $k = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right)\left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) = \frac{10 \cdot 15}{15 \cdot 30} = \frac{1}{3}$

độ lớn ảnh $A'_2B'_2 = |k|AB = \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}\text{cm}$

Ảnh qua hệ là ảnh thật, cách thấu kính 15cm và có độ lớn $\frac{2}{3}\text{cm}$



Nhận xét : trường hợp ở câu b có thể tìm được bằng kết quả ở câu (a) bằng cách dùng nguyên lý thuận nghịch ánh sáng

10.12 Hai thấu kính (L_1) và (L_2) cùng trục chính có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 20\text{cm}$, $f_2 = -15\text{cm}$ đặt cách nhau khoảng $l = 30\text{cm}$. Một vật sáng $AB = 3\text{cm}$ đặt vuông góc với trục chính của hệ. Xác định vị trí, tính chất, độ lớn ảnh của AB qua hệ trong 2 trường hợp (vẽ ảnh)

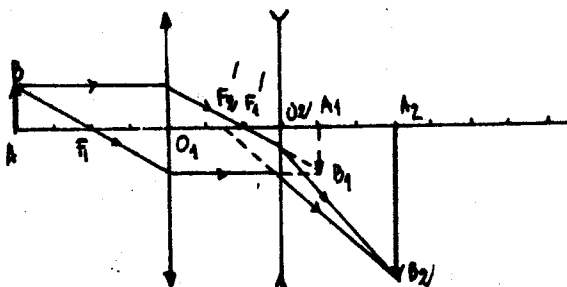
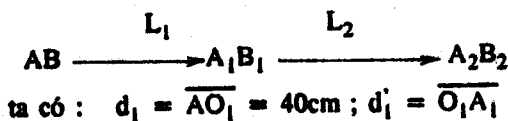
a) AB đặt trước L_1 và cách L_1 40cm

b) AB đặt trước L_2 và cách L_2 30cm

BÀI GIẢI

1/ AB đặt trước L_1 cách L_1 40cm

Với sơ đồ tạo ảnh



$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{40(20)}{40 - 20} = 40\text{cm}$$

suy ra :

$$d_2 = \overline{A_1O_2} = \overline{A_1O_1} + \overline{O_1O_2} = \overline{O_1O_2} - d'_1 = 30 - 40 = -10\text{cm}$$

$$\text{Vậy } d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-10)(-15)}{(-10) - (-15)} = \frac{150}{+5} = 30\text{cm}$$

độ phóng đại ảnh qua hệ

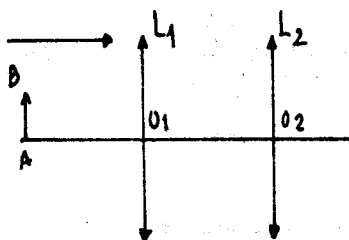
Chủ đề 11

HỆ THẤU KÍNH + THẤU KÍNH

11.1 Hai thấu kính hội tụ (L_1) và (L_2) cùng trục chính, có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 10\text{cm}$, $f_2 = 6\text{cm}$. Vật sáng $AB = 2\text{cm}$ đặt vuông góc với trục chính của hệ. Cho biết khoảng cách giữa 2 quang tâm là $O_1O_2 = 40\text{cm}$. Xác định vị trí, tính chất, độ lớn ảnh của AB qua hệ. Vẽ ảnh trong 2 trường hợp sau :

- 1) AB đặt trước L_1 và cách L_1 15cm
- 2) AB đặt trước L_2 và cách L_2 15cm

BÀI GIẢI



1/. Vật sáng AB đặt trước L_1

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc} L_1 & & L_2 \\ AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow & A_2B_2 \end{array} \\
 \text{đặt } d_1 = \overline{AO_1}; \quad d'_1 = \overline{OA_1}; \\
 d_2 = \overline{A_1O_2}; \quad d'_2 = \overline{O_2A_2}
 \end{array}$$

Chiều dương được chọn là chiều ánh sáng (hình vẽ)

Với $d_1 = 15\text{cm}$; $f_1 = 10\text{cm}$; $f_2 = 6\text{cm}$, ta có

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{15 \cdot 10}{15 - 10} = 30\text{cm}$$

do đó

$$d_2 = \overline{A_1O_2} = \overline{A_1O_1} + \overline{O_1O_2} = \overline{O_1O_2} - d'_1 = 40 - 30 = 10\text{cm}$$

$$\text{vậy } d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{10 \cdot 6}{10 - 6} = \frac{60}{4} = 15\text{cm}$$

$$\text{độ phóng đại ảnh qua hệ } k = k_1 \cdot k_2 = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) \left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) = \frac{30}{15} \cdot \frac{15}{10} = 3$$

Đối với L_2 vì A_1B_1 là vật ảo cho ảnh A_2B_2 là thật nên độ phóng đại $k_2 > 0$ do đó độ phóng đại qua hệ $k = k_1.k_2 < 0$

nghĩa là : $k = -2$

Suy ra
$$\frac{d_1'}{d_1} \cdot \frac{d_2'}{d_2} = -2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{24}{d-24}\right)\left(\frac{-8(d-48)}{d-40}\right)\left(\frac{d-24}{24(d-48)}\right) = -2$$

$$\Leftrightarrow -\frac{8}{d-40} = -2$$

$$\Leftrightarrow d = 44\text{cm}$$

$d = 44\text{cm}$ thỏa điều kiện để có ảnh thật $40\text{cm} \leq d < 48\text{cm}$.

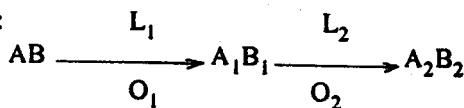
11.4 Cho hệ thấu kính L_1, L_2 đồng trục $f_1 = 10\text{cm}, f_2 = -5\text{cm}$. Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính trước L_1 , khoảng cách giữa 2 thấu kính là 7cm .

Xác định vị trí của vật để :

- 1) Hệ cho ảnh ảo, ngược chiều vật
- 2) Hệ cho ảnh thật
- 3) Hệ cho ảnh ở ∞

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :



đặt $d_1 = \overline{AO_1}$; $d_1' = \overline{O_1A_1}$; $d_2 = \overline{A_1O_2}$; $d_2' = \overline{O_2A_2}$

(Chiều dương là chiều ánh sáng)

+ đối với L_1 : $d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{10d}{d - 10}$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{O_1O_2} - d_1' = f - \frac{10d}{d - 10} = \frac{-3d - 70}{d - 10}$$

$$+ \text{ đối với } L_2 : d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-5[-3d - 70]}{2d - 120} = \frac{5(3d + 70)}{2d - 120}$$

Bảng xét dấu d_2'

d	0	60cm	∞
d_2'		-	+

Bảng xét dấu cho thấy

- Khi $0 \leq d < 60 \text{ cm}$: hệ cho ảnh ảo
- Khi $d > 60 \text{ cm}$: hệ cho ảnh thật
- Khi $d = 60 \text{ cm}$: hệ cho ảnh ở ∞

11.5 Một thấu kính hội tụ L_1 và thấu kính phân kỳ L_2 có tiêu $f_1 = -f_2 = 20 \text{ cm}$ cùng trục chính, cách nhau 25 cm . Một điểm sáng S đặt trên trục chính của hệ.

1/ Xác định vị trí của S để sau khi qua hệ chùm tia sáng trở thành chùm song song.

2/ Trường hợp điểm sáng S nằm trước L_2 tìm điều kiện của l : khoảng cách giữa 2 thấu kính để điều kiện trên được thỏa.

BÀI GIẢI

1/

Xét trường hợp S đặt trước L_1

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :



để chùm tia ló song song thì S_1 phải ở tiêu điểm chính F_2 (Tiêu điểm vật) của L_2 nghĩa là ở sau thấu kính L_2 và cách L_2 1 đoạn 20 cm .

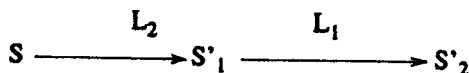
+ đối với L_1 : S_1 là ảnh và vì ở sau L_2 nên S_1 là ảnh thật, cách O_1 một đoạn $d' = (25 + 20) = 45 \text{ cm}$

Vậy điểm sáng S phải đặt cách O_1 1 đoạn :

$$d = \frac{d'f_1}{d' - f_1} = \frac{45(20)}{45 - 20} = 36\text{cm}$$

• Xét trường hợp S đặt trước L_2

Ta có sơ đồ tạo ảnh



để chùm tia ló song song thì S'_1 phải đặt ở tiêu điểm vật chính F_1 của L_1 , nghĩa là ở phía trước L_1 và cách L_1 một đoạn 20cm. Vì khoảng cách giữa L_1 và L_2 là 25cm, do đó S'_1 vẫn ở phía sau của L_2 nghĩa là S'_1 là ảnh thật của L_2 . Điều này vô lý vì với thấu kính phân kỳ vật thật luôn luôn cho ảnh ảo. Do đó trường hợp này không thể có chùm tia ló song song trục chính.

2/ Như trên đã lý luận, muốn chùm tia ló song song trục chính thì S'_1 phải là vật thật của L_1 và là ảnh ảo của L_2 ; Vì S'_1 cách O_1 một đoạn 20cm do đó khoảng cách l giữa L_1 và L_2 không thể vượt quá 20cm : $l < 20\text{cm}$

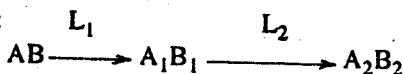
Đáp số 1/ S đặt trước L_1 , cách L_1 36cm

2/ $l < 20\text{cm}$

11.6 Hai thấu kính L_1 và L_2 có tiêu cự lần lượt $f_1 = 10\text{cm}$, $f_2 = 5\text{cm}$ đặt đồng trục. Một vật AB đặt vuông góc với trục chính và trước L_1 1 khoảng 20cm. Giữ vật AB và L_1 cố định tịnh tiến L_2 . Khảo sát sự thay đổi của vị trí, tính chất, độ lớn ảnh của AB cho bởi hệ.

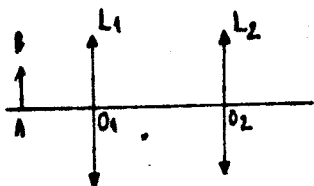
BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :



đặt $d_1 = \overline{AO_1} = 20\text{cm}$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $\overline{O_1O_2} = x$;

$$d_2 = \overline{A_1O_2}; d'_2 = \overline{O_2A_2}$$



* đối với thấu kính L_1 :

$$d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20 \cdot 10}{20 - 10} = 20 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{O_1 O_2} - d_1' = x - 20$$

* đối với thấu kính L_2 :

$$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{5(x - 20)}{x - 20 - 5} = \frac{5(x - 20)}{x - 25}$$

• độ phóng đại ảnh qua hệ $k = \frac{d_1'}{d_1} \cdot \frac{d_2'}{d_2} = \frac{20}{20} \cdot \frac{5(x - 20)}{x - 25} \cdot \frac{1}{x - 20}$

$$k = \frac{5}{x - 25}$$

Bảng xét dấu d_2' theo x

x	0	20	25	
d_2'		+	0	-
				+

Bảng xét dấu k theo x

x	0	25	
k		$-\frac{1}{5}$	-
			+
$ k $	$\frac{1}{5}$	$+\infty$	
			$+\infty$

Dựa vào 2 bảng xét dấu trên ta có thể kết luận.

Khi $0 < x \leq 20$ cm : ảnh qua hệ là ảnh thật, ảnh có độ lớn tăng dần khi tịnh tiến L_2 ra xa thấu kính L_1 .

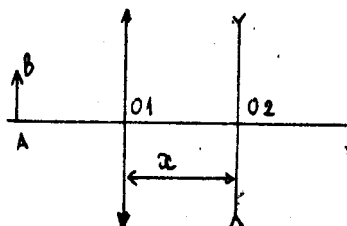
Khi L_2 cách xa thấu kính L_1 từ 20 đến 25cm, ảnh qua hệ là ảnh ảo và độ lớn vẫn tăng dần

Khi L_2 xa thấu kính hơn 25cm ảnh qua hệ là ảnh thật và độ lớn nhỏ dần

11.7 Một vật AB cao 2cm, đặt vuông góc với trục chính của 1 thấu kính hội tụ L_1 tiêu cự $f_1 = 40\text{cm}$ và cách thấu kính này 120cm. Người ta đặt phía sau L_1 1 thấu kính phân kỳ L_2 có tiêu cự $f_2 = -3\text{cm}$ cùng trục chính. Xác định vị trí của L_2 để ảnh cuối cùng qua hệ là 1 ảnh thật cao 5cm.

BÀI GIẢI

Với sơ đồ tạo ảnh



$$\begin{aligned}
 & \text{AB} \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2 \\
 & \text{đặt } d_1 = \overline{AO_1}; \quad d_1' = \overline{O_1A_1}; \\
 & \overline{O_1O_2} = x; \quad d_2 = \overline{A_1O_2}; \\
 & d_2' = \overline{O_2A_2}
 \end{aligned}$$

$$* \text{ Đối với } L_1 : d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{120 \cdot 40}{120 - 40} = 60\text{cm}$$

$$* \text{ Đối với } L_2 : d_2 = \overline{A_1O_2} = \overline{A_1O_1} + \overline{O_1O_2} = x - d_1' = x - 60$$

$$\text{do đó : } d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(x - 60)(-30)}{x - 60 + 30} = \frac{-30(x - 60)}{x - 30}$$

$$+ \text{ Độ phóng đại ảnh } k = \frac{d_1'}{d_1} \cdot \frac{d_2'}{d_2} = \left(\frac{60}{120}\right) \left(\frac{-30(x - 60)}{x - 30}\right) \left(\frac{1}{x - 60}\right)$$

$$k = -\frac{15}{x - 30}$$

$$\text{theo giả thiết } |k| = \frac{5}{2} = \frac{A_2B_2}{AB}. \quad \text{Do đó } k = \pm \frac{5}{2}$$

$$- \text{ Trường hợp 1 : } k = \frac{5}{2} \Rightarrow -\frac{15}{x - 30} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow x = 24\text{cm} > 0$$

- Trường hợp 2 : $k = -\frac{5}{2} \Rightarrow -\frac{15}{x-30} = -\frac{5}{2}$

$\Rightarrow x = 36\text{cm} > 0$

với giả thiết ảnh sau cùng là ảnh thật ta thấy

Khi $x = 24\text{cm} \Rightarrow d_2' = \frac{-30(24 - 60)}{24 - 30} = -180\text{cm} < 0$ (loại)

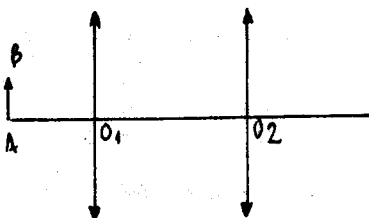
Khi $x = 36\text{cm} \Rightarrow d_2' = \frac{-30(36 - 60)}{36 - 30} = 120\text{cm} > 0$ (thỏa)

Vậy $x = 36\text{cm}$

Khoảng cách giữa L_2 và L_1 là 36cm.

11.8 Một vật AB đặt vuông góc với trục chính của 1 thấu kính hội tụ L_1 có tiêu cự $f_1 = 6\text{cm}$ và cách kính 8cm. Đặt sau L_1 1 thấu kính hội tụ L_2 có tiêu cự $f_2 = 4\text{cm}$, cùng trục chính. Xác định vị trí của L_2 để ảnh sau cùng cho bởi hệ bằng $\frac{3}{2}$ vật AB.

BÀI GIẢI



Ta có sơ đồ tạo ảnh sau

$$\begin{aligned} & \text{AB} \xrightarrow[L_1]{\delta} \text{A}_1\text{B}_1 \xrightarrow[L_2]{\zeta} \text{A}_2\text{B}_2 \\ & \text{đặt } \overline{AO_1} = d_1; d_1' = \overline{O_1A_1}; \\ & \overline{O_1O_2} = x > 0; d_2 = \overline{A_1O_2}; \\ & d_2' = \overline{O_2A_2} \end{aligned}$$

+ Đối với L_1 : $d_1 = 8\text{cm}$ $f_1 = 6\text{cm}$

$\Rightarrow d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{8 \cdot 6}{8 - 6} = 24\text{cm}$

$\Rightarrow d_2 = \overline{A_1O_2} = \overline{A_1O_1} + \overline{O_1O_2} = x - d_1' = x - 24$

+ Đối với L_2 : $d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(x - 24)4}{(x - 24) - 4} = \frac{4(x - 24)}{x - 28}$

độ phóng đại ảnh qua hệ $k = k_1 \cdot k_2 = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) \left(-\frac{d'_2}{d_2}\right)$

$$k = \frac{24}{8} \cdot \frac{4(x-24)}{x-28} \cdot \frac{1}{x-24} = \frac{12}{x-28}$$

theo giả thiết $k = \pm \frac{3}{2} = \frac{A_2 B_2}{AB}$

- Trường hợp 1 : $k = \frac{3}{2}$; ta có $\frac{12}{x-28} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow x = 36\text{cm} \Rightarrow d'_2 = 6\text{cm} > 0$

- Trường hợp 2 : $k = -\frac{3}{2}$; ta có $\frac{12}{x-28} = -\frac{3}{2}$

$\Rightarrow x = 20\text{cm}; d'_2 = 2\text{cm} > 0$

Có 2 vị trí của L_2 lần lượt cách L_1 36cm và 20cm

11.9 Hai thấu kính hội tụ L_1 và L_2 có tiêu cự lần lượt là f_1 và f_2 cùng trục chính. Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của hệ và trước L_1 cho ảnh cuối cùng $A_2 B_2$.

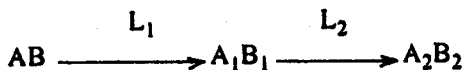
Xác định khoảng cách giữa 2 thấu kính để độ phóng đại ảnh (độ lớn ảnh cuối cùng) không phụ thuộc vào vị trí của vật.

BÀI GIẢI

Có 2 cách để tìm ra kết quả

Cách 1 : dùng các biểu thức đại số

Ta có sơ đồ



chiều dương là chiều ánh sáng

đặt $d_1 = \overline{AO_1} = d$; $d'_1 = \overline{O_1 A_1}$; $d_2 = \overline{A_1 O_2}$; $d'_2 = \overline{O_2 A_2}$;
 $\overline{O_1 O_2} = x > 0$

* Đối với L_1 : $d'_1 = \frac{df_1}{d - f_1}$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{O_1 O_2} - d_1' = x - \frac{df_1}{d - f_1} = \frac{d(x - f_1) + xf_1}{d - f_1}$$

$$* \text{ Đối với } L_2 : d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{f_2 \left[\frac{d(x - f_1) + xf_1}{d - f_1} \right]}{\frac{d(x - f_1) + xf_1}{d - f_1} - f_2}$$

$$d_2' = \frac{f_2 [d(x - f_1) + xf_1]}{d(x - f_1 - f_2) + xf_1 + f_1 f_2}$$

$$* \text{ Độ phóng đại ảnh qua hệ : } k = k_1 \cdot k_2 = \frac{d_1' d_2'}{d_1 d_2}$$

$$k = \left(\frac{f_1}{d - f_1} \right) \frac{f_2 [d(x - f_1) + xf_1]}{d(x - f_1 - f_2) + xf_1 + f_1 f_2} \cdot \frac{d - f_1}{d(x - f_1) + xf_1}$$

$$k = \frac{f_1 f_2}{d(x - f_1 - f_2) + xf_1 + f_1 f_2}$$

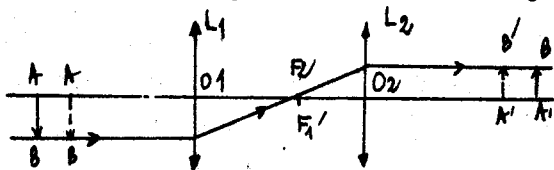
Với biểu thức này ta thấy để k không phụ thuộc d thì số hạng

$$x - f_1 - f_2 = 0$$

$$\text{Do đó } x = f_1 + f_2$$

Cách 2 : bằng đường đi của tia sáng.

Vì ảnh là giao điểm của chùm tia ló, nên để ảnh của AB qua hệ có độ cao không đổi (giả sử A nằm trên trục chính : B nằm ngoài trục chính) thì ảnh của B qua hệ phải nằm trên 1 tia ló song song với trục chính.



Muốn vậy tia ló qua L_1 (tới L_2) phải đi qua tiêu điểm vật chính F_2 của L_2 .

Vì độ lớn của vật AB không đổi nên tia tới L_1 phải đi qua B và song song với trục chính; do đó tia ló qua L_1 phải qua tiêu điểm ảnh F'_1 của L_1

do đó : F_2 trùng với F'_1 (hệ vô tiêu)

Nói cách khác $O_1O_2 = f_1 + f_2$

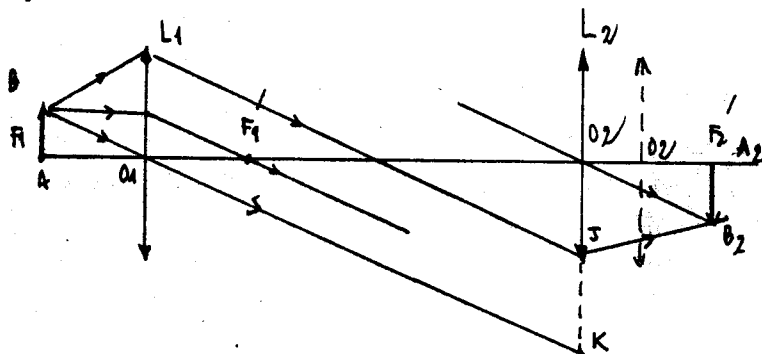
Đáp số $O_1O_2 = f_1 + f_2$

11.10 Hai thấu kính hội tụ L_1 và L_2 cùng trục chính, đặt cách nhau 1 khoảng x có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 10\text{cm}$, $f_2 = 15\text{cm}$, bán kính các thấu kính là r_1 và r_2 . Một vật sáng $AB = 2\text{cm}$ đặt vuông góc với trục chính và cách thấu kính L_1 1 đoạn 10cm .

- 1) Tìm điều kiện của x để hệ cho ảnh thật.
- 2) Tính chiều cao của ảnh cho bởi hệ. Vẽ hình

BÀI GIẢI

1/ Vì vật sáng AB đặt tại tiêu diện của L_1 nên ảnh của điểm sáng B qua L_1 ở ∞ , chùm tia ló qua L_1 là chùm song song có phương BO_1 (hình vẽ)



Để ảnh của B qua hệ (L_1L_2) thì chùm tia khúc xạ qua L_1 phải tới được L_2 ; vì chùm tia này là chùm song song nên ít nhất phải có 1 tia khúc xạ tới L_2 . Để điều kiện này được thỏa ta thấy vị trí của O_2 được xác định bằng vị trí giới hạn : đó là vị trí sao cho tia tới BI từ B tới mép của L_1 cho tia khúc xạ IJ đi qua mép của L_2 (hình vẽ)

Dựa vào 2 tam giác đồng dạng ABO_1 và O_2KO_1 ta có :

$$\frac{AB}{O_2K} = \frac{AO_1}{O_1O_2}$$

$$\Rightarrow O_1O_2 = AO_1 \cdot \frac{O_2K}{AB}$$

$$\text{Với } AO_1 = f_1; \quad O_2K = O_2J + JK = r_1 + r_2; \quad \overline{O_1O_2} = x$$

$$\text{Vậy } x \leq \frac{f_1(r_1 + r_2)}{AB} \quad (1)$$

2/ Vì chùm tia khúc xạ qua L_1 là chùm tia song song nên ảnh cuối A_2B_2 sẽ ở trên tiêu diện ảnh của L_2 (hình vẽ)

Ta có thể xác định A_2B_2 như sau : ở vị trí giới hạn, xét 2 tam giác đồng dạng ABO_1 và $A_2B_2O_2$ ta có :

$$\frac{A_2B_2}{AB} = \frac{O_2F_2}{O_1F_1} = \frac{f_2}{f_1}$$

$$\text{do đó : } A_2B_2 = \frac{f_2}{f_1} \cdot AB$$

ta thấy trong điều kiện (1) được thỏa $x \leq \frac{f_1(r_1 + r_2)}{AB}$ thì mọi vị trí của L_2 đều cho ảnh cuối ở tiêu diện ảnh, do đó kết quả trên đúng với mọi vị trí của L_2 : $A_2B_2 = \frac{f_2}{f_1} \cdot AB$

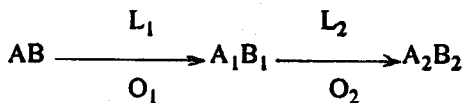
$$A_2B_2 = \frac{15}{10} \cdot 2 = 3\text{cm}$$

11.11 Hai thấu kính L_1 và L_2 cùng trục chính, đặt cách nhau 5cm. Thấu kính L_2 có tiêu cự $f_2 = 10\text{cm}$. Một vật sáng AB đặt vuông

góc với trục chính của hệ, trước L_1 cho 1 ảnh thật qua hệ cách L_2 90cm và lớn gấp 5 lần vật, ngược chiều vật. Xác định vị trí vật và tiêu cự của L_1 .

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ sau :



đặt $d_1 = \overline{A_1O} = d$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $\overline{O_1O_2} = 5\text{cm}$

$d_2 = \overline{A_1O_2}$; $d'_2 = \overline{O_2A_2}$

chiều dương là chiều ánh sáng

* Đối với L_1 : $d'_1 = \frac{df_1}{d - f_1} = \frac{df}{d - f}$

$\Rightarrow d'_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = 5 - \frac{df}{d - f} = \frac{d(5 - f) - 5f}{d - f}$

* Đối với L_2 : $d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2}$

$$d'_2 = \frac{10 \left[\frac{d(5 - f) - 5f}{d - f} \right]}{\frac{d(5 - f) - 5f}{d - f} - 10} = \frac{10 [(5 - f)d - 5f]}{d(-5 - f) + 5f} \quad (1)$$

độ phóng đại ảnh :

$$k = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = \left(\frac{f}{d - f} \right) \left(\frac{10[(5 - f)d - 5f]}{(-5 - f)d + 5f} \right) \left(\frac{d - f}{d(5 - f) - 5f} \right)$$

$$k = \frac{10f}{-(5 + f)d + 5f} \quad (2)$$

Theo giả thiết : $d'_2 = 90\text{cm}$

$$k = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{AB}} = -5$$

Do đó ta có hệ phương trình :

$$\frac{10[(5 - f)d - 5f]}{-(5 + f)d + 5f} = 9 \quad (3)$$

$$\frac{10f}{-(5 + f)d + 5f} = -5 \quad (4)$$

Từ (4) ta có $2f = (5 + f)d - 5f$

$$d = \frac{7f}{5 + f} \quad (5)$$

Thay vào (3) ta có : $(5 - f)\frac{7f}{5 + f} - 5f = 9[-(5 + f)\frac{7f}{5 + f} + 5f]$

$$\frac{(5 - f)7f - 5f(5 + f)}{5 + f} = 9(-2f) = -18f$$

$$35 - 7f - 25 - 5f = -18(5 + f)$$

$$10 - 12f = -90 - 18f$$

$$6f = -100$$

$$f = -\frac{100}{6} \text{ cm.}$$

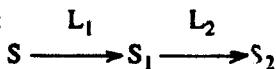
$$\text{Thay vào (5) ta có } d = \frac{7(-\frac{100}{6})}{5 - \frac{100}{6}} = -\frac{700}{-70} = 10 \text{ cm}$$

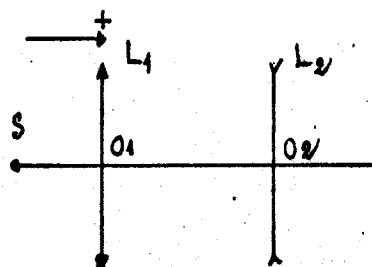
Vật đặt cách L_1 10cm; thấu kính L_1 là thấu kính phân kỳ tiêu cự $\frac{100}{6} \text{ cm} \approx 16,6 \text{ cm}$

11.12 Hai thấu kính hội tụ cùng trục chính. Thấu kính thứ nhất có tụ số $D_1 = 6$ điốp, đặt cách nhau 75cm. Một điểm sáng S trên trục chính của hệ trước kính thứ nhất 25cm. Mắt đặt sau kính thứ hai thì thấy S nằm ở vị trí thực của nó. Tính D_2 .

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :





Mắt nhìn qua hệ thấu kính thấy ảnh S_2 ở vị trí của S điều này chứng tỏ S_2 là 1 ảnh ảo.

Thợc nguyên lý thuận nghịch ánh sáng thì khi S_2 là vật qua L_2 thì S_1 trở thành ảnh. Do đó nếu S_2 trùng với S thì/chỉ 2 ảnh qua L_1, L_2 trùng với nhau :

$$S \xrightarrow{L_1} S_1 \quad \text{và} \quad S \xrightarrow{L_2} S_2$$

* Đối với L_1 : ta có
$$\overline{O_1 S_1} = d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

Với $d_1 = 25\text{cm}; f_1 = \frac{1}{6} = \frac{100}{6\text{cm}}$ ta có :

$$d'_1 = \frac{25(\frac{100}{6})}{25 - \frac{100}{6}} = \frac{2500}{50} = 50\text{cm}$$

* Đối với L_2 : S_1 là ảnh và cách O_2 một đoạn

$$d'_2 = \overline{O_2 S_1} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 S_1} = -75 + 50 = -25\text{cm}$$

và $d_2 = \overline{S O_2} = \overline{S O_1} + \overline{O_1 O_2} = 25 + 75 = 100$

Vậy tiêu cự của L_2 là :

$$f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{100(-25)}{100 - 25} = -\frac{2500}{75} = -\frac{100}{3}\text{cm} = -\frac{1}{3\text{cm}}$$

Vậy tụ số của L_2 là : $D_2 = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3\text{điốp}$

Chú ý : ta có thể tìm ra kết quả trên với cách tính thông thường :
 tìm biểu thức của d_2 theo f_2 , rồi cho giá trị
 $d_2' = -(75 + 25) = -100\text{cm}$

11.13 Một thấu kính hội tụ L_1 và 1 thấu kính phân kỳ L_2 có cùng trục chính, đặt cách nhau 4cm.

1) Một chùm tia tới song song với trục chính tới L_1 sau khi ló ra khỏi L_2 vẫn là 1 chùm song song. Tính f_1 , biết $f_2 = -2\text{cm}$.

2) Khoảng cách giữa 2 thấu kính bây giờ là 5cm, chứng tỏ rằng chùm tia tới song song sau khi qua hệ trở thành chùm hội tụ tại 1 điểm S. Xác định vị trí của S.

BÀI GIẢI

1/ Ta có hệ phương trình sau :

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1'} + \frac{1}{d_1} \quad (1)$$

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d_1' \quad (2)$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_2'} + \frac{1}{d_2} \quad (3)$$

chùm tia tới song song do đó $d_1 \rightarrow \infty$; vậy $d_1' = f_1$

chùm tia ló song song do đó $d_2' \rightarrow \infty$; vậy $d_2 = f_2$

thay vào (2) ta có $f_2 = \overline{O_1O_2} - f_1$

Vậy $f_1 = \overline{O_1O_2} - f_2 = 4 - (-2) = 6\text{cm}$

2/ Với $\overline{O_1O_2} = 5\text{cm}$ chùm tia tới song song do đó $d_1 \rightarrow \infty$

vậy $d_1' = f_1 = 6\text{cm}$

Suy ra : $d_2 = \overline{O_1O_2} - d_1' = 5 - 6 = -1\text{cm}$

$$\text{do đó } d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-1)(-2)}{-1 - (-2)} = \frac{2}{1} = 2\text{cm} > 0$$

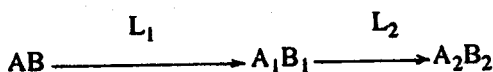
$d_2' > 0$ do đó ảnh cuối là ảnh thật nghĩa là chùm tia ló hội tụ tại 1 điểm S cách L_2 2cm.

11.14 Cho 1 hệ thấu kính L_1, L_2 cùng trục chính, cách nhau 7,5cm, thấu kính L_2 có tiêu cự $f_2 = 15$ cm. Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính trước và cách L_1 15cm. Xác định giá trị của f_1 để :

- 1) Ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh ảo
- 2) Ảnh cuối cùng qua hệ là ảo và cùng chiều với vật.
- 3) Ảnh cuối cùng là ảo, cùng chiều với vật và lớn gấp 4 lần vật.

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ sau :



$$\text{với } d_1 = \overline{AO_1}; \quad d_1' = \overline{O_1A_1}; \quad \overline{O_1O_2} = 7,5\text{cm} \quad d_2 = \overline{A_1O_2};$$

$$d_2' = \overline{O_2A_2}$$

$$\text{Ta có :} \quad d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{15 f_1}{15 - f_1}$$

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d_1'$$

$$= 7,5 - \frac{15 f_1}{15 - f_1} = \frac{112,5 - 7,5 f_1 - 15 f_1}{15 - f_1} = \frac{112,5 - 22,5 f_1}{15 - f_1}$$

$$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2}$$

$$= \frac{(112,5 - 22,5 f_1) 15}{\left(\frac{112,5 - 22,5 f_1}{15 - f_1} - 15 \right) (15 - f_1)} = \frac{(112,5 - 22,5 f_1) 15}{-112,5 - 7,5 f_1}$$

$$d'_2 = \frac{45f_1 - 225}{f_1 + 15} = \frac{15(3f_1 - 15)}{f_1 + 15}$$

Bảng xét dấu d'_2 theo f_1

f_1	$-\infty$		-15		5	
d'_2		+		-	0	+

Vậy : $-15\text{cm} < f_1 \leq 5\text{cm}$

2/ Độ phóng đại $k = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2}$

$$k = \frac{15f_1}{15(15 - f_1)} \cdot \frac{15(3f_1 - 15)(15 - f_1)}{(f_1 + 15)(112,5 - 22,5f_1)}$$

$$k = -\frac{2f_1}{f_1 + 15}$$

để ảnh cùng chiều với vật ta có $k > 0$ và $d'_2 < 0$

Bảng xét dấu

f_1		-15		0	
k	-		+	0	-

do đó f_1 phải $\in [-15, 0]$

$$-15\text{cm} < f_1 \leq 0\text{cm}$$

3/ Ảnh ảo, cùng chiều vật, lớn gấp 4 lần vật, khi đó $k = 4$

do đó : $\frac{-2f_1}{f_1 + 15} = 4$

$\Rightarrow f_1 = -10\text{cm}$ (thỏa điều kiện $-15\text{cm} < f_1 \leq 0\text{cm}$)

11.15 Cho 1 hệ thấu kính đồng trục chính L_1, L_2

L_1 là 1 thấu kính phân kỳ tiêu cự $f_1 = -8\text{cm}$

L_2 là 1 thấu kính hội tụ tiêu cự $f_2 = 15\text{cm}$

Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính và cách L_1 8cm. Xác định vị trí của L_2 để ảnh cuối cùng cho bởi hệ ở đúng vị trí của vật. Tính độ phóng đại ảnh khi đó.

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$$

đặt $d_1 = \overline{AO_1} = 8\text{cm}$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $d_2 = \overline{A_1O_2}$; $d'_2 = \overline{O_2A_2}$;
 $\frac{\overline{O_1O_2}}{\overline{O_1O_2}} = x > 0$, với chiều dương là chiều ánh sáng

Ta có hệ phương trình : $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$ (1)

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = x - d'_1 \quad (2)$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} \quad (3)$$

và giả thiết $d'_2 = \overline{O_2A_2} = \overline{O_2A}$ (Ảnh A_2B_2 ở vị trí của vật AB)

do đó $d'_2 = \overline{O_2A} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A} = -d_1 - x = -8 - x$ (4)

với $f_1 = -8\text{cm}$: ta có $d'_1 = \frac{8(-8)}{8 - (-8)} = -4\text{cm}$

từ (2) $\Rightarrow d_2 = x - (-4) = x + 4$

(3) $\Rightarrow d'_2 = \frac{(x+4)(15)}{x+4-15} = \frac{15(x+4)}{x-11}$

thay vào (4) : $\frac{15(x+4)}{x-11} = -8 - x \Leftrightarrow x^2 + 12x - 28 = 0$ (1)

giải phương trình trên ta có nghiệm : $x = 2\text{cm}$

$x = -14\text{cm}$ (loại)

Vậy L_2 đặt cách L_1 2cm

* độ phóng đại ảnh k :

Khi $x = 2\text{cm}$; ta có $d_2 = x + 4 = 6\text{cm}$

$$d_2' = \frac{15(x + 4)}{x - 11} = \frac{15 \cdot 6}{2 - 11} = \frac{90}{-9} = -10\text{cm}$$

$$\text{do đó } k = \frac{d_1'}{d_1} \cdot \frac{d_2'}{d_2} = \left(-\frac{4}{8}\right)\left(-\frac{10}{6}\right) = \frac{5}{6}$$

11.16 Cho 1 hệ thấu kính đồng trục L_1, L_2 đặt cách nhau 40cm

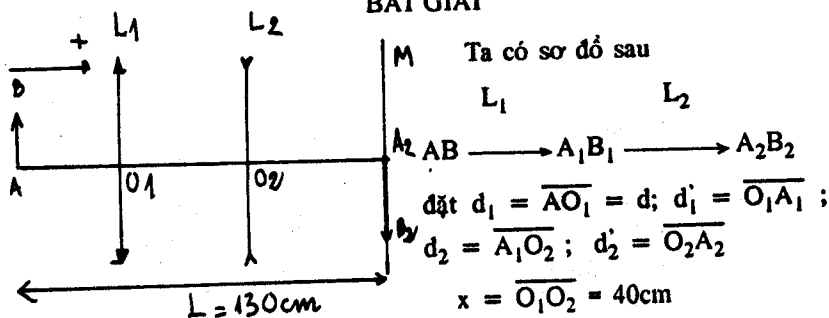
L_1 : 1 thấu kính hội tụ, tiêu cự $f_1 = 20\text{cm}$

L_2 : 1 thấu kính phân kỳ tiêu cự $f_2 = -30\text{cm}$;

Một vật sáng AB đặt cách 1 màn M 1 khoảng không đổi $L = 130\text{cm}$. Trong khoảng giữa vật và màn người ta đặt L_1 và L_2 sao cho AB vuông góc với trục chính của hệ và trước L_1 .

Xác định vị trí của hệ thấu kính để hệ cho ảnh rõ nét trên màn.

BÀI GIẢI



Chiều dương như hình vẽ. Ta có hệ phương trình sau :

$$d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} \quad (1)$$

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d_1' \quad (2)$$

$$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} \quad (3)$$

Mặt khác

$$L = \overline{AA_2} = \overline{AO_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_2} = d_1 + x + d_2' = 130\text{cm}$$

$$\text{Suy ra } d_2' = 130 - x - d_1 = 130 - 40 - d = 90 - d \quad (4)$$

$$\text{Từ (1) : } d_1' = \frac{d(20)}{d - 20} = \frac{20d}{d - 20}$$

$$(2) \Rightarrow d_2 = 40 - \frac{20d}{d - 20} = \frac{20d - 800}{d - 20} = \frac{20(d - 40)}{d - 20}$$

$$(3) \Rightarrow d_2' = \frac{-30.20\left[\frac{d - 40}{d - 20}\right]}{20(d - 40)} = \frac{-600(d - 40)}{50d - 1400} = \frac{-12(d - 40)}{d - 28}$$

$$(4) \Rightarrow \frac{d - 20 - 12\left(\frac{30}{d - 40}\right)}{d - 28} = 90 - d$$

$$\Leftrightarrow 12(d - 40) = (d - 28)(d - 90)$$

$$\Leftrightarrow 0 = d^2 - 130d + 3000$$

$$\Delta' = (65)^2 - 3000 = 1225 = 35^2$$

$$2 \text{ nghiệm : } d = 65 + 35 = 100\text{cm}$$

$$d = 65 - 35 = 30\text{cm}$$

$$\text{Với } d = 30\text{cm; } d_2' = \frac{-12(30 - 40)}{30 - 28} = \frac{-12(-10)}{2} = 60\text{cm} > 0$$

$$d = 100\text{cm; } d_2' = \frac{-12(100 - 60)}{100 - 28} = \frac{-12.40}{72} = -6,66\text{cm} < 0 \text{ (loại)}$$

Vì ảnh cuối trên màn nền là ảnh thật do đó $d_2' > 0$. Vậy $d_2' = 60\text{cm}$

Vậy : L_1 đặt cách vật 30cm

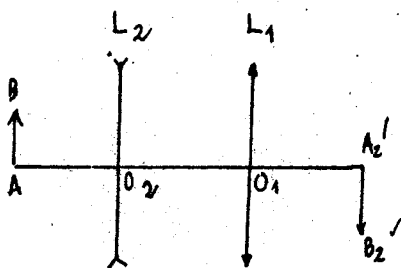
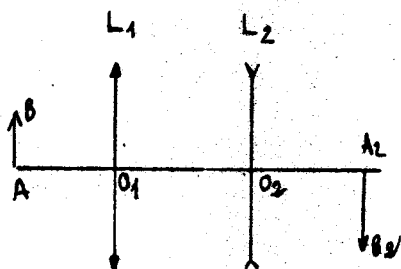
11.17 Cho 1 hệ thấu kính đồng trục L_1, L_2 đặt cách nhau 40cm.

L_1 : thấu kính hội tụ tiêu cự $f_1 = 20\text{cm}$

L_2 : thấu kính phân kỳ tiêu cự $f_2 = -30\text{cm}$

Xác định vị trí của 1 vật sáng AB sao cho khi giữ vật cố định hoán vị L_1, L_2 cho nhau hệ luôn luôn cho 1 ảnh thật ở cùng 1 vị trí. Xác định độ phóng đại ảnh trong 2 trường hợp này.

BÀI GIẢI



Trường hợp 1

Trường hợp 2

Ta hãy xét trường hợp 1 :

L_1

L_2

$$AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2$$

đặt $d_1 = \overline{AO_1} = d$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $\overline{O_1O_2} = x = 40\text{cm}$

$d_2 = \overline{A_1O_2}$; $d'_2 = \overline{O_2A_2}$ (Chiều dương là chiều ánh sáng)

Ta có : $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20d}{d - 20}$

$\Rightarrow d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = \frac{40 - 20d}{d - 20} = \frac{20(d - 40)}{d - 20}$

$\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-30 \frac{20(d - 40)}{d - 20}}{\frac{20(d - 40)}{d - 20} + 30} = \frac{-600(d - 40)}{50d + 1400}$

$$= -\frac{12(d - 40)}{d - 28}$$

Theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng khi đổi chiều ánh sáng ta có

$$A_2B_2 \xrightarrow{L_2} A_1B_1 \xrightarrow{L_1} AB$$

đây cũng chính là trường hợp 2 : hoán vị 2 thấu kính L_1 và L_2 . do đó khi A_2B_2 ở vị trí AB thì AB sẽ ở vị trí A_2B_2 trong trường hợp 1 : nghĩa là $A_2O_2 = AO_1$

$$\text{Vậy } d_2' = +d$$

$$\Rightarrow \frac{-12(d - 40)}{d - 28} = d$$

$$\Rightarrow d^2 - 28d = -12d + 480$$

$$\Rightarrow d^2 - 16d - 480 = 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta = (8)^2 + 480 = 544 \quad 2 \text{ nghiệm } d = 8 + 23,3 = 31,3\text{cm}$$

$$d = 8 - 23,3 = -15,3 \text{ cm} < 0 \text{ (loại)}$$

Vậy vị trí vật cách L_1 31,3cm

độ phóng đại ảnh.

- Trường hợp 1 : Với : $d_1 = 31,3\text{cm}$

$$d_1' = \frac{20(31,3)}{31,3 - 20} = 55,4\text{cm}$$

$$d_2 = \frac{20(31,3 - 40)}{31,3 - 20} = \frac{20(-8,7)}{11,3} = -15,4\text{cm}$$

$$d_2' = -\frac{12(31,3 - 40)}{31,3 - 28} = -\frac{12(-8,7)}{3,3} = 31,3\text{cm}$$

do đó :

$$k = \frac{d_1'}{d_1} \cdot \frac{d_2'}{d_2}$$

$$k_1 = \frac{55,4}{31,3} \cdot \frac{31,3}{-15,4} = -3,6$$

- Trường hợp 2 : theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng ta có thể suy ra

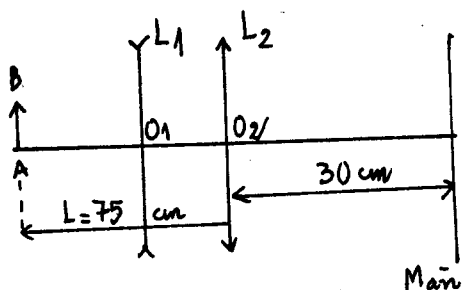
$$k_2 = \frac{1}{k_1} = -\frac{1}{3,6} = -0,27$$

11.18 Một vật sáng $AB = 9\text{cm}$ đặt vuông góc với trục chính của 1 thấu kính hội tụ L_2 tiêu cự $f_2 = 20\text{cm}$ và cách thấu kính này 1 khoảng $L = 75\text{cm}$ không đổi. Giữa vật AB và L_2 người ta đặt một thấu kính phân kỳ L_1 có tiêu cự $f_1 = -30\text{cm}$. Sau L_2 người ta đặt màn M vuông góc với trục chính.

1) Khi màn M cách L_2 một đoạn 30cm . Xác định vị trí của L_1 để ảnh cho bởi hệ rõ nét trên màn.

2) Giữ vật AB và L_2 cố định, di chuyển L_1 và màn M sao cho ảnh của hệ nhận được trên màn có độ cao 4cm . Xác định vị trí của màn và của thấu kính L_1

BÀI GIẢI



Ta có sơ đồ :

$L_1 \quad L_2$

$AB \rightarrow A_1B_1 \rightarrow A_2B_2$

chọn chiều dương là chiều ánh sáng

đặt $d_1 = \overline{AO_1} = d$;

$d'_1 = \overline{O_1A_1}$;

$$\overline{O_1O_2} = x = L - d = 75 - d; \quad d_2 = \overline{A_1O_2}; \quad d'_2 = \overline{O_2A_2}$$

Ta có :

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = -\frac{30d}{d + 30}$$

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = \frac{75 - d + 30d}{d + 30} = \frac{-d^2 + 75d + 2250}{d + 30}$$

$$d_2' = \frac{d_2 \cdot f_2}{d_2 - f_2} = \frac{20 \left[\frac{-d^2 + 75d + 2250}{d + 30} \right]}{\frac{-d^2 + 75d + 2250}{d + 30} - 20}$$

$$d_2' = \frac{20(-d^2 + 75d + 2250)}{-d^2 + 55d + 1650}$$

theo giả thiết màn đặt cách L_2 30cm, do đó $d_2' = 30$

$$\Rightarrow 30 = \frac{20(-d^2 + 75d + 2250)}{-d^2 + 55d + 1650}$$

$$\Rightarrow -3d^2 + 165d + 4950 = -2d^2 + 150d + 4500$$

$$0 = d^2 - 15d - 450$$

$$\Delta = 15^2 + 4.450 = 2025 = 45^2$$

vậy $d = \frac{15 + 45}{2} = 30\text{cm} \Rightarrow d = \frac{15 - 45}{2} = -15\text{cm} < 0$ (loại)

Vậy vật đặt cách L_1 30cm

2/ Từ kết quả câu trên ta có :

$$d_2' = \frac{20(-d^2 + 75d + 2250)}{-d^2 + 55d + 1650} \quad (1)$$

kết hợp với giả thiết $A_2B_2 = 4\text{cm}$, ta có.

$$\text{độ phóng đại : } |k| = \frac{A_2B_2}{AB} = \frac{4}{9} \Rightarrow k = \pm \frac{4}{9}$$

$$\text{với } k = \frac{d_1'}{d_1} \cdot \frac{d_2'}{d_2}$$

$$k = -\frac{30}{d + 30} \cdot \frac{20(-d^2 + 75d + 2250)}{-d^2 + 55d + 1650} \cdot \frac{d + 30}{-d^2 + 75d + 2250}$$

$$k = -\frac{600}{-d^2 + 55d + 1650}$$

- Trường hợp 1 : $k = \frac{4}{9}$ Ta có :
$$-\frac{600}{-d^2 + 55d + 1650} = \frac{4}{9}$$

$\Rightarrow -1350 = -d^2 + 55d + 1650$

$$0 = d^2 - 55d - 3000 = 0$$

$$\Delta = (55)^2 + 4.3000 = 15025$$

2 nghiệm : $d = \frac{55 + 122,6}{2} = 88,8\text{cm}$

$$d = \frac{55 - 122,6}{2} = -33,8\text{cm} < 0 \text{ (loại)}$$

Kết quả $d = 88,8\text{cm}$ không nhận được vì $0 < d < 75\text{cm}$

- Trường hợp 2 : $k = -\frac{4}{9}$ Ta có

$$-\frac{600}{-d^2 + 55d + 1650} = -\frac{4}{9}$$

$\Rightarrow 1350 = -d^2 + 55d + 1650$

$\Rightarrow d^2 - 55d - 300 = 0$

$$\Delta = (55)^2 + 4(300) = 4225 = 65^2$$

2 nghiệm : $d = \frac{55 + 65}{2} = 60\text{cm}$

$$d = \frac{55 - 65}{2} = -5\text{cm} < 0 \text{ (loại)}$$

Tóm lại $d = 60\text{cm}$ và $k = \frac{-4}{9}$

thay giá trị của $d = 60\text{cm}$ vào biểu thức d_2' ta có :

$$(1) \Rightarrow d_2' = \frac{20(60^2 + 75.60 + 2250)}{-60^2 + 55(60) + 1650} = \frac{140}{3} \approx 46,7\text{cm}$$

11.19 Cho 1 hệ đồng trục L_1, L_2 đặt cách nhau 1 khoảng $O_1O_2 = x$

L_1 : thấu kính hội tụ tiêu cự $f_1 = 30\text{cm}$

L_2 : thấu kính hội tụ tiêu cự $f_2 = 40\text{cm}$

Sau L_2 đặt 1 màn M và cách L_2 1 đoạn 20cm .

1) Để ảnh của hệ cho bởi 1 vật sáng AB vuông góc với trục chính cách L_1 1 đoạn d , rõ nét trên màn, hãy xác định hệ thức giữa x và d .

2) Khi $x = 20\text{cm}$. Xác định vị trí của vật và độ phóng đại ảnh.

BÀI GIẢI

Với sơ đồ
$$\begin{array}{c} L_1 \qquad \qquad L_2 \\ AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2 \end{array}$$

đặt $d_1 = \overline{AO_1} = d$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $\overline{O_1O_2} = x > 0$

$d_2 = \overline{A_1O_2}$; $d'_2 = \overline{O_2A_2}$

Ta có :
$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{30d}{d - 30}$$

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = x - \frac{30d}{d - 30} = \frac{d(x - 30) - 30x}{d - 30}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{40 \left[\frac{d(x - 30) - 30x}{d - 30} \right]}{\frac{d(x - 30) - 30x}{d - 30} - 40}$$

$$d'_2 = \frac{40[d(x - 30) - 30x]}{d(x - 70) - 30x + 1200}$$

Theo giả thiết $d'_2 = 20\text{cm}$; do đó :

$$20 = \frac{40[d(x - 30) - 30x]}{d(x - 70) - 30x + 1200}$$

$$\Rightarrow d(x - 70) - 30x + 1200 = 2d(x - 30) - 60x$$

$$0 = d(x + 10) - 30x - 1200$$

2) Khi $x = 20\text{cm}$ ta có :

$$0 = d(20 + 10) - 30(20) - 1200$$

$$\Rightarrow d = \frac{1800}{30} = 60\text{cm}$$

$$\text{Thay vào } d'_1 = \frac{30.60}{60 - 30} = \frac{1800}{30} = 60\text{cm}$$

$$d_2 = x - d'_1 = 20 - 60 = -40\text{cm}$$

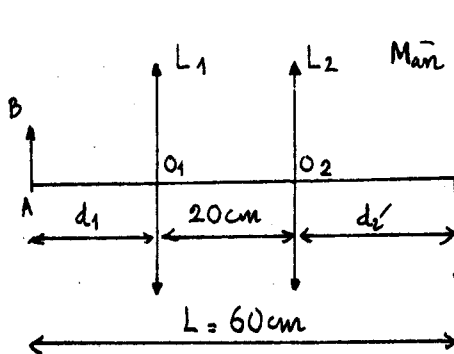
$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-40)(40)}{-40 - 40} = \frac{-1600}{-80} = 20\text{cm}$$

Độ phóng đại ảnh qua hệ :

$$k = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = \frac{60}{60} \cdot \frac{20}{-40} = -\frac{1}{2} = -0,5$$

11.20 Một vật sáng và một màn M được đặt cố định, khoảng cách từ vật đến màn là 60cm. Trong khoảng giữa vật và màn người ta đặt 2 thấu kính hội tụ L_1 và L_2 ở 2 vị trí sao cho khi hoán vị 2 thấu kính này ảnh của vật trên màn vẫn rõ nét, 2 vị trí này cách nhau 20cm. Khi vật AB đặt trước L_1 người ta thấy ảnh trên màn ngược chiều vật và có độ lớn bằng $3/4$ vật. Hãy xác định tiêu cự f_1 và f_2 của L_1 và L_2

BÀI GIẢI



Với sơ đồ tạo ảnh

$L_1 \quad L_2$
 $AB \rightarrow A_1B_1 \rightarrow A_2B_2$

A_2 đặt

$$d_1 = \overline{AO_1} = d$$

$$d'_1 = \overline{O_1A_1}$$

$$d_2 = \overline{A_1O_2};$$

$$d'_2 = \overline{O_2A_2}$$

$$\overline{O_1O_2} = x = 20\text{cm} > 0$$

Với nguyên lý thuận nghịch ánh sáng ta sẽ có : $L_2 \quad L_1$
 $A_2B_2 \rightarrow A_1B_1 \rightarrow AB$

đó chính là trường hợp hoán vị 2 thấu kính; khi A_2B_2 ở vị trí AB thì AB sẽ ở vị trí A_2B_2 . Điều này có nghĩa là $d'_2 = d$

Ta biết $\overline{AA_2} = L$: không đổi

do đó : $\overline{AO_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_2} = L$

$$d_1 + x + d'_2 = L \Rightarrow d + x + d = L$$

$$\text{Suy ra } d_1 = d = \frac{L - x}{2} = \frac{60 - 20}{2} = 20\text{cm}$$

$$d'_2 = 20\text{cm}$$

Ở trường hợp AB đặt trước L_1 theo giả thiết ta có $k = -\frac{3}{4}$ (Vật ảnh ngược chiều vật). Do đó :

$$\frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = -\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\text{thay } d'_2 = d_1 = 20\text{cm}; \Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20f_1}{20 - f_1}$$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = 20 - \frac{20f_1}{20 - f_1} = \frac{400 - 40f_1}{20 - f_1} = \frac{40(10 - f_1)}{20 - f_1}$$

$$\text{Từ (1), ta có : } \frac{f_1}{20 - f_1} \cdot \frac{20}{\frac{40(10 - f_1)}{20 - f_1}} = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{f_1}{2(10 - f_1)} = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 4f_1 = -60 + 6f_1$$

$$\Leftrightarrow f_1 = 30\text{cm}$$

thay giá trị của f_1 vào $d_2 = \frac{40(10 - 30)}{20 - 30} = \frac{40(-20)}{-10} = 80\text{cm}$

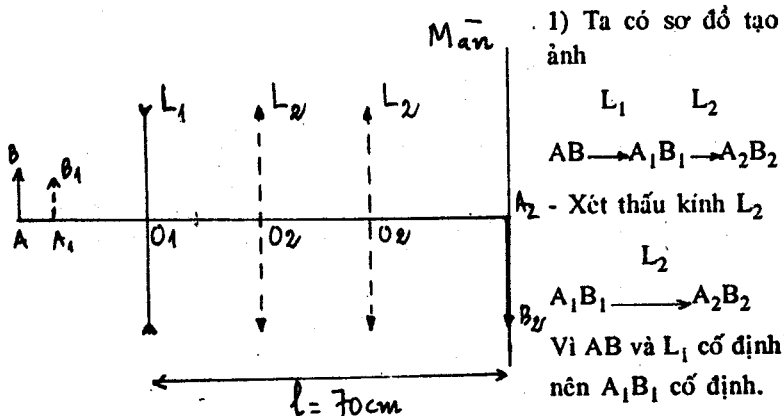
và suy ra $f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{80(20)}{80 + 20} = 16\text{cm}$.

11.21 Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của 1 thấu kính phân kỳ L_1 và cách quang tâm O_1 1 khoảng 60cm. Sau L_1 người ta đặt 1 màn vuông góc với trục chính của L_1 và cách L_1 70cm. Trong khoảng giữa L_1 và màn người ta đặt 1 thấu kính hội tụ L_2 có tiêu cự 20cm cùng trục chính với L_1 và tịnh tiến L_2 trong phạm vi này thì thấy rằng có 2 vị trí của L_2 cho ảnh rõ trên màn, 2 vị trí này cách nhau 30cm.

1) Tính tiêu cự của L_1

2) Độ phóng đại ảnh ứng với mỗi vị trí của L_2

BÀI GIẢI



Do đó : đặt : $\overline{A_1A_2} = L > 0$; $d_2 = \overline{A_1O_2}$; $d'_2 = \overline{O_2A_2}$

Ta có : $\overline{A_1A_2} = \overline{A_1O_2} + \overline{O_2A_2} = d_2 + d'_2 = L$ (1)

Mặt khác : $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d'_2} + \frac{1}{d_2}$ (2)

Giải hệ (1) và (2);

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{L - d_2} + \frac{1}{d_2} = \frac{L}{d_2(L - d_2)}$$

$$\Rightarrow 0 = d_2^2 - Ld_2 + f_2L$$

$$\Delta = L^2 - 4f_2L$$

Điều kiện để có 2 nghiệm ứng với 2 vị trí của L_2 là $L > 4f_2$

$$2 \text{ nghiệm } d_2 = \frac{L + \sqrt{L^2 - 4f_2^2L}}{2} \text{ và } d_2 = \frac{L - \sqrt{L^2 - 4f_2^2L}}{2}$$

Do đó khoảng cách giữa 2 vị trí của L_2 là

$$\Delta d = \frac{L + \sqrt{L^2 - 4f_2^2L}}{2} - \frac{L - \sqrt{L^2 - 4f_2^2L}}{2} = \sqrt{L^2 - 4f_2^2L}$$

$$\text{hay : } L^2 - 4f_2L - \Delta d^2 = 0$$

thay các giá trị $\Delta d = 30\text{cm}$; $f_2 = 20\text{cm}$; ta có

$$L^2 - 80L - 900 = 0$$

$$\Delta' = (40)^2 + 900 = 2500 = 50^2$$

$$\text{Vậy : } L = 40 + 50 = 90\text{cm}$$

$$L = 40 - 50 = -10\text{cm} < 0 \text{ (loại)}$$

Nghĩa là khoảng cách từ A_1B_1 đến màn bằng 90cm

$$\text{Suy ra : } \overline{O_1A_1} = \overline{O_1A_2} + \overline{A_2A_1} = -90 + 70 = -20\text{cm}$$

$$\cdot \text{Ta có : } d_1 = \overline{AO_1} = 70\text{cm}; d'_1 = \overline{O_1A_1} = -20\text{cm}$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{(-20)(70)}{70 - 20} = \frac{-1400}{50} = -28\text{cm}$$

2) Với $L = 90\text{cm}$; 2 vị trí của L_2 được xác định

$$d_2 = \frac{90 + \sqrt{90^2 - 4.20.90}}{2} = 60\text{cm}$$

$$\text{và } d_2 = \frac{90 - \sqrt{90^2 - 4.20.90}}{2} = 30\text{cm}$$

• Với $d_2 = 60\text{cm}$; ta có $d'_2 = 90 - 60 = 30\text{cm}$

$$\text{độ phóng đại ảnh } k = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = \frac{-20}{70} \cdot \frac{30}{60} = -0,14$$

• Với $d_2 = 30\text{cm}$; $d'_2 = 90 - 30 = 60\text{cm}$

$$\text{độ phóng đại ảnh } k = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = \left(-\frac{20}{70}\right) \left(\frac{60}{30}\right) = -0,57$$

11.22 Một thấu kính hội tụ L_1 có tiêu cự $f_1 = 15\text{cm}$ và 1 thấu kính phân kỳ tiêu cự $f_2 = -7\text{cm}$ đặt đồng trục. Phải đặt 2 thấu kính này như thế nào để khi chiếu 1 chùm tia song song bất kỳ vào thấu kính đặt phía trước sẽ cho 1 chùm tia ló song song từ thấu kính sau.

(ĐH Tài chính 88)

BÀI GIẢI

- Trường hợp L_1 đặt trước L_2 : chọn chiều dương là chiều ánh sáng.

$$\text{Từ hệ phương trình} \quad \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d_1} \quad (1)$$

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d'_2} + \frac{1}{d_2} \quad (3)$$

Ta thấy để chùm tia ló song song thì $d'_2 \rightarrow \infty$ khi chùm tia tới song song thì $d_1 \rightarrow \infty$. Từ (1) và (3) ta có :

$$d'_1 = f_1$$

$$d_2 = f_2$$

$$\text{thay vào (2) ta có } f_2 = \overline{O_1O_2} - f_1$$

$$\text{Vậy} \quad \overline{O_1O_2} = f_1 + f_2$$

$$\overline{O_1O_2} = 15 - 7 = 8\text{cm}$$

Vậy 2 thấu kính đặt cách nhau 8cm

- Trường hợp L_2 đặt trước L_1 ; tương tự ta cũng có kết quả

$$\overline{O_2O_1} = f_1 + f_2 = 8\text{cm}$$

Vậy : 2 thấu kính đặt cách nhau 8cm ($F'_1 = F_2$)

11.23 Thấu kính L_1 có tiêu cự $f_1 = 6\text{cm}$ đặt trước L_2 có tiêu cự $f_2 = -3\text{cm}$, một đoạn $L = 30\text{cm}$ cùng trục chính.

1) Xét riêng L_2 : xác định vị trí của vật để có ảnh thật.

2) Xét hệ L_1, L_2 : vật sáng hình mũi tên đặt trước L_1 1 đoạn x vuông góc với trục chính cho ảnh $A'B'$ qua hệ.

a) Khi $x = 15\text{cm}$, xác định vị trí, độ phóng đại của $A'B'$.

b) Tìm điều kiện của x để $A'B'$ là thật.

c) Xác định vị trí của AB để khi hoán vị 2 thấu kính ảnh $A'B'$ không đổi vị trí. Tính độ phóng đại.

(ĐH Tài chính 89)

BÀI GIẢI

1) Đối với L_2 : $AB \xrightarrow{L_2} A'B'$

$$\text{Ta có } d' = \frac{df_2}{d - f_2} = \frac{d(-3)}{d - (-3)} = \frac{-3d}{d + 3}$$

Bảng xét dấu d' theo d

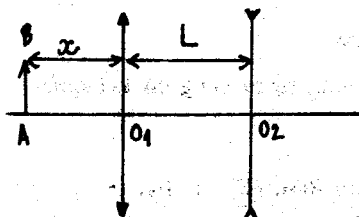
d	∞	-3	0	$+\infty$
d'		$\parallel$	$\emptyset$	
	-	+	-	

Kết quả cho thấy để có ảnh thật vật phải có vị trí $-3\text{cm} < d < 0\text{cm}$ nghĩa là vật ảo nằm trong tiêu cự.

2) Xét hệ L_1, L_2 :

Ta có sơ đồ sau:

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2 (A'B')$$



Chọn chiều dương là chiều ánh sáng.

$$d_1 = \overline{AO_1} ; \quad d'_1 = \overline{O_1A_1} ;$$

$$d_2 = \overline{A_1O_2} ; \quad d'_2 = \overline{O_2A_2}$$

$$\overline{O_1O_2} = L = 30\text{cm}$$

• đối với L_1 : $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{6x}{x - 6}$

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = L - d'_1 = 30 - \frac{6x}{x - 6} = \frac{24x - 180}{x - 6}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-3 \left[\frac{24x - 180}{x - 6} \right]}{\frac{24 - 180}{x - 6} + 3} = \frac{-3(24x - 180)}{27x - 198}$$

độ phóng đại ảnh $k = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2}$

$$k = \frac{6}{x - 6} \cdot \frac{-3(24x - 180)}{27x - 198} \cdot \frac{x - 6}{24x - 180} = \frac{-18}{27x - 198}$$

a) Khi $x = 15\text{cm}$; ta có

$$d'_2 = \frac{-3(24 \cdot 15 - 180)}{27 \cdot 15 - 198} = \frac{-540}{207} = -2,6\text{cm} < 0$$

$$k = \frac{-18}{27(15) - 198} = \frac{-18}{207} = -0,08$$

Ảnh ảo, cách L_2 2,6cm, độ phóng đại $k = -0,08$

b) Để $A'B'$ là ảnh thật ta phải có $d'_2 > 0$

Bảng xét dấu d'_2 theo x

x	0	7,33	7,5
d'_2	-		+
			0
			-

Kết quả cho thấy khi $7,33\text{cm} < x \leq 7,5\text{cm}$ thì hệ cho ảnh thật

c) Khi hoán vị 2 thấu kính : để ảnh A'B' không đổi vị trí theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng; ta phải có $d'_2 = x$

$$\begin{aligned} \text{do đó : } \quad & \frac{-3(24x - 180)}{27x - 198} = x \\ & -72x + 540 = 27x^2 - 198x \\ & 0 = 27x^2 - 126x - 540 \end{aligned}$$

$$\Delta' = (63)^2 + 27.540 = 18219 \approx 135$$

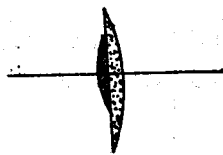
$$\text{Do đó : } \quad x = \frac{63 + 135}{27} = 7,33\text{cm}$$

$$x = \frac{63 - 135}{27} < 0 \text{ (loại)}$$

$$\text{Khi đó } \quad k = \frac{-18}{27(7,33) - 198} = 200 \sim 15,3$$

11.24 Có 2 thấu kính phẳng lồi mỏng cùng bằng thủy tinh, chiết suất $n = 1,5$, mặt lồi có cùng bán kính $R = 15\text{cm}$, nhưng một cái lớn gấp đôi cái kia. Người ta dán hai mặt phẳng của chúng với nhau bằng 1 lớp nhựa trong suốt, rất mỏng, có cùng chiết suất n , sao cho trục chính trùng nhau (hình vẽ).

1) Chứng minh rằng, khi đặt 1 vật sáng nhỏ trước thấu kính ghép đó và cách nó 1 khoảng d , ta sẽ thu được 2 ảnh phân biệt của vật. Tìm điều kiện mà d phải thỏa để 2 ảnh này cùng thật hoặc cùng ảo. Chứng minh rằng khi cả 2 ảnh đều thật và hoặc đều ảo, thì độ lớn của chúng không thể bằng nhau.



2) Xác định d sao cho hai ảnh của vật, cho bởi thấu kính ghép ấy có cùng độ lớn và tính độ phóng đại của chúng.

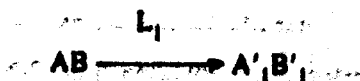
(Đề thi Đại học khối A 84)

BÀI GIẢI

Gọi L_1 là thấu kính lớn ; L_2 thấu kính nhỏ.

1) Chùm tia sáng xuất phát từ vật đến hệ kính ghép gồm 2 phần :

- Phần 1 : Đới đến phần mép ngoài của thấu kính lồi L_1 cho ảnh $A'B'_1$



- Phần 2 : Chùm tia qua hệ kính ghép sát (L_1, L_2) cho ảnh qua hệ là A_2B_2



Tiêu cự của L_1 : $\frac{1}{f_1} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

Với $R_2 = \infty$; $R_1 = R = 15\text{cm}$; $n = 1,5$ ta có :

$$f_1 = \frac{R}{n - 1} = \frac{15}{1,5 - 1} = 30\text{cm}.$$

Vì cùng bán kính nên tiêu cự của L_2 là $f_2 = f_1 = 30\text{cm}$.

Do đó tiêu cự của thấu kính tương đương của hệ (L_1, L_2) ghép sát là :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow f' = \frac{f_1}{2} = \frac{30}{2} = 15\text{cm}$$

Ta thấy với cùng một vật vì tiêu cự của L_1 và hệ (L_1, L_2) khác nhau do đó vật cho 2 ảnh phân biệt A_1B_1 (đối với L_1) và A_2B_2 (đối với hệ)

• đối với L_1 ta có ; $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{d(30)}{d - 30} = \frac{30d}{d - 30}$ (1)

• đối với hệ (L_1, L_2) ; ta có :

$$d'_2 = \frac{d_2 f'}{d_2 - f'} = \frac{d(15)}{d - 15} = \frac{15d}{d - 15}$$
 (2)

Bảng xét dấu d'_1, d'_2 theo d

d	0	15	30
d' ₁	0	-	+
d' ₂	0	+	+

Bảng xét dấu cho thấy: + để 2 ảnh cùng thật: $d > 30\text{cm}$

+ để 2 ảnh cùng ảo: $0 < d < 15\text{cm}$

độ phóng đại ảnh của A_1B_1 là $k_1 = -\frac{d'_1}{d} = -\frac{30}{d-30}$ (3)

độ phóng đại ảnh của A_2B_2 là $k_2 = -\frac{d'_2}{d} = -\frac{15}{d-15}$ (4)

Lập tỷ số: $\frac{k_1}{k_2} = \left(-\frac{30}{d-30}\right) \left(-\frac{d-15}{15}\right) = 2 \left(\frac{d-15}{d-30}\right)$

Khi 2 ảnh đều thật hoặc đều ảo thì chúng cùng chiều; do đó nếu 2 ảnh bằng nhau thì: $\frac{k_1}{k_2} = 1$

$\Rightarrow 2 \frac{d-15}{d-30} = 1$

$\Rightarrow 2d - 30 = d - 30$

$d = 0$ (vật đặt sát thấu kính)

Kết quả này không phù hợp với điều kiện cho 2 ảnh cùng thật ($d > 30\text{cm}$) và cùng ảo ($0 < d < 15\text{cm}$). Do đó độ lớn của 2 ảnh cùng thật hoặc cùng ảo không thể bằng nhau.

2) Để 2 ảnh có cùng độ lớn ta có $\left|\frac{k_1}{k_2}\right| = 1$ hay $\frac{k_1}{k_2} = \pm 1$

- Trường hợp 1: $\frac{k_1}{k_2} = 1 \Rightarrow d = 0$ (Kết quả trên) (loại)

- Trường hợp 2: $\frac{k_1}{k_2} = -1$

$$\Rightarrow 2 \left(\frac{d-15}{d-30} \right) = -1$$

$$\Rightarrow 2d - 30 = -d + 30$$

$$\Rightarrow 3d = 60$$

$$d = 20\text{cm}$$

độ phóng đại $k_1 = -\frac{30}{d-30} = -\frac{30}{20-30} = 3$

độ phóng đại $k_2 = -\frac{15}{20-15} = -3$

11.25 Cho 1 thấu kính mỏng L_1 , chiết suất 1,5 gồm một mặt lõm bán kính 20cm và một mặt lồi. Ta đặt vật AB vuông góc với trục chính và trước mặt lõm. Qua thấu kính L_1 vật AB cho 2 ảnh thật bằng nhau : A_1B_1 trước L_1 và A_2B_2 sau L_1 , rõ hơn A_1B_1 .

a) Giải thích hiện tượng.

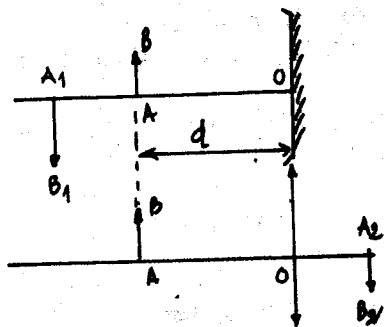
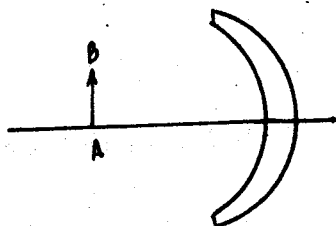
b) Tìm bán kính mặt lồi của thấu kính.

2) Thấu kính L_1 được ghép đồng trục với thấu kính mỏng phân kỳ L_2 có độ lớn tiêu cự là 7,5cm và cách nhau 52,5cm. Xác định vị trí của 1 điểm sáng S đặt trước L_1 để chùm tia ló ra khỏi hệ là chùm tia song song hợp với trục chính một góc 9° .

(Đại học Sư phạm 88)

BÀI GIẢI

1/ a. Giải thích hiện tượng



Chùm tia xuất phát từ vật AB tới thấu kính L_1 bị phản xạ ở mặt lõm của thấu kính một phần, phần còn lại khúc xạ qua thấu kính. Vì phần quang năng phản xạ rất yếu so với phần quang năng khúc xạ nên ảnh A_1B_1 của AB do phản xạ mờ hơn ảnh A_2B_2 do khúc xạ.

b. Tìm bán kính mặt lõm.

Gọi f_1 là tiêu cự của gương cầu lõm; ta có
 $|f_G| = \frac{R}{2} = \frac{20}{2} = 10\text{cm}$

- đối với gương lõm, ta có độ phóng đại ảnh

$$k_1 = -\frac{d'_1}{d} = -\frac{10}{d - 10} \quad (1)$$

- đối với thấu kính : ta có $k_2 = -\frac{d'_2}{d} = -\frac{f}{d - f} \quad (2)$

Theo giả thiết A_1B_1 và A_2B_2 đều là ảnh thật với cùng một vật AB. Điều này cho phép ta suy ra chúng cùng chiều; nói một cách khác $k_1 = k_2$

từ (1) và (2) ta có : $\frac{10}{d - 10} = \frac{f}{d - f}$

$$\Rightarrow 10d - 10f = df - 10f$$

$$f = 10\text{cm}$$

Áp dụng công thức $\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

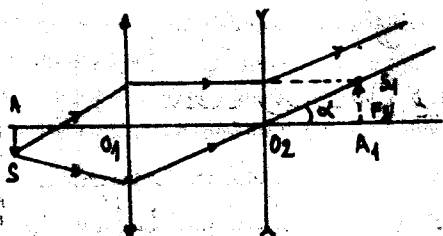
Với $R_1 = -20\text{cm}$ (bán kính mặt cầu lõm)

$$n = 1,5 \text{ ta có : } \frac{1}{R_2} = \frac{1}{(n - 1)f} - \frac{1}{R_1}$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{10(1,5 - 1)} - \frac{1}{-20} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{5}{20}$$

$$R_2 = 4\text{cm}$$

2) Xác định vị trí của S, ta có sơ đồ tạo ảnh qua hệ



$L_1 \quad L_2$
 $S \longrightarrow S_1 \longrightarrow S_2$

• đối với L_2 :

Để chùm tia ló là chùm tia song song thì S_1 phải ở trên

tiểu diện vật của L_2 ; vì chùm tia ló hợp với trục chính 1 góc 9° , nên S_1 không nằm trên trục chính. Gọi A_1 là chân đường vuông góc với trục chính hạ từ S_1 . Ta có :

$$S_1 A_1 = O_2 F_2 \cdot \tan 9^\circ = |f_2| \tan 9^\circ$$

- đối với L_1 ta có thể xem $A_1 S_1$ là ảnh của AS qua L_1

$$\text{với } d'_1 = \overline{O_1 A_1} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 A_1} = 52,5 + 7,5 = 60 \text{ cm}$$

$$\text{và } f_1 = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Suy ra } d_1 = \overline{AO_1} = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{60(10)}{60 - 10} = 12 \text{ cm}$$

do đó độ phóng đại ảnh qua L_1 :

$$k_1 = \frac{\overline{A_1 S_1}}{\overline{AS}} = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{60}{12} = -5$$

$$\text{Suy ra : } |AS| = \frac{|A_1 S_1|}{|k_1|} = \frac{f_2 \cdot \tan 9^\circ}{5} = \frac{7,5}{5} \cdot 0,158 = 0,237 \text{ cm}$$

Vậy điểm sáng S đặt cách trục chính 1 đoạn 0,237cm, cách L_1 12cm.

11.26. Một thấu kính phẳng lồi chiết suất $n = 1,5$, mặt lồi có bán kính $R = 3 \text{ cm}$.

1) Trước thấu kính và cách nó 1 khoảng 10cm ta đặt 1 vật phẳng $AB = 1/3 \text{ cm}$ trên và vuông góc với trục chính.

Xác định vị trí, bản chất và độ lớn ảnh $A_1 B_1$ của vật AB . Gọi thấu kính này là O_1 .

2) Đặt sau thấu kính O_1 một thấu kính phân kỳ O_2 sao cho 2 trục chính trùng nhau. Ta thu được một ảnh $A'B'$ cho bởi hệ, ảnh $A'B'$ bằng 1cm và cách A_1B_1 một khoảng bằng 4cm.

a) Xác định vị trí, tiêu cự của O_2 .

b) Vẽ ảnh qua hệ (O_1, O_2)

(ĐH Tổng hợp 92)

BÀI GIẢI

1) Tiêu cự của thấu kính : $\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

với $R_1 = 3\text{cm}$; $R_2 \rightarrow \infty$; $n = 1,5$ ta có :

$$f = \frac{R_1}{n - 1} = \frac{3}{1,5 - 1} = 6\text{cm}$$

Sơ đồ tạo ảnh AB $\begin{array}{c} O_1 \\ | \end{array}$ A_1B_1 chiều dương là chiều ánh sáng.

Đặt $d_1 = \overline{AO_1} = 10\text{cm}$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $f_1 = 6\text{cm}$

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{10 \cdot 6}{10 - 6} = 15\text{cm}$$

Độ phóng đại ảnh : $k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{15}{10} = -1,5$

độ lớn ảnh $|A_1B_1| = |k| |AB| = 1,5 \cdot \frac{1}{3} = 0,5\text{cm}$

Vậy ảnh A_1B_1 là ảnh thật, cách O_1 15cm; độ lớn 0,5cm

2) Sơ đồ tạo ảnh qua hệ $\begin{array}{c} O_1 \qquad \qquad O_2 \\ AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A'B' \end{array}$

theo giả thiết $\overline{A_1A'} = \pm 4\text{cm}$ (1)

và $|k| = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{0,5} = 2$ (2)

Nếu đặt $d_2 = \overline{A_1O_2}$; $d'_2 = \overline{O_2A'}$

thì (1) có thể viết lại :

$$\overline{A_1A'} = \overline{A_1O_2} + \overline{O_2A'} = d_2 + d'_2 = \pm 4\text{cm} \quad (3)$$

(2) có thể viết : $-\frac{d'_2}{d_2} = \pm 2 \quad (4)$

Có 4 trường hợp có thể xảy ra :

- Trường hợp 1 : $d_2 + d'_2 = 4 \quad d_2 = \frac{4}{3} = 1,33\text{cm}$

$$+\frac{d'_2}{d_2} = 2 \quad d'_2 = \frac{8}{3}\text{cm và}$$

$$f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} = 0,88\text{cm} > 0$$

Kết quả này không phù hợp với giả thiết O_2 là thấu kính phân kỳ ($f_2 < 0$)

- Trường hợp 2 :

$$d_2 + d'_2 = -4 \quad d_2 = -4\text{cm (vật ảo)}$$

$$\left. \begin{array}{l} d_2 + d'_2 = -4 \\ \frac{d'_2}{d_2} = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow d'_2 = 8\text{cm (ảnh thật)} \Rightarrow f_2 = -8\text{cm}$$

với $d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 \Rightarrow \overline{O_1O_2} = d_2 + d'_1 = -4 + 15 = 11\text{cm} > 0$

Vậy : O_2 đặt cách O_1 11cm, có tiêu cự $f_2 = -8\text{cm}$

- Trường hợp 3 :

$$d_2 + d'_2 = -4 \quad d_2 = -\frac{4}{3}\text{cm (vật ảo)}$$

$$\left. \begin{array}{l} d_2 + d'_2 = -4 \\ \frac{d'_2}{d_2} = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow d'_2 = -\frac{8}{3}\text{cm (ảnh thật)}$$

$$\Rightarrow f = -0,88\text{cm} < 0$$

Và $\overline{O_1O_2} = d_2 + d'_1 = -\frac{4}{3} + 15 = \frac{41}{3}\text{cm}$

Vậy : O_2 đặt cách O_1 $\frac{41}{3}\text{cm}$ có tiêu cự $f_2 = -0,88\text{cm}$

- Trường hợp 4 :

$$\left. \begin{aligned} d_2 + d'_2 &= -4 \\ \frac{d'_2}{d_2} &= -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} d_2 &= 4\text{cm} \\ d'_2 &= -8\text{cm} \end{aligned} \Rightarrow f_2 = 8\text{cm} > 0 \quad (\text{loại})$$

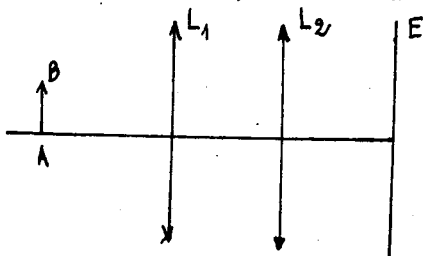
b) Vẽ ảnh của 2 trường hợp : Bạn đọc tự vẽ lấy

11.27 Một vật sáng AB hình mũi tên đặt vuông góc với trục chính của 1 thấu kính hội tụ L_2 có tiêu cự f_2 thì cho ảnh hiện lên một màn E đặt cách AB một đoạn $S = 7,2f_2$

a) Tính độ phóng đại ảnh của AB cho bởi L_2

b) Giữ vật AB và màn E cố định. Tịnh tiến L_2 dọc theo trục chính đến cách màn E 20cm. Người ta đặt thêm 1 thấu kính L_1 có tiêu cự f_1 đồng trục với L_2 vào trong khoảng giữa vật AB và L_2 và cách AB 16cm (hình vẽ), thì được một ảnh cùng chiều và cao bằng AB hiện lên trên màn E. Tính tiêu cự f_1 và f_2

c) Bây giờ giữ vật AB cố định, còn màn E thì tịnh tiến ra xa AB đến vị trí mới cách vị trí cũ của nó 23cm. Thấu kính L_1 vẫn ở trước L_2 . Hãy xác định khoảng cách giữa 2 thấu kính và vị trí mới của chúng để qua hệ thống, vật cho 1 ảnh hiện lên màn có cùng chiều và cao gấp 8 lần vật AB



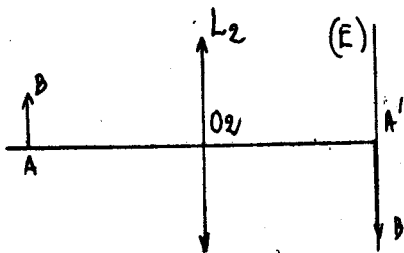
(ĐHBK 89)

BÀI GIẢI

a) Chiều dương là chiều ánh sáng

$$\text{đặt } d = \overline{AO_2}; d' = \overline{O_2A'}$$

$$\text{Ta có } \overline{AA'} = S = 7,2f_2$$



$$\text{hay } \overline{OA} + \overline{OA'} = 7,2f_2$$

$$\Rightarrow d + d' = 7,2f_2 \quad (1)$$

Kết hợp với phương trình

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d} \quad (2)$$

$$\text{từ (1)} \Rightarrow d' = 7,2f_2 - d$$

$$\text{thay vào (2)} \quad \frac{1}{f_2} = \frac{1}{7,2f_2 - d} + \frac{1}{d} = \frac{7,2f_2}{(7,2f_2 - d)d}$$

$$0 = d^2 - 7,2f_2 d + 7,2f_2^2$$

$$\Delta' = (3,6f_2)^2 - 7,2f_2^2 = 5,76f_2^2$$

$$\sqrt{\Delta'} = 2,4f_2$$

2 nghiệm :

$$d = 3,6f_2 + 2,4f_2 = 6f_2 > 0 \Rightarrow d' = 7,2f_2 - 6f_2 = 1,2f_2$$

$$d = 3,6f_2 - 2,4f_2 = 1,2f_2 > 0 \Rightarrow d' = 7,2f_2 - 1,2f_2 = 6f_2$$

$$\text{Khi vật ở vị trí } d = 6f_2 \text{ thì độ phóng đại ảnh } k = -\frac{1,2f_2}{6f_2} = -0,2$$

$$\text{Khi vật ở vị trí } d = 1,2f_2 \text{ thì độ phóng đại ảnh } k = -\frac{6f_2}{1,2f_2} = -5$$

b) Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

L_1 L_2

$AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2$

$$\text{đặt } d_1 = \overline{AO_1} ; d'_1 = \overline{O_1A_1} ; d_2 = \overline{A_1O_2} ; d'_2 = \overline{O_2A_2}$$

$$\overline{O_1O_2} = x = S - (16 + 20) = 7,2f_2 - 36$$

Ta có :
$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{16f_1}{16 - f_1} \quad (1)$$

$$d_2 = -d'_1 + O_1 O_2 = x - d'_1 = x - \frac{16f_1}{16 - f_1} = 7,2f_2 - 36 - \frac{16f_1}{16 - f_1}$$

$$d_2 = \frac{115,2f_2 - 576 - 7,2f_1 f_2 + 20f_1}{16 - f_1} \quad (2)$$

$$\text{Do đó } d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{f_2 \left[\frac{115,2f_2 - 576 - 7,2f_1 f_2 + 20f_1}{16 - f_1} \right]}{\frac{115,2f_2 - 576 - 7,2f_1 f_2 + 20f_1}{16 - f_1} - f_2}$$

$$d'_2 = \frac{f_2 [115,2f_2 - 576 - 7,2f_1 f_2 + 20f_1]}{99,2f_2 - 576 - 6,2f_1 f_2 + 20f_1} = 20 \quad (3)$$

Theo giả thiết vì ảnh qua hệ bằng và cùng chiều với vật do đó $k' = 1$

$$\text{độ phóng đại qua hệ } k = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = 1 \quad (4)$$

Thay $d_1 = 16\text{cm}$; $d'_2 = 20\text{cm}$ ta có :

$$\Rightarrow \frac{d'_1}{d_2} \cdot \frac{20}{16} = 1 \Rightarrow \frac{d'_1}{d_2} = \frac{4}{5}$$

thay biểu thức của d'_1 và d_2 vào ta có :

$$\frac{16f_1}{16 - f_1} \cdot \frac{16 - f_1}{115,2f_2 - 576 - 7,2f_1 f_2 + 20f_1} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow 20f_1 = 115,2f_2 - 576 - 7,2f_1 f_2 + 20f_1$$

$$0 = 115,2f_2 - 576 - 7,2f_1 f_2 \quad (5)$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{115,2f_2 - 576}{7,2f_2} \quad (6)$$

thay (5) và (6) vào (3) ta có : $20f_2 \cdot \frac{115,2f_2 - 576}{7,2f_2} =$

$$20 \left[99,2f_2 - 576 - 6,2f_2 \cdot \frac{115,2f_2 - 576}{7,2f_2} + 20 \cdot \frac{115,2f_2 - 576}{7,2f_2} \right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{115,2f_2 - 576}{7,2} =$$

$$\frac{(99,2f_2 - 576)7,2f_2 - 6,2f_2(115,2f_2 - 576) + 20(115,2f_2 - 576)}{7,2f_2}$$

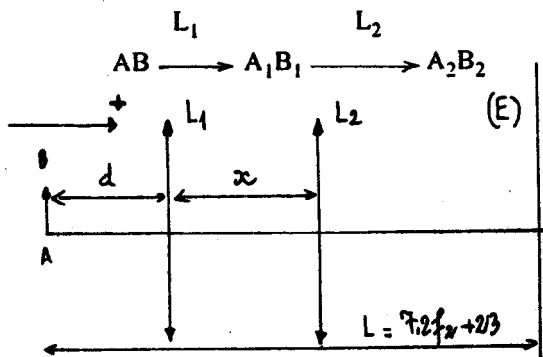
Khai triển và rút gọn ta được phương trình theo f_2

$$f_2^2 - 20f_2 + 100 = 0$$

Giải phương trình này ta có nghiệm kép : $f_2 = 10\text{cm}$

thay vào (6) ta có : $f_1 = \frac{115,2(10) - 576}{7,2(10)} = \frac{1152 - 576}{72} = 8\text{cm}$

c) Với sơ đồ :



đặt $d_1 = d = \overline{AO_1}$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $d_2 = \overline{A_1O_2}$; $d'_2 = \overline{O_2A_2}$
 $\overline{O_1O_2} = x$

Khoảng cách giữa vật AB và ảnh cuối cùng qua hệ

$$\overline{AA_2} = 7,2 f_2 + 23 = 7,2 \cdot 10 + 23 = 95\text{cm}$$

$$\text{Thay : } \overline{AA_2} = \overline{AO_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_2} = d_1 + x + d'_2 = 95 \quad (7)$$

$$\text{Ta có} \quad d'_1 = \frac{df_1}{d - f_1} = \frac{8d}{d - 8}$$

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = x - \frac{8d}{d - 8} = \frac{d(x - 8) - 8x}{d - 8}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{10 \left[\frac{d(x - 8) - 8x}{d - 8} \right]}{\frac{d(x - 8) - 8x}{d - 8} - 10} = \frac{10[d(x - 8) - 8x]}{d(x - 18) - 8x + 80} \quad (8)$$

$$\text{độ phóng đại ảnh} \quad k = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2}$$

$$k = \left(-\frac{8}{d - 8} \right) \cdot \frac{10[d(x - 8) - 8x]}{d(x - 18) - 8x + 80} \cdot \frac{d - 8}{d(x - 8) - 8x}$$

$$= \frac{80}{d(x - 18) - 8x + 80}$$

theo giả thiết ảnh vật cùng chiều và ảnh lớn gấp 8 lần vật, do đó : $k = 8$

$$\text{Suy ra :} \quad 8 = \frac{80}{d(x - 18) - 8x + 80}$$

$$\text{Suy ra :} \quad d(x - 18) - 8x + 80 = 10$$

$$\Rightarrow \quad d = \frac{-70 + 8x}{x - 18} \quad (9)$$

thay (9) và (8) ta có :

$$d'_2 = \frac{10 \left[(x - 8) \frac{(8x - 70)}{x - 18} - 8x \right]}{\frac{(8x - 70)}{x - 18} (x - 18) - 8x + 80} = \frac{10(10x + 560)}{10(x - 18)}$$

$$d'_2 = \frac{10(x + 56)}{x - 18} \quad (10)$$

thay (9), (10) vào (7)

$$\frac{-70 + 8x}{x - 18} + x + \frac{10(x + 56)}{x - 18} = 95$$

$$-70 + 8x + x(x - 18) + 10(x + 56) = 95(x - 18)$$

$$x^2 - 95x + 2200 = 0$$

$$\Delta = (95)^2 - 4(2200) = 225 = 15^2$$

2 nghiệm $x = \frac{95 + 15}{2} = 55\text{cm}$

$$x = \frac{95 - 15}{2} = 40\text{cm}$$

Khi $x = 55\text{cm}$ thì $d = \frac{-70 + 8 \cdot 55}{55 - 18} = 10\text{cm}$

Khi $x = 40\text{cm}$ thì $d = \frac{-70 + 8 \cdot 40}{40 - 18} = \frac{125}{11} \approx 11,4\text{cm}$

Đáp số : a) $k = -0,2$ và $k = -5$

b) $f_1 = 8\text{cm}$; $f_2 = 10\text{cm}$

c) $O_1O_2 = 55\text{cm}$ và vật đặt trước L_1 10cm

$O_1O_2 = 40\text{cm}$ và vật đặt trước L_2 $\frac{125}{11} \approx 11,4\text{cm}$

11.28 Một thấu kính có chiết suất $n_1 = 1,5$; 2 mặt cầu giới hạn có bán kính lần lượt là R_1 và R_2 ; mặt thứ nhất tiếp xúc với nước, mặt thứ hai tiếp xúc với không khí. Trên trục chính của thấu kính và trong nước, người ta đặt một điểm sáng A cách quang tâm O của thấu kính một đoạn d.

a) Xác định khoảng cách từ quang tâm O đến ảnh thật A' của A qua thấu kính.

2/ Tìm điều kiện của tỉ số $\frac{R_1}{R_2}$ để chùm tia tới thấu kính là chùm

song song thì chùm tia ló cùng song song với trục chính.

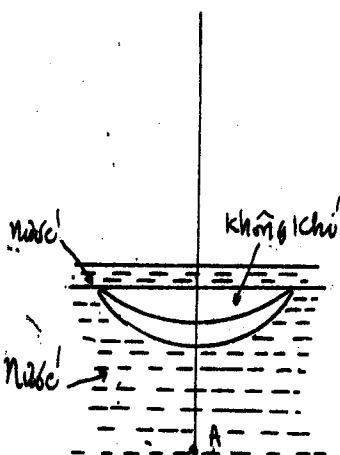
3/ Xác định tiêu cự của thấu kính trong không khí. Từ đó suy ra điều kiện để 1 chùm tia sáng tới song song với trục chính trong môi trường nước trở thành chùm tia hội tụ trong môi trường không khí.

BÀI GIẢI

Cho chiết suất nước là $\frac{4}{3}$

1) Vì thấu kính tiếp xúc với 2 môi trường khác nhau nên ta không thể sử dụng các công thức của thấu kính trực tiếp được.

Để có thể giải bài toán này ta tưởng tượng có 1 bản mặt song song bằng nước rất mỏng, đặt thẳng góc với trục chính của thấu kính nằm ngay sát trên lớp không khí (hình vẽ) để tạo nên một hệ thấu kính ghép sát đặt trong cùng một môi trường nước.



Việc tưởng tượng này không làm sai lệch kết quả vì ta đã biết đối với một bản mặt song song phương của tia ló không phụ thuộc vào chiết suất của bản mặt, mặt khác vì bản mặt rất mỏng nên độ dời ngang của tia sáng không đáng kể. Nói một cách khác đường đi của tia sáng qua hệ vẫn không thay đổi so với trường hợp đầu.

Hệ có thể xem là 2 thấu kính ghép sát đặt trong môi trường nước :

- Thấu kính 1 : có một mặt phẳng và 1 mặt cầu bán kính R_1 là 2 mặt giới hạn; chiết suất $n_1 = 1$; chiết suất tỷ đối với nước là :

$$n = \frac{n_1}{n_{\text{nước}}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

do đó có tiêu cự f_1 thỏa công thức

$$\frac{1}{f_1} = (n - 1) \frac{1}{R_1} \quad (R_1 : \text{bán kính mặt cầu lồi } R_1 > 0)$$

- Thấu kính 2 : là thấu kính có 2 mặt cầu R_1, R_2 là 2 mặt giới hạn, chiết suất $n_2 = \frac{3}{2}$ chiết suất tỷ đối với nước là

$$n' = \frac{n_2}{n_{\text{nước}}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{8}$$

do đó tiêu cự f_2 thỏa công thức

$$\frac{1}{f_2} = (n' - 1) \left(\frac{-1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Thấu kính tương đương có tiêu cự tính bằng $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = (n - 1) \frac{1}{R_1} + (n' - 1) \left(-\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{R_1} (n - 1 - n' + 1) + (n' - 1) \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{n - n'}{R_1} + \frac{n' - 1}{R_2}$$

Nếu gọi d là khoảng cách từ vật sáng A đến thấu kính, d' là khoảng cách O đến ảnh A' của A . Ta có $\frac{1}{f} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d}$

$$\Rightarrow \frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{n - n'}{R_1} + \frac{n' - 1}{R_2} \quad (1)$$

Đây chính là hệ thức xác định ảnh A' của A

2) Để chùm tia tới là chùm tia song song và chùm tia ló cũng là chùm tia song song thì trong hệ thức (1) ta phải có $d \rightarrow \infty$; $d' \rightarrow \infty$

do đó : $\frac{1}{d}$ và $\frac{1}{d'} \rightarrow 0$

Nghĩa là : $0 = \frac{n - n'}{R_1} + \frac{n' - 1}{R_2}$

$$\Rightarrow \frac{n' - 1}{R_2} = \frac{n' - n}{R_1}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{n' - n}{n' - 1}$$

thay các giá trị của $n = \frac{3}{4}$; $n' = \frac{9}{8}$ vào ta có :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{9}{8} - \frac{3}{4}}{\frac{9}{8} - 1} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{8}} = 3$$

Vậy $\frac{R_1}{R_2} = 3$

3) Tiêu điểm chính của thấu kính trong không khí được xem là ảnh của 1 chùm tia tới song song đặt trong nước; do đó trong hệ thức (1) khi $d \rightarrow \infty$; $d' = f$

Ta có : $\frac{1}{f} = \frac{n - n'}{R_1} + \frac{n' - 1}{R_2}$

hay $f = \frac{1}{\frac{n - n'}{R_1} + \frac{n' - 1}{R_2}}$

Để chùm tia tới song song với trục chính trong nước trở thành hội tụ trong môi trường không khí thì $f > 0$ (theo chiều dương là chiều ánh sáng)

do đó : $\frac{1}{\frac{n - n'}{R_1} + \frac{n' - 1}{R_2}} > 0$

$$\frac{1}{\frac{n-n'}{R_1} + \frac{n'-1}{R_2}} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{n-n'}{R_1} + \frac{n'-1}{R_2} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{n-n'}{R_1} > -\frac{n'-1}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} > -\frac{n'-1}{n-n'}$$

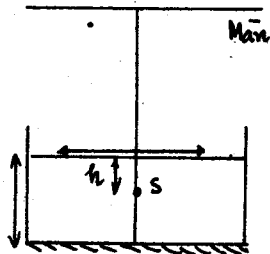
thay các giá trị của n và n' vào ta có :

$$\frac{R_2}{R_1} > \frac{1}{3}$$

Chủ đề 12

HỆ NHIỀU DỤNG CỤ QUANG HỌC

12.1 Một chậu nước có đáy là 1 bản kim loại bóng láng chứa 1 lớp nước có bề sâu $H = 30\text{cm}$, chiết suất $n = 4/3$. Trong nước có 1 điểm sáng S nằm cách mặt thoáng một khoảng h . Trên sát mặt thoáng, một thấu kính hội tụ có trục chính vuông góc với mặt thoáng và đi qua S , có tiêu cự $f = 10\text{cm}$. Trên 1 màn đặt vuông góc với trục chính của thấu kính người ta nhận thấy có 2 vị trí của màn nhận được ảnh rõ nét của S , 2 vị trí này cách nhau 15cm .

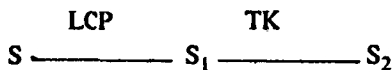


- 1) Xác định h và các vị trí của màn.
- 2) Để 2 ảnh trùng với nhau thì h bằng bao nhiêu.

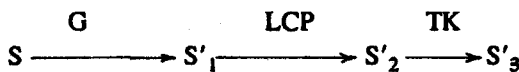
BÀI GIẢI

Hệ cho 2 ảnh vì :

• Một phần chùm tia xuất phát từ S qua hệ lưỡng chất phẳng (nước, không khí) và thấu kính cho 1 ảnh S_2 , theo sơ đồ sau :



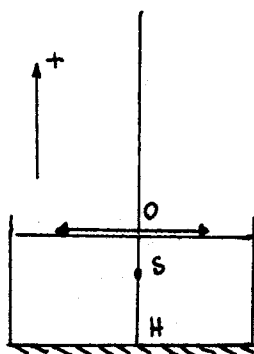
• Một phần chùm tia xuất phát từ S tới gương rồi phản xạ, chùm tia phản xạ qua hệ lưỡng chất phẳng - thấu kính cho ảnh S'_3 theo sơ đồ sau :



Xác định S_2 : chọn chiều dương như hình vẽ

đặt : $h = \overline{SO}$ Đối với lưỡng chất phẳng (nước, không khí)

$$\text{ta có : } \frac{\overline{S_1O}}{n_2} = \frac{\overline{SO}}{n_1}$$



$$\text{Suy ra } \overline{S_1O} = \frac{n_2}{n_1} \overline{SO} = \frac{1}{4}h = \frac{3}{4}h$$

$$\text{đối với thấu kính } d = \overline{S_1O} \quad d' = \overline{OS_2}$$

$$\text{Với } d' = \frac{df}{d-f} = \frac{\frac{3}{4}h \cdot 10}{\frac{3}{4}h - 10} = \frac{30h}{3h - 40}$$

$$\text{hay : } \overline{OS_2} = \frac{30h}{3h - 40} \quad (1)$$

Xác định S'_3

$$\text{đặt } d_1 = \overline{HS}; \quad d'_1 = \overline{HS'_1}$$

$$d_2 = \overline{S'_1O}; \quad d'_2 = \overline{S'_2O}$$

$$d_3 = \overline{S'_2O}; \quad d'_3 = \overline{OS'_3}$$

$$\bullet \text{ Đối với gương phẳng } d_1 = \overline{HS} = \overline{HO} + \overline{OS} = 30 - h$$

$$\text{do đó : } d'_1 = -d_1 = h - 30$$

$$\text{Suy ra : } \overline{S'_1O} = \overline{S'_1H} + \overline{HO} = 30 - d'_1 = 30 - h + 30 = 60 - h$$

$$\bullet \text{ Đối với lưỡng chất phẳng : } \frac{\overline{S'_1O}}{n_1} = \frac{\overline{S'_2O}}{n_2}$$

$$\Rightarrow \overline{S'_2O} = \frac{n_2}{n_1} \overline{S'_1O} = \frac{1}{4} (60 - h) = \frac{3}{4} (60 - h)$$

$$\text{hay } \overline{S'_2O} = 45 - \frac{3}{4}h$$

$$\bullet \text{ Đối với thấu kính : } d_3 = \overline{S'_2O} = 45 - \frac{3}{4}h$$

$$\text{do đó : } d'_3 = \overline{OS'_3} = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{10(45 - \frac{3}{4}h)}{45 - \frac{3}{4}h - 10} = \frac{10(45 - \frac{3}{4}h)}{35 - \frac{3}{4}h}$$

$$d'_3 = \frac{10(180 - 3h)}{140 - 3h}$$

$$\overline{OS'_3} = \frac{10(180 - 3h)}{140 - 3h} \quad (2)$$

Khoảng cách giữa 2 vị trí màn chính là khoảng cách giữa 2' ảnh $S_2S'_3$, do đó : $\overline{S_2S'_3} = \pm 15\text{cm}$

hay : $\overline{OS'_3} - \overline{OS_2} = \pm 15\text{cm}$

từ (1) và (2) ta có : $\frac{10(180 - 3h)}{140 - 3h} - \frac{30h}{3h - 40} = \pm 15$

- Trường hợp 1 : $\frac{10(180 - 3h)}{140 - 3h} - \frac{30h}{3h - 40} = 15$

$$\Rightarrow 10(180 - 3h)(3h - 40) - 30h(140 - 3h) = 15(140 - 3h)(3h - 40)$$

$$\Rightarrow 9h^2 - 380h + 800 = 0$$

$$\Delta' = 28900 = 170^2$$

2 nghiệm : $h = \frac{190 + 170}{9} = 40\text{cm}$ với $h = 40\text{cm} > H = 30\text{cm}$ (loại)

$$h = \frac{190 - 170}{9} = \frac{20}{9}\text{cm}$$

Với $h = \frac{20}{9}\text{cm} < H = 30\text{cm}$ (nhận)

thay $h = \frac{20}{9}\text{cm}$ vào (1) và (2) ta có :

$$d' = \overline{OS_2} = \frac{30(\frac{20}{9})}{3(\frac{20}{9}) - 40} = -2\text{cm} < 0$$

kết quả này không phù hợp với giả thiết $\overline{OS_2} > 0$ (ảnh thật)

- Trường hợp 2 : $\frac{10(180 - 3h)}{140 - 3h} - \frac{30h}{3h - 40} = -15$

$$\Rightarrow 9h^2 - 700h + 10400 = 0$$

$$\Delta' = (350)^2 - 9(10.400) = 28900 = 170^2$$

$$2 \text{ nghiệm : } h = \frac{350 + 170}{9} = \frac{520}{9} \approx 57,7\text{cm} > H = 30\text{cm (loại)}$$

$$h = \frac{350 - 170}{9} = 20\text{cm} (< H = 30\text{cm})$$

$$\text{Vậy } h = 20\text{cm}$$

Thay giá trị của h vào (1) và (2) ta có :

$$OS_2 = \frac{30(20)}{3(20) - 40} = 30\text{cm}$$

$$\overline{OS'_3} = \frac{10(180 - 320)}{140 - 3(20)} = \frac{10.120}{80} = 15\text{cm}$$

3) Để 2 ảnh trùng nhau, ta phải có $\overline{OS_2} = \overline{OS'_3}$

$$\text{do đó : } \frac{10(180 - 3h)}{140 - 3h} = \frac{30h}{3h - 40}$$

$$\Rightarrow (60 - h)(3h - 40) = h(140 - 3h)$$

$$\Rightarrow -3h^2 + 220h - 2400 = -3h^2 + 140h$$

$$\Rightarrow h = \frac{2400}{220 - 140} = \frac{2400}{80} = 30\text{cm} \text{ Nghĩa là điểm sáng S ở sát đáy.}$$

Đáp số : 1) $h = 20\text{cm}$

2) Màn cách mặt thoáng 30cm và 15cm.

3) $h = 30\text{cm}$

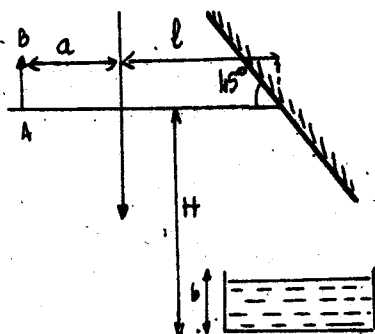
12.2 1) Một thấu kính hội tụ gồm 1 mặt lồi, một mặt lõm bán kính các mặt là 10cm và 30cm, chiết suất $n = 1,5$. Tính tiêu cự của thấu kính.

2) Một vật AB cao 2cm đặt vuông góc với trục chính tại A, cách thấu kính một đoạn $a = 36\text{cm}$. Xác định ảnh của AB qua thấu kính.

3) Một gương phẳng đặt nghiêng 45° so với trục chính của thấu kính, sau thấu kính một khoảng $l = 1\text{m}$ (hình vẽ) ở khoảng cách H

nào kể từ trục chính ta có thể nhận được ảnh rõ nét của vật AB ở đáy chậu nước ? Cho bề dày lớp nước là $b = 20\text{cm}$, chiết

$$\text{suất } n' = \frac{4}{3}.$$



BÀI GIẢI

1) Tiêu cự của thấu kính

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \text{ với : } n = 1,5; R_1 = 10\text{cm} ; R_2 = -30\text{cm}$$

ta có : $f = 30\text{cm}$

2)

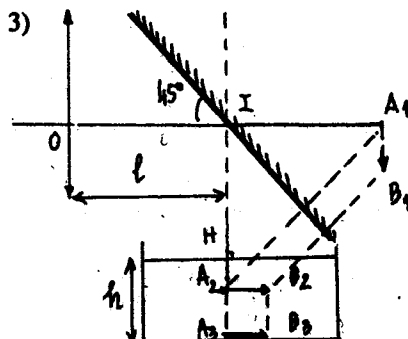
$$AB \xrightarrow{L} A_1B_1$$

với $d = AO = 36\text{cm} ; f = 30\text{cm}$

do đó : $d' = \frac{df}{d - f} = \frac{36(30)}{36 - 30} = \frac{36.30}{6} = 180\text{cm}.$

độ phóng đại ảnh $k = -\frac{d'}{d} = -\frac{180}{36} = -5$

độ lớn ảnh : $A_1B_1 = |k|AB = 5.2 = 10\text{cm}$



Gọi A_2B_2 là ảnh của A_1B_1 qua gương phẳng vì gương nghiêng 45° so với trục chính và do tính chất đối xứng giữa vật và ảnh ta có :

- A_2B_2 song song với trục chính và cách trục 1 đoạn

$$A_2I = A_1I = 80\text{cm}$$

$$\text{Vì } A_1I = OA_1 - OI = 180 - 100 = 80\text{cm}$$

- Đối với lưỡng chất phẳng (không khí, nước) ta có :

$$\frac{HA_2}{n_1} = \frac{HA_3}{n'} \Rightarrow HA_3 = n'HA_2 = \frac{4}{3}HA_2$$

Để ảnh cuối cùng qua hệ A_3B_3 nằm trên đáy chậu nước; ta có

$$HA_3 = b = 20\text{cm}$$

$$\text{do đó : } HA_2 = \frac{3}{4}b = \frac{3}{4}.20 = 15\text{cm}$$

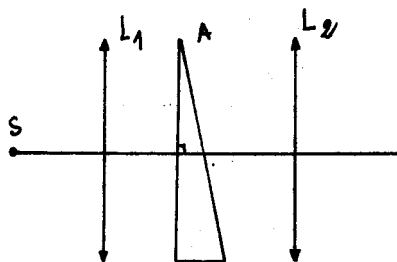
Như vậy khoảng cách từ trục chính đến đáy chậu là

$$H = (IA_2 - HA_2) + b = (80 - 15) + 20 = 85\text{cm}$$

12.3 Hai thấu kính hội tụ (L_1) và (L_2) đặt đồng trục, (L_2) có tiêu cự $f_2 = 10\text{cm}$. Một điểm sáng S đặt tại tiêu điểm vật chính của (L_1).

1) Xác định vị trí, tính chất ảnh S' của S qua hệ.

2) Giữa (L_1) và (L_2) đặt 1 lăng kính góc chiết quang $A = 9^\circ$ có mặt nhận ánh sáng tới vuông góc với trục chính. Khi đó ảnh S' dời chỗ đi 8mm . Tính chiết suất của lăng kính.



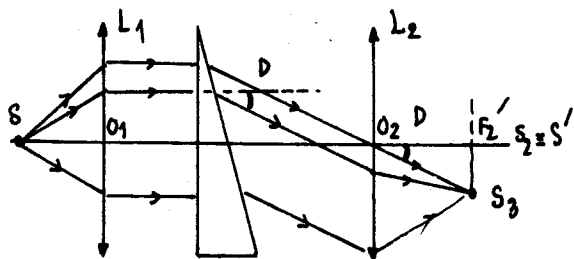
BÀI GIẢI

1/ Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

$$\begin{array}{c} L_1 \qquad \qquad L_2 \\ S \longrightarrow S_1 \longrightarrow S_2 = S' \end{array}$$

Vì S ở tiêu điểm vật chính của L_1 nên chùm tia ló ra khỏi L_1 là chùm song song, đó cũng là chùm tia tới L_2 do đó chùm tia ló sẽ hội tụ tại tiêu điểm ảnh chính của L_2 nghĩa là cách L_2 10cm .

Vậy : S' là ảnh thật, cách L_2 10cm .



2/ Vì chùm tia ló ra khỏi L_1 là chùm tia song song tới mặt bên lăng kính dưới góc tới nhỏ.

Do đó chùm tia ló ra khỏi lăng kính cũng là

chùm song song nhưng so với chùm tia tới đã lệch một góc D .

$$D = (n - 1) A \quad (\text{Vì } A, r, i \text{ là những góc nhỏ})$$

Nghĩa là hợp với trục chính 1 góc D , nên chùm tia tới L_2 song song với 1 trục phụ. Do đó chùm tia ló ra khỏi thấu kính L_2 hội tụ tại 1 điểm S_3 nằm trên tiêu diện ảnh chính của L_2 .

Ta có :

$$\operatorname{tg} D = \frac{S_2 S_3}{f_2}$$

Vì D là góc nhỏ, do đó $\operatorname{tg} D \approx D \approx (n-1)A$ ($A = 9^\circ = \frac{\pi}{20}$ rad)

do đó :

$$(n-1) A = \frac{S_2 S_3}{f_2}$$

Suy ra :

$$n = 1 + \frac{S_2 S_3}{f_2 A} = 1 + \frac{0,8}{10 \cdot \frac{\pi}{20}} = 1,51$$

12.4 Cho 1 hệ đồng trục gồm :

L_1 : 1 thấu kính hội tụ, tiêu cự $f_1 = 40\text{cm}$

L_2 : thấu kính phân kỳ, tiêu cự $f_2 = -20\text{cm}$ đặt cách nhau 21cm.

Trong khoảng giữa (L_1) và (L_2) người ta đặt 1 bản mặt song song chiết suất $n = 1,5$ vuông góc với trục chính để 1 chùm tia tới song song khi ló ra khỏi (L_2) cũng là 1 chùm song song. Tính bề dày bản mặt song song.

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau qua hệ



Với hệ phương trình sau :

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d_1} \quad (1)$$

$$\overline{S_1 S_2} = c \left(\frac{n-1}{n} \right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d'_2} + \frac{1}{d_2} \quad (3)$$

$$\text{Với } d_1 = \overline{S O_1}; d'_1 = \overline{O_1 S_1}; d_2 = \overline{S_2 O_2}; d'_2 = \overline{O_2 S_3};$$

theo giả thiết vì chùm tia tới song song do đó : $d_1 \rightarrow \infty$; suy ra :

$$\text{từ (1)} \Rightarrow d'_1 = \overline{O_1 S_1} = f_1 = 40\text{cm}$$

và chùm tia ló song song nên $d'_2 \rightarrow \infty$; suy ra

$$\text{từ (3)} \Rightarrow d_2 = \overline{S_2 O_2} = f_2 = -20\text{cm}$$

từ (2) ta có thể viết

$$\overline{S_1 S_2} = \overline{S_1 O_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 S_2} = c \left(\frac{n-1}{n} \right)$$

$$\Rightarrow -d'_1 + \overline{O_1 O_2} - d_2 = c \left(\frac{n-1}{n} \right)$$

$$\text{do đó : } c = \frac{(\overline{O_1 O_2} - d'_1 - d_2)n}{n-1} = \frac{1,5(21 - 40 + 20)}{1,5 - 1} = \frac{1,5 \cdot 1}{0,5}$$

$$c = 3\text{cm}$$

12.5 Cho 1 quang hệ như hình vẽ.

L_1 : 1 thấu kính phân kỳ tiêu cự 20cm

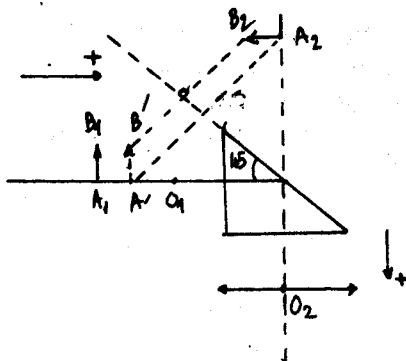
L_2 : 1 thấu kính hội tụ tiêu cự 20cm.

(P) : 1 lăng kính tam giác vuông cân (lăng kính phản xạ toàn phần) có cạnh góc vuông $a = 6\text{cm}$, chiết suất $n = 1,5$. Khoảng cách từ quang tâm O_1 đến trung điểm I của Mặt huyền $O_1 I = 30\text{cm}$, khoảng cách từ trung điểm I đến quang tâm O_2 là $O_2 I = 20\text{cm}$.

- đối với L_2 : A_2B_2 trở thành vật thật đối với L_2 có vị trí

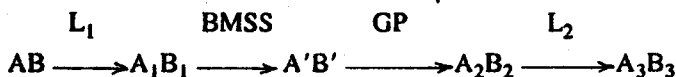
$$d_2 = \overline{A_2O_2} = \overline{A_2I} + \overline{IO_2} = 40 + 20 = 60\text{cm}$$

do đó ảnh cuối cùng A_3B_3 ở vị trí :



$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{60(20)}{60 - 20} = \frac{1200}{40} = 30\text{cm}$$

Để biết tính chất của ảnh A_2B_2 qua hệ ta có thể dựa vào sơ đồ chi tiết sau :



- đối với L_1 : AB vật thật cho A_1B_1 là ảnh ảo (thấu kính phân kỳ)

- đối với MBSS : A_1B_1 trở thành vật thật cho $A'B'$ là ảnh ảo (Tính chất của bản mặt song song)

- đối với gương phẳng : $A'B'$ trở thành vật thật cho ảnh ảo A_2B_2 qua gương

- đối với L_2 : A_2B_2 trở thành vật thật nằm ngoài tiêu cự nên cho ảnh thật A_3B_3

Vậy A_3B_3 là ảnh thật

Lưu ý : Học sinh có thể thay thế lăng kính bằng hệ thống

+ LCP không khí - Thủy tinh (EF) + gương phẳng FG

+ LCP thủy tinh - Không khí (EG).

12.6 Cho 1 hệ thấu kính đồng trục chính đặt cách nhau 35cm.

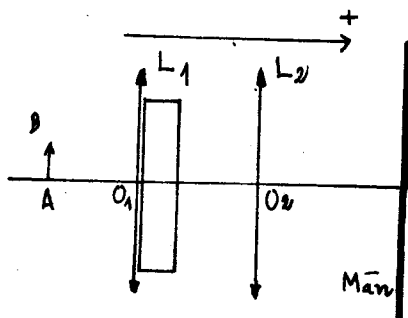
L_1 : là 1 thấu kính hội tụ, tiêu cự f

L_2 : là 1 thấu kính hội tụ, tiêu cự $f_2 = 6\text{cm}$. Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của hệ và cách L_1 20cm. Sau L_2 người ta đặt một màn E vuông góc với trục chính của hệ. Một bản mặt song song bề dày 15cm, chiết suất 1,5 khi đặt sau và sát với L_1 cũng như khi đặt sau và sát L_2 đều cho ảnh rõ nét trên màn.

1) Xác định tiêu cự của L_1

2) Xác định vị trí màn.

BÀI GIẢI



- Trường hợp bản mặt song song đặt sau L_1

Ta có sơ đồ tạo ảnh sau

L_1 BM L_2

$AB \rightarrow A_1B_1 \rightarrow A_2B_2 \rightarrow A_3B_3$

đặt $d_1 = \overline{AO_1}$;

$d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $d_2 = \overline{A_2O_2}$;

$d'_2 = \overline{O_2A_3}$; $\overline{O_1O_2} = 35\text{cm}$

Ta có hệ phương trình sau :

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} \quad (1)$$

$$\overline{A_1A_2} = c \left(\frac{n-1}{n} \right) \quad (2)$$

$$\overline{O_1O_2} = 35 \quad (3)$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} \quad (4)$$

Với giả thiết $d_1 = 20\text{cm}$; từ (1) suy ra : $d'_1 = \frac{20f_1}{20 - f_1}$

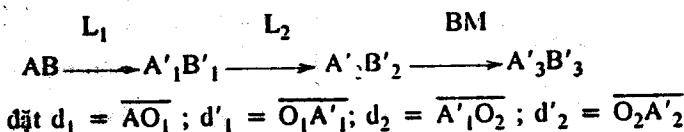
$$(2) \Rightarrow \overline{A_1 A_2} = 15 \left(\frac{1,5 - 1}{1,5} \right) = 5 \text{ cm}$$

$$d_2 = \overline{A_2 O_2} = \overline{A_2 A_1} + \overline{A_1 O_1} + \overline{O_1 O_2} = -5 - d'_1 + 35 = 30 - d'_1$$

$$= 30 - \frac{20f_1}{20 - f_1} = \frac{600 - 50f_1}{20 - f_1} = \frac{50(12 - f_1)}{20 - f_1}$$

$$\text{do đó : } \overline{O_2 A_3} = d'_2 = \frac{6 \frac{50(12 - f_1)}{20 - f_1}}{\frac{50(12 - f_1)}{20 - f_1} - 6} = \frac{300(12 - f_1)}{-44f_1 + 480} \quad (5)$$

- Trường hợp bản mặt song song đặt sau L_2 . Ta có sơ đồ sau



Ta có hệ phương trình sau

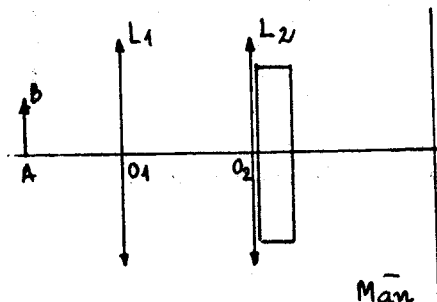
:

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} \quad (6)$$

$$d_2 = \overline{O_1 O_2} - d'_1 \quad (7)$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} \quad (8)$$

$$\overline{A'_2 A'_3} = c \left(\frac{n-1}{n} \right) \quad (9)$$



$$(6) \Rightarrow d'_1 = \frac{20f_1}{20 - f_1}$$

$$(7) \Rightarrow d_2 = 35 - \frac{20f_1}{20 - f_1} = \frac{700 - 55f_1}{20 - f_1}$$

$$(8) \Rightarrow d'_2 = \frac{6\left[\frac{700 - 55f_1}{20 - f_1}\right]}{\frac{700 - 55f_1}{20 - f_1} - 6} = \frac{6(700 - 55f_1)}{580 - 49f_1}$$

$$(9) \Rightarrow \overline{A'_2A'_3} = \overline{A'_2O_2} + \overline{O_2A'_3} \Rightarrow \overline{O_2A'_3} = \overline{A'_2A'_3} - \overline{A'_2O_2}$$

$$\overline{O_2A'_3} = c \left(\frac{n-1}{n} \right) + \overline{O_2A'_2} = 5 + d'_2 = 5 + \frac{6(700 - 55f_1)}{580 - 49f_1}$$

$$\overline{O_2A'_3} = \frac{7100 - 575f_1}{580 - 49f_1} \quad (10)$$

theo giả thiết ảnh trong 2 trường hợp đều nằm trên màn; do đó từ (5) và (10)

$$\text{ta có :} \quad \overline{O_2A_3} = \overline{O_2A'_3}$$

$$\Rightarrow \frac{300(12 - f_1)}{-44f_1 + 480} = \frac{7100 - 575f_1}{580 - 49f_1}$$

$$\Rightarrow 300(12 - f_1)(580 - 49f_1) = (7100 - 575f_1)(480 - 44f_1)$$

$$\Rightarrow 106f_1^2 - 2380f_1 + 13200 = 0$$

$$\Delta' = (1190)^2 - 106.13200 = 130^2$$

$$2 \text{ nghiệm :} \quad f_1 = \frac{1190 + 130}{106} = 12,45\text{cm}$$

$$f_1 = \frac{1190 - 130}{106} = 10\text{cm}$$

2) Ta thấy với $f_1 = 12,45\text{cm}$ thay vào (10) ta có :

$$\overline{O_2A'_3} = \frac{7100 - 575(12,45)}{580 - 49(12,45)} = \frac{-58,75}{-30,05} = 1,95\text{cm}$$

Kết quả này không chấp nhận được vì $d' = \overline{O_2A_3} = c = 15\text{cm}$

với $f_1 = 10\text{cm}$; ta có :

$$O_2A_3 = \frac{7100 - 575(10)}{580 - 49(10)} = \frac{7100 - 5750}{580 - 490} = \frac{1350}{90} = 15\text{cm}$$

Kết quả này chấp nhận được.

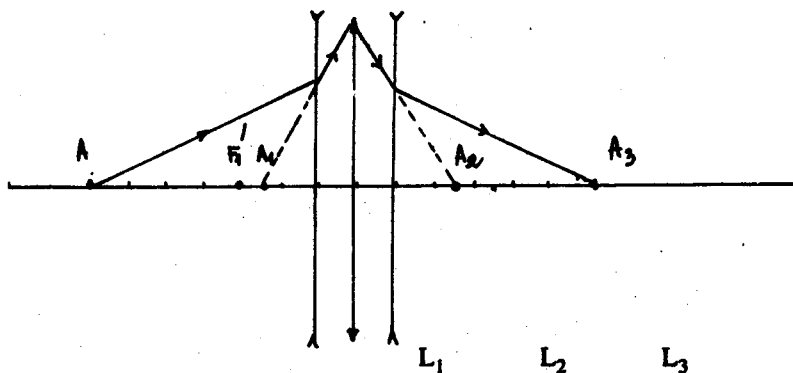
Đáp số : 1) $f_1 = 10\text{cm}$

2) Màn đặt cách L_2 15cm

12.7 Cho 1 hệ 3 thấu kính đồng trục L_1, L_2, L_3 lần lượt có tiêu cự $f_1 = -20\text{cm}, f_2 = 10\text{cm}, f_3 = -20\text{cm}$ khoảng cách giữa các quang tâm $O_1O_2 = O_2O_3 = 5\text{cm}$. Một điểm sáng A nằm trên trục chính trước L_1 và cách L_1 1 khoảng 60cm. Xác định vị trí, tính chất ảnh cuối cùng của A qua hệ. Vẽ đường đi của 1 tia sáng bất kỳ xuất phát từ A qua hệ.

(Đại học khối A 86)

BÀI GIẢI



Ta có sơ đồ tạo ảnh sau : $A \longrightarrow A_1 \longrightarrow A_2 \longrightarrow A_3$

Chiều dương được chọn là chiều ánh sáng

$$\text{đặt } d_1 = \overline{AO_1} ; d'_1 = \overline{O_1A_1} ; d_2 = \overline{A_1O_2} ; d'_2 = \overline{O_2A_2} ;$$

$$d_3 = \overline{A_2O_3} ; d'_3 = \overline{O_3A_3}$$

Với $d_1 = 60\text{cm}$

$$\Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{60(-20)}{60 - (-20)} = \frac{-1200}{80} = -15\text{cm}$$

do đó : $d_2 = \overline{O_1 O_2} - d'_1 = 5 + 15 = 20\text{cm}$

Suy ra $d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{20(10)}{20 - 10} = 20\text{cm}$

do đó $d_3 = \overline{O_2 O_3} - d'_2 = 5 - 20 = -15\text{cm}$

Vậy $d'_3 = \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = \frac{(-15)(-20)}{-15 - (-20)} = \frac{300}{5} = 60\text{cm}$

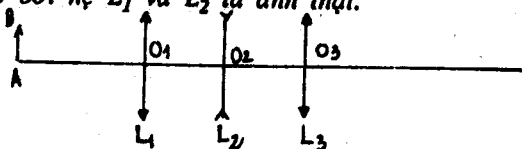
Vậy ảnh cuối cùng qua hệ là ảnh thật, cách O_3 60cm

12.8 Cho hệ 3 thấu kính L_1, L_2, L_3 cùng trục chính, được sắp xếp như hình vẽ. Vật sáng AB vuông góc với trục chính, ở trước L_1 và chỉ tịnh tiến dọc theo trục chính. Hai thấu kính L_1 và L_3 được giữ cố định ở 2 vị trí O_1 và O_3 cách nhau 70cm. Thấu kính L_2 chỉ tịnh tiến trong khoảng $O_1 O_3$ các khoảng $O_1 M = 45\text{cm}$. $O_1 N = 24\text{cm}$.

1) Đầu tiên vật AB nằm tại M, thấu kính L_2 đặt tại vị trí cách L_1 khoảng $O_1 O_2 = 36\text{cm}$, khi đó ảnh cuối của vật AB cho bởi hệ ở sau L_3 và cách một khoảng 255 cm. Trong trường hợp này nếu bỏ L_2 đi thì ảnh cuối cùng không có gì thay đổi và vẫn ở vị trí cũ. Nếu không bỏ L_2 mà dịch nó từ vị trí đã cho sang phải 10cm, thì ảnh cuối ru vô cực. Tính các tiêu cự, f_1, f_2, f_3 của các thấu kính.

2) Tìm các vị trí của L_2 trong khoảng $O_1 O_3$ mà khi đặt L_2 cố định ở các vị trí đó thì ảnh cuối cùng có độ lớn luôn luôn không đổi khi ta tịnh tiến AB trước L_1

3) Bỏ L_3 đi. Để L_2 sau L_1 cách L_1 9cm. Bây giờ giả sử tiêu cự của L_1 có thể được lựa chọn. Hỏi cần phải chọn tiêu cự của L_1 như thế nào để khi vật AB chỉ tịnh tiến trong khoảng MN thì ảnh cuối cho bởi hệ L_1 và L_2 là ảnh thật.

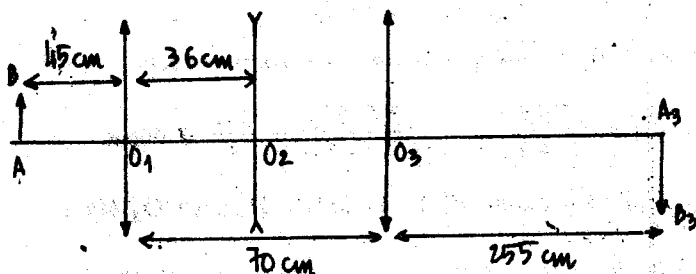


(Đề BK 91)

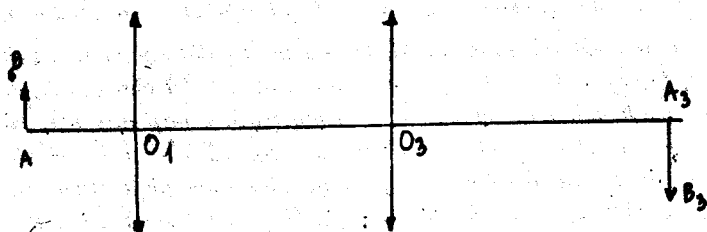
BÀI GIẢI

1) Theo giả thiết ta có các trường hợp sau :

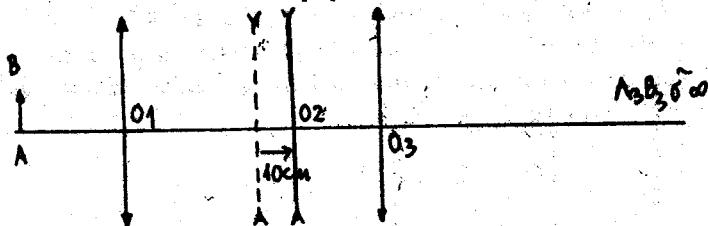
- Trường hợp 1 : $L_1 \quad L_2 \quad L_3$
 Với sơ đồ tạo ảnh : $AB \xrightarrow{\quad} A_1B_1 \xrightarrow{\quad} A_2B_2 \xrightarrow{\quad} A_3B_3$ (Sơ đồ 1)



- Trường hợp 2 : $L_1 \quad L_3$
 Với sơ đồ tạo ảnh sau : $AB \xrightarrow{\quad} A_1B_1 \xrightarrow{\quad} A_3B_3$ (Sơ đồ 2)



- Trường hợp 3 : $L_1 \quad L_2 \quad L_3$
 Với sơ đồ sau : $AB \xrightarrow{\quad} A_1B_1 \xrightarrow{\quad} A_2B_2 \xrightarrow{\quad} A_3B_3$



So sánh 2 sơ đồ (1) và (2) ta thấy để ảnh cuối không đổi và ở vị trí cũ thì A_2B_2 phải trùng với A_1B_1 . Điều này chỉ xảy ra đối với thấu kính khi A_1B_1 (vật) và A_2B_2 (Ảnh) đối với L_2 ở sát L_2 . Do đó A_1B_1 phải ở vị trí cách O_1 36cm.

Đối với L_1 ta có : $d = 45\text{cm}$; $d' = 36\text{cm}$ Do đó tiêu cự của L_1 là

$$f_1 = \frac{d \cdot d'}{d + d'} = \frac{45 \cdot 36}{45 + 36} = 20\text{cm}$$

Ở sơ đồ 2 vì A_1B_1 cách O_1 một đoạn 36cm nghĩa là cách O_3 1 đoạn

$$70 - 36 = 34\text{cm}.$$

Vì ảnh vẫn không đổi nghĩa là vẫn cách O_3 1 đoạn 255cm.

Đối với L_3 A_1B_1 là vật $d = 34\text{cm}$

A_3B_3 là ảnh $d' = 255\text{cm}$

Do đó tiêu cự của L_3 là :

$$f_3 = \frac{d \cdot d'}{d + d'} = \frac{34 \cdot 255}{34 + 255} = 30\text{cm}$$

Ở sơ đồ 3 : Xét giai đoạn sau của sơ đồ

$$\begin{array}{ccc} L_2 & & L_3 \\ A_1B_1 \rightarrow & A_2B_2 \rightarrow & A_3B_3 (\infty) \end{array}$$

Với hệ phương trình $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d'_2} + \frac{1}{d_2}$ (1)

$$d_3 = \overline{O_2O_3} - d'_2 ; \text{ với } \overline{O_2O_3} = 24\text{cm} \quad (2)$$

$$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{d'_3} + \frac{1}{d_3} \quad (3)$$

$$\text{Vì ảnh cuối ở } \infty \text{ nên } d'_3 \rightarrow \infty; \text{ do đó : } d_3 = f_3 = 30\text{cm} \quad (4)$$

mặt khác

$$d_2 = \overline{A_1O_2} = \overline{A_1O_1} + \overline{O_1O_2} = \overline{O_1O_2} - d'_1 = 46 - 36 = 10\text{cm} \quad (5)$$

$$\text{do đó : } d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{10(f_2)}{10 - f_2} \quad (6)$$

thay (4) và (6) vào (2) ta có :

$$30 = 24 - \frac{10f_2}{10 - f_2}$$

Suy ra : $\frac{10f_2}{10 - f_2} = -6$

$\Rightarrow f_2 = -15\text{cm}$

$$L_1 \quad L_2 \quad L_3$$

2) Ta có sơ đồ sau : $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2 \xrightarrow{L_3} A_3B_3$

đặt $d_1 = \overline{AO_1} = d$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$ (Chiều dương là chiều ánh sáng)

$\overline{O_1O_2} = x > 0$ với $0 < x < 70\text{cm}$

$d_2 = \overline{A_1O_2}$; $d'_2 = \overline{O_2A_2}$

$\overline{O_2O_3} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1O_3} = 70 - x$

$d_3 = \overline{A_2O_3}$; $d'_3 = \overline{O_3A_3}$

ta có : $d'_1 = \frac{df_1}{d - f_1} = \frac{20d}{d - 20}$

$\Rightarrow d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = x - \frac{20d}{d - 20} = \frac{d(x - 20) - 20x}{d - 20}$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{\frac{-15[(x - 20) - 20x]}{d - 20}}{\frac{d(x - 20) - 20x}{d - 20} + 15} = \frac{-15[(x - 20) - 20x]}{d(x - 5) - 20(x + 15)}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow d_3 &= \overline{O_2O_3} - d'_2 = (70 - x) + \frac{15[d(x - 20) - 20x]}{d(x - 5) - 20(x + 15)} \\ &= \frac{d[(70 - x)(x - 5) + 15(x - 20)] - 20(x + 15)(70 - x) - 300x}{d(x - 5) - 20(x + 15)} \end{aligned}$$

$$d_3 = \frac{d(-x^2 + 90x - 650) - 20(-x^2 + 70x + 1050)}{d(x - 5) - 20(x + 15)}$$

$$\Rightarrow d'_3 = \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3}$$

$$d'_3 = \frac{30 \left[\frac{d(-x^2 + 90x - 650) - 20(-x^2 + 70x + 1050)}{d(x - 5) - 20(x + 15)} \right]}{\frac{d(-x^2 + 90x - 650) - 20(-x^2 + 70x + 1050)}{d(x - 5) - 20(x + 15)} - 30}$$

$$d'_3 = \frac{30[d(-x^2 + 90x - 650) - 20(-x^2 + 70x + 1050)]}{d(-x^2 + 60x - 500) - 20(-x^2 + 40x + 600)}$$

Độ phóng đại ảnh :

$$k = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) \left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) \left(-\frac{d'_3}{d_3}\right) = -\frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} \cdot \frac{d'_3}{d_3}$$

thay các giá trị của $d_1, d'_1, d_2, d'_2, d_3, d'_3$ vào ta có :

$$k = \frac{9000}{d(-x^2 + 60x - 500) - 20(-x^2 + 40x + 600)}$$

Để độ lớn của ảnh không đổi khi tịnh tiến AB trước L_1 (d thay đổi) thì số hạng thừa số của d phải bằng 0. Nghĩa là :

$$-x^2 + 60x - 500 = 0$$

$$\Delta' = 400 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 20$$

do đó : $x = 30 + 20 = 50\text{cm}$ (nhận vì $0 \leq x \leq 70\text{cm}$)

$$x = 30 - 20 = 10\text{cm}$$

Vậy có 2 vị trí của L_2 trong khoảng O_2O_3 mà hệ cho ảnh có độ cao không đổi với mọi vị trí của vật trước L_1

3) Với $d_1 = d = \overline{AO_1}$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$

$$d_2 = \overline{A_1O_2} ; d'_2 = \overline{O_2A_2}$$

$$\overline{O_1O_2} = 9\text{cm}$$

Với $d'_1 = \frac{df_1}{d - f_1}$; $d_2 = \overline{O_2O_2} - d'_1 = 9 - \frac{df_1}{d - f_1} = \frac{d(9 - f_1) - 9f_1}{d - f_1}$

Do đó :

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-15 \frac{d(9 - f_1) - 9f_1}{d - f_1}}{\frac{d(9 - f_1) - 9f_1}{d - f_1} + 15} = \frac{15d(f_1 - 9) + 135f_1}{d(24 - f_1) - 24f_1} \quad (7)$$

Lấy đạo hàm của d'_2 theo d :

Ta có : $[d'_2]'_d = \frac{-225f_1^2}{[d(24 - f_1) - 24f_1]^2} < 0$

Vì : d'_2 nghịch biến với d . Nên để $d'_2 > 0$ với mọi giá trị của $d \in [24, 45 \text{ cm}]$

Ta phải có :
$$\begin{cases} d'_2(d=45\text{cm}) > 0 & (8) \\ 24 \geq \frac{24f_1}{24 - f_1} & (\text{Tiệm cận đúng}) \quad (9) \end{cases}$$

Thay giá trị $d = 45\text{cm}$ vào biểu thức của d'_2 ở (7) ta có hệ bất phương trình :

$$\begin{cases} \frac{15 \times 45(f_1 - 9) + 135f_1}{45(24 - f_1) - 24f_1} > 0 & (10) \\ 24 \geq \frac{24f_1}{24 - f_1} & (11) \end{cases}$$

Hệ bất phương trình trên cho ta nghiệm :

f	7,5	12	15,6	24	cm
(10)	—	+	+	—	—
(11)	—	—	+	+	—
Kết quả					

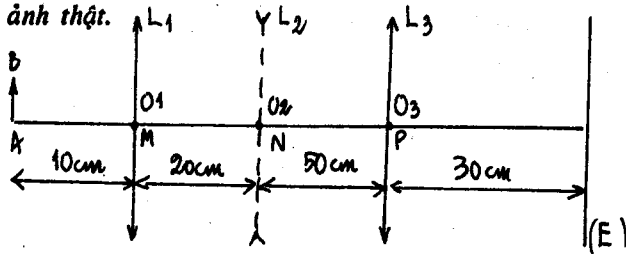
Vậy tiêu cự của L_1 có thể được chọn trong khoảng :

$$7,5\text{cm} < f_1 \leq 12\text{cm}$$

12.9 Trên trục chính của 1 hệ thấu kính đồng trục gồm L_1 là 1 thấu kính hội tụ tiêu cự f_1 , L_2 thấu kính phân kỳ tiêu cự f_2 , L_3 là 1 thấu kính hội tụ tiêu cự f_3 , người ta đặt 1 vật sáng AB và một màn E vuông góc với trục, khoảng cách từ vật đến màn là 110cm. Trong khoảng giữa vật và màn có 3 điểm M, N, P có khoảng cách $AM = 10\text{cm}$, $MN = 20\text{cm}$, $NP = 50\text{cm}$. Thấu kính L_3 được đặt cố định ở P, khi đặt L_1 ở M hệ (L_1, L_3) cho ảnh rõ nét trên màn, khi đặt L_2 ở N hệ (L_2, L_3) cũng cho ảnh rõ nét trên màn nhưng ngược chiều và chỉ bằng $\frac{1}{3}$ hình trước.

1) Tính tiêu cự của 3 thấu kính L_1, L_2, L_3

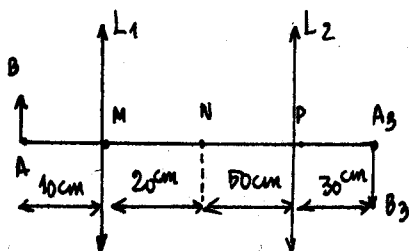
2) Giữ vật, L_1 và L_3 cố định. Xác định vị trí của L_2 khi ta tịnh tiến thấu kính này trong khoảng MP để ảnh cùng qua hệ (L_1, L_2, L_3) là ảnh thật.



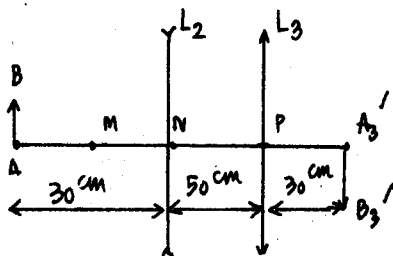
3) Vật AB, L_1, L_3 : cố định, xác định các vị trí của L_2 trong khoảng O_1O_3 để ảnh cuối cùng qua hệ có độ cao không phụ thuộc vào vị trí của vật.

BÀI GIẢI

Trường hợp 1



Trường hợp 2



Sơ đồ 1 : $\overset{L_1}{AB} \xrightarrow{\quad} \overset{L_3}{A_1B_1} \xrightarrow{\quad} A_3B_3$; Sơ đồ 2 : $\overset{L_2}{AB} \xrightarrow{\quad} \overset{L_3}{A_2B_2} \xrightarrow{\quad} A'_3B'_3$
 $\qquad\qquad\qquad M \qquad\qquad P \qquad\qquad\qquad N \qquad\qquad P$

• Ở sơ đồ 1 ta có : $d_1 = \overline{AM} = 10\text{cm}$; $d'_1 = \overline{MA_1}$
 $d_3 = \overline{A_1P}$; $d'_3 = \overline{PA_3} = 30\text{cm}$

Các công thức thấu kính cho ta :

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{10f_1}{10 - f_1}$$

Và
$$d_3 = \frac{d'_3 f_3}{d'_3 - f_3} = \frac{30f_3}{30 - f_3}$$

Mặt khác : $\overline{MP} = \overline{MA_1} + \overline{A_1P} = d'_1 + d_3 = 20 + 50 = 70\text{cm}$

do đó :
$$\frac{10f_1}{10 - f_1} + \frac{30f_3}{30 - f_3} = 70$$

hay :
$$\frac{f_1}{10 - f_1} + \frac{3f_3}{30 - f_3} = 7 \quad (1)$$

• Ở sơ đồ 2 ta có : $d_2 = \overline{AN} = 10 + 20 = 30\text{cm}$; $d'_2 = \overline{NA_2}$
 $d_3 = \overline{A_2P}$; $d'_3 = \overline{PA'_3} = 30\text{cm}$

Các công thức thấu kính cho ta :

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{30f_2}{30 - f_2}$$

$$d_3 = \frac{d'_3 f_3}{d'_3 - f_3} = \frac{30f_3}{30 - f_3}$$

Mặt khác $\overline{NP} = \overline{NA_2} + \overline{A_2P} = 50\text{cm}$

$\Rightarrow d'_2 + d_3 = 50\text{cm}$

do đó :
$$\frac{30f_2}{30 - f_2} + \frac{30f_3}{30 - f_3} = 50\text{cm}$$

$$\text{hay} \quad \frac{3f_2}{30 - f_2} + \frac{3f_3}{30 - f_3} = 5 \quad (2)$$

$$\text{theo giả thiết} \quad \overline{A'_3B'_3} = -\frac{1}{3}\overline{A_3B_3} \Rightarrow \frac{\overline{A'_3B'_3}}{\overline{AB}} = -\frac{1}{3} \frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{AB}}$$

$$\text{hay :} \quad k_2 = -\frac{1}{3}k_1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{k_1}{k_2} = -3$$

Với k_1 : độ phóng đại ảnh trong trường hợp 1

$$k_2 : \quad " \quad " \quad " \quad 2$$

$$\text{Từ} \quad k_1 = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_3}{d_3} = \frac{f_1}{10 - f_1} \cdot \frac{30(30 - f_3)}{30f_3} = \frac{f_1(30 - f_3)}{f_3(10 - f_1)}$$

$$k_2 = \frac{d'_2}{d_2} \cdot \frac{d'_3}{d_3} = \frac{f_2}{30 - f_2} \cdot \frac{30(30 - f_3)}{30f_3} = \frac{f_2(30 - f_3)}{f_3(30 - f_2)}$$

Lập tỷ số :

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{f_1(30 - f_3)}{f_3(10 - f_1)} \cdot \frac{f_3(30 - f_2)}{f_2(30 - f_3)} = \frac{f_1}{10 - f_1} \cdot \frac{30 - f_2}{f_2} = -3$$

$$\Rightarrow \quad \frac{f_1}{10 - f_1} = -3 \frac{f_2}{30 - f_2} \quad (3)$$

Tóm lại ta có hệ phương trình :

$$\frac{f_1}{10 - f_1} + \frac{3f_3}{30 - f_3} = 7 \quad (1)$$

$$\frac{3f_2}{30 - f_2} + \frac{3f_3}{30 - f_3} = 5 \quad (2)$$

$$\frac{f_1}{10 - f_1} = -\frac{3f_2}{30 - f_2} \quad (3)$$

$$\text{lấy (1) - (2) ta có :} \quad \frac{f_1}{10 - f_1} - \frac{3f_2}{30 - f_2} = 2$$

$$\text{Kết hợp với (3) :} \quad \frac{f_1}{10 - f_1} = -\frac{3f_2}{30 - f_2}$$

ta có : $2 \frac{f_1}{10 - f_1} = 2$

$\Rightarrow \frac{f_1}{10 - f_1} = 1$

$f_1 = 10 - f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{10}{2} = 5\text{cm}$

Thay kết quả này vào (3) ta có :

$$\frac{5}{10 - 5} = -\frac{3f_2}{30 - f_2}$$

$\Rightarrow f_2 = -15\text{cm}$

(1) $\Leftrightarrow \frac{5}{10 - 5} + \frac{3f_3}{30 - f_3} = 7$

$\Rightarrow \frac{3f_3}{30 - f_3} = 6$

$\Rightarrow 3f_3 = 180 - 6f_3$

$\Rightarrow f_3 = 20\text{cm}$

Vậy $f_1 = 5\text{cm}$; $f_2 = -15\text{cm}$; $f_3 = 20\text{cm}$

2) Ta có sơ đồ tạo ảnh sau : $L_1 \quad L_2 \quad L_3$
 $AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2 \longrightarrow A_3B_3$

đặt $d_1 = \overline{AO_1} = d$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $\overline{O_1O_2} = x > 0$; $d_2 = \overline{A_1O_2}$;

$d'_2 = \overline{O_2A_2}$; $\overline{O_2O_3} = 70 - x$; $d_3 = \overline{A_2O_3}$; $d'_3 = \overline{O_3A_3}$

ta có : $d'_1 = \frac{5d}{d - 5}$

$\Rightarrow d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = x - \frac{5d}{d - 5} = \frac{d(x - 5) - 5x}{d - 5}$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-15 \frac{d(x - 5) - 5x}{d - 5}}{\frac{d(x - 5) - 5x}{d - 5} + 15} = \frac{-15[d(x - 5) - 5x]}{d(x + 10) - 5(x + 15)}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow d_3 &= \overline{O_2O_3} - d'_2 = (70 - x) + \frac{15[d(x-5) - 5x]}{d(x+10) - 5(x+15)} \\
&= \frac{d[(70-x)(x+10) + 15(x-5)] - 75x - 5(x+15)(70-x)}{d(x+10) - 5(x+15)} \\
&= \frac{d(-x_2 + 75x + 625) - 5(-x_2 + 70x + 1050)}{d(x+10) - 5(x+15)} \\
d'_3 &= \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = \frac{20 \cdot \frac{d(-x_2 + 75x + 625) - 5(-x_2 + 70x + 1050)}{d(x+10) - 5(x+15)}}{\frac{d(-x^2 + 75x + 625) - 5(-x^2 + 70x + 1050)}{d(x+10) - 5(x+15)} - 20} \\
&= \frac{20[d(-x^2 + 75x + 625) - 5(-x^2 + 70x + 1050)]}{d(-x^2 + 55x + 425) - 5(-x^2 + 50x + 750)}
\end{aligned}$$

Độ phóng đại

$$k = \left(-\frac{d'_1}{d_1}\right) \cdot \left(-\frac{d'_2}{d_2}\right) \cdot \left(-\frac{d'_3}{d_3}\right) = -\frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} \cdot \frac{d'_3}{d_3}$$

thay các giá trị của d'_1 , d_2 , d'_2 , d_3 , d'_3 ở trên vào ta có :

$$k = \frac{1500}{d(-x^2 + 55x + 425) - 5(-x^2 + 50x + 750)}$$

Áp dụng kết quả tổng quát trên cho trường hợp $d = 10\text{cm}$; ta có :

$$\begin{aligned}
d'_3 &= \frac{20[10(-x^2 + 75x + 625) - 5(-x^2 + 70x + 1050)]}{10(-x^2 + 55x + 425) - 5(-x^2 + 50x + 750)} \\
&= \frac{4(5x^2 - 350x - 1000)}{x^2 - 60x - 100}
\end{aligned}$$

để có ảnh thật $d'_3 > 0$.

Bảng xét dấu d'_3 theo x

x	0	61,6	70cm
$5x^2 - 350x - 1000$	-	-	-
$x^2 - 60x - 100$	-	0	+
d'_3	+		-

Vậy để hệ cho ảnh thật $0 < x < 61,6\text{cm}$

3) Để ảnh cuối cùng qua hệ bất chấp mọi vị trí của AB thì thừa số của d trong biểu thức của độ phóng đại k phải bằng 0. Do đó :

$$-x^2 + 55x + 425 = 0$$

$$\Delta = 4725 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 68,7$$

2 nghiệm : $x = \frac{-55 + 68,7}{-2} = -6,85\text{cm} < 0$ loại

$$x = \frac{-55 - 68,7}{-2} = 61,85\text{cm} \text{ (nhận vì } 0 \leq x \leq 70\text{cm) }$$

Vậy chỉ có 1 vị trí của L_2 trong khoảng O_1O_3 để ảnh qua hệ có độ lớn không đổi, vị trí này cách O_1 61,85 cm.

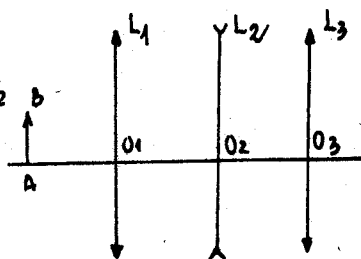
12.10 Một vật sáng AB nằm trên trục chính của 1 hệ thấu kính đồng trục gồm :

(L_1) : thấu kính hội tụ tiêu cự f_1

(L_2) : thấu kính phân kỳ, tiêu cự f_2

(L_3) : thấu kính hội tụ tiêu cự f_3

Sau AB người ta đặt L_1 tại O_1 cách A 30cm, sau L_1 đặt L_2 cách L_1 30cm thì ảnh ở vô cực, nếu đặt thêm L_3 sau L_2 và cách L_2 10cm thì ảnh của hệ là ảnh thật cách O_3 10cm. Nếu bỏ L_2 đi giữ L_1 và L_3 cố định thì ảnh qua hệ cách O_3 $\frac{20}{3}\text{cm}$



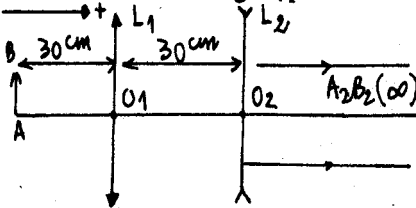
1) Tính f_1, f_2, f_3

2) Giữ L_2, L_3 cố định, tịnh tiến L_1 trong khoảng O_1O_3 . Xác định các vị trí của L_2 để ảnh cuối cùng là thật.

3) L_1, L_2 được giữ cố định, tìm các vị trí của L_3 trong khoảng O_1O_3 để ảnh của hệ có độ cao không đổi khi tịnh tiến vật trước L_1 .

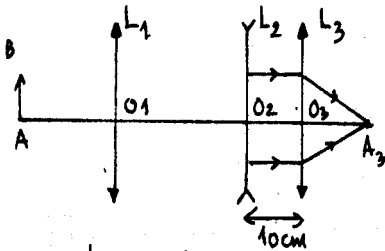
BÀI GIẢI

Ta có các trường hợp sau :



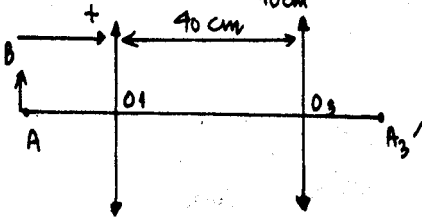
Sơ đồ (1)

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2(\infty)$$



Sơ đồ (2)

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2(\infty) \xrightarrow{L_3} A_3B_3$$



Sơ đồ (3)

$$AB \xrightarrow[L_1]{O_1} A_1B_1 \xrightarrow[L_3]{O_3} A'_3B'_3$$

Ở sơ đồ (2) : ta thấy vì A_2B_2 là vật của L_3 và ở ∞ (chùm tia tới song song) do đó ảnh A_3B_3 ở vị trí tiêu điểm ảnh chính F'_3 . Điều này cho phép ta suy ra

$$f_3 = \overline{O_3A_3} = 10\text{cm}$$

Ở sơ đồ (3) : Nếu đặt $d_1 = \overline{AO_1}$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $\overline{O_1O_3} = 40\text{cm}$;

$$d_3 = \overline{A_1O_3} ; d'_3 = \overline{O_3A'_3}$$

ta có : $d'_3 = \frac{20}{3}\text{cm} ; f_3 = 10\text{cm}$

Suy ra $d_3 = \frac{d'_3 f_3}{d'_3 - f_3} = \frac{\frac{20}{3} \cdot 10}{\frac{20}{3} - 10} = \frac{200}{-10} = -20\text{cm} \quad (1)$

Mặt khác : $d_1 = \overline{AO_1} = 30\text{cm}$

Suy ra $d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{30 f_1}{30 - f_1}$

$$d_3 = \overline{A_1O_3} = \overline{A_1O_1} + \overline{O_1O_3} = \overline{O_1O_3} - d'_1 = 40 - \frac{30 f_1}{30 - f_1} \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta có :

$$-20 = 40 - \frac{30 f_1}{30 - f_1} \Rightarrow \frac{30 f_1}{30 - f_1} = 60$$

$$\Rightarrow f_1 = 20\text{cm}$$

Ở sơ đồ (1) ta có : $d_1 = \overline{AO_1}$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$;

$$d_2 = \overline{A_1O_2} = \overline{A_1O_1} + \overline{O_1O_2} = 30 - d'_1 ; d'_2 = \infty = \overline{O_2A_2}$$

từ các hệ thức $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d'_2} + \frac{1}{d_2}$

Khi $d'_2 \rightarrow \infty$ ta có : $f_2 = d_2 = 30 - d'_1$

Với $d_1 = 30\text{cm} ; d'_1 = \frac{30 \cdot 20}{30 - 20} = 60\text{cm}$

do đó : $f_2 = 30 - 60 = -30\text{cm}.$

2) Ta có sơ đồ $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2 \xrightarrow{L_3} A_3B_3$

Với $d_1 = \overline{AO_1} = 30\text{cm}$; $f_1 = 20\text{cm}$; $d'_1 = 60\text{cm}$.

đặt $\overline{O_1O_2} = x$ với $0 \leq x \leq 40\text{cm}$; $d_2 = \overline{A_1O_2}$; $d'_2 = \overline{O_2A_2}$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = x - 60$$

$$\Rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-30(x - 60)}{x - 60 + 30} = \frac{-30(x - 60)}{x - 30}$$

$$\text{đặt } d_3 = \overline{A_2O_3} = \overline{A_2O_2} + \overline{O_2O_3} = \overline{O_2O_3} - d'_2$$

$$= (40 - x) + \frac{30(x - 60)}{x - 30} \Rightarrow d_3 = \frac{-x^2 + 100x - 1800}{x - 30}$$

$$\text{Vậy } d'_3 = \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = \frac{10 \frac{-x^2 + 100x - 1800}{x - 30}}{\frac{-x^2 + 100x - 1800}{x - 30} - 10}$$

$$= \frac{10(-x^2 + 100x - 1800)}{-x^2 + 90x - 1500}$$

Bảng xét dấu d'_3 theo x .

x	0	22,1	23,55	40
$x^2 - 100x + 1800$	+	+	0	-
$x^2 - 90x + 1500$	+	0	-	-
d'_3	+		0	+

Kết quả của bảng xét dấu cho thấy hệ cho ảnh thật khi

$0 \leq x < 22,1\text{cm}$ và $23,5\text{cm} < x < 40\text{cm}$

3) Ta có $d_1 = d$; $f_1 = 20\text{cm}$

$$\Rightarrow d'_1 = \frac{20d}{d - 20}$$

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = x - \frac{20d}{d - 20} = \frac{d(x - 20) - 20x}{d - 20}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{-30 \cdot \frac{d(x-20) - 20x}{d-20}}{\frac{d(x-20) - 20x}{d-20} + 30} = \frac{-30[d(x-20) - 20x]}{d(x+10) - 20(x+30)}$$

$$d_3 = 40 - x - d'_2 = 40 - x + \frac{30[d(x-20) - 20x]}{d(x+10) - 20(x+30)}$$

$$= \frac{d[(40-x)(x+10) + 30(x-20)] - 20[30x + (40-x)(x+30)]}{d(x+10) - 20(x+30)}$$

$$= \frac{d(-x^2 + 60x - 200) - 20(-x^2 + 40x + 1200)}{d(x+10) - 20(x+30)}$$

$$d'_3 = \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = \frac{10 \cdot \frac{d(-x^2 + 60x - 200) - 20(-x^2 + 40x + 1200)}{d(x+10) - 20(x+30)}}{\frac{d(-x^2 + 60x - 200) - 20(-x^2 + 40x + 1200)}{d(x+10) - 20(x+30)} - 10}$$

$$d'_3 = \frac{10[d(-x^2 + 60x - 200) - 20(-x^2 + 40x + 1200)]}{d(-x^2 + 50x - 300) - 20(-x^2 + 30x + 900)}$$

Độ phóng đại ảnh qua hệ $k = -\frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} \cdot \frac{d'_3}{d_3}$

thay các giá trị của $d'_1, d_1, d'_2, d_2, d'_3, d_3$ vào ta có :

$$k = \frac{6000}{d(-x^2 + 50x - 300) - 20(-x^2 + 30x + 900)}$$

độ lớn ảnh không đổi khi k không phụ thuộc vào d . Điều này chỉ xảy ra khi :

$$-x^2 + 50x - 300 = 0$$

$$\Delta' = (25)^2 - 300 = 325 \approx 18^2$$

2 nghiệm : $x = 25 + 18 = 43\text{cm}$ (không thỏa điều kiện $0 < x < 40\text{cm}$)
 $x = 25 - 18 = 7\text{cm}$

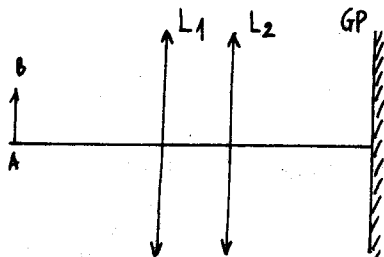
Vậy L_2 phải đặt cách L_1 7cm để ảnh qua hệ có độ lớn không đổi khi tịnh tiến L_2 trong khoảng O_1O_3

Đáp số : 1) $f_1 = 20\text{cm}$; $f_2 = -30\text{cm}$; $f_3 = 10\text{cm}$.

2) $0 \leq x < 22,1\text{cm}$ hay $23,5\text{cm} < x < 40\text{cm}$

3) $x = 7\text{cm}$

12.11 Một vật sáng AB đặt song song và trước 1 gương phẳng GP cách gương 1 đoạn s . Người ta nhận thấy rằng trong khoảng giữa vật và gương có 2 vị trí của thấu kính hội tụ L_1 làm cho ảnh cho bởi hệ thống trùng với vật AB : vị trí thứ nhất cách vật 30cm, vị trí thứ hai cách vật 150cm.



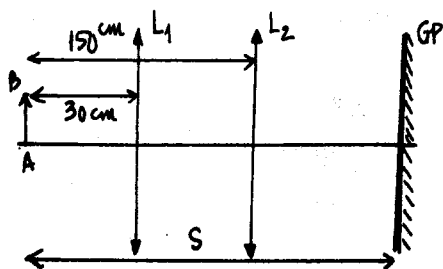
1) Tính khoảng cách s và tiêu cự f_1 của TKHT L_1 . Tính tiến gương tới cách vật 132cm. Sau L_1 người ta đặt thêm 1 thấu kính hội tụ L_2 có tiêu cự $f_2 = 15\text{cm}$ đồng trục với L_1 cách L_1 một khoảng cố định 90cm để tạo thành 2 thấu kính gắn chặt, trục chính của hệ luôn luôn đi qua A và vuông góc với gương.

2) Xác định vị trí của 2 TK gắn chặt đối với AB để cho ảnh của hệ thống 2 thấu kính và gương trùng với vật AB.

3) Hỏi phải tịnh tiến gương phẳng dọc theo trục chính về phía nào, một đoạn bao nhiêu để trong khoảng giữa vật AB và gương chỉ tồn tại một vị trí duy nhất của hai TK gắn chặt làm cho ảnh cuối cùng của hệ lại trùng với AB.

(ĐHBK 1992)

BÀI GIẢI



1) Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

$L_1 \quad GP \quad L_1$
 $AB \rightarrow A_1B_1 \rightarrow A_2B_2 \rightarrow A_3B_3$

Để ảnh A_3B_3 của hệ thống trùng với vật AB , thì A_2B_2 phải trùng với A_1B_1 . Thật vậy, theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng ; khi A_3B_3 là vật của L_1 thì A_2B_2 phải là ảnh. Do đó nếu A_3B_3 trùng với AB thì A_2B_2 phải trùng với A_1B_1 . Đối với gương phẳng ta biết rằng ảnh và vật chỉ trùng với nhau khi cả 2 nằm sát gương. Điều này cho phép ta suy ra A_1B_1 nằm trên gương, nghĩa là cách vật AB một đoạn s .

* Nếu đặt $d = \overline{AO_1}$; $d' = \overline{O_1A_1}$ (Chiều dương là chiều ánh sáng)

thì
$$\overline{AA_1} = s = d + d' \quad (1)$$

Mặt khác :
$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d} \quad (2)$$

từ (1) suy ra $d' = s - d$ và thay vào (2) ta có :

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d} + \frac{1}{s-d} = \frac{s}{d(s-d)}$$

$$\Leftrightarrow d^2 - sd + sf_1 = 0$$

$\Delta = s^2 - 4sf_1$ với điều kiện $s > 4f_1$ ta có 2 nghiệm

$$d_1 = \frac{s + \sqrt{s^2 - 4sf_1}}{2} \quad \text{và} \quad d_2 = \frac{s - \sqrt{s^2 - 4sf_1}}{2}$$

2 nghiệm này ứng với 2 vị trí của L_1 : $d_1 = 150\text{cm}$; $d_2 = 30\text{cm}$

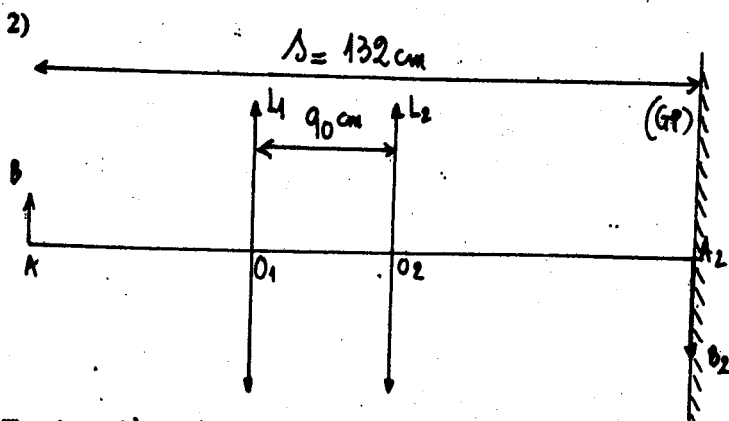
do đó :
$$150 = \frac{s + \sqrt{s^2 - 4sf_1}}{2} \quad (3)$$

$$30 = \frac{s - \sqrt{s^2 - 4sf_1}}{2} \quad (4)$$

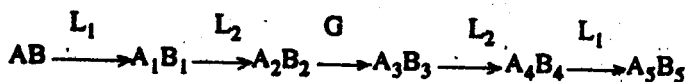
Lấy (3) + (4) Suy ra : $s = 180\text{cm}$

lấy (3) - (4) ta có :

$$f_1 = \frac{s^2 - (150 - 30)^2}{4s} = \frac{180^2 - 120^2}{4 \cdot 180} = 25\text{cm}$$



Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :



Để hệ cho ảnh cuối A_5B_5 trùng với vật AB theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng ta phải có A_4B_4 trùng với A_1B_1 và do đó A_3B_3 phải trùng với A_2B_2 . Và do đó A_2B_2 phải ở sát gương phẳng.

ta hãy xét quá trình $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$ (sát gương)

đặt $d_1 = \overline{AO_1} = d$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $O_1O_2 = 90\text{cm}$; $d_2 = \overline{A_1O_2}$;

$d'_2 = \overline{O_2A_2}$. Ngoài ra: $\overline{AA_2} = 132\text{cm}$

Đối với L_1 :
$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{25d}{d - 25}$$

$$\Rightarrow d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = 90 - \frac{25d}{d - 25} = \frac{65d - 2250}{d - 25}$$

do đó:
$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{15 \cdot \frac{65d - 2250}{d - 25}}{\frac{65d - 2250}{d - 25} - 15} = \frac{15(65d - 2250)}{50d - 1875}$$

$$d'_2 = \frac{3(13d - 450)}{2d - 75} \quad (5)$$

từ giả thiết $\overline{AA_2} = 132$ ta suy ra $\overline{AO_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_2} = 132$

$$\Rightarrow d + 90 + d'_2 = 132$$

$$\Rightarrow d + d'_2 = 42$$

thay biểu thức của d'_2 ở (5) vào ta có :

$$\Rightarrow d + \frac{3(13d - 450)}{2d - 75} = 42$$

$$\Rightarrow 2d^2 - 75d + 39d - 1350 - 84d + 3150 = 0$$

$$\Rightarrow 2d^2 - 120d + 1800 = 0$$

$$\Rightarrow d^2 - 60d + 900 = 0$$

Phương trình này có nghiệm kép $d = 30\text{cm}$

Vậy hệ phải đặt cách vật 30cm.

3) Gọi khoảng cách giữa vật và gương là l . Để hệ có ảnh cuối trùng với vật; theo lý luận trên ta phải có :

$$\overline{AA_2} = l = \overline{AO_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_2} \Leftrightarrow d + 90 + d'_2 = l$$

$$\Rightarrow d + d'_2 = l - 90$$

thay biểu thức của d'_2 vào ta có :

$$d + \frac{3(13d - 450)}{2d - 75} = l - 90$$

$$2d^2 + d(-75 + 39 - 2l + 180) - 1350 + 75l - 6750$$

$$2d^2 + (144 - 2l)d + 75l - 8100 = 0$$

$$2d^2 + 2(72 - l)d + 75l - 8100 = 0$$

$$\Delta' = (72 - l)^2 - 2(75l - 8100) = l^2 - 294l + 21384$$

để chỉ có 1 vị trí của hệ cho ảnh trùng với vật thì phương trình (6) phải có 1 nghiệm (nghiệm kép); do đó $\Delta' = 0$

$$\Rightarrow \quad l^2 - 249l + 21384 = 0$$

$$\text{Với: } \delta' = 225 = 15^2$$

$$2 \text{ nghiệm: } \quad l = 147 + 15 = 162 \text{ cm}$$

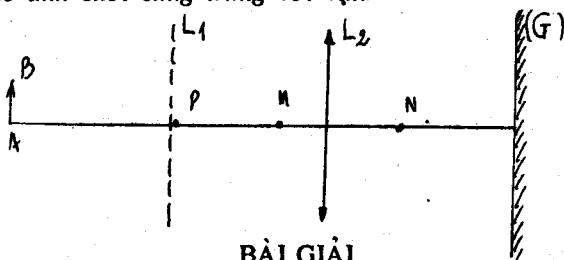
$$l = 147 - 15 = 132 \text{ cm} \quad (\text{vị trí đã cho ở câu trên})$$

Vậy gương phải dịch chuyển ra xa một đoạn $162 - 132 = 30 \text{ cm}$

12.12 Một vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của 1 thấu kính hội tụ L_2 . Sau đặt 1 gương phẳng (G) vuông góc với trục chính và có mặt phản xạ hướng về L_2 và cách vật 90cm. Khi tịnh tiến L_2 trong khoảng giữa vật AB đến gương người ta thấy có 2 vị trí của L_2 tại 2 điểm MN cách nhau $MN = 30 \text{ cm}$ thì ảnh cuối qua hệ TK và gương trùng với vật. Giữ gương phẳng cố định, tịnh tiến vật AB ra xa gương một đoạn 5cm. Trong khoảng giữa vật và L_2 người ta đặt thêm 1 thấu kính L_1 cùng trục chính với L_2 ở vị trí P với $PM = 15 \text{ cm}$ sao cho khi tịnh tiến L_2 trong khoảng giữa L_1 và gương thì khi L_2 ở M và N ảnh cuối cũng trùng với vật AB.

1) Tính tiêu cự f_1, f_2 của L_1 và L_2

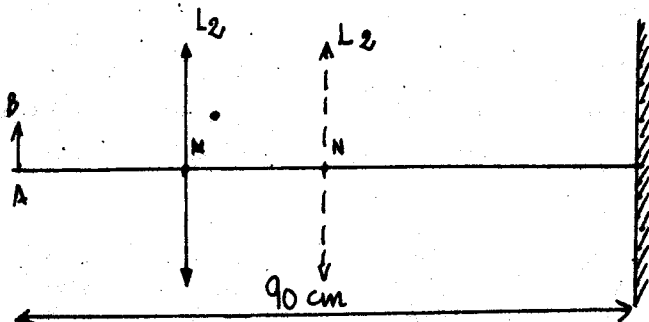
2) Giữ khoảng cách giữa L_1 và L_2 cố định bằng 20cm. Tịnh tiến hệ (L_1, L_2) trong khoảng giữa AB và gương (G). Xác định các vị trí của hệ để ảnh cuối cùng trùng với vật.



BÀI GIẢI

1) Ta có sơ đồ tạo ảnh sau: $L_2 \quad G \quad L_2$
 $AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2 \longrightarrow A_3B_3$

theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng thì khi A_3B_3 trùng với AB thì A_2B_2 phải trùng với A_1B_1 . Điều này chỉ xảy ra đối với gương phẳng khi A_1B_1 và A_2B_2 ở sát gương.



Ta lại có $\overline{AA_1} = L = 90 \text{ cm} \Rightarrow d + d' = 90 \text{ cm} \quad (1)$

Kết hợp với $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d} \quad (2)$

Giải hệ phương trình trên ta có 2 nghiệm :

$$d_1 = \frac{L + \sqrt{L^2 - 4Lf_2}}{2} \quad (3)$$

$$d_2 = \frac{L - \sqrt{L^2 - 4Lf_2}}{2} \quad (4)$$

Khoảng cách giữa 2 vị trí của thấu kính L_2 là :

$$MN = \Delta d = d_1 - d_2 = \sqrt{L^2 - 4f_2L}$$

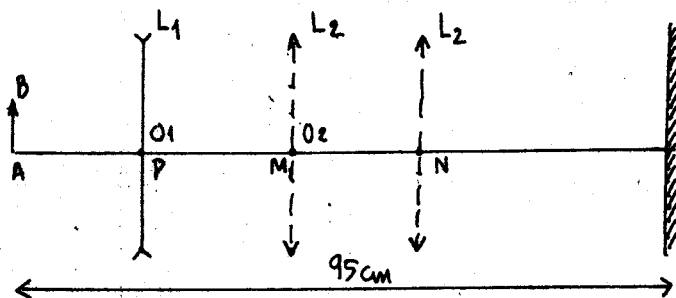
Do đó : $\Delta d^2 = L^2 - 4Lf_2$

Suy ra : $f_2 = \frac{L^2 - \Delta d^2}{4L} = \frac{90^2 - 30^2}{4.90} = 20 \text{ cm}$

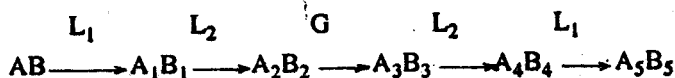
thay vào (3) và (4) ta có thể xác định được vị trí của M, N

$$\overline{AM} = d_1 = \frac{90 + \sqrt{90^2 - 4.90.20}}{2} = 60 \text{ cm}$$

$$\overline{AN} = d_2 = \frac{90 - \sqrt{90^2 - 4.90.20}}{2} = 30 \text{ cm}$$



Khi có L_1 ta có sơ đồ tạo ảnh sau :



Trong trường hợp này vẫn theo nguyên lý thuận nghịch ánh sáng thì để ảnh của hệ A_5B_5 trùng với AB thì A_2B_2 phải ở sát gương, nghĩa là cách vật $90 + 5 = 95$ cm (5)

Mặt khác, vì M và N vẫn là 2 vị trí của L_2 để ảnh cuối trùng với vật nên A_1B_1 phải ở vị trí của AB trong trường hợp chưa đặt L_1 nghĩa là A_1B_1 ở cách gương 90 cm hay cách ABB 5cm (6)

từ (6) ta có thể lập phương trình : $d_1 + d'_1 = 5$ cm

$$\text{Với } d_1 = \overline{AP} = \overline{AM} + \overline{MP} = 35 - 15 = 20 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d'_1 = 5 - d_1 = 5 - 20 = -15 \text{ cm}$$

$$\text{Vậy tiêu cự của } L_1 \text{ là } f_1 = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{(-15)(20)}{20 - 15} = -60 \text{ cm}$$

L_1 là thấu kính phân kỳ tiêu cự -60 cm.

2) Với sơ đồ như trên : ta đã biết để ảnh của hệ trùng với vật thì A_2B_2 phải ở sát gương

$$\overline{AA_2} = 95 \text{ cm}$$

$$\text{hay } \overline{AO_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_2} = 95 \Rightarrow d_1 + 20 + d'_2 = 95$$

$$\Rightarrow d_1 + d'_2 = 75 \text{ cm} \quad (7)$$

$$\text{đặt } d_1 = d = \overline{AO_1}; d'_1 = \frac{df_1}{d - f_1} = \frac{-60d}{d + 60}$$

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = 20 + \frac{60d}{d + 60} = \frac{80d + 1200}{d + 60} = \frac{40(2d + 30)}{d + 60}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow d'_2 &= \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{20 \cdot \frac{40(2d + 30)}{d + 60}}{\frac{40(2d + 30)}{d + 60} - 20} = \frac{20 \cdot 40(2d + 30)}{60d - 1200 + 1200} \\ &= \frac{40}{3} \cdot \frac{2d + 3}{d} \end{aligned}$$

thay kết quả này vào (7) ta có :

$$d + \frac{40(2d + 3)}{3d} = 75$$

$$\Rightarrow 3d^2 + 80d + 120 = 225d$$

$$\Rightarrow 3d^2 - 145d + 120 = 0$$

$$\Delta = (145)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 120 \approx 140^2$$

2 nghiệm của phương trình : $d = \frac{145 + 140}{6} \approx 47,5 \text{ cm}$

$$d = \frac{145 - 140}{6} = 0,83 \text{ cm}$$

Chủ đề 13

MÁY ẢNH - MẮT - KÍNH LÚP - KÍNH HIỂN VI - KÍNH THIÊN VĂN

13.1 Một hệ quang đồng trục gồm 1 thấu kính hội tụ L_1 tiêu cự 12 cm và 1 thấu kính phân kỳ L_2 có tiêu cự 3cm, đặt cạnh nhau 1 khoảng $O_1O_2 = 9,2$ cm. Người ta dùng hệ này để chụp hình một vật AB rất xa trước L_1 , điểm B nằm trên trục chính.

1/ Xác định vị trí đặt phim để có ảnh rõ

2/ Cho biết góc trông vật $\alpha = 1^\circ$. Tính chiều cao của ảnh.

3/ Thay hệ thống trên bằng một thấu kính L duy nhất. Để nhận được ảnh có cùng độ lớn với ảnh của hệ thống trên thì tiêu cự của L phải bằng bao nhiêu ?

BÀI GIẢI

1/ Ta có sơ đồ tạo ảnh sau :

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$$

Với hệ phương trình :

$$\begin{cases} d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} \\ d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 \\ d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} \end{cases}$$

Ta suy ra d'_2 . Thật vậy với $d_1 = \infty$; $d'_1 = f_1 = 12$ cm

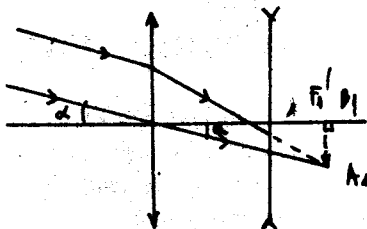
Suy ra : $d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = 9,2 - 12 = -2,8$ cm

$$\text{vậy } d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-2,8)(-3)}{-2,8 - (-3)} = \frac{8,4}{0,2} = 42\text{cm}$$

Vậy phim phải đặt cách L_2 42 cm

2/ Vì A_1B_1 ở tiêu diện của L_1 nên ta có

$$A_1B_1 = f_1 \tan \alpha \approx f_1 \alpha = 12 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{15} \text{ cm}$$



độ phóng đại qua L_2 :

$$k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{42}{-2,8} = 15$$

$$\Rightarrow A_2B_2 = |k| A_1B_1 = 15 \cdot \frac{\pi}{15} = \pi = 3,14 \text{ cm}$$

3/ Thay hệ thống L_1, L_2 bằng 1 thấu kính L có tiêu cự f thì để ảnh $A'B'$ của AB qua L có độ cao bằng $A_2B_2 = 3,14 = \pi$ cm, ta phải có :

$$f = \frac{A'B'}{\alpha} = \frac{\pi}{\frac{\pi}{180}} = 180 \text{ cm}$$

13.2 Vật kính của một máy chụp hình là 1 thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 10$ cm

1. Để chụp phong cảnh (ngắm chừng ở ∞) thì phim đặt ở vị trí nào ?

2. Tìm khoảng cách gần nhất của các vật mà ta có thể dùng máy này để chụp hình với khoảng cách từ kính tới phim vẫn không đổi so với câu trên.

Cho biết ảnh của một điểm vật được xem là rõ nếu ảnh là 1 vòng tròn mà đường kính không quá trị số $\epsilon = \frac{1}{20} \text{ mm}$; và đường kính của vật kính là $D = 1 \text{ cm}$.

3. Để chụp một người đứng cách máy 10,10m

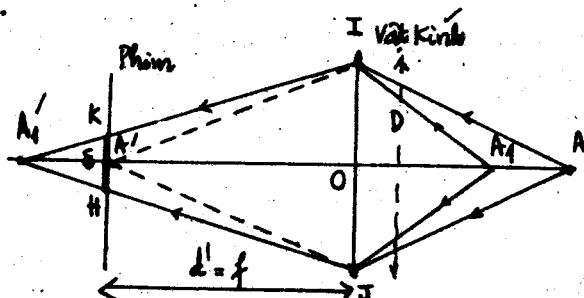
a) Phim phải đặt ở vị trí nào ?

b) Ngay khi bắt đầu nhắm máy vào người thì người này bỗng chạy thẳng đến máy với vận tốc $v = 150 \text{ cm/s}$. Hỏi trong trường hợp này thời gian kể từ khi nhắm đến khi mở máy là bao lâu để được ảnh rõ nét trên phim.

BÀI GIẢI

1) Vật ở ∞ do đó phim phải đặt ở tiêu diện ảnh, do đó cách vật kính 10cm.

2)



Ảnh của A hoàn toàn rõ khi A' nằm trên phim ($d' = k$ đối)

Khi A dịch chuyển về phía thấu kính, ảnh A' của A dịch chuyển cùng chiều nên di chuyển ra xa thấu kính; vì vị trí phim cố định nên trên phim là một vòng tròn sáng: Vị trí gần nhất của A là A_1 ứng với đường kính của vòng tròn sáng trên phim có giá trị $\varepsilon = \frac{1}{20}$ mm; đó là giới hạn cho phép để ảnh của A vẫn được xem là rõ (hình vẽ)

Xét hai tam giác đồng dạng A'_1KH và A'_1LJ ta có:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{A'_1A'}{A'_1O} = \frac{A'_1O - OA'}{A'_1O} = \frac{d'_1 - f}{d'_1}$$

$$\Rightarrow d'_1 \left(1 - \frac{\varepsilon}{D}\right) = f$$

$$\Rightarrow d'_1 = \frac{f}{1 - \frac{\varepsilon}{D}} = \frac{Df}{D - \varepsilon}$$

do đó vị trí của A_1 là:

$$d_1 = \frac{d'_1 f}{d'_1 - f} = \frac{\left(\frac{Df}{D - \varepsilon}\right) f}{\frac{Df}{D - \varepsilon} - f} = \frac{Df}{D - D + \varepsilon} = \frac{D}{\varepsilon} f$$

thay các giá trị $d = 1010\text{cm}$; $D = 1\text{cm}$; $d' = 10,1\text{cm}$; $f = 10\text{cm}$;

$$\varepsilon = \frac{1}{200}\text{cm}$$

$$\text{ta có : } AA_2 = 1010 - \frac{1.10.1.10}{1(10,1 - 10) + \frac{1}{200}.10} = \frac{1010}{3}\text{cm}$$

Với vận tốc di chuyển là $v = 150\text{cm/s}$ thì khoảng thời gian cần thiết để người nhấm máy phải chuẩn bị là

$$\Delta t \leq \frac{AA_2}{v} = \frac{1010}{3.150} = 2,24\text{s}$$

13.3 Vật kính của 1 máy ảnh là 1 thấu kính hội tụ có tiêu cự $f_1 = 10,5\text{cm}$. Máy chỉ có thể chụp được các vật cách máy từ 1,5m đến vô cực. Cho biết ảnh của 1 điểm sáng được xem là rõ khi đường kính vòng tròn sáng trên phim không vượt quá giá trị $\varepsilon = \frac{1}{10}\text{cm}$ khi phim ở vị trí nhất định không đổi cách kính 1 đoạn f .

1) Tính đường kính của vật kính D .

2) Dùng máy này chụp một con cá cách máy 4,5m đang ở độ sâu 1,6m so với mặt nước. Giả sử máy ảnh và cá cùng nằm trên 1 đường thẳng đứng (vuông góc với mặt nước). Cho chiết suất nước là $\frac{4}{3}$; chiều dài của cá là 24cm. Xác định vị trí của phim, chiều dài ảnh của cá.

3) Dùng máy để chụp ảnh của một người đi xe đạp ngang qua với vận tốc 1000 cm/s (36 km/h) vuông góc với trục chính của vật kính, cách vật kính 20m. Xác định thời gian mở máy để độ nhòe trên phim không vượt quá 0,1mm.

So sánh với $d' = \frac{df}{d-f}$, ta có : $\frac{df}{d-f} = \frac{f}{1 - \frac{\epsilon}{D}}$

Suy ra : $1 - \frac{\epsilon}{D} = \frac{d-f}{d} \Rightarrow D = \frac{d\epsilon}{f}$

thay các giá trị $d = 1,5m = 150cm$; $\epsilon = \frac{1}{10}cm$; $f = 10,50 cm$ ta có

$$D = \frac{150}{10.10,5} = \frac{150}{105} = 1,42cm$$

2) Ta có sơ đồ tạo ảnh :

$$\begin{array}{c} \text{LCP} \qquad \text{VK} \\ AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2 \end{array}$$

với lưỡng chất phẳng (nước, không khí) :

ta có $\frac{HA}{n_1} = \frac{HA_1}{n_2}$

với $n_1 = \frac{4}{3}$; $n_2 = 1$

Suy ra : $HA_1 = \frac{n_2}{n_1} HA = \frac{1}{\frac{4}{3}} 1,6 = 1,2m$

Đối với thấu kính A_1B_1 là vật và ở cách thấu kính 1 đoạn.

$$d = A_1H + HO = 1,2 + (4,5 - 1,6) = 4,1m = 410cm$$

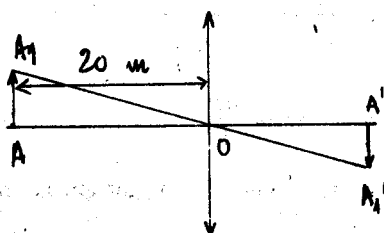
Do đó ảnh của cá qua vật kính sẽ ở vị trí cách vật kính một đoạn

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{410.10,5}{410 - 10,5} = 10,77cm.$$

Vậy : Phim đặt cách vật kính 10,77cm

Vì qua lưỡng chất phẳng độ lớn ảnh không đổi nên $A_1B_1 = AB$

$$\Rightarrow A_2B_2 = |k|A_1B_1 = \left| \frac{10,77}{410} \right| 24 = 0,63cm$$



3) Xét 1 điểm sáng A trên vật, khi A di chuyển theo phương vuông góc với trục chính một đoạn AA_1 thì ảnh A' sẽ dịch chuyển 1 đoạn $A'A'_1$ độ dịch chuyển của ảnh $A'A'_1$ tạo nên độ nhòe trên phim. Theo đề bài $A'A'_1 \leq 0,1\text{mm}$

$$\text{Ta có : } A'A'_1 = \frac{OA'}{OA} \cdot AA_1 = \frac{f}{OA - f} \cdot AA_1 = \frac{f}{OA - f} \cdot v \cdot t$$

$$\text{do đó } \frac{f}{OA - f} \cdot vt \leq 0,1\text{mm} = 0,01\text{cm}$$

$$\Rightarrow t \leq \frac{0,01(OA - f)}{v \cdot f} = \frac{0,01(2000 - 10,5)}{1000 \cdot 10,5}$$

$$t \leq 0,00019\text{s}$$

4) a) Với $d = 2\text{km} = 2000\text{m} = 2 \cdot 10^5\text{cm}$; $f = 10,5\text{cm}$

$$\text{Vị trí đặt phim là } d' = \frac{df}{d - f} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 10,5}{2 \cdot 10^5 - 10,5} = 10,5\text{cm}$$

Vật được xem như đặt ở ∞ nên phim đặt ở tiêu diện ảnh của vật kính

Ta có :

$$\frac{A'B'}{f} = \frac{AB}{d}$$

$$\Rightarrow A'B' = \frac{f}{d} \cdot AB = \frac{10,5}{2 \cdot 10^5} \cdot 2 \cdot 10^3 = 0,105\text{ cm}$$

Chiều cao ảnh ngôi nhà : $A'B' = 0,105\text{cm}$

b) Sơ đồ tạo ảnh quan hệ : $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$

đối với vật kính : $d_1 \rightarrow \infty$; $d'_1 = 10,5\text{cm}$

đối với kính L_2 : $d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 = 7 - 10,5 = -3,5\text{cm}$

do đó :
$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(-315)(-4)}{-315 - (-4)} = 28\text{cm}$$

độ cao ảnh ngôi nhà qua hệ

$$A_2B_2 = A_1B_1 \left| \frac{d'_2}{d_2} \right| = 0,105 \left| \frac{28}{3,5} \right| = 0,84\text{cm}$$

13.4 Vật kính của 1 máy ảnh là 1 thấu kính hội tụ có tiêu cự $f_1 = 10\text{cm}$.

1) Dùng máy này để chụp ảnh một ngôi nhà cách máy 4km; chiều cao 20m thì phim phải đặt cách vật kính bao nhiêu ? và độ cao của ảnh ngôi nhà bằng bao nhiêu ?

2) Đặt giữa vật kính và phim một thấu kính phân kỳ có tiêu cự $f_2 = -4\text{cm}$ đồng trục chính với vật kính để nhận được một ảnh có độ cao lớn hơn thì phim phải dời xa 2cm so với trường hợp trên. Xác định khoảng cách giữa 2 thấu kính và chiều cao ảnh mới.

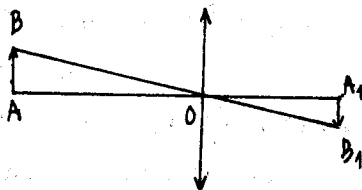
3) Thay hệ 2 thấu kính trên bằng một thấu kính duy nhất thì để chụp được ảnh ngôi nhà có độ cao như trên tiêu cự của thấu kính tương đương bằng bao nhiêu ?

BÀI GIẢI

Ta có sơ đồ AB $\xrightarrow{\text{VK}}$ A_1B_1 ; đặt $d_1 = \overline{AO_1}$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$

1) Với $d_1 = 4\text{km} = 4.10^5\text{m}$

vị trí của phim cách vật kính
1 đoạn :



$$d'_1 = \frac{df}{d - f} = \frac{4.10^5.10}{4.10^5 - 10} \approx 10\text{cm}$$

(phim đặt ở tiêu diện của vật kính)

$$\text{Độ cao ảnh : } A_1B_1 = AB \frac{f}{d} = 20 \cdot 10^2 \cdot \frac{10}{4 \cdot 10^5} = 0,5 \text{ cm}$$

$$2) \text{ Sơ đồ tạo ảnh qua hệ } AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A_2B_2$$

Đối với L_2 : A_1B_1 là vật cho ảnh là A_2B_2 ; đặt $d_2 = \overline{A_1O_2}$; $d'_2 = \overline{O_2A_2}$. Vì phim phải dời đi một đoạn 2cm do đó ta suy ra khoảng cách giữa A_1B_1 và A_2B_2 là 2cm

Với chiều dương là chiều ánh sáng ta có : $\overline{A_1A_2} = 2 \text{ cm}$

$$\text{do đó} \quad \overline{A_1O_2} + \overline{O_2A_2} = 2$$

$$\text{hay} \quad d_2 + d'_2 = 2 \quad (1)$$

$$\text{kết hợp với} \quad \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d'_2} + \frac{1}{d_2} \quad (2)$$

từ (1) ta có : $d'_2 = 2 - d_2$; thay vào (2) ta có :

$$\frac{1}{-4} = \frac{1}{2 - d_2} + \frac{1}{d_2} = \frac{2}{d_2(2 - d_2)}$$

$$\Rightarrow d_2^2 - 2d_2 - 8 = 0$$

$$\Delta' = 1 + 8 = 9$$

$$2 \text{ nghiệm : } d_2 = 1 + 3 = 4 \text{ cm} \Rightarrow d'_2 = 2 - 4 = -2 \text{ cm} < 0 \text{ (loại)}$$

$$d_2 = 1 - 3 = -2 \text{ cm} \Rightarrow d'_2 = 2 - (-2) = 4 \text{ cm (nhận)}$$

$$\text{Với } d_2 = \overline{A_1O_2} = \overline{A_1O_1} + \overline{O_1O_2} = \overline{O_1O_2} - d'_1$$

$$\Rightarrow \overline{O_1O_2} = d_2 + d'_1$$

$$\text{Vậy khi : } d_2 = 4 \text{ cm ; } d'_1 = 10 \text{ cm thì } \overline{O_1O_2} = 14 \text{ cm ; } d'_2 = -2 \text{ cm (loại)}$$

$$d_2 = -2 \text{ cm ; } d'_1 = 10 \text{ cm thì } \overline{O_1O_2} = 8 \text{ cm ; } d'_2 = 4 \text{ cm (nhận)}$$

Khoảng cách giữa 2 thấu kính là 8cm

$$\text{Chiều cao ảnh } A_2B_2 = A_1B_1 \left| \frac{d'_2}{d_2} \right| = 0,5 \left| \frac{4}{-2} \right| = 1 \text{ cm}$$

3) Để có 1 ảnh có độ cao 1cm và ở cách vật một đoạn

$$D = AA_2 = (4.10^5 + 12)\text{cm}$$

Ta có : $d + d' = 400012 \text{ cm}$ (3)

và $k = -\frac{d'}{d} = -\frac{1}{2000}$ (4) (Ảnh vật ngược chiều)

Từ (4) suy ra : $d = 2000d'$

thay vào (3) $2001 d' = 400012$

$$d' = \frac{400.012}{2001} = 199,9\text{cm}$$

$$\Rightarrow d = 399.800\text{cm}$$

Vậy tiêu cự của thấu kính tương đương là

$$f = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{199,9.399.800}{400012} \approx 199,8\text{cm} \approx 200\text{cm}$$

13.5 Một máy ảnh có vật kính là 1 thấu kính hội tụ tiêu cự $f_1 = 10\text{cm}$. Khoảng cách từ vật kính đến phim có thể biến thiên từ 10cm đến 10,5cm.

1) Máy có thể chụp những vật đặt trong phạm vi nào ?

2) Để chụp ảnh của 1 vật đặt cách vật kính 0,5m người ta phải ghép sát vật kính với một thấu kính L_2 có tiêu cự f_2 . Xác định phạm vi của f_2 để ảnh rõ nét trên phim.

BÀI GIẢI

1) Với $d' = 10\text{cm}$; ta biết $d \rightarrow \infty$ (vì $f_1 = 10\text{cm}$)

với $d' = 10,5\text{cm}$, ta có :

$$d = \frac{d'f}{d' - f} = \frac{10,5.10}{10,5 - 10} = \frac{105}{0,5} = 210\text{cm} = 2,1\text{m}$$

Vậy vật đặt trong phạm vi cách máy từ 2,1m đến vô cực

2) Khi ghép sát vật kính với một thấu kính L_2 , tiêu cự của hệ được xác định bởi hệ thức $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$ (1)

Mặt khác $\frac{1}{f} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d} \Rightarrow f = \frac{dd'}{d+d'}$

Với $d = 0,5m = 50cm$. Không đổi

$$10cm \leq d' \leq 10,5cm$$

lấy đạo hàm f theo d' ta có :

$$(f)' = \frac{d(d+d') - dd'}{(d'+d)^2} = \frac{d^2}{(d+d')^2} > 0$$

do đó f đồng biến với d'

- Khi $d' = 10cm$, f có giá trị nhỏ nhất và bằng

$$f = \frac{10 \cdot 50}{10 + 50} = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}cm$$

từ (1) ta suy ra : $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f}$

$$\Rightarrow f_2 = \frac{f_1 f}{-f + f_1}$$

$$f_2 = \frac{\frac{25}{3} \cdot 10}{-\frac{25}{3} + 10} = \frac{250}{+5} = +50cm$$

- Tương tự khi $d' = 10,5cm$; f có giá trị lớn nhất và bằng

$$f = \frac{10,5 \cdot 50}{10,5 + 50} = 8,68cm$$

$$\Rightarrow f_2 = \frac{8,68 \cdot 10}{-8,68 + 10} = +65,7cm$$

Vậy tiêu cự f_2 của L_2 có thể được chọn trong phạm vi từ

$$-65,7cm \leq f_2 \leq -50cm$$

$$50cm \leq f_2 \leq 65,7cm$$

† 13.6 Khoảng cực cận và khoảng cực viễn của 1 mắt cận thị là 10cm và 120cm.

1) Để nhìn một vật ở xa mà không điều tiết mắt phải đeo kính sửa có tụ số bao nhiêu ?

2) Sau khi đeo kính sửa, mắt có thể nhìn một vật gần nhất cách mắt bao nhiêu ?

3) Người này dùng 1 kính lúp để quan sát một vật nhỏ. Xác định phạm vi đặt vật và độ bội giác của kính lúp trong 2 trường hợp :

a) Mắt không đeo kính

b) Mắt đeo kính

Cho biết * Kính sửa đặt sát mắt

* Mắt đặt cách kính lúp 2cm

* Tiêu cự của kính lúp là 5cm.

BÀI GIẢI

Kính L Mắt

1) Sơ đồ tạo ảnh qua hệ mắt và kính sửa $AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2$

Để nhìn được vật ở xa (∞) mà không điều tiết thì AB ở ∞ cho ảnh A_1B_1 ở điểm C_v của mắt. Do đó đối với kính sửa ta có $d \rightarrow \infty$;

$$d' = -D_m = -120\text{cm} \text{ Suy ra } f = d' = -D_m = -120\text{cm} = -1,2\text{m}$$

Vậy mắt phải đeo kính phân kỳ có tụ số $-0,83$ điốp

2) Dựa vào sơ đồ trên ta thấy khi A_1B_1 ở điểm cực cận C_c của mắt thì AB sẽ ở vị trí gần nhất đối với mắt khi đeo kính, đó chính là khoảng cực cận của mắt khi đeo kính.

$$\text{Đối với kính chữa : } d' = -d_m = -10\text{cm}$$

$$\text{do đó : } d = \frac{d'f}{d' - f} = \frac{-10(-120)}{-10 - (-120)} = \frac{1200}{110} = 10,9\text{cm}$$

Vậy khoảng cực cận mới của mắt khi đeo kính là 10,9cm

3. a) Khi mắt không đeo kính sửa

Khoảng cực viễn $D_m = \infty$

Khoảng cực cận $d_m = 10,9 \text{ cm}$

- Khi ngắm chừng ở cực viễn (∞) ta có : $d_M = f_{\text{lúp}} = 5 \text{ cm}$

• độ bội giác $G = \frac{d_m}{f} = \frac{10,9}{5} = 2,18$

- Khi ngắm chừng ở C_c : $d_N = \frac{d'f}{d' - f} = \frac{-(10,9 - 2)(5)}{-(10,9 - 2) - 5} = 3,2 \text{ cm}$

• độ bội giác $G = |k| = \left| \frac{-(10,9 - 2)}{3,2} \right| = 2,78$

13.7 Mắt một người có khoảng cực cận là 50cm và khoảng cực viễn là 2m.

1) Để nhìn rõ vật ở xa mắt phải đeo kính có tụ số bao nhiêu ? Khi đó điểm cực cận cách mắt bao nhiêu ?

2/ Muốn đọc sách ở vị trí cách mắt 25cm thì người này phải đeo kính có tụ số bao nhiêu ? Và khi đeo kính này mắt có thể nhìn vật ở xa nhất cách mắt bao nhiêu ?

3) Sử dụng phần dưới của kính cận để đọc sách bằng cách ghép thêm một thấu kính L_2 . Xác định tụ số của L_2 .

4) Mắt không đeo kính và dùng 1 kính lúp tiêu cự 4cm để quan sát một vật nhỏ. Xác định phạm vi ngắm chừng và độ bội giác khi vật được ngắm chừng ở cực cận và cực viễn.

Giả sử mắt đặt sát kính sửa và cách kính lúp 4cm

BÀI GIẢI

1) Đối với kính sửa : Khi vật ở xa ∞ thì ảnh phải ở C_v của mắt do đó :

$$d = \infty ; d' = -D_m = -2\text{m}$$

do đó tụ số của kính sửa $\mathcal{D} = \frac{1}{f} = -\frac{1}{2} \text{ điốp} = 0,5 \text{ điốp}$

Tương tự khi vật ở điểm cực cận mới của mắt (sau khi đeo kính) sẽ cho ảnh ở cực cận của mắt (khi chưa đeo kính); do đó

$$d' = -dm = -50\text{cm}$$

$$\text{Suy ra } d = \frac{d'f}{d' - f} = \frac{(-50)(-200)}{-50 - (-200)} = 66,6\text{cm}$$

2) Khi không đeo kính cận; mắt không thể đọc sách ở cách mắt 25cm và khi đeo kính cận mắt cũng không thể đọc sách ở vị trí cách mắt 25cm vì khoảng cực cận của mắt khi đeo kính và chưa đeo kính cận đều lớn hơn 25cm. Do đó muốn đọc sách ở vị trí này mắt phải đeo kính khác. Khi đó

$$\begin{array}{c} \text{Kính} \\ \text{AB} \longrightarrow \text{A}_1\text{B}_1 \end{array}$$

nên khi AB cách kính 25cm thì A_1B_1 phải ở điểm cực cận của mắt nghĩa là cách mắt 50cm, Đối với kính ta có

$$d = 25\text{cm} ; d' = -50\text{cm}$$

do đó tiêu cự của kính đọc sách là

$$f' = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{-50.25}{-50 + 25} = 50\text{cm} = 0,5\text{m}$$

$$\text{hay tụ số là } \mathcal{D}' = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ điốp}$$

Khi đeo kính này vật ở xa nhất khi cho ảnh A_1B_1 ở điểm C_v của mắt, ta có :

$$d' = -Dm = -200\text{cm}$$

$$\text{Suy ra } d = \frac{d'f}{d' - f} = \frac{-200(50)}{-200 - 50} = 40\text{cm}$$

Vậy khi đeo kính đọc sách mắt chỉ có thể nhìn vật xa nhất cách mắt 40cm

3) Khi ghép kính cận và kính L_2 để có thể đọc sách thì tụ số của L_2 phải thỏa hệ thức : $\mathcal{D}' = \mathcal{D} + \mathcal{D}_2$

$$\Rightarrow \mathcal{D}_2 = \mathcal{D}' - \mathcal{D} = 2 - (-0,5) = 2,5 \text{ điốp}$$

Vậy tụ số kính ghép thêm là 2,5 đi ốp

4) Khi không đeo kính mắt có khoảng cực cận $d_m = 50\text{cm}$, khoảng cực viễn $D_m = 200\text{cm}$

Ta có sơ đồ $\begin{array}{ccc} & \text{Lúp} & \text{Mắt} \\ \text{AB} & \longrightarrow A_1B_1 & \longrightarrow A_2B_2 \end{array}$

Gọi M là vị trí của AB cho ảnh A_1B_1 ở điểm cực viễn; ta có :

$$d'_M = -(D_m - l) = -(200 - 4) = -196 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow d_M = \frac{d'_M f}{d'_M - f} = \frac{(-196)(4)}{-196 - 4} = 3,92\text{cm}$$

Gọi N là vị trí của AB cho ảnh A_1B_1 ở điểm cực cận; ta có :

$$d'_N = -(d_m - l) = -(50 - 4) = -46\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_N = \frac{d'_N f}{d'_N - f} = \frac{-46(4)}{-46 - 4} = 3,68\text{cm}$$

Vậy vật phải đặt cách lúp từ 3,68cm đến 3,92cm.

- Độ bội giác khi ngắm chừng ở C_v là :

$$G = |k| \frac{d_m}{|d'| + l} = \left| \frac{-196}{3,92} \right| \frac{50}{196 + 4} = 12,5$$

- Độ bội giác khi ngắm chừng ở C_c là :

$$G = |k| = \left| \frac{-46}{3,68} \right| = 12,5$$

✚ 13.8 Một kính lúp gồm 2 thấu kính hội tụ L_1 và L_2 giống nhau, cùng trục chính và đặt cách nhau 2cm, tiêu cự các thấu kính là 3cm.

1) Xác định vị trí của vật đặt trước L_1 để một mắt thường nhìn qua hệ thống có thể thấy ảnh của vật mà không điều tiết.

2) Một người đặt mắt sau L_2 1cm, có khoảng cực cận $d_m = 25\text{cm}$. muốn quan sát ảnh ở vị trí này phải dịch chuyển vật theo chiều nào và bằng bao nhiêu.

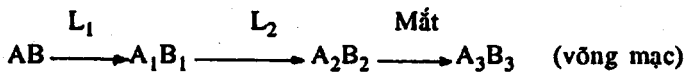
3) Khi vật đang ở vị trí mới, người ta đưa L_2 về sát L_1 . Hỏi muốn nhìn thấy ảnh của vật qua hệ.

a) ở ∞ ; b) ở vị trí cực cận của mắt

Thì vật phải dịch chuyển theo chiều nào ? một đoạn bao nhiêu ? giả sử mắt vẫn đặt sau L_2 1cm.

BÀI GIẢI

1) Ta có sơ đồ tạo ảnh sau qua hệ L_1, L_2



Mắt thường thấy ảnh qua kính lúp không điều tiết khi ảnh ở ∞ , do đó A_2B_2 ở ∞ . Suy ra A_1B_1 ở tiêu diện vật của L_2 nghĩa là cách L_2 một đoạn $d_2 = f_2 = 3\text{cm}$

Suy ra A_1B_1 cách L_1 một đoạn

$$d'_1 = \overline{O_1O_2} - d_2 = 2 - 3 = -1\text{cm}$$

do đó vật AB phải đặt cách L_1 một đoạn

$$d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{(-1)(3)}{-1 - 3} = \frac{3}{4} = 0,75\text{cm}$$

2) Mắt thấy ảnh A_2B_2 ở điểm C_c ; do đó A_2B_2 cách L_2 một đoạn

$$d'_2 = - (d_m - l) = - (25 - 1) = - 24\text{cm}$$

$$\Rightarrow A_1B_1 \text{ cách } L_2 : d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{(-24)(3)}{-24 - 3} = \frac{24 \cdot 3}{27} = \frac{8}{3}\text{cm}$$

Do đó A_1B_1 cách L_1 một đoạn :

$$d'_1 = \overline{O_1O_2} - d_2 = 2 - \frac{8}{3} = -\frac{2}{3}\text{cm}$$

Vật phải đặt cách L_1 một đoạn :

$$d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{-\frac{2}{3} \cdot 3}{-\frac{2}{3} - 3} = \frac{-6}{-11} = \frac{6}{11}$$

$$d_1 = 0,54\text{cm}$$

Vật phải dịch chuyển về phía thấu kính L_1 một đoạn

$$\Delta d = 0,75 - 0,54 = 0,21\text{cm}$$

3a) Khi đưa L_2 về ghép sát L_1 , hệ tương đương 1 thấu kính có tiêu cự f được xác định bởi

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow f = \frac{f_1}{2} = \frac{f_2}{2} = 1,5\text{cm}$$

do đó để nhìn được ảnh ở ∞ thì vật phải đặt ở tiêu diện của lúp nghĩa là vật phải dịch chuyển ra xa L_1 một đoạn

$$\Delta d = 1,5 - 0,54 = 0,96\text{cm}$$

3b) Để nhìn được ảnh ở vị trí C_e nghĩa là ảnh cách L 1 đoạn.

$$d' = -(d_m - l) = -(25 - 1) = -24\text{cm}$$

$$\text{Vật phải đặt ở vị trí } d = \frac{d'f}{d' - f} = \frac{-24(1,5)}{-24 - 1,5} = 1,41\text{cm}$$

nghĩa là vật phải dời xa L_1 một đoạn

$$\Delta d = 1,41 - 0,54 = 0,87\text{ cm}$$

13.9 Để có thể nhìn được một vật ở xa vô cùng mà không điều tiết, mắt một người phải đeo kính có tụ số +2,5 điốp, khi đó vị trí gần nhất của vật mà mắt có thể nhìn rõ cách mắt 20cm, giả sử kính đặt sát mắt.

1) Xác định khoảng cực cận của mắt khi không đeo kính.

2) Khi không dùng kính, người này dùng 1 kính lúp tiêu cự 5cm để quan sát một vật nhỏ.

a) Tính độ bội giác của lúp khi ngắm chừng ở ∞

b) Tính độ bội giác của lúp khi ngắm chừng ở cực cận. Giả sử mắt đặt cách kính lúp 2cm.

BÀI GIẢI

1) Đối với kính sửa khi vật ở vị trí cực cận mới (sau khi đeo kính) thì ảnh sẽ ở vị trí cực cận của mắt. Do đó

$$\text{Khi } d = 20\text{cm}, f = \frac{1}{D} = \frac{1}{2,5} = 0,4\text{m} = 40\text{cm}; \text{ thì } d' = -d_m$$

$$\text{Do đó: } d' = \frac{df}{d - f} = \frac{20(40)}{20 - 40} = -40\text{cm} = -d_m$$

$$\Rightarrow d_m = 40\text{cm}.$$

Vậy khoảng cực cận của mắt thì không đeo kính là 40cm.

2) a) Ngắm chừng ở ∞

Khi ngắm chừng ở ∞ , độ bội giác của lúp không phụ thuộc vào

$$\text{vị trí của mắt: } G = \frac{d_m}{f} = \frac{40}{5} = 8$$

b) Ngắm chừng ở C_c

để ảnh của vật qua lúp ở điểm C_c nghĩa là ảnh cách lúp một đoạn

$$d' = -(d_m - l) = -(40 - 2) = -38 \text{ cm}$$

thì vật phải đặt ở vị trí cách lúp một đoạn.

$$d = \frac{d'f}{d' - f} = \frac{-38(5)}{-38 - 5} = 4,41 \text{ cm}$$

$$\text{Độ bội giác ở vị trí này là } G = |k| = \left| -\frac{d'}{d} \right| = \frac{38}{4,41} = 8,6$$

13.10 Khi quan sát một vật nhỏ AB qua 1 kính lúp có tiêu cự 4cm; một người nhận thấy vật phải đặt trong khoảng từ 2,4cm đến 3,75cm cách kính lúp, thì mắt đặt sau lúp 5cm mới thấy ảnh của vật qua lúp.

1) Xác định phạm vi nhìn rõ của mắt

2) Tính độ bội giác của lúp khi mắt ngắm chừng ở cực cận và cực Viễn.

3) Năng suất phân ly của mắt là 1 phút. Tính chiều dài nhỏ nhất của AB mà mắt có thể phân biệt được qua lúp khi ngắm chừng ở cực cận.

4) Nếu mắt đeo kính sửa để nhìn thấy vật ở xa mà không điều tiết thì tiêu cự của kính sửa bằng bao nhiêu ? Xác định phạm vi ngắm chừng khi mắt đã đeo kính sửa và quan sát vật qua lúp. Cho biết kính sửa đặt sát mắt.

BÀI GIẢI

1) Dựa vào sơ đồ tạo ảnh qua lúp - mắt : $AB \xrightarrow{\text{Lúp}} A_1B_1 \xrightarrow{\text{Mắt}} A_2B_2$
ta thấy khi AB đặt cách lúp 2,4cm thì A_1B_1 sẽ ở cực cận của mắt; nghĩa là cách lúp một đoạn $d' = -(d_m - l) = -(d_m - 5)$ khi $d = 2,4\text{cm}$

$$\text{do đó ta có : } d' = \frac{df}{d - f} = \frac{2,4 \cdot 4}{2,4 - 4} = -6\text{cm}$$

$$\text{hay : } -(d_m - 5) = -6$$

$$\Rightarrow d_m = 11\text{cm}$$

tương tự khi AB đặt cách lúp 3,75cm thì ảnh A_1B_1 qua lúp ở điểm cực viễn của mắt, do đó khi $d = 3,75\text{cm}$ thì $d' = -(D_m - l)$

$$\text{ta có : } d' = \frac{df}{d - f} = \frac{3,75 \cdot 4}{3,75 - 4} = -60\text{cm}$$

$$\Rightarrow -(D_m - 5) = -60\text{cm}$$

$$\Rightarrow D_m = 65\text{cm}$$

Vậy phạm vi nhìn rõ của mắt từ 11cm (Khoảng cực cận) đến 65cm (khoảng cực viễn).

2) Độ bội giác của lúp :

$$\text{- Khi ngắm chừng ở } C_c : G = |k| = \left| -\frac{d'}{d} \right| = \left| \frac{-6}{2,4} \right| = 2,5$$

$$\text{- Khi ngắm chừng ở } C_v : G = |k| \frac{d_m}{|d'| + l} = \frac{60}{3,75} \cdot \frac{11}{60 + 5} = 2,7$$

3) Khi vật được ngắm chừng ở cực cận ta có $G = 2,5$

$$\text{từ định nghĩa } G = \frac{\alpha}{\alpha_0} \Rightarrow \alpha = G\alpha_0 \text{ với } \alpha_0 = \frac{AB}{d_m}$$

Mắt phân biệt được 2 điểm AB khi góc trông α qua lúp lớn hơn hay bằng năng suất phân ly của mắt ε

$$\alpha \geq \varepsilon$$

$$G\alpha_0 \geq \varepsilon$$

thay $\alpha_0 = \frac{AB}{d_m}$ ta có $G \frac{AB}{d_m} \geq \varepsilon$

Suy ra $AB \geq \frac{\varepsilon \cdot d_m}{G}$

Với $\varepsilon = 1 \text{ phút} = \frac{1}{60} \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad}$; $d_m = 11 \text{ cm}$; $G = 2,5$ ta có

$$(AB)_{\min} = \frac{1}{60} \cdot \frac{\pi}{180} \cdot \frac{11}{2,5} = 0,0012 \text{ cm} = 12 \mu\text{m}$$

4) Tiêu cự kính sửa :

Đối với kính sửa khi vật ở xa (∞) cho ảnh qua kính sửa ở điểm cực viễn của mắt. Do đó $d = \infty$; $d' = -(D_m - l) = -D_m = -65 \text{ cm}$

(Kính chứa đặt sát mắt $l = 0$)

do đó : $f = d' = -65 \text{ cm}$

Khi đeo kính chứa, mắt có thể nhìn thấy một vật ở gần mắt nhất khi nó cho ảnh qua kính chứa ở điểm C_c của mắt.

do đó $d' = -(d_m - l) = -11 \text{ cm}$

Suy ra : $d = \frac{d'f}{d' - f} = \frac{-11(-65)}{-11 - (-65)} = \frac{11 \cdot 65}{54} = 13,2 \text{ cm}$

Nghĩa là sau khi đeo kính mắt có khoảng cực cận là 13,2 cm.

Khi mắt đeo kính sửa và dùng kính lúp để quan sát vật thì vật phải đặt trong phạm vi nào đó sao cho ảnh của nó qua lúp nằm trong phạm vi nhìn rõ mới của mắt nghĩa là gần nhất cách mắt 13,2 cm, xa nhất là ở ∞ .

Gọi M là vị trí vật cho ảnh ở ∞ , ta có ; $d_m = f_{\text{lúp}} = 4 \text{ cm}$
(vì $d' = \infty$)

Gọi N là vị trí vật cho ảnh ở C_e ta có :

$$d_N = \frac{-(13,2 - 5).4}{-(13,2 - 5) - 4} \approx 2,7\text{cm}$$

Vậy vật phải đặt trong phạm vi cách lúp từ 2,7 cm đến 4cm

13.11 Một kính hiển vi gồm 1 vật kính có tiêu cự 1cm; và thị kính có tiêu cự 2cm đặt cách nhau 19cm.

1) Khi quan sát ảnh của 1 vật qua kính mà không cần điều tiết, một người có mắt thường với khoảng cực cận 20cm phải đặt vật ở vị trí nào ? Tính độ bội giác của kính trong trường hợp này.

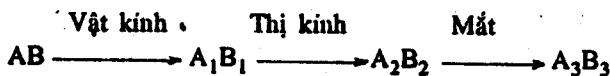
2) Tính chiều cao nhỏ nhất của vật khi quan sát qua kính hiển vi mà mắt có thể nhìn thấy trong trường hợp ngắm chừng ở ∞ . Cho biết năng suất phân ly của mắt là 3.10^{-4} rad.

3) Mắt đặt tại tiêu điểm ảnh của thị kính. Xác định phạm vi ngắm chừng của kính hiển vi.

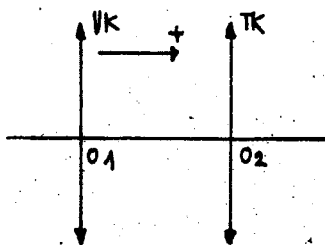
4) Đưa thị kính ra xa vật kính thêm 1cm so với trường hợp ngắm chừng ở ∞ - Xác định vị trí, độ phóng đại ảnh cuối cùng.

BÀI GIẢI

1) Ta có sơ đồ tạo ảnh của vật qua kính hiển vi



với $d_1 = \overline{AO_1}$; $d'_1 = \overline{O_1A_1}$; $d_2 = \overline{A_1O_2}$; $d'_2 = \overline{O_2A_2}$



Mắt thường chỉ quan sát ảnh của vật không cần điều tiết khi A_2B_2 ở ∞

ta có hệ phương trình :

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d_1} \quad (1)$$

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d'_2} + \frac{1}{d_2} \quad (3)$$

Với $d'_2 = \infty$ từ (3) ta có $d_2 = f_2 = 2\text{cm}$

từ (2) ta có : $d'_1 = \overline{O_1O_2} - d_2 = 19 - 2 = 17\text{ cm}$

từ (1) ta có : $d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{17.1}{17 - 1} = \frac{17}{16} = 1,0625\text{ cm}$

Vật phải đặt cách vật kính 1,06cm.

độ bội giác của kính hiển vi khi ngắm chừng ở ∞ : $G = \frac{\delta d_m}{f_1 f_2}$

Với $\delta = \overline{O_1O_2} - (f_1 + f_2) = 19 - (1 + 2) = 16\text{cm}$

do đó $G = \frac{16.20}{1.2} = 160$

2) Ta có :

$$G = \frac{\alpha}{\alpha_0} \Rightarrow \alpha = G\alpha_0$$

α : góc trông của mắt qua kính hiển vi

α_0 : góc trông của mắt khi không dùng kính hiển vi.

$$\alpha_0 = \frac{AB}{d_m}$$

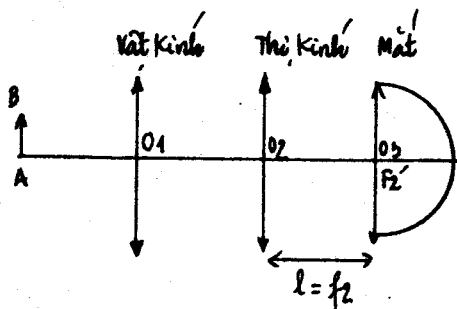
Mắt phân biệt được vật nhỏ nhất khi $\alpha = \epsilon$: năng suất phân li của mắt

do đó : $G \frac{(AB)_{\min}}{d_m} = \epsilon$

$$(AB)_{\min} = \frac{\epsilon d_m}{G} = \frac{3.10^{-4}.20}{160} = 0,375.10^{-4}\text{cm} = 0,375\mu\text{m}$$

3) Xác định phạm vi ngắm chừng.

Ta có sơ đồ tạo ảnh $\begin{array}{ccccccc} & & \text{VK} & & \text{TK} & & \text{Mắt} \\ \text{AB} & \longrightarrow & \text{A}_1\text{B}_1 & \longrightarrow & \text{A}_2\text{B}_2 & \longrightarrow & \text{A}_3\text{B}_3 \end{array}$



Gọi M là vị trí của vật AB cho ảnh A_2B_2 ở điểm C_v của mắt, ta có :

$$d'_2 = \infty ;$$

$$\text{suy ra : } d_2 = f_2 = 2\text{cm}$$

$$\text{và : } d'_1 = \overline{O_1O_2} - d_2 = 19 - 2 = 17\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_M = d_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{17(1)}{17 - 1} = 1,0625 \text{ cm}$$

- Gọi N là vị trí vật AB cho ảnh A_2B_2 ở điểm C_c ta có :

$$d'_2 = - (dm - l) = - (20 - 2) = -18\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{(-18)(2)}{-18 - 2} = 1,8\text{cm}$$

$$\Rightarrow d'_1 = \overline{O_1O_2} - d_2 = 19 - 1,8 = 17,2\text{cm}$$

$$d_N = d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{(17,2)(1)}{17,2 - 1} = \frac{17,2}{16,2} = 1,0617 \text{ cm}$$

Vậy vật phải đặt cách vật kính từ 1,0617cm đến 1,0625cm.

4) Khi ngắm chừng ở ∞ vật A_1B_1 của thị kính cách thị kính 1 đoạn $f_2 = 2\text{cm}$. Khi thị kính được đưa ra xa 1cm, A_1B_1 cách thị kính một đoạn.

$$d_2 = 2 + 1 = 3\text{cm}$$

do đó ảnh cuối cùng qua hệ sẽ ở vị trí

$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{3(2)}{3 - 2} = 6\text{cm}$$

Ảnh cuối là 1 ảnh thật, có độ phóng đại

$$k = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = \frac{6}{3} \cdot \frac{17}{1,0625} = 32$$

✓ 13.12 Một kính hiển vi có vật kính tiêu cự $f_1 = 5\text{mm}$, thị kính có tiêu cự $f_2 = 2\text{cm}$ độ dài quang học $\delta = 10\text{cm}$.

1) Một mắt tốt muốn quan sát ảnh của một vật qua kính mà không cần điều tiết phải đặt vật ở vị trí nào ? độ bội giác trong trường hợp này bằng bao nhiêu ?

2) Vật và vật kính được giữ cố định hỏi thị kính phải di chuyển theo chiều nào ? Một đoạn bằng bao nhiêu ? để thấy ảnh ở vị trí nhìn rõ gần nhất, cho biết khoảng cực cận của mắt này là 20cm .

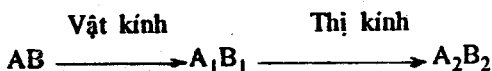
3) Để được kết quả trên người ta có thể đặt giữa vật kính và thị kính một bản mặt song song bề dày e , chiết suất $n = \frac{3}{2}$. Tính e

4) Để được kết quả trên người ta có thể di chuyển vật trước kính hiển vi. Xác định độ dịch chuyển và chiều dịch chuyển của vật.

Giả sử mắt đặt tại tiêu điểm ảnh của thị kính.

BÀI GIẢI

1) Dựa trên sơ đồ tạo ảnh qua kính hiển vi ta có :



mắt tốt nhìn ảnh mà không điều tiết khi A_2B_2 ở ∞ ; do đó :

$$d'_2 = \infty \Rightarrow f_2 = d_2 = 2\text{cm}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow d'_1 &= \overline{\text{O}_1\text{O}_2} - d_2 = (\delta + f_1 + f_2) - d_2 = \\ &= (10 + 2 + 0,5) - 2 = 10,5\text{cm} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{10,5 \cdot 0,5}{10,5 - 0,5} = 0,525\text{cm} = 5,25\text{mm}$$

Vậy vật phải đặt cách vật kính $5,25\text{ mm}$

Độ bội giác khi ngắm chừng ở vô cực

$$G = \frac{\delta d_m}{f_1 f_2} = \frac{10,20}{2 \cdot 0,5} = 300$$

2) Vật và vật kính được giữ cố định : do đó $d_1 = 0,525\text{cm}$ và $d'_1 = 10,5\text{cm}$ để thấy ảnh ở vị trí nhìn rõ gần nhất thì A_2B_2 ở điểm C_c của mắt nghĩa là $d'_2 = -(d_m - f_2) = -(20 - 2) = -18\text{ cm}$.

$$\text{do đó} \quad d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{(-18)(2)}{-18 - 2} = \frac{-36}{-20} = 1,8\text{cm}$$

$$\text{Từ hệ thức} \quad d_2 = \overline{O_1 O_2} - d'_1$$

$$\Rightarrow \quad \overline{O_1 O_2} = d_2 + d'_1 = 1,8 + 10,5 = 12,3\text{cm}$$

Vậy thị kính phải dời đi một đoạn : $\Delta l = 12,5 - 12,3 = 0,2\text{cm}$ về phía vật kính.

3) Nếu giữ nguyên vị trí của vật, Vật kính và thị kính (ở trường hợp câu 1 nghĩa là ngắm chừng ở ∞) ta có thể quan sát ảnh ở vị trí nhìn rõ gần nhất bằng cách đặt sau vật kính một bản mặt song song sao cho ảnh A_1B_1 của vật kính khi qua bản mặt cho 1 ảnh $A'_1B'_1$ và $A'_1B'_1$ phải ở vị trí của A_1B_1 khi ngắm chừng ở C_c nghĩa là cách thị kính $1,8\text{cm}$

$$\text{Theo sơ đồ sau :} \quad \begin{array}{ccccccc} & \text{Vật kính} & & \text{Bản mặt} & & \text{Thị kính} & \\ \text{Theo sơ đồ sau :} & AB & \longrightarrow & A_1B_1 & \longrightarrow & A'_1B'_1 & \longrightarrow & A_2B_2 \end{array}$$

Như vậy bản mặt song song có tác dụng làm dời ảnh một đoạn

$$A_1A'_1 = 2 - 1,8 = 0,2\text{ cm}$$

$$\text{áp dụng hệ thức} \quad A_1A'_1 = e \frac{n-1}{n}$$

$$\Rightarrow \quad e = \frac{n(A_1A'_1)}{n-1} = \frac{1,5 \cdot 0,2}{1,5 - 1} = 0,6\text{cm}$$

4) Ta cũng có thể tìm được kết quả này bằng cách giữ nguyên khoảng cách giữa vật kính và thị kính $\overline{O_1 O_2} = 12,5\text{cm}$ nhưng dịch chuyển vật. Thật vậy để quan sát vật ở vị trí nhìn rõ gần nhất A_2B_2 phải ở cách thị kính $d'_2 = -18\text{cm}$

$$\Rightarrow \quad d_2 = 1,8\text{cm}$$

$$\Rightarrow \quad d'_1 = \overline{O_1 O_2} - d_2 = 12,5 - 1,8 = 10,7\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{10,7,0,5}{10,7 - 0,5} = 0,5245 \text{ cm}$$

Vậy vật phải đặt cách vật kính 0,5245cm nghĩa là phải dịch chuyển một đoạn $0,525 - 0,5245 = 0,0005\text{cm}$ về phía vật kính.

13.13. Vật kính và thị kính của 1 kính hiển vi có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 0,5\text{cm}$ và $f_2 = 2\text{cm}$. Một người có mắt bình thường khi quan sát một vật qua kính hiển vi mà không cần điều tiết phải đặt vật cách vật kính 0,525cm.

1) Tính độ dài quang học δ của kính hiển vi và độ bội giác của kính cho biết khoảng nhìn rõ ngắn nhất của mắt là 20cm.

2) Một mắt cận thị có khoảng cực cận 16cm khi quan sát ảnh của vật ở vị trí nhìn rõ ngắn nhất bằng kính này phải dịch chuyển vật một đoạn bao nhiêu? theo chiều nào? Giả sử mắt đặt tại tiêu điểm của thị kính.

BÀI GIẢI

1) Dựa trên sơ đồ tạo ảnh AB $\xrightarrow{\text{Vật kính}}$ $A_1B_1 \xrightarrow{\text{Thị kính}}$ $A_2B_2 \xrightarrow{\text{Mắt}}$ A_3B_3

Ta thấy mắt bình thường quan sát ảnh của vật mà không điều tiết khi A_2B_2 ở ∞ ; do đó $d'_2 = \infty$

$$\Rightarrow d_2 = f_2 = 2\text{cm}$$

Mắt khác vật đặt cách vật kính $d_1 = 0,525\text{cm}$

$$\Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{0,525 \cdot 0,5}{0,525 - 0,5} = 10,5\text{cm}$$

$$\text{Với } d_2 = -d'_1 + \overline{O_1O_2}$$

$$\text{ta suy ra : } \overline{O_1O_2} = d'_1 + d_2 = 10,5 + 2 = 12,5\text{cm}$$

Độ dài quang học của kính hiển vi

$$\delta = \overline{O_1O_2} - (f_1 + f_2) = 12,5 - (0,5 + 2) = 10\text{cm}$$

$$\text{Độ bội giác của kính hiển vi } G = \frac{\delta d_m}{f_1 f_2} = \frac{10.20}{2.0,5} = 200$$

2) Khi quan sát ảnh ở vị trí nhìn rõ ngắn nhất A_2B_2 phải ở điểm C_e của mắt cận nghĩa là cách mắt 16cm, hay cách thị kính

$$d'_2 = -(d_m - f_2) = -(16 - 2) = -14\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{(-14)(2)}{-14 - 2} = 1,75\text{cm}$$

$$\Rightarrow d'_1 = \overline{O_1 O_2} - d_2 = 12,5 - 1,75 = 10,75\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{10,75 \cdot 0,5}{10,75 - 0,5} = 0,5243\text{cm}$$

Như vậy người này phải dịch chuyển vật 1 đoạn $0,525 - 0,5243 = 0,0007\text{ cm} = 7\text{ }\mu\text{m}$ về phía vật kính.

13.14 Vật kính của kính hiển vi có tiêu cự $f_1 = 0,5\text{cm}$, khoảng cách giữa vật kính và thị kính là $l = 16\text{cm}$.

1) Một người mắt bình thường quan sát ảnh của vật ở ∞ thì kính có độ bội giác $G = 200$. Cho biết khoảng nhìn rõ ngắn nhất của mắt là 25cm

a) Tính tiêu cự của thị kính và khoảng cách từ vật kính đến vật kính.

b) Muốn quan sát ảnh ở vị trí nhìn rõ ngắn nhất phải đặt vật cách vật kính bao nhiêu? Cho biết mắt đặt tại tiêu điểm ảnh của thị kính.

2) Một người mắt cận có khoảng cực viễn là 1m và khoảng cực cận 15cm khi dùng kính hiển vi này phải đặt vật trong phạm vi nào?

Cho biết mắt vẫn đặt ở tiêu điểm ảnh của thị kính.

3) Đặt vật ở vị trí ngắm chừng ở ∞ . Muốn ảnh qua kính hiển vi là một ảnh thật cách thị kính 20cm và có độ phóng đại $k = 100$ thì thị kính phải dịch chuyển theo chiều nào? một đoạn bao nhiêu?

BÀI GIẢI

1.a) Khi quan sát vật qua kính hiển vi ở vị trí ∞

ta có :

$$G = \frac{\delta d_m}{f_1 f_2} \quad (1)$$

Mặt khác dựa vào sơ đồ tạo ảnh qua kính hiển vi

$$\begin{array}{ccc} & \text{VK} & \text{TK} \\ \text{AB} & \longrightarrow & \text{A}_1\text{B}_1 \longrightarrow \text{A}_2\text{B}_2 \end{array}$$

thì khi A_2B_2 ở ∞ ta có $d'_2 = \infty$; do đó $d_2 = f_2$ (2)

và $d'_1 = \overline{\text{O}_1\text{O}_2} - d_2 = \overline{\text{O}_1\text{O}_2} - f_2$ (3)

$$d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{(\overline{\text{O}_1\text{O}_2} - f_2) f_1}{\overline{\text{O}_1\text{O}_2} - f_2 - f_1} \quad (4)$$

từ (1) thay $\delta = \overline{\text{O}_1\text{O}_2} - (f_1 + f_2)$ ta có

$$G = \frac{[\overline{\text{O}_1\text{O}_2} - (f_1 + f_2)] d_m}{f_1 f_2} = \frac{[l - (f_1 + f_2)] d_m}{f_1 f_2}$$

thay các giá trị $G = 200$; $l = 16\text{cm}$; $d_m = 25\text{cm}$; $f_1 = 0,5\text{cm}$

ta suy ra $200 = \frac{[16 - 0,5 - f_2] 25}{0,5 f_2}$

$$\Rightarrow f_2 = 3,1\text{cm}$$

thay $f_2 = 3,1\text{cm}$ vào (4) ta có :

$$d_1 = \frac{(16 - 3,1) 0,5}{16 - 3,1 - 0,5} = 0,52\text{cm}$$

b) Khi quan sát ảnh ở vị trí nhìn rõ ngắn nhất thì A_2B_2 ở C_e của mắt nghĩa là cách thị kính một khoảng

$$d'_2 = -(\text{dm} - f_2) = -(25 - 3,1) = -21,9\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{(-21,9)(3,1)}{-21,9 - 3,1} = 2,715\text{cm}$$

$$\Rightarrow d'_1 = \overline{\text{O}_1\text{O}_2} - d_2 = 16 - 2,715 = 13,285\text{cm}$$

$$d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{(13,285)(0,5)}{13,285 - 0,5} = 0,5195\text{cm}$$

Vật phải đặt cách vật kính 0,5195cm

2) Ngắm chừng ở C_v

$$\text{Khi đó : } d'_2 = -(D_m - f_2) = -(100 - 3,1) = -96,9\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{(-96,9)(3,1)}{-96,9 - 3,1} = 3\text{cm}$$

$$\Rightarrow d'_1 = l - d_2 = 16 - 3 = 13\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{13(0,5)}{13 - 0,5} = 0,52\text{cm}$$

- Ngắm chừng ở C_e

$$\text{Khi đó : } d'_2 = -(d_m - f_2) = -(15 - 3,1) = -11,9\text{cm}$$

$$d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{(-11,9)(3,1)}{-11,9 - 3,1} = 2,4593\text{cm}$$

$$d'_1 = l - d_2 = 16 - 2,4593 = 13,5407\text{cm}$$

$$d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{(13,5407)(0,5)}{13,5407 - 0,5} = 0,5191\text{cm}$$

Vật phải đặt cách vật kính từ 0,5191cm đến 0,52cm.

3) Khi ngắm chừng ở ∞ thì vật đặt cách vật kính 0,52cm; Hệ cho 1 ảnh thật cách thị kính 20cm và độ phóng đại bằng 100 ta có :

$$d_1 = 0,52\text{cm} \quad (1)$$

$$d'_2 = 20\text{cm} \quad (2)$$

$$k = 100 \quad (3)$$

$$\text{từ (1) suy ra } d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{0,52(0,5)}{0,52 - 0,5} = 13\text{cm}$$

$$(3) \Rightarrow \frac{d'_1}{d_1} \frac{d'_2}{d_2} = 100 \quad (4)$$

Thay các giá trị của d_1 , d'_1 ; d'_2 và $d_2 = 1 - d'_1$ vào (4) ta có

$$\frac{13}{0,52} \cdot \frac{20}{1 - 13} = 100$$

$$\Rightarrow 1 - 13 = \frac{13}{0,52} \cdot \frac{20}{100} = 5$$

$$\Rightarrow 1 = 18\text{cm}$$

Vậy thị kính phải dịch chuyển ra xa vật kính một đoạn $\Delta l = 18 - 16 = 2\text{cm}$

13.15 1) Một mắt thường có khoảng cực cận $d_m = 25\text{cm}$ quan sát một vật nhỏ qua 1 kính hiển vi có tiêu cự của vật kính và thị kính lần lượt là f_1 và f_2 khoảng cách giữa vật kính và thị kính là 18cm nhận thấy : Khi vật đặt cách vật kính $0,5164\text{cm}$ thì mắt phải điều tiết tối đa mới thấy ảnh của vật qua kính còn khi vật đặt cách vật kính $0,5166\text{cm}$ thì mắt quan sát ảnh mà không cần điều tiết. Hãy tính tiêu cự của vật kính và thị kính, độ bội giác của kính khi ngắm chừng ở ∞ .

2) Giữ vật và vật kính cố định, ở vị trí ngắm chừng ∞ , một người mắt cận có khoảng cực viễn $D_m = 1\text{m}$ muốn quan sát vật mà không cần điều tiết phải dịch chuyển thị kính một đoạn bao nhiêu ? Theo chiều nào ?

3) Vật và vật kính vẫn được giữ ở vị trí ngắm chừng ∞ . Nếu muốn có 1 ảnh thật qua kính hiển vi lớn gấp 200 lần vật ở cách thị kính 20cm thì thị kính phải dịch chuyển theo chiều nào ? một đoạn bao nhiêu ?

Cho biết mắt đặt tại tiêu điểm của thị kính.

BÀI GIẢI

1)

Vật kính	Thị kính	Mắt
Dựa vào sơ đồ	AB $\longrightarrow$ A ₁ B ₁	$\longrightarrow$ A ₂ B ₂ $\longrightarrow$ A ₃ B ₃

t.1 thấy mắt thường quan sát vật không điều tiết khi A_2B_2 ở ∞

Do đó : $d'_2 = \infty$

$$\Rightarrow d_2 = f_2$$

Mặt khác lúc đó vật cách vật kính 0,5166cm; do đó.

$$d_1 = 0,5166\text{cm}$$

$$\Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{0,5166 f_1}{0,5166 - f_1} \quad (1)$$

Ta có : $d_2 = \overline{O_1 O_2} - d'_1$

Vậy : $f_2 = 18 - \frac{0,5166 f_1}{0,5166 - f_1} \quad (2)$

- Khi mắt quan sát ảnh phải điều tiết tối đa; ta có : A_2B_2 ở điểm C_c của mắt nghĩa là $d'_2 = -(dm - f_2) = -(25 - f_2)$

Suy ra

$$d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{-f_2(25 - f_2)}{-(25 - f_2) - f_2} = \frac{f_2(f_2 - 25)}{-25} = \frac{f_2(25 - f_2)}{25}$$

Mặt khác : $d_1 = 0,5164\text{cm}$

$$\Rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{0,5164 f_1}{0,5164 - f_1}$$

Ta có : $d_2 = \overline{O_1 O_2} - d'_1$

Vậy : $\frac{f_2(25 - f_2)}{25} = 18 - \frac{0,5164 f_1}{0,5164 - f_1} \quad (3)$

Giải hệ phương trình (2) (3)

Thay giá trị của f_2 ở (1) vào (2) ta có :

$$\left(18 - \frac{0,5166 f_1}{0,5166 - f_1}\right) \left(25 - 18 + \frac{0,5166 f_1}{0,5166 - f_1}\right) = 25 \left(18 - \frac{0,5164 f_1}{0,5164 - f_1}\right)$$

Giải phương trình này ta có $f_1 = 0,5\text{cm}$

thay vào (2) $\Rightarrow f_2 = 2,5\text{cm}$

Độ bội giác khi ngắm chừng ở vô cực :

$$G = \frac{\delta dm}{f_1 f_2} \text{ với } \delta = O_1 O_2 - (f_1 + f_2) = 18 - (2,5 + 0,5) = 15\text{cm}$$

$$\text{Do đó } G = \frac{15,25}{0,5 \cdot 2,5} = 300$$

2) Khi ngắm chừng ở ∞ thay giá trị của f_1 vào (1) ta có

$$d'_1 = \frac{0,5166 \cdot 0,5}{0,5166 - 0,5} = 15,5602\text{cm}$$

Mắt cận quan sát vật không điều tiết khi $A_2 B_2$ ở C_v của mắt

$$\text{nghĩa là } d'_2 = -(Dm - f_2) = -(100 - 2,5) = -97,5\text{cm}$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{(-97,5)(2,5)}{-97,5 - 2,5} = 2,4375\text{cm}$$

$$\text{từ hệ thức } d'_1 = O_1 O_2 - d_2$$

$$\text{ta suy ra } \overline{O_1 O_2} = d'_1 + d_2 = 15,5602 + 2,4375 = 17,9977\text{cm}$$

Vậy thị kính phải dịch chuyển một đoạn

$$\Delta l = 18 - 17,9977 = 0,0022\text{cm} = 22 \mu\text{m} \text{ về phía vật kính.}$$

$$3) \text{ Ta có } d_1 = 0,5166\text{cm} ; d'_1 = 15,5602\text{cm}$$

$$\text{Với } d_2 = \overline{O_1 O_2} - d'_1 = 1 - 15,5602$$

$$\text{và : } d'_2 = 20\text{cm} ; k = 200 \text{ ta có :}$$

$$k = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{d'_2}{d_2} = \frac{15,5602}{0,5166} \cdot \frac{20}{1 - 15,5602} = 200$$

$$\text{Suy ra } l = 18,572\text{cm}$$

do đó thị kính phải dịch chuyển ra xa vật kính một đoạn

$$\Delta l = 18,572 - 18 = 0,572\text{cm}$$

13.16 Một kính thiên văn nhỏ, vật kính có tiêu cự $f_1 = 20\text{cm}$ và thị kính có tiêu cự $f_2 = 2\text{cm}$.

1/ Tính số bội giác trong trường hợp kính được dùng để quan sát vật ở xa và ngắm chừng ở vô cực.

2/ Kính được ngắm chừng ở vô cực, thị kính có thể di chuyển tối đa 5cm so với vị trí này. Hỏi vị trí gần nhất của vật mà mắt có thể trông thấy qua kính.

a/ Nếu mắt ngắm chừng ở ∞

b/ Nếu mắt ngắm chừng C_c cách mắt 25cm và mắt đặt sát thị kính.

3/ Đưa thị kính ra xa nhất, ghép vật kính với 1 thấu kính phụ, người ta dùng kính thiên văn này để nhìn một vật đặt cách kính 50cm .

Xác định tiêu cự của thấu kính khi mắt ngắm chừng ở vô cực.

BÀI GIẢI

1) Độ bội giác khi ngắm chừng ở ∞ là $G = \frac{f_1}{f_2} = \frac{20}{2} = 10$

Khoảng cách giữa vật kính và thị kính là

$$\overline{O_1O_2} = f_1 + f_2 = 20 + 2 = 22\text{cm}$$

2.a) Ngắm chừng ở ∞

Ta có sơ đồ: $\begin{array}{ccc} & \text{Vật kính} & \text{Thị kính} \\ \text{Ta có sơ đồ} & AB \longrightarrow & A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2 \end{array}$

Khi ngắm chừng ở ∞ ; A_2B_2 ở ∞ do đó:

$$d'_2 = \infty \Rightarrow d_2 = f_2 = 2\text{cm}$$

Suy ra
$$d'_1 = \overline{O_1O_2} - d_2 = 20 - 2$$

và
$$d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{(20 - 2)20}{20 - 2} = \frac{20(1 - 2)}{1 - 2}$$

kết quả này cho thấy d_1 nghịch biến với l . Do đó khi l tăng thì d giảm. Khi $l = 22 + 5 = 27\text{cm}$

thì
$$d_1 = \frac{20(27 - 2)}{27 - 22} = 100\text{cm}$$

Vậy vật có thể đặt gần nhất cách mắt 100cm.

b) Khi ngắm chừng ở C_e trong trường hợp này A_2B_2 ở điểm C_e của mắt nghĩa là $d'_2 = -d_m = -25\text{cm}$ (mắt đặt sát thị kính)

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \frac{(-25)(2)}{-25 - 2} = 1,85\text{cm}$$

$$\Rightarrow d'_1 = \overline{O_1 O_2} - d_2 = 1 - 1,85$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \frac{(1 - 1,85) 20}{1 - 1,85 - 20}$$

Ở vị trí giới hạn $l = 27\text{cm}$ ta có :

$$d_1 = \frac{(27 - 1,85)20}{27 - 1,85 - 20} = 97,67\text{cm}$$

Vậy vật có thể đặt gần nhất cách vật kính 97,67cm.

3) Thị kính ở xa nhất cách vật kính $l = 27\text{cm}$

Vật đặt cách kính 50cm $\Rightarrow d_1 = 50\text{cm}$

Mắt ngắm chừng ở $\infty \Rightarrow d'_2 = \infty$

Với $d'_2 = \infty$; Suy ra : $d_2 = f_2 = 2\text{cm}$

Gọi f là tiêu cự tương đương của vật kính và thấu kính phụ. Ta có :

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{50f}{50 - f}$$

ta biết
$$d_2 = \overline{O_1 O_2} - d'_1$$

Do đó :
$$2 = 27 - \frac{50f}{50 - f}$$

$$\Rightarrow f = \frac{50}{3}\text{cm.}$$

Mặt khác : đối với hướng chất phẳng (nước, không khí) ta có :

$$\frac{AH}{n_1} = \frac{HA_1}{n_2}$$

với $n_1 = \frac{4}{3}$ $n_2 = 1$ ta có

$$HA_1 = \frac{HA}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}h$$

với h : bề sâu lớp nước

Đối với vật kính ta có :

$$d_1 = \overline{A_1O_1} = \overline{A_1H} + \overline{HO_1} = \frac{3}{4}h + d \text{ (với } d = 1350\text{cm :}$$

khoảng cách từ vật kính đến lớp nước)
do đó :

$$d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{\left(\frac{3}{4}h + d\right) 100}{\frac{3}{4}h + d - 100}$$

Từ hệ thức :

$$d_2 = \overline{O_1O_2} - d'_1 \text{ ta có :}$$

$$f_2 = l_3 - d'_1$$

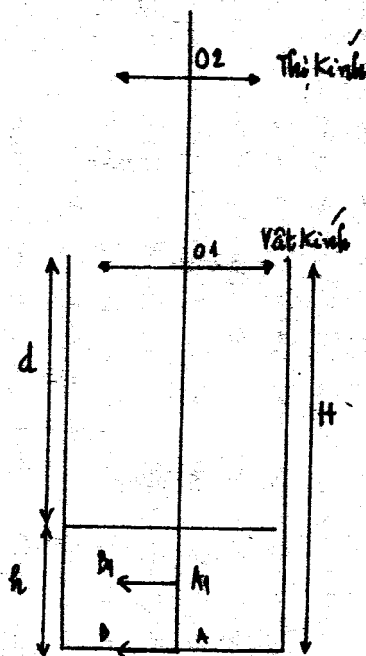
$$f_2 = 103,84 + f_2 - \frac{100\left(\frac{3}{4}h + 13500\right)}{\frac{3}{4}h + 1350 - 100}$$

$$\text{Suy ra : } 0 = 103,84 - \frac{100(3h + 5400)}{3h - 5000}$$

do đó : $h = 1800\text{cm} = 18\text{m}$

Vậy bề sâu lớp nước là 18m và bề sâu của giếng là

$$H = 18 + 13,5 = 31,5\text{m}$$



13.18 1/ Trong khoảng từ vật đến một màn cách nhau 6,25m, một thấu kính L_1 có 2 vị trí cách nhau 3,75m cho ảnh rõ nét trên màn. Tính tiêu cự của L_1 .

2/ Dùng một thấu kính hội tụ L_2 có tụ số 25 điốp kết hợp với L_1 để tạo thành một kính thiên văn. Một mắt thường dùng kính để quan sát vật ở xa mà không điều tiết. Tính độ bội giác và khoảng cách giữa L_1 và L_2 .

3/ Trong khoảng từ vật kính đến tiêu điểm ảnh của nó đặt một bản mặt song song B_1 có bề dày $e_1 = 3\text{cm}$, chiết suất 1,5 vuông góc với trục chính. Một mắt có tật, đặt sau thị kính 4,16cm trông thấy ảnh của thiên thể ở cận điểm của mắt. Thay một bản mặt song song khác B_2 vào chỗ của B_1 , có bề dày $e_2 = 0,15\text{cm}$, chiết suất 1,5 thì mắt có tật lại thấy ảnh của thiên thể ở điểm cực viễn của mắt. Xác định điểm cực cận và cực viễn của mắt tật.

4/ Bỏ bản mặt song song ra, đặt một thấu kính hội tụ L_3 tiêu cự 10m vào khoảng giữa L_1 và L_2 , cùng trục chính với L_1, L_2 . Kính L_3 đặt sau vật kính 112,5cm. Xác định vị trí của L_2 để mắt thường có thể nhìn vật ở xa qua hệ kính trên mà không cần điều tiết.

BÀI GIẢI

1/ Gọi L là khoảng cách từ vật đến màn ; l : khoảng cách giữa 2 vị trí của thấu kính, phương pháp đo tiêu cự của Bessel cho ta kết quả

$$f_1 = \frac{L^2 - l^2}{4L}$$

Áp dụng vào trường hợp này $L = 6,25\text{m}$, $l = 3,75\text{m}$, ta có :

$$f_1 = \frac{6,25^2 - 3,75^2}{4 \cdot 6,25} = 1\text{m} = 100\text{cm}$$

$$2) \text{ Với } f_2 = \frac{1}{D_2} = \frac{1}{25} = 0,04\text{m} = 4\text{cm}$$

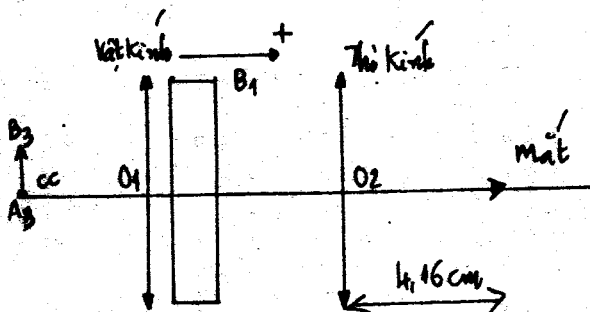
L_1 được dùng làm vật kính; L_2 dùng làm thị kính của kính thiên văn. Khi ngắm, chúng ở ∞ và quan sát vật ở xa ta có :

$$G = \frac{f_1}{f_2} = \frac{100}{4} = 25$$

Và khoảng cách giữa vật kính và thị kính là

$$\overline{O_1O_2} = f_1 + f_2 = 100 + 4 = 104\text{cm}$$

3) Ta có sơ đồ tạo ảnh qua hệ :



$$\begin{array}{ccccc} \text{VK} & & \text{BM} & & \text{TK} \\ \text{AB} \longrightarrow & \text{A}_1\text{B}_1 & \longrightarrow & \text{A}_2\text{B}_2 & \longrightarrow \text{A}_3\text{B}_3 \end{array}$$

- Mắt thấy A_3B_3 ở điểm cực cận của mắt nghĩa là :

$$d'_2 = \overline{O_2A_3} = -(d_m - l)$$

với $l = 4,16\text{cm}$: khoảng cách từ mắt đến thị kính

d_m : khoảng cực cận của mắt

Với AB ở ∞ : $d_1 = \overline{AO_1} = \infty$

do đó : $d'_1 = f_1 = 100\text{cm}$

qua bản mặt song song độ dời ảnh sẽ là :

$$\overline{A_1A_2} = c_1 \left(\frac{n-1}{n} \right) = 3 \left(\frac{1,5-1}{1,5} \right) = 1\text{cm}$$

do đó : $d_2 = \overline{A_2O_2} = \overline{A_2A_1} + \overline{A_1O_1} + \overline{O_1O_2} = 104 - 1 - 100 = 3\text{cm}$

Suy ra
$$d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = -(d_m - l)$$

$$\Rightarrow \frac{3(4)}{3-4} = (-d_m - 4,16)$$

$$\Rightarrow d_m = 16,16 \text{ cm}$$

- Lý luận tương tự : Mắt thấy A_3B_3 ở điểm cực viễn của mắt nghĩa là

$$d'_2 = \overline{O_2A_3} = -(D_m - l)$$

D_m : khoảng cực viễn của mắt

ta vẫn có $d_1 = \infty$; $d'_1 = 100 \text{ cm}$

Nhưng qua bản mặt song song B_2 độ dời ảnh là

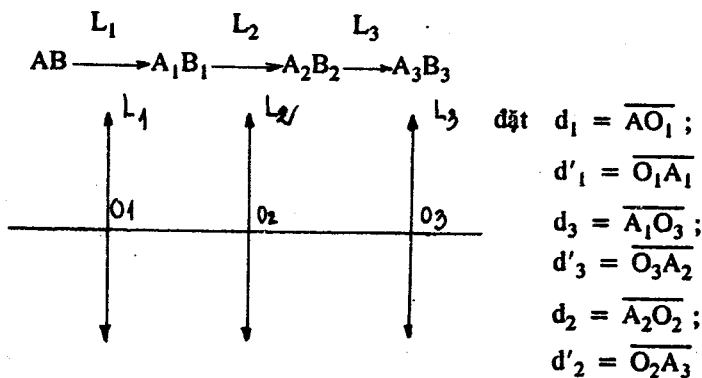
$$A_1A_2 = e_2 \left(\frac{n-1}{n} \right) = 0,15 \frac{1,5-1}{1,5} = 0,05 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{do đó : } d_2 &= \overline{A_2O_2} = \overline{A_2A_1} + \overline{A_1O_1} + \overline{O_1O_2} \\ &= 104 - 0,05 - 100 = 3,95 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } d'_2 = (-D_m - l) = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{3,95(4)}{3,95 - 4} = -316 \text{ cm}$$

$$D_m = 316 + 4,16 = 320,16 \text{ cm}$$

4) Ta có sơ đồ tạo ảnh



Vật ở xa : $d_1 = \infty$, do đó : $d'_1 = f_1 = 100 \text{ cm}$

Suy ra

$$d_3 = \overline{A_1O_3} = \overline{A_1O_1} + \overline{O_1O_3} = \overline{O_1O_3} - d'_1 = 112,5 - 100 = 12,5\text{cm}$$

$$\text{do đó : } d'_3 = \frac{d_3 f_3}{d_3 - f_3} = \frac{12,5 \cdot 10}{12,5 - 10} = 50\text{cm}$$

Suy ra

$$d_2 = \overline{A_2O_2} = \overline{A_2O_3} + \overline{O_3O_2} = \overline{O_3O_2} - \overline{O_3A_2} = x - d'_3 = x - 50\text{cm}$$

$$\text{Vậy } d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(x - 50)4}{x - 50 - 4} = \frac{4(x - 50)}{x - 54} \quad (1)$$

Mắt nhìn thấy ảnh mà không điều tiết do đó A_3B_3 ở ∞

$$\text{hay } d'_2 = \infty \Rightarrow d_2 = f_2 = 4\text{cm}$$

$$\text{có thể suy ra } d_2 = 4 = x - 50 \Rightarrow x = 54\text{cm}$$

$$\text{hoặc từ } d'_2 = \frac{4(x - 50)}{x - 54} \rightarrow \infty \text{ Khi } x = 54\text{cm}$$

Vậy L_2 đặt cách L_3 54cm hay cách L_1 : $54 + 112,5 = 166,5\text{cm}$

MỤC LỤC

• Nguyên tắc khảo sát đường đi của tia sáng qua một hệ quang đồng trục	5
• Chủ đề 1 : Hệ gương phẳng + gương phẳng	12
• Chủ đề 2 : Hệ gương phẳng + gương cầu	15
• Chủ đề 3 : Hệ : Gương phẳng + lưỡng chất phẳng ; gương phẳng + Bản mặt song song	24
• Chủ đề 4 : Hệ gương phẳng + lăng kính	32
• Chủ đề 5 : Hệ gương phẳng + thấu kính	38
• Chủ đề 6 : Hệ gương cầu + gương cầu	61
• Chủ đề 7 : Hệ gương cầu + lưỡng chất phẳng Gương cầu + bản mặt song song	70
• Chủ đề 8 : Hệ gương cầu + thấu kính	76
• Chủ đề 9 : Lưỡng chất phẳng + bản mặt song song + Lăng kính	110
• Chủ đề 10 : Lưỡng chất phẳng + bản mặt song song + Thấu kính	114
• Chủ đề 11 : Hệ thấu kính + Thấu kính	136
• Chủ đề 12 : Hệ nhiều dụng cụ quang học	191
• Chủ đề 13 : Máy ảnh - Mắt - Kính lúp - Kính hiển vi - Kính thiên văn	229

SÁCH ĐỌC THÊM CHO HỌC SINH
133 BÀI TOÁN QUANG HÌNH

Của Nguyễn Tiến Bình



Chịu trách nhiệm xuất bản :

TÂN ĐỨC

Biên tập : **HOÀI VIỆT**
Trình bày bìa : **HÀ GIANG**
Sửa bản in : **THANH THU**

NHÀ XUẤT BẢN THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

62 Nguyễn Thị Minh Khai - Quận I

Điện thoại : 225340 - 296764 - 222726 - 296713