**ĐẠI SỐ - GIẢI TÍCH 11 – CHƯƠNG 3**

**§3. CẤP SỐ CỘNG**

**Thời lượng dự kiến:** 2 **tiết**

**Facebook GV1 soạn bài: Nguyễn Thị Vân.**

**Facebook GV2 soạn bài: Lê văn Tùng.**

**Facebook GV4 chuẩn hóa word:** **Hoàng Sỹ Quyển**.

**A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH**

**I. ĐỊNH NGHĨA CẤP SỐ CỘNG**

**1. Định nghĩa**

**\* VD MỞ ĐẦU:** Bốn số hạng đầu của một dãy số là . Từ đó hãy chỉ ra một quy luật rồi viết 5 số hạng tiếp theo của dãy theo quy luật đó.

**Lời giải**

Quy luật: Kể từ số hạng thứ 2 trở đi, mỗi số hạng của dãy số bằng số hạng đứng liền trước nó cộng với 4. 5 số hạng tiếp theo của dãy theo quy luật đó lần lượt là 15; 19; 23;27;31.

**\* Định nghĩa:** *Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi d.*

*Số d được gọi là công sai của cấp số cộng.*

*Nếu* *là cấp số cộng với công sai*  *ta có công thức truy hồi*

,  

*Đặc biệt khi d = 0 thì CSC là một dãy số không đổi.*

**\* Chú ý:**

**-** Công thức  cho phép tính được một số hạng của CSC nếu biết công sai và số hạng đứng ngay trước nó hoặc ngay sau nó.

- Tính được công sai nếu biết hai số hạng liên tiếp .

- Muốn chứng minh một dãy số là cấp số cộng ta chứng minh , trong đó  là hằng số.

**2. Ví dụ**

**\*VD1:** Chứng minh rằng dãy số hữu hạn sau là một cấp số cộng:



**Lời giải**

Vì ; ; ;  nên theo định nghĩa, dãy số  là một cấp số cộng với công sai .

**\*VD2:** Cho  là một cấp số cộng có 6 số hạng với , . Viết dạng khai triển của nó.

**Lời giải**

Ta có ; ; ;

; 

Dạng khai triển của dãy số  là: .

**II. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT**

**1. Định lí**

**\* Định lí 1:** Nếu cấp số cộng có số hạng đầu  và công sai  thì số hạng ttổng quát  được xác định bởi công thức:  với  

**2. Ví dụ**

**\*VD1:** Cho cấp số cộng , biết .

a) Tìm 

b) Số 100 là số hạng thứ bao nhiêu?

c) Biểu diễn các số hạng  trên trục số. Nhận xét vị trí của mỗi điểm  so với hai điểm liền kề.

**Lời giải**

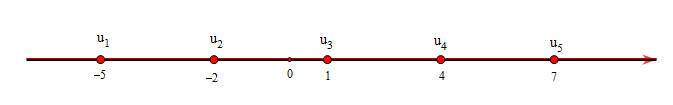
a) Theo công thức  ta có 

b) Theo công thức ta có .

Vì  nên .

Vậy 100 là số hạng thứ 36.

c) Năm số hạng đầu của cấp số cộng là  được biểu diễn bởi các điểm  tương ứng trên hình vẽ



Nhận xét: điểm  là trung điểm của đoạn thẳng  hay 

Ta cũng có kết quả tương tự với  và 

**III. TÍNH CHẤT CÁC SỐ HẠNG CỦA CẤP SỐ CỘNG**

**1. Định lí.**

**\* Định lí 2:** Trong một cấp số cộng, mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và số hạng cuối) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là:

 với  

**2. Ví dụ**

**\*VD1:** Tìm  biết các số ; ;  theo thứ tự lập thành cấp số cộng .

**Lời giải**

Vì ; ;  theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên

Vậy với  thì các số ; ;  theo thứ tự lập thành cấp số cộng .

**IV. TỔNG**  **SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ CỘNG**

**1. Định lí.**

**\* Định lí 3:** Cho cấp số cộng . Đặt . Khi đó

**\*Chú ý:** Vì  nên công thức  có thể viết

**2. Ví dụ**

**\*VD1:** Cho dãy số  với 

a) Chứng minh rằng dãy số  là cấp số cộng. Tìm  và 

b) Tính tổng của 50 số hạng đầu.

c) Biết , tìm .

**Lời giải**

a) Vì  nên .

Với , xét hiệu , suy ra .

Vậy  là cấp số cộng có công sai 

b) Vì  nên theo công thức  ta có



c) Vì  nên theo công thức  ta có:



Do  nên 

**TÓM TẮT BÀI HỌC**

**I. ĐỊNH NGHĨA CẤP SỐ CỘNG**

Dãy số  được gọi là cấp số cộng ,  không đổi.

**II. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT**

 với 

**III. TÍNH CHẤT CÁC SỐ HẠNG CỦA CẤP SỐ CỘNG**

 với 

**IV. TỔNG**  **SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ CỘNG**



Hoặc 

**BÀI TẬP CỦNG CỐ**

**Câu 1.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

**A.** **. B.** **.**

**C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Để kiểm tra một dãy số là cấp số cộng ta áp dụng định nghĩa “() là cấp số cộng khi và chỉ khi ,,  không đổi”.

**A.** : loại.

**B.** : loại.

**C.** : chọn.

**D.** : loại.

**Câu 2.** Cho cấp số cộng  có số hạng đầu , công sai . Số hạng thứ  của  bằng

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Số hạng tổng quát của cấp số cộng có số hạng đầu  và công sai bằng  là .

Vậy .

**Câu 3.** Cho cấp số cộng  có  và công sai . Số  là số hạng thứ mấy của cấp số cộng trên?

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

Số hạng tổng quát của cấp số cộng có  và công sai  là , .

Ta có .

Vậy  là số hạng thứ  của cấp số cộng trên.

**Câu 4.** Biết bốn số  lập thành một cấp số cộng. Giá trị của  bằng

**A.** 80. **B.** 30. **C.** 70. **D.** 50.

**Lời giải**

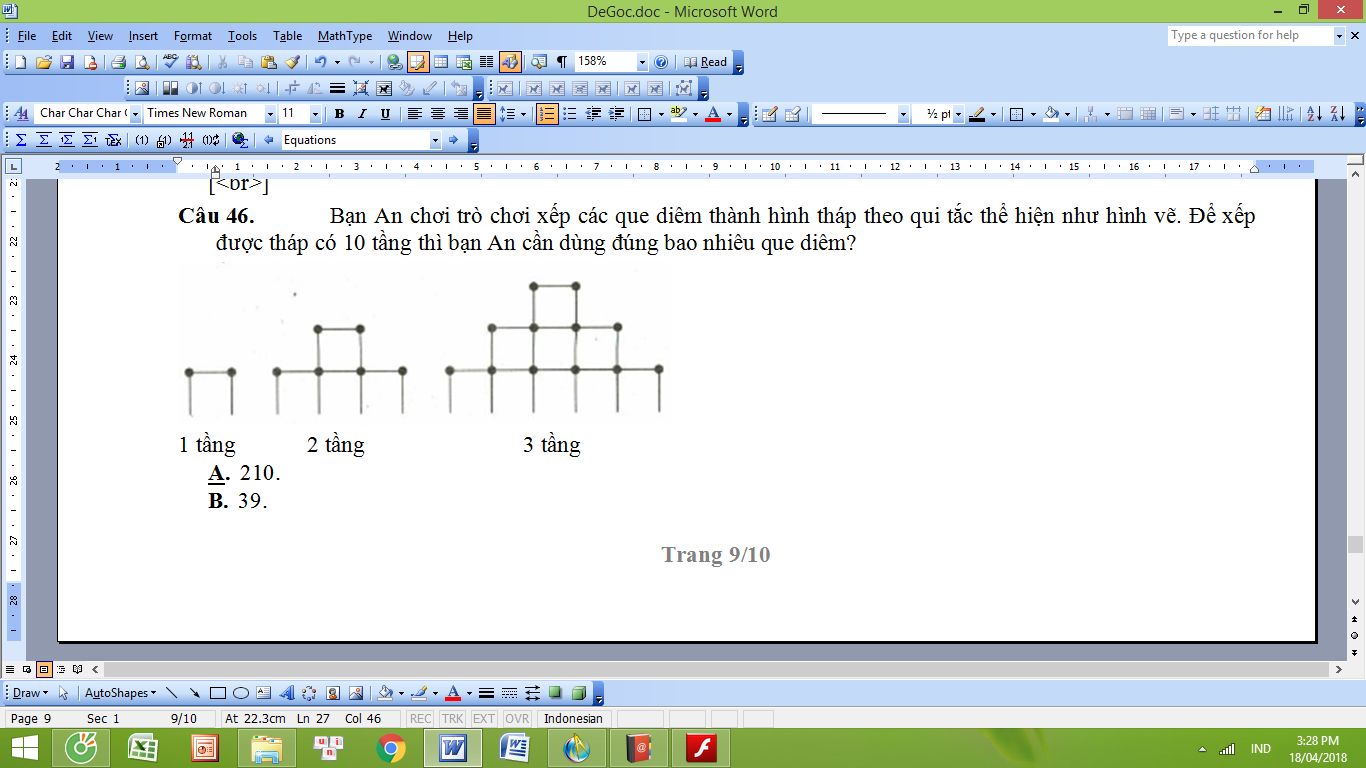
**Chọn D**

Vì bốn số lập thành một cấp số cộng nên ta có.

.

Khi đó .

**Câu 5.** Bạn An chơi trò chơi xếp các que diêm thành tháp theo qui tắc thể hiện như hình vẽ. Để xếp được tháp có  tầng thì bạn An cần đúng bao nhiêu que diêm?

****

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn A.**

Số que diêm cần để xếp tháp  tầng là .

Số que cần để xếp tháp tầng là .

Số que cần để xếp tháp tầng là .

...

Ta thấy số que diêm ở các tầng tháp là cấp số cộng có số hạng đầu , công sai , tổng số que để xếp được tháp 10 tầng là tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng.

Để xếp được tháp  tầng cần tổng  que.

**B. LUYỆN TẬP ( TIẾT 2)**

**I. Chữa bài tập SGK**

**Bài 1/97.** Trong các dãy số  sau đây, dãy số nào là cấp số cộng? Tính số hạng đầu và công sai của nó.

a)  b)  c) d)

**Lời giải**

Phương pháp chung: Xét hiệu 

* Nếu  là hằng số thì dãy số là cấp số cộng
* Nếu  thì dãy số không phải là cấp số cộng

a) , vậy dãy số  là cấp số cộng có 

b) , vậy dãy số  là cấp số cộng có 

c) , vậy dãy số  không phải là cấp số cộng.

d) , vậy dãy số  là cấp số công có 

**Bài 2a/97.** Tìm số hạng đầu và công sai của các cấp số cộng sau, biết

a)  b) 

**Lời giải**

Sử dụng công thức số hạng tổng quát 

a) Ta có



Vậy 

b) Ta có:

Vậy  và  hoặc  và 

**Bài 4/98.** Mặt sàn của một ngôi nhà cao hơn mặt sân m. Cầu thang đi từ tầng một

lên tầng hai gồm  bậc, mỗi bậc cao cm.

a) Viết công thức để tìm độ cao của một bậc tùy ý so với mặt sân

b) Tính độ cao của sàn tầng hai so với mặt sân

**Lời giải**

a) Gọi chiều cao của bậc thứ  so với mặt sân là , ta có:



b) Chiều cao mặt sàn tầng hai so với mặt sân là



**II. Bài tập trắc nghiệm**

**Câu 1. [Mức độ 1]** Cho cấp số cộng  có  và công sai . Hãy tính .

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có : .

**Câu 2. [Mức độ 1]** Cho cấp số cộng  có  và công sai . Tổng  bằng:

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn B.**

Áp dụng công thức  ta được: 

**Câu 3: [Mức độ 2]** Cho một cấp số cộng  có  và tổng của  số hạng đầu bằng . Tìm công thức của số hạng tổng quát .

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: .

Số hạng tổng quát của cấp số cộng bằng .

**Câu 4. [Mức độ 2]** Cho cấp số cộng có  và . Công sai của cấp số cộng là:

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  là công sai của cấp số cộng .

Ta có: 

Vậy công sai của cấp số cộng là 

**Câu 5. [ Mức độ 3]** Bạn An muốn mua tặng mẹ một món quà trị giá 1.025.000đ. Để tạo sự bất ngờ cho mẹ, bạn bí mật thực hiện kế hoạch nuôi heo đất từ số tiền tiêu vặt hàng ngày của mình như sau. Ngày đầu tiên bạn bỏ vào heo đất 5000đ, các ngày tiếp theo, mỗi ngày bạn bỏ vào heo đất nhiều hơn ngày trước đó 1000đ. Hỏi bạn An phải thực hiện kế hoạch trong bao nhiêu ngày thì có đủ tiền mua quà tặng mẹ?

**A.** 39 ngày. **B.** 40 ngày. **C.** 41 ngày. **D.** 50 ngày.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi lần lượt là số tiền ngày thứ nhất, ngày thứ hai,…, ngày thứ bạn An bỏ vào heo đất, thì dãy trên là một cấp số cộng với số hạng đầu đ, công sai .

Tổng số tiền bạn An dành được sau  ngày là : .

Theo giả thiết ta có:

.

Vậy bạn An phải thực hiện kế hoạch trong 41 ngày.

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Câu 1.** Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng?

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn B**

Dãy số  là cấp số cộng với .

**Câu 2.** Cho một cấp số cộng  có . Công sai của cấp số cộng bằng

**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có .

**Câu 3.** Cho cấp số cộng  có  và công sai . Số hạng tổng quát  là

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có .

**Câu 4.** Cho cấp số cộng  có  và công sai . Hỏi  là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

**A.** 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có .

**Câu 5.** Cho cấp số cộng  có  và công sai . Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là

**A.**  **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có**.**

**Câu 6.** Cho cấp số cộng  có  và công sai . Số hạng  bằng

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có .

**Câu 7.** Cho ba số thực  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

**A.** **. B.** **.**

**C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng nên ta có:

**Câu 8.** Cho cấp số cộng có  và . Tổng  số hạng đầu của cấp số cộng bằng:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  là công sai của cấp số cộng .

Ta có: 

Suy ra: 

**Câu 9.** Cho cấp số cộng có  và . Tổng  số hạng đầu của cấp số cộng bằng:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: 

**Câu 10.** Cho cấp số cộng có  và . Số hạng thứ của cấp số cộng bằng:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  là công sai của cấp số cộng .

Ta có: 

Suy ra: 

**Câu 11.** Cho cấp số cộng có  và . Công sai của cấp số cộng là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  là công sai của cấp số cộng .

Ta có: 

Vậy: 

**Câu 12.** Cho cấp số cộng  biết  và . Khi đó số hạng đầu  của cấp số cộng đã cho bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  là công sai của cấp số cộng đã cho.

Áp dụng công thức , ta có: .

**Câu 13.** Cho cấp số cộng  có . Khi đó tổng  số hạng đầu tiên của cấp số cộng  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

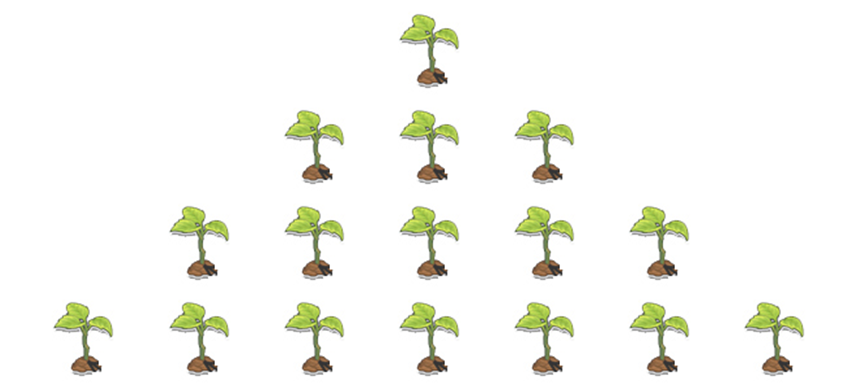
**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  và  lần lượt là công sai và số hạng đầu của cấp số cộng 

Ta có: .

**Câu 14.** Người ta cần trồng 10000 cây theo hình một tam giác cân như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 3 cây, hàng thứ 3 trồng 5 cây, hàng thứ tư trồng 7 cây,… (xem hình vẽ). Hỏi có bao nhiêu hàng cây được trồng?

****

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

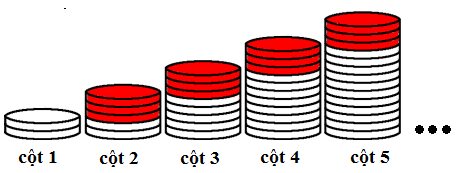
Gọi số cây được trồng ở hàng thứ  là .

Ta thấy số cây trồng ở mỗi hàng liên tiếp tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu  và công sai .

Theo đề bài ta thấy: 

.

**Câu 15.** Bạn An cần xếp  cột đồng xu theo thứ tự cột thứ nhất có 2 đồng xu, các cột tiếp theo cứ tăng ba đồng một cột so với cột đứng trước. Hỏi bạn An cần bao nhiêu đồng xu để xếp?

****

**A.**  (đồng xu). **B.**  (đồng xu). **C.** (đồng xu). **D.** (đồng xu).

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta thấy các cột đồng xu tạo thành một cấp số cộng với số hạng đầu  và công sai 

Vậy số đồng xu bạn An cần để xếp 15 cột đồng xu là:

(đồng xu).