



Chương

Bài 3. TÍCH CỦA MỘT VECTƠ VỚI MỘT SỐ

A

Lý thuyết

1. Tích của một số với một vectơ



Định nghĩa

» Cho số $k \neq 0$ và một vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$. Tích của vectơ $\vec{a}$ với k là một vectơ.

► **Ký hiệu** $k\vec{a}$ có độ dài bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$,

Khi đó $k\vec{a}$:

- Cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$,
- Ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$

Tính chất

Với hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ bất kì và hai số thực số k, h ta có

$$\begin{aligned} (1) \quad k(\vec{a} + \vec{b}) &= k\vec{a} + k\vec{b} & (2) \quad (h+k)\vec{a} &= h\vec{a} + k\vec{a} \\ (3) \quad h(k\vec{a}) &= (hk)\vec{a} & (4) \quad 1\vec{a} &= \vec{a}; (-1)\vec{a} = -\vec{a} \end{aligned}$$

2. Trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm của tam giác



» Nếu I là trung điểm của AB thì $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$

và $\forall M$, ta có $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$

» Nếu G là trọng tâm của $\triangle ABC$ thì $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

và $\forall M$ ta có $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$

3. Điều kiện để hai vectơ cùng phương



» Điều kiện cần và đủ để hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) là có một số thực k để

$$\vec{a} = k\vec{b}$$

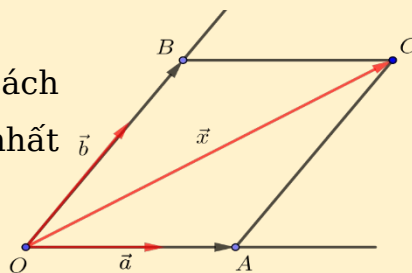
» **Nhận xét:**



4. Phân tích một vectơ theo hai vectơ không cùng phương



- » Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương.
- » Khi đó mọi vectơ $\vec{x}$ đều phân tích được một cách duy nhất theo hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$, nghĩa là có duy nhất cặp số h, k thực duy nhất sao cho $\vec{x} = h\vec{a} + k\vec{b}$.



Các dạng bài tập

7

Khi đó $\dot{m} = k \cdot \dot{a}$.

- » Quy ước: $0.a = 0; 0.k = 0$

□ Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow IA + IB = 0$

□ Điểm G là trọng tâm của $\triangle ABC \Leftrightarrow GA + GB + GC = 0$

$$(1) \quad MA + 2MB = 0$$

$$(2) \quad 2MA - 3MB = 0$$

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

$$AM = \frac{1}{5}AB$$

$$(1) \quad AM = kAB$$

$$(2) \quad MA = kMB$$

(3) $MA = kAB$

.....



Cho tam giác đều ABC . Xác định

$$(2) \quad v = AB + AC$$

 **Lời giải**



Cho tam giác ABC .

(2) Tìm điểm M sao cho $MA + MB + 2MC = 0$

Lời giải





Dạng 2. Sự cùng phương của hai vectơ - Ba điểm thẳng hàng



Phương

(1) Hai vectơ cùng phương:

▫ Điều kiện cần và đủ để hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ ($\vec{b} \neq \vec{0}$) là có một số thực k để $\vec{a} = k\vec{b}$

(2) Ba điểm thẳng hàng:

▫ Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow$ có một số thực $k \neq 0$ để $\vec{AB} = k\vec{AC}$

(3) Hai điểm trùng nhau:

▫ Để chứng minh hai điểm M, N trùng nhau

→ chứng minh $\vec{OM} = \vec{ON}$ với O là một điểm nào đó, hoặc

→ chứng minh $\vec{MN} = \vec{0}$.

(4) Hai đường song song:

▫ Nếu $\vec{AB} = \vec{CD}$ và hai đường thẳng AB và CD phân biệt thì $AB \parallel CD$.



Ví dụ 2.1.

Cho tam giác ABC có trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của AM và K là điểm trên cạnh AC sao cho $\vec{AK} = \frac{1}{3}\vec{AC}$. Chứng minh rằng ba điểm B, I, K

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.2.

Cho 4 điểm O, A, B, C sao cho $\vec{OA} + 2\vec{OB} - 3\vec{OC} = \vec{0}$. Chứng tỏ rằng A, B, C thẳng

Lời giải

.....

.....

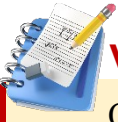
.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.3.

Cho hình bình hành $ABCD$ trên BC lấy điểm H , trên BD lấy điểm K sao cho $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BD}$. Chứng minh A, K, H thẳng hàng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.4.

Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N được xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Chứng minh rằng $MN \parallel AC$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.5.

Cho tam giác ABC có trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm AM và K thuộc cạnh AC sao cho $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Chứng minh B, I, K thẳng hàng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Để tìm tập hợp điểm M thỏa mãn một đẳng thức véctơ, ta biến đổi đẳng thức véctơ đó về các tập hợp điểm cơ bản đã biết. Chẳng hạn:

- Tập hợp các điểm *cách đều hai đầu mút* của một đoạn thẳng là *đường trung trực* của đoạn thẳng đó.
- Tập hợp các điểm *cách đều một điểm cố định* một khoảng không đổi là *đường tròn* có tâm là điểm cố định và bán kính là khoảng không đổi.

Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp điểm M trong mỗi trường hợp sau:

$$(2) \quad MA + MB + MC = 0$$

 **Lời giải**

[illegible]

Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp điểm M trong mỗi trường hợp sau:

$$(2) \quad \left| \begin{array}{cc} \omega & \omega \\ 2MA + MB & \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} \omega & \omega \\ MA & 2MB \end{array} \right|$$

 **Lời giải**

[illegible]



Cho điểm O cố định và hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ cố định.

$$\vec{OM} = m\vec{u} + (1 - m)\vec{v}$$
[illegible]

Cho $\triangle ABC$ và ba vector cố định $\vec{u}; \vec{v}; \vec{w}$. Với mỗi số thực t , ta lấy các điểm A', B', C' sao cho $\vec{AA'} = t\vec{u}$, $\vec{BB'} = t\vec{v}$, $\vec{CC'} = t\vec{w}$. Tìm quỹ tích trọng tâm G' của $\triangle A'B'C'$ khi t thay đổi

[illegible]

Cho tứ giác $ABCD$. Với mỗi số k tùy ý, lấy các điểm M, N sao cho $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DN} = k\overrightarrow{DC}$. Tìm tập hợp các trung điểm I của đoạn thẳng MN khi

[illegible]

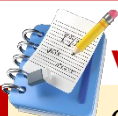
là có duy nhất cặp số h, k thực duy nhất sao cho $x = ha + kb$.

(1) Nếu I là trung điểm của AB thì $IA + IB = 0$

(2) Nếu G là trọng tâm của $\triangle ABC$ thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

(3) Nếu ba điểm A, B, C thẳng hàng thì $\frac{AB}{AC} = \frac{AB}{AC}$, với số k xác định.

(4) Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $AC = AB + AD$



Cho tam giác ABC . Gọi M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$.

$$\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$$

 Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AM, M là trung điểm của BC . Hãy biểu diễn vector $\vec{AM}$ theo 2 vector $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$.

 **Lời giải**

[illegible]



.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.3.

Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Hãy biểu diễn các vectơ $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{GC}, \vec{CA}$ theo $\vec{a} = \vec{GA}; \vec{b} = \vec{GB}$.

Lời giải

.....

.....

.....

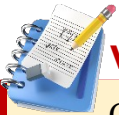
.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.4.

Cho AK và BM là hai trung tuyến của tam giác ABC , trọng tâm G . Hãy phân tích các vectơ $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CA}$ theo hai vectơ $\vec{u} = \vec{AK}, \vec{v} = \vec{BM}$.

Lời giải

.....

.....

.....

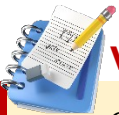
.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.5.

Cho $\triangle ABC$ với I, J, K lần lượt được xác định bởi

$$\vec{IB} = 2\vec{IC}; \vec{JC} = -\frac{1}{2}\vec{JA}; \vec{KA} = -\vec{KB}$$

(1) Tính $\vec{IJ}; \vec{IK}$ theo $\vec{AB}; \vec{AC}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

[illegible]



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Cho $\triangle ABC$ với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó đẳng thức nào đúng?

- A. $\vec{AG} = \frac{1}{2} \vec{GM}$ B. $\vec{AG} = -\frac{1}{3} \vec{AM}$ C. $\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AM}$ D. $\vec{AG} = -\frac{2}{3} \vec{AM}$

» Câu 2. Cho đoạn thẳng AB có trung điểm I . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\vec{IA} - \vec{IB} = 0$ B. $\vec{IA} = \vec{IB}$ C. $\vec{IA} = \vec{BI}$ D. $\vec{IA} = \frac{1}{2} \vec{AB}$

» Câu 3. Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G . Tìm số thực k thỏa mãn $\vec{GA} = k \vec{GM}$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

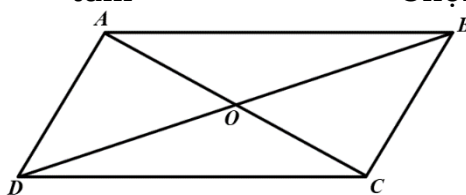
» Câu 4. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB và $\vec{IA} = k \vec{AB}$ thì giá trị của k bằng

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 3

» Câu 5. Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm nằm trên đoạn AB sao cho $\vec{AM} = \frac{1}{4} \vec{AB}$. Phát biểu nào sau đây là đúng:

- A. $\vec{AM} = -\frac{1}{4} \vec{AB}$ B. $\vec{MA} = \frac{1}{3} \vec{MB}$ C. $\vec{MB} = \frac{3}{4} \vec{BA}$ D. $\vec{MB} = -3 \vec{MA}$

» Câu 6. Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Chọn khẳng định đúng?



- A. $\vec{AB} = \vec{AM} + \frac{1}{2} \vec{BC}$ B. $\vec{AB} = \vec{BC} + \frac{1}{2} \vec{AM}$ C. $\vec{AB} = \vec{BC} - \frac{1}{2} \vec{AM}$ D. $\vec{AB} = \vec{AM} - \frac{1}{2} \vec{BC}$

» Câu 7. Gọi $\vec{a}$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $\vec{b}$ của tam giác đều $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\vec{v} = \frac{1}{2} \vec{a} - 3\vec{b}$ B. $\vec{u} = \frac{3}{5} \vec{a} + 3\vec{b}$ C. $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5} \vec{b}$ D. $\vec{u} = \frac{2}{3} \vec{a} + 3\vec{b}$

» Câu 8. Cho điểm M nằm giữa hai điểm A và B sao cho $\vec{MA} = 2\vec{MB}$ và $\vec{MB} = -\frac{1}{3} \vec{AB}$.

$2\vec{MA} + \vec{MB} = 0$, $\vec{AM} = \frac{2}{3} \vec{AB}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

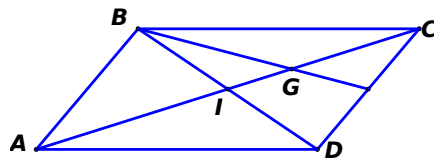
- A. $\vec{AM}, \vec{AB}$ B. $\vec{AM} = \frac{2}{3} \vec{AB}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $2a\sqrt{3}$



$$\vec{r} = \frac{-5}{2}\vec{a} + 5\vec{b}$$

$$\vec{m} = \vec{a} - 2\vec{b} = \frac{-2}{5} \left(\frac{-5}{2}\vec{a} + 5\vec{b} \right) = \frac{-2}{5}\vec{n}$$

- » Câu 9. Cho hình bình hành tâm tam giác n . Đẳng thức nào sau đây **sai**?



A. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$

B. $|\vec{BA} + \vec{BC}| = |\vec{DA} + \vec{DC}|$

C. $\vec{BA} + \vec{DA} = \vec{BC} + \vec{DC}$

D. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$

- » Câu 10. Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh BC sao cho $CM = 2MB$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\vec{AM} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$

B. $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$

C. $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

D. $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$

- » Câu 11. Biết tam giác ABC có AM là đường trung tuyến và G là trọng tâm. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\vec{GM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

B. $\vec{GM} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$

C. $\vec{GM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$

D. $\vec{GM} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$

- » Câu 12. Cho ba điểm M, N, P được xác định như hình vẽ dưới đây. Khi đó véc tơ $\vec{MN}$ bằng



A. $4\vec{MP}$

B. $\vec{ABCD}$

C. $\vec{O}$

D. $\vec{M, N}$

- » Câu 13. Cho AG và điểm M . Gọi AB lần lượt là hai điểm thỏa mãn $4\vec{AM} = \vec{MB}$ và $\vec{CI}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{CA}, \vec{CB}$

B. $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CA} + \frac{1}{3}\vec{CB}$

C. $\vec{CI} = \frac{2}{5}\vec{CA} + \frac{1}{6}\vec{CB}$

D. $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{CB}$

- » Câu 14. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có E là trung điểm BC . Khi đó $\vec{BA} + 2\vec{EC}$ bằng

A. $\vec{DB}$

B. $\vec{AC}$

C. $\vec{BD}$

D. $\vec{DE}$

- » Câu 15. Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ với G là trọng tâm. Tính $|\vec{GB} + \vec{GC}|$

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

D. $a\sqrt{3}$

- » Câu 16. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a . Độ dài của véc tơ $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD}$ bằng

A. $3a$

B. $2a\sqrt{2}$

C. $a\sqrt{2}$

D. $2a$

- » Câu 17. Cho đoạn thẳng AB và điểm I sao cho $3\vec{AI} = 5\vec{IB}$. Tìm k biết $\vec{AI} = k\vec{AB}$



A. $k = \frac{5}{8}$.

B. $k = 1$.

C. $k = \frac{5}{3}$.

D. $k = \frac{3}{5}$.

» Câu 18. Cho $\triangle ABC$ có E là trung điểm BC , trọng tâm G . Gọi I là trung điểm AG , M thuộc AB sao cho $4\vec{AM} = \vec{MB}$. Phân tích $\vec{CI}$ theo $\vec{CA}, \vec{CB}$.

A. $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CA} + \frac{1}{3}\vec{CB}$.

B. $\vec{CI} = \frac{2}{5}\vec{CA} + \frac{1}{6}\vec{CB}$.

C. $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{CB}$.

D. $\vec{CI} = \frac{2}{3}\vec{CA} + \frac{1}{6}\vec{CB}$.

» Câu 19. Cho hình bình hành $ABCD$, biểu diễn $\vec{DC}$ theo $\vec{AC}$ và $\vec{BD}$.

A. $\vec{DC} = \frac{1}{2}\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{BD}$.

B. $\vec{DC} = \frac{1}{2}\vec{AC} - \vec{BD}$.

C. $\vec{DC} = \frac{3}{2}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{BD}$.

D. $\vec{DC} = \frac{1}{2}\vec{AC} - \frac{1}{2}\vec{BD}$.

» Câu 20. Cho tam giác ABC . Lấy điểm N thuộc cạnh BC sao cho $\vec{NB} = \frac{5}{6}\vec{BC}$. Hãy phân tích $\vec{AN}$ theo các vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$.

A. $\vec{AN} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.

B. $\vec{AN} = \frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{5}{6}\vec{AC}$.

C. $\vec{AN} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{5}{6}\vec{AC}$.

D. $\vec{AN} = -\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{5}{6}\vec{AC}$.

» Câu 21. Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Phân tích $\vec{AB}$ theo hai vectơ $\vec{BN}$ và $\vec{CP}$.

A. $\vec{AB} = -\frac{2}{3}\vec{BN} - \frac{4}{3}\vec{CP}$.

B. $\vec{AB} = -\frac{4}{3}\vec{BN} - \frac{2}{3}\vec{CP}$.

C. $\vec{AB} = \frac{4}{3}\vec{BN} - \frac{2}{3}\vec{CP}$.

D. $\vec{AB} = -\frac{4}{3}\vec{BN} + \frac{2}{3}\vec{CP}$.

» Câu 22. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AB và CD sao cho $\vec{AM} = 2\vec{BM}$, $\vec{CD} = 2\vec{CN}$. Giả sử $\vec{BN} = a\vec{BA} + b\vec{BC}$ và $\vec{MN} = c\vec{BA} + d\vec{BC}$. Tính tổng $S = a + b + c + d$?

A. $S = \frac{1}{2}$.

B. $S = \frac{8}{3}$.

C. $S = \frac{7}{6}$.

D. $S = \frac{5}{3}$.

» Câu 23. Cho tam giác ABC . Gọi D, E lần lượt là các điểm thỏa mãn: $\vec{BD} = \frac{3}{4}\vec{BC}$, $\vec{AE} = \frac{1}{4}\vec{AC}$.

Gọi BE cắt AD tại K . Tỉ số $\frac{AK}{AD}$ bằng

A. $\frac{4}{13}$.

B. $\frac{5}{11}$.

C. $\frac{4}{11}$.

D. $\frac{5}{13}$.

» Câu 24. Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. $\vec{AC} = \frac{3}{5}\vec{AI} + \vec{BG}$. B. $\vec{AC} = \frac{5}{3}\vec{AI} + \vec{BG}$. C. $\vec{AC} = \frac{3}{4}\vec{AI} - \vec{BG}$. D. $\vec{AC} = \frac{3}{5}\vec{AI} - \vec{BG}$.

» Câu 25. Cho tứ giác $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh AB , điểm N thuộc cạnh CD và thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{ND}{NC} = 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng khi phân tích $\vec{MN}$ theo hai vectơ $\vec{AD}$ và $\vec{BC}$?

A. $\vec{MN} = \frac{1}{5}\vec{AD} + \frac{4}{5}\vec{BC}$. B. $\vec{MN} = \frac{1}{5}\vec{AD} - \frac{4}{5}\vec{BC}$.
C. $\vec{MN} = \frac{1}{4}\vec{AD} + \frac{3}{4}\vec{BC}$. D. $\vec{MN} = \frac{1}{4}\vec{AD} - \frac{3}{4}\vec{BC}$.

» Câu 26. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M và N là các điểm lần lượt thỏa mãn $\vec{MA} + 3\vec{MB} = \vec{0}$, $\vec{AN} = k\vec{AC}$, $k \in \mathbb{R}$. Tìm k để ba điểm M, N, G thẳng hàng.

A. $k = \frac{5}{3}$. B. $k = \frac{3}{5}$. C. $k = \frac{3}{4}$. D. $k = \frac{3}{7}$.

» Câu 27. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\vec{MN} = a\vec{AB} + b\vec{AD}$. Tính $a+b$.

A. $a+b=1$. B. $a+b=\frac{1}{2}$. C. $a+b=\frac{3}{4}$. D. $a+b=\frac{1}{4}$.

» Câu 28. Cho tam giác ABC . Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $|\vec{MA}| = |\vec{BC}|$?

A. 2 . B. 0 . C. 1 . D. vô số .

» Câu 29. Cho tam giác BC đều có cạnh bằng M . Biết tập hợp các điểm $|\vec{MA}| = |\vec{BC}|$ thỏa mãn $|\vec{MA} + 5\vec{MB} + 4\vec{MC}| = |\vec{MA} - 5\vec{MB} + 4\vec{MC}|$ là một đường tròn. Hỏi đường tròn đó có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{22}$. B. $\sqrt{19}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{21}$.

» Câu 30. Cho tam giác ABC . Tập hợp tất cả các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = \frac{3}{2}|\vec{MA} + \vec{MB}|$ là

- A. Đường trung trực của AB .
B. Đường trung trực của GE với G là trọng tâm tam giác ABC , E là trung điểm AB .
C. Đường tròn tâm G , bán kính $R=AB$ với G là trọng tâm tam giác ABC .
D. Đường tròn tâm G , bán kính $R=\frac{3}{2}AB$ với G là trọng tâm tam giác ABC .

» Câu 31. Cho tam giác ABC , I là trung điểm của đoạn AB . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\vec{MA} + \vec{MB}| = 2\vec{MC}$ là

- A. Đường trung trực của đoạn IC . B. Đường tròn tâm I bán kính IC .
C. Đường tròn tâm I đường kính IC . D. Đường tròn tâm I bán kính MC .



» **Câu 32.** Cho tam giác ABC . Gọi M, N là các điểm thỏa mãn: $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$, $2\vec{NA} + 3\vec{NC} = \vec{0}$ và $\vec{BP} = k\vec{BC}$. Tìm k để M, N, P thẳng hàng.

- A. $k = -3$. B. $k = 4$. C. $k = -4$. D. $k = 3$.

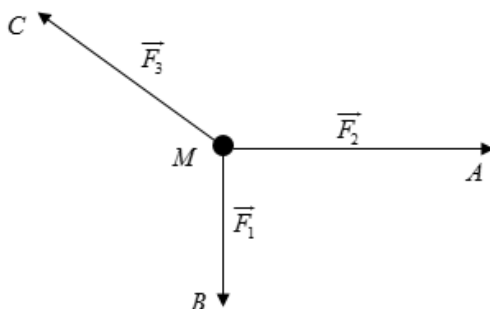
» **Câu 33.** Cho tam giác ABC . Các điểm M, N được xác định bởi các hệ thức $\vec{BM} = \vec{BC} - 2\vec{AB}$, $\vec{CN} = x\vec{AC} - \vec{BC}$. Xác định x để A, M, N thẳng hàng.

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = -\frac{1}{2}$.

» **Câu 34.** Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$, (d) là đường thẳng qua A và song song BC . Khi M di động trên (d) thì giá trị nhỏ nhất của $|\vec{MA} + 2\vec{MB}|$ là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $2a\sqrt{3}$.

» **Câu 35.** Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Biết cường độ của $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt là $28N$ và $45N$. Tìm cường độ của lực $\vec{F}_3$ biết $\angle AMB = 90^\circ$.



- A. $73N$. B. $53N$. C. $60N$. D. $80N$.

B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai

» **Câu 36.** Cho bốn điểm A, B, C, D có M, N là trung điểm của AB, CD . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$		
(b)	$\vec{NC} + \vec{ND} = \vec{0}$		
(c)	$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AC}$		
(d)	$2\vec{MN} = \vec{AC} + \vec{BD}$		

» **Câu 37.** Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi D là điểm đối xứng của B qua G , M là trung điểm của BC . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{MD} = \vec{MG} + \vec{GD}$		



(b)	$\vec{AG} = 2\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$		
(c)	$\vec{CD} = \vec{AB} - \vec{AC} + \frac{1}{3}\vec{BN}$		
(d)	$\vec{MD} = -\frac{5}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$		

» Câu 38. Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn tâm O , H là trực tâm tam giác, D là điểm đối xứng của A qua O . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$BD \parallel CH$		
(b)	$CD \parallel BH$		
(c)	$\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = 3\vec{HO}$		
(d)	$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OH}$		

» Câu 39. Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và P là điểm thỏa mãn hệ thức: $\vec{OP} = -\frac{1}{3}\vec{OA}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\vec{OA} + 3\vec{OP} = \vec{0}$		
(b)	$3\vec{AP} - 3\vec{AC} = \vec{0}$		
(c)	Ba điểm B, P, N không thẳng hàng		
(d)	Ba đường thẳng AC, BD, MN đồng quy		

» Câu 40. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Lấy hai điểm I, J sao cho: $2\vec{IA} + 3\vec{IC} = \vec{0}$ và $2\vec{JA} + 5\vec{JB} + 3\vec{JC} = \vec{0}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	M, N, J thẳng hàng		
(b)	$\vec{JM} = \frac{3}{2}\vec{JN}$		
(c)	J là trung điểm của BI		
(d)	Gọi E là điểm thuộc AB sao cho $\vec{AE} = \frac{5}{7}\vec{AB}$ thì C, E, J thẳng hàng		

» Câu 41. Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC . Gọi G là trọng tâm, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , AA' là đường kính của (O) . Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	$\vec{BH} = \vec{A'C}$		
(b)	$\vec{AH} = 2\vec{OM}$		
(c)	$\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = 3\vec{HO}$		
(d)	$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OH}$		

» Câu 42. Cho $\triangle ABC$. Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = BI$. J là điểm trên cạnh BC kéo dài sao cho $5JB = JC$. G là trọng tâm $\triangle ABC$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	$\vec{BI} = 2\vec{CI}$		
(b)	$\vec{AI} = -\vec{AB} + 3\vec{AC}$		
(c)	$\vec{AJ} = \frac{5}{4}\vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AC}$		
(d)	$\vec{AG} = \frac{14}{27}\vec{AI} - \frac{172}{27}\vec{AJ}$		

» Câu 43. Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Gọi I, J là 2 điểm định bởi $\vec{IA} = 2\vec{IB}$, $3\vec{JA} + 2\vec{JC} = \vec{0}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	$\vec{AI} = 3\vec{AB}$		
(b)	$\vec{IJ} = -2\vec{AB} + \frac{2}{5}\vec{AC}$		
(c)	$\vec{IG} = -\frac{5}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$		
(d)	3 điểm I, J, G thẳng hàng		

» Câu 44. Cho lục giác đều $ABCDEF$. Đặt $\vec{u} = \vec{AB}$, $\vec{v} = \vec{AE}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	$\vec{AD} = \vec{u} + \vec{v}$		
(b)	$\vec{AC} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$		
(c)	$\vec{AF} = -\frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$		
(d)	$\vec{EF} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$		



» **Câu 45.** Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N được xác định bởi các hệ thức:
 $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = 0, \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = 0$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$MN = 3AC$		
(b)	Hai vectơ $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương		
(c)	M thuộc đường thẳng AC		
(d)	Hai đường thẳng MN và AC song song		

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 46.** Cho $\triangle ABC$ vuông tại B có $\hat{A} = 30^\circ, AB = 1$. Gọi I là trung điểm của AC . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$, kết quả làm tròn đến hàng phần mười

👉 **Điền đáp số:**

» **Câu 47.** Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý không thuộc các đường thẳng AB, BC, AC . Gọi A', B', C' theo thứ tự là các điểm đối xứng của M qua các trung điểm J, K, I của cạnh BC, AC, AB . Biết ba đường thẳng AA', BB', CC' đồng quy tại một điểm (đặt điểm đó là N). Khi đó MN luôn đi qua một điểm cố định khi M di động thỏa mãn $\overrightarrow{MN} = \frac{a}{b} \overrightarrow{MG}$ với a, b là số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b^2$

👉 **Điền đáp số:**

» **Câu 48.** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BD . Biết $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{IJ}$, khi đó $k = ?$

👉 **Điền đáp số:**

» **Câu 49.** Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB và I là giao điểm của AD và EF . Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{AE}, \vec{v} = \overrightarrow{AF}$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{AI}$ theo hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ ta thu được kết quả dạng $a\vec{u} + b\vec{v}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính giá trị $S = a + b$.

👉 **Điền đáp số:**

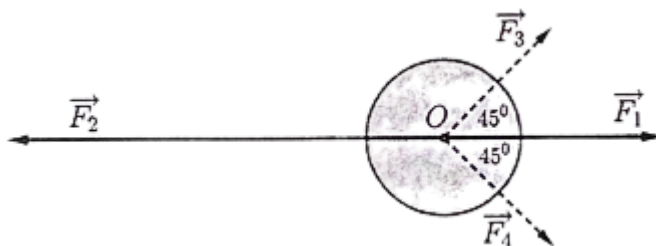
» **Câu 50.** Nếu G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$ thì $k\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$, khi đó $k = ?$

👉 **Điền đáp số:**

» **Câu 51.** Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$, trong đó độ lớn lực $\vec{F}_2$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F}_1$. Người ta muốn vật dừng lại nên



cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F}_3, \vec{F}_4$ có phương hợp với lực $\vec{F}_1$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng $20N$. Tính tổng độ lớn của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



Điền đáp số:

» Câu 52. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E và F là 2 điểm thỏa $\frac{\vec{BE}}{BC} = \frac{1}{3}$, $\frac{\vec{BF}}{BD} = \frac{1}{4}$. Khi đó $\vec{AE} = k\vec{AF}$. Vậy $k = ?$ Kết quả làm tròn đến hàng phần chục

Điền đáp số:

» Câu 53. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Lấy các điểm I, J sao cho $3\vec{IA} + 2\vec{IC} - 2\vec{ID} = \vec{0}$; $\vec{JA} - 2\vec{JB} + 2\vec{JC} = \vec{0}$. Khi đó $\vec{IJ} = k\vec{IO}$, vậy $k = ?$

Điền đáp số:

» Câu 54. Cho $\triangle ABC$. Gọi J là điểm trên cạnh AC sao cho $\vec{JA} = \frac{2}{3}\vec{JC}$. Tính $\vec{BJ}$ theo 2 vector $\vec{BA}$ và $\vec{BC}$. Tính $\vec{BJ}$ theo hai vector $\vec{BA}$ và $\vec{BC}$ ta thu được kết quả dạng $a\vec{BA} + b\vec{BC}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính giá trị $S = a + b$.

Điền đáp số:

» Câu 55. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các đoạn thẳng DC, AB theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\vec{DM} = \vec{BN}$. Gọi P là giao điểm của $\vec{AM}, \vec{DB}$ và Q là giao điểm của $\vec{CN}, \vec{DB}$. Khi đó $\vec{DB} = k\vec{QB}$. Vậy $k = ?$

Điền đáp số:

----- Hết -----