

**SỔ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ
TRƯỜNG THPT TRIỆU SƠN 4**

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**TẠO HỨNG THÚ CHO HỌC SINH
TÌM LỜI GIẢI BÀI TOÁN HÌNH HỌC THUẦN TÚY
BẰNG PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ HÓA**

**Người thực hiện: Lê Xuân Thắng
Chức vụ: Giáo viên
SKKN môn: Toán**

THANH HOÁ NĂM 2016

MỤC LỤC

<i>Nội dung</i>	<i>Trang</i>
1. Mở đầu	1
- <i>Lí do chọn đề tài</i>	<i>1</i>
- <i>Mục đích nghiên cứu</i>	<i>1</i>
- <i>Đối tượng nghiên cứu</i>	<i>1</i>
- <i>Phương pháp nghiên cứu</i>	<i>2</i>
2. Nội dung sáng kiến kinh nghiệm	2
2.1. Cơ sở lý luận của sáng kiến kinh nghiệm.	2
2.2. Thực trạng của vấn đề nghiên cứu.	3
2.3. Các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề.	3
2.3.1. Xây dựng hệ tọa độ	3
2.3.2. Một số bài toán áp dụng phương pháp tọa độ hóa trong mặt phẳng	5
2.3.3. Một số bài tập tự luyện	14
2.4. . Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường	16
3. Kết luận và đề xuất	16
3.1. Kết quả thực hiện đề tài	16
3.2. Kiến nghị	16
4 Phụ lục	18

1. Mở đầu

- Lí do chọn đề tài

+ Ở THPT, các em học sinh đã được tiếp cận với phương pháp tọa độ trong mặt phẳng và trong không gian. Thế nhưng các bài toán mà sách giáo khoa đưa ra chỉ nhằm mục đích giúp học sinh bước đầu biết được có cái gọi là phương pháp tọa độ và áp dụng phương pháp này vào các bài toán đơn giản như: lập phương trình đường thẳng, đường elip, đường tròn, mặt phẳng, mặt cầu... và các bài toán về khoảng cách và góc. Do đó, học sinh chưa thấy được khả năng giải quyết của phương pháp tọa độ.

+ Trong các kỳ thi THPT Quốc gia, chọn học sinh giỏi cấp tỉnh, các em học sinh thường xuyên gặp phải các bài toán hình học sử dụng các tính chất hình học thuần túy nhưng có thể dùng phương pháp tọa độ hóa để giải quyết chứng minh các tính chất này.

- Khi gặp các bài toán hình học sử dụng đến các tính chất hình học thuần túy các em không biết bắt đầu từ đâu, dựa vào đâu để suy luận tìm lời giải. Nguyên nhân của vấn đề trên là một phần vì học sinh ngại hình học phẳng vì cứ nghĩ hình học phẳng là khó nên “lười” tư duy, một phần vì giáo viên khi dạy cũng không chú trọng khai thác hướng dẫn cho học sinh, chưa phân tích kỹ tìm lời giải cho các bài toán, các bài tập minh họa cũng đơn điệu, rời rạc, thiếu sức lôi cuốn, điều này không gây được hứng thú học tập và sự sáng tạo cho các em và dẫn đến kết quả học tập của học sinh còn nhiều hạn chế.

+ Giải pháp thuần túy hình phẳng thường phù hợp hơn với những học sinh khá, giỏi, những học sinh có kiến thức vững vàng về hình học phẳng ở THCS.

Vì vậy tìm ra một cách tiếp cận làm sao để giải quyết các vấn đề trên để học sinh học một cách tự nhiên, dễ hiểu là sự trăn trở của tác giả, làm sao để học sinh không còn sợ môn học này nữa và đặc biệt là có hứng thú khi gặp các bài toán dạng này.

Từ những lí do trên tôi chọn đề tài: Tạo hứng thú cho học sinh tìm lời giải bài toán hình học thuần túy bằng phương pháp tọa độ hóa.

- Mục đích nghiên cứu

Nghiên cứu nội dung chương trình hình học THPT, các bài toán dành cho học sinh khá, giỏi từ đó xây dựng các thao tác cần thiết để giúp học sinh sử dụng tốt phương pháp tọa độ vào giải các bài toán tổng hợp.

- Đối tượng nghiên cứu

Đối tượng nghiên cứu mà đề tài hướng tới là:

- Hình thành cô đọng lượng kiến thức thiết yếu, nền tảng làm cơ sở cho giải pháp sử dụng công cụ tọa độ.

- Xây dựng nguyên tắc xác định hệ trục tọa độ để các tương ứng với mỗi loại hình

- Khám phá, phân tích nhiều lời giải trên một bài toán, làm rõ quan hệ hữu cơ, sự hỗ trợ bổ sung cho nhau giữa các cách giải, từ đó hoàn thiện kiến thức và nắm bắt bài toán một cách thấu đáo và có chiều sâu.

- Phương pháp nghiên cứu

+ Phương pháp nghiên cứu lý luận: nghiên cứu tài liệu, sách tham khảo liên quan đến vấn đề sử dụng phương pháp tọa độ, nghiên cứu chương trình giáo khoa của bộ môn.

+ Phương pháp nghiên cứu thực tế: thông qua việc dạy và học phân môn Hình học ở THPT rút ra một số nhận xét và phương pháp giúp học sinh rèn luyện kỹ năng giải toán bằng phương pháp tọa độ hóa.

+ Phương pháp kiểm chứng sự phạm: tiến hành dạy và kiểm tra khả năng ứng dụng của học sinh nhằm minh chứng bước đầu cho khả năng giải quyết mạnh mẽ của phương pháp tọa độ hóa và việc áp dụng phương pháp tọa độ hóa vào giải toán.

2. Nội dung sáng kiến kinh nghiệm

2.1. Cơ sở lý luận của sáng kiến kinh nghiệm

Các bài toán hình học thuần túy là phần kiến thức rất đa dạng đòi hỏi kiến thức logic tổng hợp. Để học tốt được phần này học sinh phải nắm chắc các kiến thức, kỹ năng. Học sinh phải thường xuyên suy tầm các bài tập mới lạ, thường xuyên làm bài tập để học hỏi, trau dồi phương pháp, kỹ năng khi biến đổi. Thế nhưng làm được điều này thật không đơn giản bởi một số nguyên nhân sau:

- Các bài tập SGK của phần này không có, các bài tập trong các đề thi nằm ở mức độ vận dụng cao.
- Có quá nhiều dạng toán và đi kèm với đó là nhiều phương pháp, dẫn tới việc các em cảm thấy lúng túng khi gặp dạng toán lạ. Kỹ năng nhận biết, biến đổi quy lạ về quen còn hạn chế.
- Phần lớn các em không biết vận dụng thế nào, bắt đầu ra làm sao.
- Học sinh rất thích thú, cảm thấy phấn chấn khi làm quen với cách làm mới.

Do đó tôi luôn luôn có ý định tìm ra một phương pháp mới, để truyền dạy cho học sinh, một phương pháp đơn giản dễ làm, một phương pháp mà học sinh cảm thấy phấn chấn khi học, một phương pháp giải quyết được nhiều dạng toán khó mà các em gặp phải trong quá trình ôn luyện.

2.2. Thực trạng của vấn đề nghiên cứu trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm

- Bài toán hình học thuần túy là phần khó. Lượng kiến thức khai thác là rất nhiều và đa dạng, nếu không khéo truyền đạt sẽ làm cho các em thấy lan man, mất phương hướng chứ chưa nói đến sau khi học xong các em được những phương pháp nào, kỹ năng gì. Do vậy ở phần này người giáo viên cần phải có hệ

thống bài tập minh họa cho các phương pháp trọng tâm, các dạng toán quan trọng. Đặc biệt làm cho các em phải cảm thấy tự tin.

Qua thực tế giảng dạy trực tiếp các lớp khối, tôi thấy rằng khi ra những bài tập dạng này lấy ở đề thi THPT Quốc gia, đề thi học sinh giỏi cấp tỉnh, thì tỉ lệ học sinh giải được là thấp, thậm chí là “bỏ qua” trong khi bản thân chưa có sự đào sâu suy nghĩ, cộng thêm nguyên nhân khách quan là phần kiến thức khó, đòi hỏi tư duy. Cụ thể năm học 2014-2015 khi chưa áp dụng sáng kiến vào giảng dạy. Tôi cho học sinh lớp 12B3, 10D2 giải thử một số lấy từ nguồn tài liệu trên. Kết quả như sau:

Lớp	Số HS	Giỏi		Khá		TB		Yếu	
		SL	TL(%)	SL	TL(%)	SL	TL(%)	SL	TL(%)
12B3	50	2	4	13	26	22	44	13	26

Lớp	Số HS	Giỏi		Khá		TB		Yếu	
		SL	TL(%)	SL	TL(%)	SL	TL(%)	SL	TL(%)
10D2	45	4	8.9	15	33.3	14	31.1	12	26.7

Xuất phát từ thực tế đó, trong năm học 2015-2016 tôi đã tiến hành đổi mới dạy nội dung này tại lớp 12C2 và 10A2 (*lớp 12C2 có chất lượng tương đương với lớp 12B3, lớp 10A2 có chất lượng tương đương với lớp 10D2 trong năm học trước*)

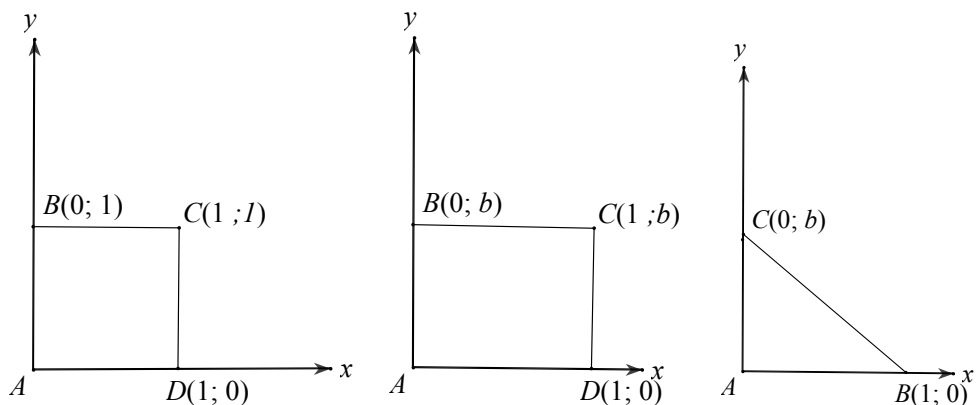
2. 3. Các giải pháp đã sử dụng để giải quyết vấn đề

2. 3. 1. Xây dựng hệ tọa độ

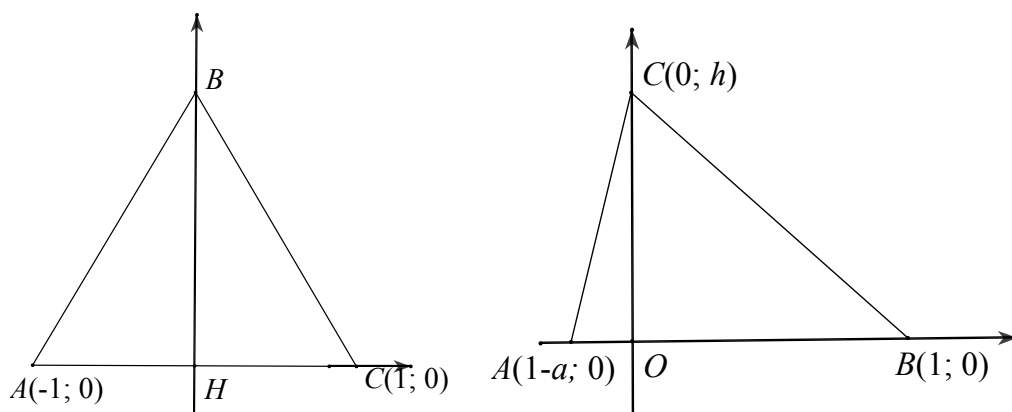
Xây dựng hệ tọa độ hợp lý là điều rất cần thiết cho việc ứng dụng của phương pháp tọa độ trong việc giải toán. Đây là bước đầu tiên của bài giải. Người giáo viên cần hướng dẫn khéo léo giúp học sinh nhận ra các tính chất đặc biệt của bài toán, ở đây chủ yếu là sử dụng tính vuông góc, để xây dựng một hệ tọa độ mà trên đó các tham số được giảm một cách tối ưu nhất.

Ở đây, ta xem xét một số trường hợp áp dụng tốt phương pháp này.

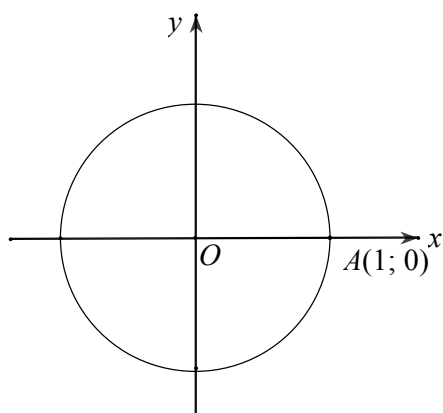
Đối với các bài toán có sẵn góc vuông như: hình vuông, hình chữ nhật, tam giác vuông. Đối với các hình như vậy ta có thể chọn hệ trục tọa độ có gốc nằm tại một đỉnh vuông, có hai trục Ox và Oy chứa 2 cạnh tương ứng của góc vuông đó. Và chọn đơn vị trên các trục bằng độ dài của một trong hai cạnh góc vuông. Bằng cách chọn như vậy, các tham số được giảm tối đa có thể. Và dạng hình này cũng là dạng áp dụng thuận lợi nhất phương pháp tọa độ trong mặt phẳng này.



Đối với các bài toán có chứa tam giác đều, tam giác cân, tam giác thường. Ta có thể xây dựng một hệ trục bằng cách dựa vào đường cao. Cụ thể, ta dựng đường cao từ một đỉnh bất kỳ (đối với tam giác cân ta nên dựng đường cao từ đỉnh cân). Chân đường cao khi đó chính là gốc tọa độ, cạnh đáy và đường cao vừa dựng nằm trên hai trục tọa độ.



Đối với các bài toán có chứa các đường tròn thì ta có thể chọn gốc tọa độ nằm tại tâm của đường tròn và đơn vị của hệ tọa độ bằng bán kính đường tròn, một hoặc hai trục chứa bán kính, đường kính của đường tròn.



Tuy nhiên, khi áp dụng thì không cứng nhắc trong việc chọn hệ trục tọa độ. Nên để học sinh linh hoạt và tìm ra cách chọn tối ưu cho bài toán.

Một số bài toán có thể có nhiều đối tượng hình học trên đó, thì tùy vào giả thuyết ta chọn hệ trục tọa độ cho phù hợp.

2. 3. 2. Một số bài toán áp dụng phương pháp tọa độ hóa trong mặt phẳng

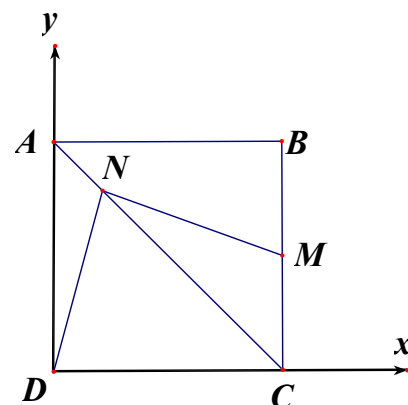
Bài toán 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình vuông ABCD gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm nằm trên cạnh AC sao cho $AN = \frac{1}{4}AC$.

Chứng minh rằng $DN \perp MN$.

Giải: Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó

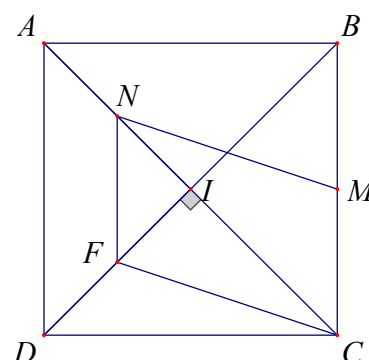
$D(0;0), A(0;a), C(a;0)$ nên $M\left(a; \frac{a}{2}\right), N\left(\frac{a}{4}; \frac{3a}{4}\right)$ do

đó $\overrightarrow{DN} \cdot \overrightarrow{MN} = -\frac{3}{16}a^2 + \frac{3}{16}a^2 = 0$. Suy ra $DN \perp MN$.



Nhận xét: Bài toán này được áp dụng khá nhiều trong các trong các đề thi. Việc chứng minh nó bằng hình học thuần túy như sau:

Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Điểm F là trung điểm DI. Khi đó FNMC là hình bình hành và F là trực tâm tam giác NDC nên $CF \perp DN$ mà $CF \parallel MN$. Nên $MN \perp DN$



Bài toán 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD. Gọi H là hình chiếu của B xuống AC. Biết điểm M, K lần lượt là trung điểm của AH và CD. Chứng minh rằng $BM \perp MK$.

Giải: Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó

$B(0;0), A(0;a), C(a;0)$. Tọa độ điểm $K\left(c; \frac{a}{2}\right)$

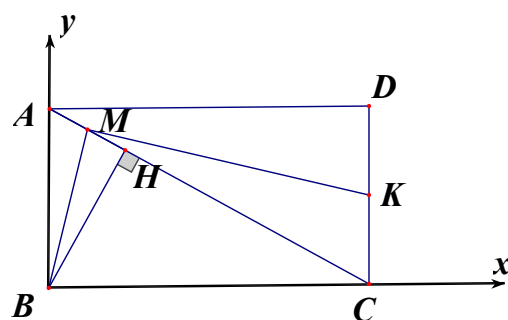
Phương trình đường thẳng

$AC: ax + cy = ac; BH: cx - ay = 0$. Tọa độ

điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases} ax + cy = ac \\ cx - ay = 0 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{a^2c}{a^2 + c^2}; \frac{ac^2}{a^2 + c^2}\right)$. Do đó

điểm $M\left(\frac{a^2c}{2(a^2 + c^2)}; \frac{a^3 + 2ac^2}{2(a^2 + c^2)}\right) \Rightarrow \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{MK} = 0 \Rightarrow BM \perp MK$

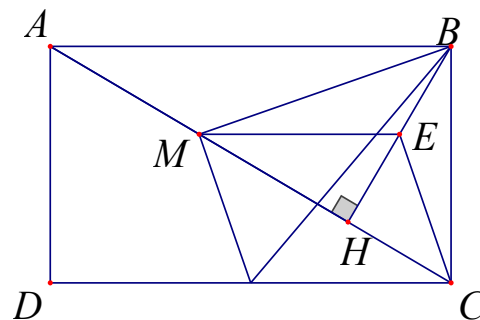


Nhận xét

-Ta có thể chứng minh theo cách sau

Gọi E là trung điểm HB. Khi đó tứ giác MECK là hình bình hành. Suy ra E là trực tâm tam giác BMC nên $BM \perp CE$ mà $CE \parallel MK$.
Nên $MK \perp MB$

- Theo cách này không phải học sinh nào cũng có thể lấy thêm điểm E. Nhìn ra được tính chất được tính chất đặc biệt của nó.

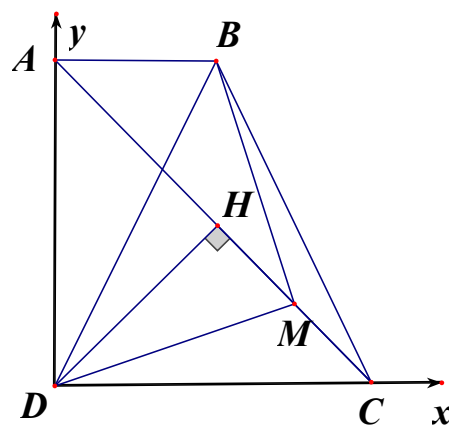


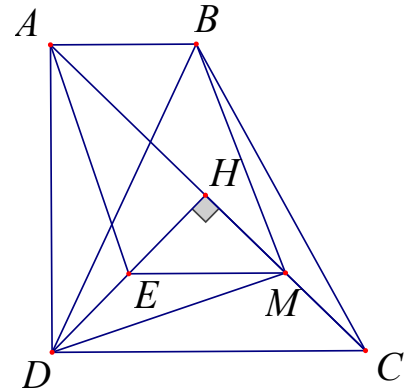
Bài toán 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang vuông ABCD ($\angle A = \angle D = 90^\circ$) và $CD = 2AB$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm D lên đường chéo AC. M là trung điểm HC. Chứng minh rằng $BM \perp DM$.

Giải: Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó $C(0;0), A(0;a), D(c;0), B\left(\frac{c}{2};a\right)$. Phương trình đường thẳng $AC: ax + cy = ac; DH: cx - ay = 0$

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} ax + cy = ac \\ cx - ay = 0 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{a^2c}{a^2 + c^2}; \frac{ac^2}{a^2 + c^2}\right)$$
. Do đó

điểm $M\left(\frac{a^2c}{2(a^2 + c^2)}; \frac{a^3 + 2ac^2}{2(a^2 + c^2)}\right)$





$$\Rightarrow \vec{BM} \cdot \vec{DM} = \frac{a^2 c (a^3 + 2ac^2) - ac^2 (ac^2 + 2a^3)}{4(a^2 + c^2)^2} = 0$$

$$\Rightarrow DM \perp BM$$

Cách 2 (thuần túy hình phẳng)

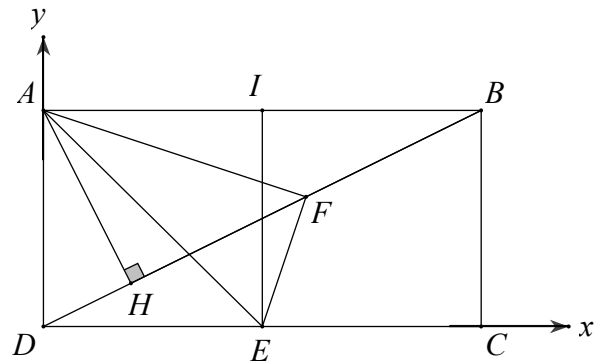
Gọi E là trung điểm HD. Khi đó tứ giác MEAB là hình bình hành. Suy ra $BE \perp AD$ nên E là trực tâm tam giác ADM suy ra $DM \perp AE$ mà $AE \parallel MB$. Nên $MD \perp MB$.

Bài toán 4: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2BC$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BD. E, F lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng CD, BH. Chứng minh rằng $EF \perp AF$.

Giải:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó $D(0;0), A(0;a), C(2a;0), B(2a;a)$.

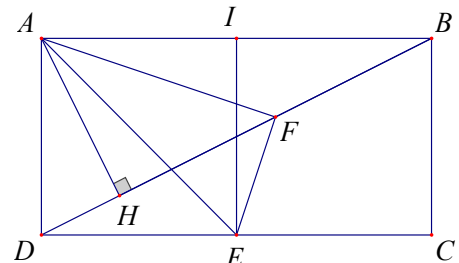
Phương trình đường thẳng $BD: x - 2y = 0; AH: 2x + y - a = 0$. Tọa độ điểm $H = AH \cap BD$. Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = a \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{2a}{5}; \frac{a}{5}\right).$$



Do đó điểm $F\left(\frac{6a}{5}; \frac{3a}{5}\right)$ $\vec{EF} = \left(\frac{a}{5}; \frac{3a}{5}\right); \vec{AF} = \left(\frac{6a}{5}; -\frac{2a}{5}\right)$. Suy ra $EF \perp AF$

Ta có thể chứng minh bài toán này theo cách thuần túy sau:

Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng CD, BH, AB.



Ta chứng minh $AF \perp EF$. Ta thấy các tứ giác ADEI và ADFI nội tiếp nên tứ giác ADEF cũng nội tiếp, do đó $AF \perp EF$.

Bài toán 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A. Gọi D là một điểm trên cạnh AB sao cho $AB = 3AD$ và H là hình chiếu vuông góc của B trên CD. Điểm M là trung điểm của HC. Chứng minh rằng $MA \perp MB$.

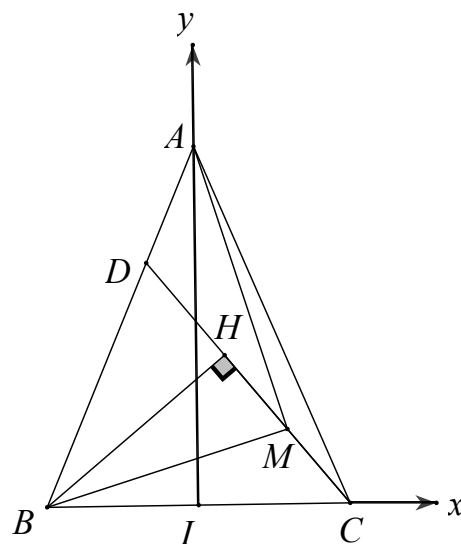
Giải

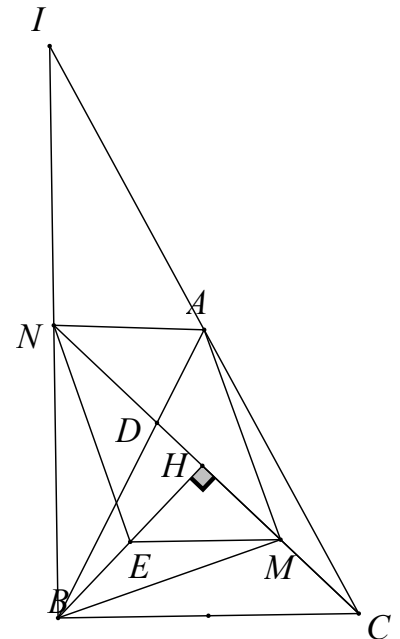
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó $I(0;0), A(0;a), C(c;0), B(-c;0)$. Phương trình các đường thẳng

$DC: ax + 2cy = ac; BH: 2cx - ay = -2c^2$. Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} ax + 2cy = ac \\ 2cx - ay = -2c^2 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{a^2c - 4c^3}{a^2 + 4c^2}; \frac{4ac^2}{a^2 + 4c^2}\right).$$

Do đó điểm $M\left(\frac{a^2c}{a^2 + 4c^2}; \frac{2ac^2}{a^2 + 4c^2}\right)$





$$\Rightarrow \vec{BM} \cdot \vec{AM} = \frac{a^2c(4c^3 + 2a^2c) - 2ac^2(2ac^2 + a^3)}{(a^2 + 4c^2)^2} = 0$$

$$\Rightarrow AM \perp BM$$

Cách 2:

Gọi N, I là giao điểm của đường thẳng qua B vuông góc với BC với các đường CD, CA. Do tam giác IDC vuông tại B và $AB = AC$ nên A là trung điểm IC. Suy ra D là trọng tâm tam giác IBC. Do đó AN là đường trung bình tam giác IBC. Gọi E là trung điểm BH, khi đó E là trọng tâm tam giác NBM và tứ giác NAME là hình bình hành nên từ $NE \perp MB \Rightarrow MA \perp MB$.

Sau đây xin giới thiệu một số bài toán áp dụng cụ thể phương pháp tọa độ hóa vào giải bài toán thực tế trong các đề thi THPT Quốc gia, đề thi thử của các trường THPT trong cả nước và đề thi học sinh giỏi của một số tỉnh.

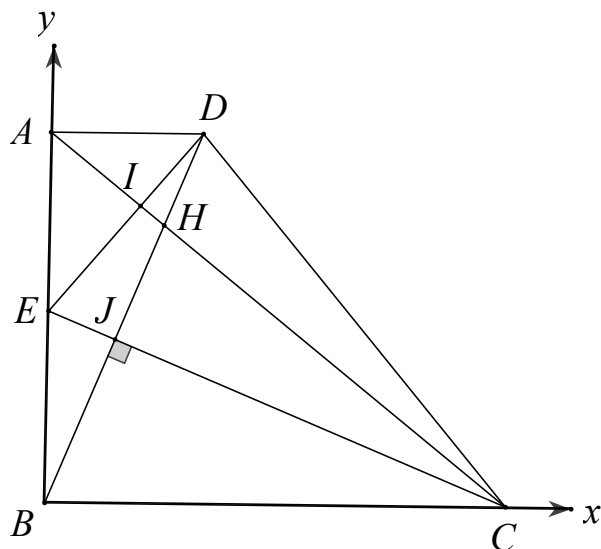
Bài toán 6 (Trích đề thi học sinh giỏi môn Toán- Thanh hóa năm 2015-2016)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ có $B(2;4)$, $\angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$ và A, C thuộc trục hoành. Gọi E là trung điểm của

đoạn AD , đường thẳng EC đi qua điểm $F(-4;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh A, C, D biết EC vuông góc với BD và điểm E có tọa độ nguyên

Nhận xét: Các giả thiết của bài toán xoay xung quanh các điểm A, D, E, C . Nếu vẽ hình chính xác thì học sinh có thể dễ dự đoán được $EB \perp AC$. Và có thể coi đây là chìa khóa, nút thắt của bài toán. Xử lý được nút thắt này thì bài toán coi như đã giải được một nửa.

Giải: Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có: $D(0;0), A(0;a), E\left(0;\frac{a}{2}\right), C(c;0)$



Phương trình

$$EC: \frac{x}{c} + \frac{2y}{a} = 1 \Leftrightarrow EC: ax + 2cy - ac = 0; DB: 2cx - ay = 0; AB: y = 0$$

$$B = DB \cap AB \Rightarrow B\left(\frac{a^2}{2c}; a\right) \Rightarrow \vec{EB} = \left(\frac{a^2}{2c}; \frac{a}{2}\right); \vec{AC} = (c; -a).$$

$$\vec{EB} \cdot \vec{AC} = 0 \Rightarrow EB \perp AC$$

Đường thẳng BE qua $B(2;4)$ vuông góc với Ox nên có phương trình $x=2$.

Gọi $A(a;0), E(2;b) \Rightarrow D(4-a;2b); \vec{BA}(a-2; -4); \vec{EA}(a-2; -b);$

$\vec{BD}(2-a; 2b-4)$ và $\vec{FE}(6; b-1)$

$$\vec{BA} \perp \vec{EA} \Leftrightarrow (a-2)^2 + 4b = 0 \quad (1)$$

$$\vec{FE} \perp \vec{BD} \Leftrightarrow 6(2-a) + (b-1)(2b-4) = 0 \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được $b^4 - 6b^3 + 13b^2 + 24b + 4 = 0$.

$$\Leftrightarrow (b+1)(b^3 - 7b^2 + 20b + 4) = 0 \Rightarrow b = -1 \text{ (do } b \text{ nguyên)} \text{ (Ta chứng minh được}$$

phương trình $b^3 - 7b^2 + 20b + 4 = 0$ có nghiệm duy nhất trên khoảng $(-1;0)$ nên

không có nghiệm nguyên). Khi đó $A(4;0), D(0;-2)$, đường thẳng CD có phương

trình $2x + y + 2 = 0$ cắt Ox tại $C(-1;0)$. Vậy $A(4;0), D(0;-2)$ và $C(-1;0)$ là các

điểm cần tìm.

Ta có thể chứng minh $EB \perp AC$ bằng cách sau:

Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với BE , cắt BE và BD lần lượt tại I và H ; gọi J là giao điểm của BD với CE . Khi đó ta có:

$\overline{EH} \cdot \overline{EB} = \overline{EA} \cdot \overline{EB} = \overline{EI} \cdot \overline{EB} = \overline{EA}^2$ và $\overline{EH} \cdot \overline{EC} = \overline{ED} \cdot \overline{EC} = \overline{EJ} \cdot \overline{EC} = \overline{ED}^2 = \overline{EA}^2$
 $\Rightarrow \overline{EH} \cdot \overline{EB} = \overline{EH} \cdot \overline{EC} \Rightarrow \overline{EH}(\overline{EB} - \overline{EC}) = 0 \Leftrightarrow \overline{EH} \perp \overline{BC}$ suy ra H là trực tâm của $\triangle EBC$ suy ra A, H, C thẳng hàng. Do đó $BE \perp AC$.

Bài toán 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang ABCD vuông tại A và D, biết $D(2;2)$ và $CD = 2AB$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên AC.

Điểm $M\left(\frac{22}{5}; \frac{14}{5}\right)$ là trung điểm của HC. Xác định các tọa độ các điểm A, B, C

của hình thang biết B thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y + 4 = 0$.

Nhận xét: Các giả thiết của bài toán xoay xung quanh các điểm B, M, D. Nếu tinh ý ta có thể nhận thấy $MB \perp DM$. (Để chứng minh $MB \perp DM$ xem lại bài toán 3)

Giải:

Ta có $BM \perp DM$. Suy ra phương trình $BM: 3x + y = 16$.

Tọa độ B là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x - 2y = -4 \\ 3x + y = 16 \end{cases} \Rightarrow B(4;4). \text{ Gọi } I \text{ là giao điểm của}$$

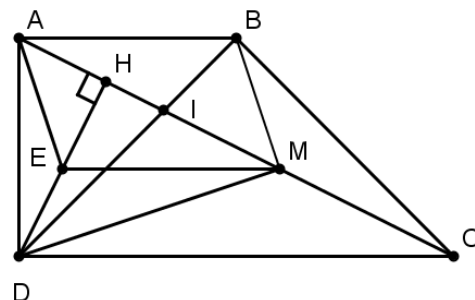
AC và BD, ta có

$$\frac{AB}{CD} = \frac{IB}{ID} = \frac{1}{2} \Rightarrow DI = 2IB \Rightarrow I\left(\frac{10}{3}; \frac{10}{3}\right).$$

Suy ra $AC: x + 2y = 10$, $DH: 2x - y = 2$. Tìm

được $H\left(\frac{14}{5}; \frac{18}{5}\right) \Rightarrow C(6;2)$. Từ

$$CI = 2IA \Rightarrow A(2;4).$$



Bài toán 8:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình vuông ABCD. Điểm $F\left(\frac{11}{2}; 3\right)$ là

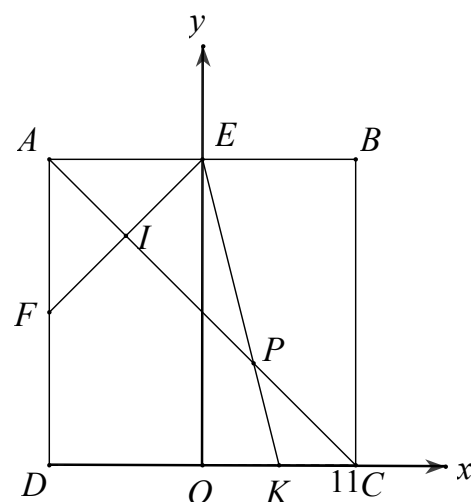
trung điểm của cạnh AD. Đường thẳng EK có phương trình $19x - 8y - 18 = 0$ với điểm E là trung điểm của cạnh AB, điểm K thuộc cạnh DC và $KD = 3KC$. Tìm tọa độ điểm C của hình vuông ABCD biết điểm E có hoành độ nhỏ hơn 3.

Giải

Đặt cạnh hình vuông là $4a$. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó

$$O(0;0), K(a;0), C(2a;0), E(0;4a), F(-2a;2a).$$

Phương trình đường thẳng $EK: 4x + y - 4a = 0$



$$d(F; EK) = \frac{10a}{\sqrt{17}} = \frac{\left| 19 \cdot \frac{11}{2} - 24 - 18 \right|}{5\sqrt{17}} = \frac{25\sqrt{17}}{34} \Rightarrow a = \frac{5}{4} \text{ Suy ra cạnh hình vuông}$$

bằng 5. $EF = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

Tọa độ điểm E là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} \left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + (y - 3)^2 = \frac{25}{2} \\ 19x - 8y - 18 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{58}{17} \end{cases} (I) \Rightarrow E\left(2; \frac{5}{2}\right)$$

AC đi qua trung điểm I của

EF và $FE \perp AC$ suy ra $AC: 7x + y - 29 = 0 \Rightarrow P = AC \cap EK \Rightarrow P\left(\frac{10}{3}; \frac{17}{3}\right)$

$IC = \frac{9}{5} IP \Rightarrow C(3; 8)$

Bài toán 9: Trong mặt phẳng cho hình chữ nhật ABCD có điểm $D(4; 5)$. Điểm M là trung điểm của đoạn AD, đường thẳng CM có phương trình là $x - 8y + 10 = 0$. Điểm B nằm trên đường thẳng $d: 2x + y + 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết rằng C có tung độ nhỏ hơn 2.

Giải: Đặt $AD = 2; DC = a > 0$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó $D(0; 0), C(a; 0), A(0; 2), M(0; 1), B(a; 2)$.

Phương trình $MC: x + ay - a = 0$

$$d(D; MC) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}}; d(B; MC) = \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 1}}$$

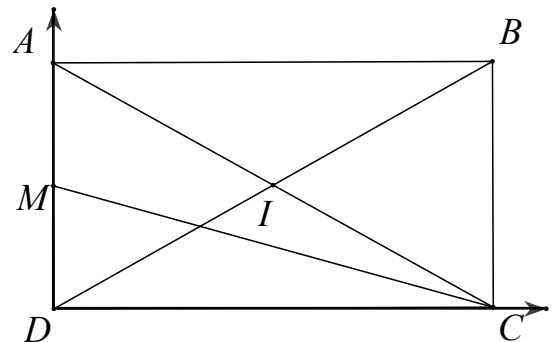
$$\Rightarrow \frac{d(D; MC)}{d(B; MC)} = \frac{1}{2}$$

Vì B thuộc đường thẳng d nên $B(b; -1 - 2b)$

Trở lại bài toán ta có $d(D; MC) = \frac{26}{\sqrt{82}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|b + 8(1 + 2b) + 10|}{\sqrt{82}} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = -\frac{70}{17} \end{cases}$

Với $b = -\frac{70}{17} \Rightarrow B\left(-\frac{70}{17}; \frac{123}{17}\right)$ loại vì khi đó B, D cùng phía với CM

Với $b = 2$. Suy ra $B(2; -5)$ thỏa mãn. Gọi I là tâm hình chữ nhật ta có $I(3; 0)$



$$C(8c - 10; c) \Rightarrow \vec{CD} \cdot \vec{CB} = (14 - 8c) \cdot (12 - 8c) + (5 - c)(-5 - c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ c = \frac{143}{65} \end{cases} (l)$$

(loại vì tung độ điểm C nhỏ hơn 2) $\Rightarrow C(-2; 1) \Rightarrow A(8; -1)$

Vậy $\Rightarrow A(8; -1); C(-2; 1); B(2; -5)$

Bài toán 10:

Cho hình vuông ABCD. Điểm M thuộc đoạn BC, phương trình cạnh AM: $x + 3y - 5 = 0$, N thuộc đoạn CD sao cho $\angle BMA = \angle AMN = \alpha$, điểm $K(1; -2) \in AN$. Tìm tọa độ điểm A

Giải

Không mất tính tổng quát giả sử rằng cạnh của hình vuông bằng 1. Đặt $BM = a$. Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có $M(a; 0); A(0; 1); \angle MCN = \pi - 2\alpha; \tan \alpha = \frac{1}{a}$.

Ta có

$$\tan \angle MCN = \tan(\pi - 2\alpha) = \frac{NC}{MC} = \frac{NC}{1 - a} \Leftrightarrow \frac{2 \tan \alpha}{\tan^2 \alpha - 1} = \frac{NC}{1 - a} \Rightarrow NC = \frac{2a}{1 + a}$$

$$\Rightarrow N\left(1; \frac{2a}{1 + a}\right) \quad \vec{AM} = (a; -1); \vec{AN} = \left(1; \frac{a - 1}{1 + a}\right)$$

Đặt $u = (1 + a; a - 1)$

Ta có

$$\cos(\angle MAN) = |\cos(\vec{AM}; \vec{AN})| = |\cos(\vec{AM}; u)| = \frac{|a(1 + a) - (a - 1)|}{\sqrt{a^2 + 1} \sqrt{(1 + a)^2 + (1 - a)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \angle MAN = 45^\circ$$

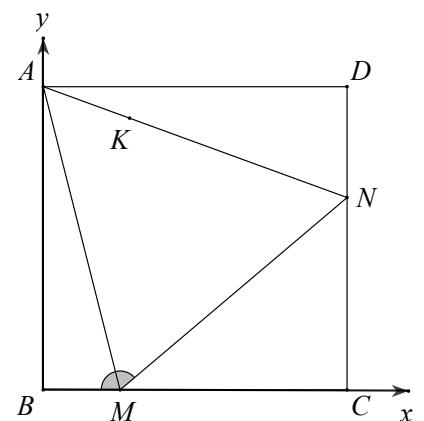
Giả sử AN có véc tơ pháp tuyến $n(a; b), (a^2 + b^2 \neq 0)$.

AM có véc tơ pháp tuyến $n_1(1; 3)$

Ta có

$$\cos 45^\circ = |\cos(\vec{n}; \vec{n}_1)| = \frac{|a + 3b|}{\sqrt{10} \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 - 6ab - 4b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ 2a = -b \end{cases}$$



Với $a = 2b$ chọn $b = 1 \Rightarrow a = 2$ suy ra $n(2;1)$ suy ra phương trình AN:

$$2x + y = 0 \Rightarrow A(-1;2)$$

Với $2a = -b$ chọn $a = 1 \Rightarrow b = -2$ suy ra $n(1;-2)$ suy ra phương trình AN:

$$x - 2y - 5 = 0 \Rightarrow A(5;0)$$

Nhận xét

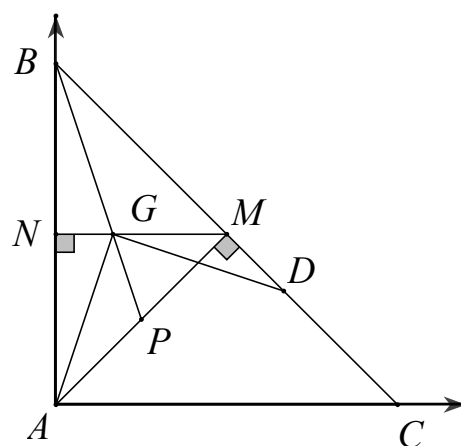
Để giải bài toán này theo phương pháp hình học thuần túy không hề đơn giản. Phải dựng thêm điểm và chứng minh hàng loạt các tính chất

Bài toán 11:

Cho ΔABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm BC , G là trọng tâm ΔABM , điểm $D(7;-2)$ là điểm nằm trên đoạn MC sao cho $GA = GD$. Tìm tọa độ điểm A , lập phương trình AB , biết hoành độ của A nhỏ hơn 4 và AG có phương trình $3x - y - 13 = 0$.

Giải

Đặt cạnh hình vuông là 2. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó



$$A(0;0), N(0;1), M(1;1), P\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), B(0;2). \quad \text{Phương trình đường thẳng}$$

$$MN: y - 1 = 0; BP: 3x + y - 2 = 0 \Rightarrow G\left(\frac{1}{3}; 1\right)$$

$$\Rightarrow D\left(\frac{10}{3}; 0\right); \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{GD} = 0 \Rightarrow AG \perp GD$$

$$\text{Ta có } d(D; AG) = \frac{|3 \cdot 7 - (-2) - 13|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \sqrt{10}$$

$$\Delta ABM \text{ vuông cân} \Rightarrow GA = GB \Rightarrow GA = GB = GD$$

Vậy G là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABD \Rightarrow \angle AGD = 2\angle ABD = 90^\circ \Rightarrow \Delta GAD$ vuông cân tại G .

$$\text{Do đó } GA = GD = d(D; AG) = \sqrt{10} \Rightarrow AD^2 = 20;$$

$$\text{Gọi } A(a; 3a - 13); a < 4$$

$$AD^2 = 20 \Leftrightarrow (a - 7)^2 + (3a - 11)^2 = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 (\text{loại}) \\ a = 3 \end{cases}$$

Vậy $A(3; -4)$

Gọi VTPT của AB là $n_{AB}(a; b)$

$$\cos \angle NAG = \left| \cos(\vec{n}_{AB}, \vec{n}_{AG}) \right| = \frac{|3a - b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{10}} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } \cos \angle NAG = \frac{NA}{AG} = \frac{NM}{\sqrt{NA^2 + NG^2}} = \frac{3NG}{\sqrt{9.NG^2 + NG^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{|3a - b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow 6ab + 8b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 3a = -4b \end{cases}$$

Với $b = 0$ chọn $a = 1$ ta có $AB: x - 3 = 0$;

Với $3a = -4b$ chọn $a = 4; b = -3$ ta có $AB: 4x - 3y - 24 = 0$

Nhận thấy với $AB: 4x - 3y - 24 = 0$

$$d(D; AB) = \frac{|4.7 - 3.(-2) - 24|}{\sqrt{16 + 9}} = 2 < d(D; AG) = \sqrt{10} \quad (\text{loại})$$

Vậy $AB: x - 3 = 0$.

2.4 Một số bài tập khác

Bài toán 12: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ cạnh AC có phương trình là: $x + 7y - 31 = 0$, hai đỉnh B, D lần lượt thuộc các đường thẳng $d_1: x + y - 8 = 0$, $d_2: x - 2y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi biết rằng diện tích hình thoi bằng 75 và đỉnh A có hoành độ âm.

Bài toán 13:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có tâm $I(2; 1)$ và $AC = 2BD$. Điểm $M(0; \frac{1}{3})$ thuộc đường thẳng AB , điểm $N(0; 7)$ thuộc đường thẳng CD . Tìm tọa độ đỉnh B biết B có hoành độ dương.

Bài toán 14:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(T): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 8 = 0$ và điểm $M(7; 7)$. Chứng minh rằng từ M kẻ đến (T) được hai tiếp tuyến MA, MB với A, B là các tiếp điểm. Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB .

Bài toán 15:

Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: y = \sqrt{3}$. Gọi (C) là đường tròn cắt d tại 2 điểm B, C sao cho tiếp tuyến của (C) tại B và C cắt nhau tại O . Viết phương trình đường tròn (C) , biết tam giác OBC đều.

Bài toán 16:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A.

Bài toán 17:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) nội tiếp hình vuông ABCD có phương trình: $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông biết đường thẳng chứa cạnh AB đi qua điểm $M(-3; -2)$ và điểm A có hoành độ dương.

Bài toán 18:

Cho đường tròn (O) tâm O, đường kính AB. C là một điểm thay đổi trên đường tròn (O) sao cho tam giác ABC không cân tại C. Gọi H là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ C. Hạ HE, HF vuông góc với AC, BC tương ứng. Các đường thẳng EF và AB cắt nhau tại K. Gọi D là giao điểm của (O) và đường tròn đường kính CH, $D \neq C$. Chứng minh rằng K, D, C thẳng hàng.

Bài toán 19:

Cho tam giác ABC, đường tròn đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại E và D. Gọi F, H là hình chiếu của D và E trên BC. Gọi M là giao điểm của EF và DG. Chứng minh rằng $AM \perp BC$.

Bài toán 20: Cho tam giác ABC vuông tại A không phải vuông cân, trên cạnh AB và AC lấy M, N sao cho $BM = CN$. Chứng minh rằng đường trung trực của MN luôn đi qua một điểm cố định.

2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường

Như trong phần đặt vấn đề đã nêu, sáng kiến “Tạo hứng thú cho học sinh tìm lời giải bài toán hình học thuần túy bằng phương pháp tọa độ hóa” là phương pháp có sự kết hợp chặt chẽ của tư duy đại số và hình học, là cách tiếp cận tìm lời giải mới phù hợp với yêu cầu đổi mới phương pháp dạy học, đó là kích thích tính tự học, tự nghiên cứu và phát hiện vấn đề.

Với tinh thần đó, trong quá trình soạn, dạy dạng toán này tôi thực hiện theo cách phân loại từ dễ đến khó, thông qua 11 ví dụ được chọn lọc. Kết thúc phần này tôi nhận thấy đã đạt được hiệu quả cao, cụ thể:

- Học sinh tỏ ra hứng thú hơn khi giải toán, tập trung đào sâu suy nghĩ vấn đề, phát hiện vấn đề hiệu quả hơn, nhanh hơn.
- Giờ dạy tránh được tính đơn điệu, nhàm chán theo một lối mòn lâu nay.
- Học sinh có nhiều thay đổi tích cực về phương pháp học tập và tư duy giải toán.

Kết quả đó còn được thể hiện rõ rệt qua các bài kiểm tra.

Lớp	Số HS	Giỏi		Khá		TB		Yếu	
		SL	TL(%)	SL	TL(%)	SL	TL(%)	SL	TL(%)
12B3	45	6	13.3	17	37.8	9	20	13	28.9
10C2	47	7	14,9	19	40.4	15	31,9	6	12,8

3. Kết luận và đề xuất

3.1. Kết quả thực hiện đề tài

Qua thời gian thực tế giảng dạy, tôi nhận thấy khi chưa đưa chuyên đề vào giảng dạy, học sinh chỉ có thể giải quyết được các bài tập đơn giản. Không biết phân tích bài toán, đặc biệt là các bài toán trong các đề thi THPT. Sau khi học chuyên đề học sinh đã có thể làm tốt các bài tập khó, các em hứng thú và say mê hơn trong học tập. Qua khảo sát kết quả học tập của các em tăng lên rõ rệt.

3.2. Đề xuất

- Đề học sinh có kết quả cao trong các bài kiểm tra, kỳ thi Đại học người thầy cần nghiên cứu, tìm tòi và xây dựng được các phương pháp giải toán sao cho học sinh dễ hiểu và cách giải ngắn nhất.
- Thầy giáo tăng cường kiểm tra, sửa chữa sai sót cho học sinh, đồng thời động viên các em khi các em tiến bộ.
- Thầy giáo hướng dẫn cách tự đọc sách của học sinh, động viên các em học sinh giỏi đọc báo toán, tài liệu trên internet, tìm hiểu thêm các cách giải khác.
- Thầy giáo tăng cường luyện cho các em các chuyên đề và bộ đề thi, để các em có nhiều thời gian tiếp cận và tập dượt với dạng toán thi, từ đó dần dần đạt kết quả học tập cao hơn.

Trong quá trình dạy học nói chung, dạy – học Toán nói riêng, việc giải bài tập; phân tích hướng giải; trả lời câu hỏi tại sao lại làm như vậy là quan trọng nhưng việc hướng dẫn cho học sinh có óc phân tích – tổng hợp – khái quát các phần kiến thức và trên hết là có cách học đúng đắn mới là cốt lõi của vấn đề. Chính vì vậy người thầy luôn phải suy nghĩ, trăn trở nhằm đáp ứng được yêu cầu đổi mới phương pháp dạy học, nâng cao hiệu quả giáo dục.

Trên đây là một vài kinh nghiệm nhỏ trong quá trình thực hiện việc đổi mới phương pháp dạy học, đề tài không tránh khỏi những hạn chế.

Rất mong sự đóng góp quý báu của bạn bè, đồng nghiệp.

Tôi xin chân thành cảm ơn.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ	Thanh Hóa, ngày 20 tháng 5 năm 2016 Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác.
--------------------------------	--

	Lê Xuân Thắng
--	----------------------

4. Phụ lục

Tài liệu tham khảo :

1. Đề thi đại học các năm 2008, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015.
2. Đề thi thử đại học của các trường THPT trong cả nước qua các năm gần đây, các trang mạng uy tín luyện thi về Toán như: www.nguoiythay.vn, www.moon.vn và www.diendantoanhoc.net .
3. Tạp chí THPT và Đặc san THPT.