

ĐỀ KIỂM TRA
CUỐI HK1 LỚP 12
Trường THPT Võ Trường Toản

KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1 – LỚP 12

Bài thi môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$		0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$					3			$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -2 -2

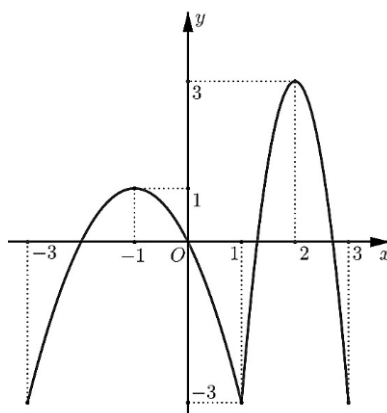
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$ B. $(0; 1)$ C. $(-2; 3)$ D. $(-\infty; 0)$

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên $[-2; 2]$.

- A. $\max_{[-2; 2]} f(x) = 15$ B. $\max_{[-2; 2]} f(x) = -15$ C. $\max_{[-2; 2]} f(x) = 17$ D. $\max_{[-2; 2]} f(x) = 5$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

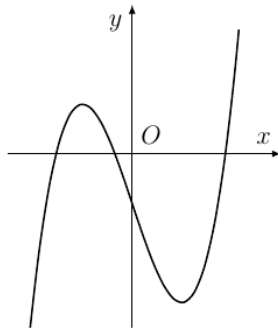


- A. 0 B. 3 C. 4 D. -9

Câu 4. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x}$ là

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Câu 5. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$. B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$. C. $y = x^3 - 3x - 1$. D. $y = x^2 + x - 1$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với tâm O . Hãy chỉ ra đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau đây:

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

- A. $A'(2; 3; 5)$. B. $A'(2; -3; -5)$. C. $A'(-2; -3; 5)$. D. $A'(-2; -3; -5)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = (2; -3; 3)$, $b = (0; 2; -1)$, $c = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vectơ $u = 2a + 3b - 2c$.

- A. $(10; -2; 13)$. B. $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(-2; 2; 7)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{ax + 1}{bx - 2}$. Tìm a, b để đồ thị hàm số có $x = 1$ là tiệm cận đứng và $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

- A. $a = -1; b = 2$. B. $a = 4; b = 4$. C. $a = 1; b = 2$. D. $a = -1; b = -2$.

Câu 10. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$-$	$+$	
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3 . B. 2 . C. 4 . D. 1 .

Câu 11. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 1,5. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,3.

Câu 12. Cô Thư rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của cô Thư được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 31,77. B. 32. C. 31. D. 31,44.

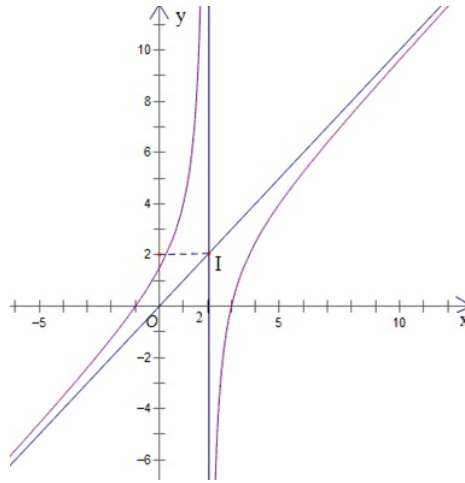
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
y'	+	0	+	-
y	$-\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$

- a) Hàm số đã cho có điểm cực đại $x = 3$.
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- d) Hàm số đã cho có giá trị cực đại $y = 4$.

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như sau:



a) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là của đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$.

b) Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(2; 2)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

d) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC với $A(1; -3; 3)$, $B(2; -4; 5)$, $C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 3)$ làm trọng tâm của nó.

a) Nếu M là trung điểm đoạn thẳng AB thì tọa độ điểm là $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}; 4\right)$.

b) Tọa độ vector là $\vec{AB} = i - j - 2k$.

c) $2024a + 2025b = 2025$.

d) $a + b + c = -2$.

Câu 4. Thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một số học sinh lớp 4 hai trường X và Y được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)	[10; 11)
Số học sinh trường X	8	10	13	10	9
Số học sinh trường Y	4	12	17	14	3

a) Nếu so sánh theo số trung bình thì học sinh trường Y viết nhanh hơn.

b) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì học sinh trường Y có tốc độ viết đồng đều hơn.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của trường X là $1,08$ và phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của trường Y là $1,7584$.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh trường Y có tốc độ viết đồng đều hơn.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^2 \cdot e^{-x}$. Hàm số đạt giá trị cực đại tại điểm $x = a$. Tìm giá trị a .

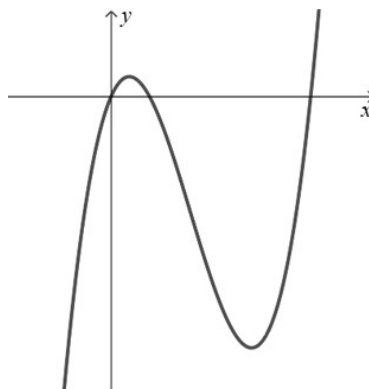
Câu 2. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $F(x) = \frac{1}{40}x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là?

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

Câu 4. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Trong các hệ số a, b, c, d có bao nhiêu hệ số dương.



Câu 5. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Giả sử điểm $D(a, b, c)$ sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$. Tính $a + b + c$.

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Tính $\cos$ góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

ĐÁP ÁN

PHẦN I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	A	B	C	B	D	B	C	C	A	D

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ⌘ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ⌘ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ⌘ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ⌘ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) S	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) S
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	2	20	3	2	-10	0,45

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$

B. $(0;1)$

C. $(-2;3)$

D. $(-\infty;0)$

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. Do đó chọn phương án A

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên $[-2;2]$.

A. $\max_{[-2;2]} f(x) = 15$

B. $\max_{[-2;2]} f(x) = -15$

C. $\max_{[-2;2]} f(x) = 17$

D. $\max_{[-2;2]} f(x) = 5$

Lời giải

Chọn A

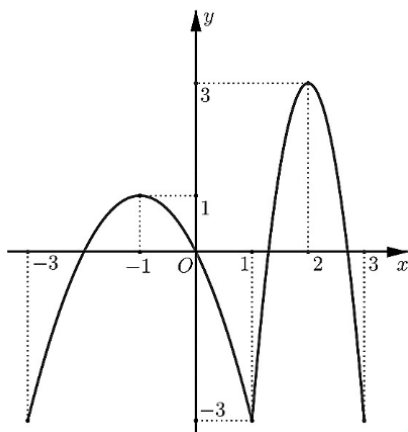
Trên $[-2;2]$ hàm số liên tục và có $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 (N) \\ x = 3 (L) \end{cases}$$

$$f(-2) = 8, f(-1) = 15, f(2) = -12$$

$$\text{Vậy } \max_{[-2;2]} f(x) = 15$$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng



A. 0

B. 3

C. 4

D. -9

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ lần lượt là -3 và 3 . Vậy tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng 0 .

Câu 4. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x}$ là

A. 2

B. 1

C. 3

D. 0

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số: $D = [-4; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

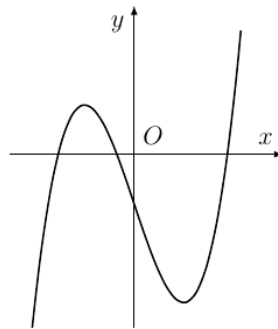
Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} y = \frac{1}{4}$.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x} = +\infty \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x} = -\infty$$

$\Rightarrow$ TCD: $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 5. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = x^3 - 3x - 1$.

D. $y = x^2 + x - 1$.

Lời giải

Chọn C

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ nên đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với tâm O . Hãy chỉ ra đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau đây:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A} = 0$

D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

A. $A'(2; 3; 5)$

B. $A'(2; -3; -5)$

C. $A'(-2; -3; 5)$

D. $A'(-2; -3; -5)$

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 5)$ lên Oy . Suy ra $H(0; -3; 0)$

Khi đó H là trung điểm đoạn AA' .

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5 \end{cases} \Rightarrow A'(-2; -3; -5)$$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = (2; -3; 3)$, $b = (0; 2; -1)$, $c = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $u = 2a + 3b - 2c$.

A. $(10; -2; 13)$

B. $(-2; 2; -7)$

C. $(-2; -2; 7)$

D. $(-2; 2; 7)$

Lời giải

Chọn B

Có $2a = (4; -6; 6)$; $3b = (0; 6; -3)$; $-2c = (-6; 2; -10)$

Khi đó: $u = 2a + 3b - 2c = (-2; 2; -7)$

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$. Tìm a, b để đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng và $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

A. $a = -1; b = 2$

B. $a = 4; b = 4$

C. $a = 1; b = 2$

D. $a = -1; b = -2$

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ nên $b.1 - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 2$

Tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$ nên $\frac{a}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1$

Câu 10. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$-$	$+$	
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. **C. 4.** D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 4, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 4$.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 11. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7; 3,0)$	$[3,0; 3,3)$	$[3,3; 3,6)$	$[3,6; 3,9)$	$[3,9; 4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 1,5.** B. 0,9. C. 0,6. D. 0,3.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 4,2 - 2,7 = 1,5$.

Câu 12. Cô Thư rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của cô Thư được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 31,77.

B. 32.

C. 31.

D. 31,3.

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng sau:

Thời gian	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Giá trị đại diện	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5
Số ngày	6	6	4	1	1

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{6.22,5 + 6.27,5 + 4.32,5 + 1.37,5 + 1.42,5}{18} = \frac{85}{3}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{18} \left[6.(22,5)^2 + 6.(27,5)^2 + 4.(32,5)^2 + 1.(37,5)^2 + 1.(42,5)^2 \right] - \left(\frac{85}{3} \right)^2 = 31,25$$

Do đó, phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị 31,3.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
y'	+	0	0	-
y	$-\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$

a) Hàm số đã cho có điểm cực đại $x = 3$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

d) Hàm số đã cho có giá trị cực đại $y = 4$.

Lời giải

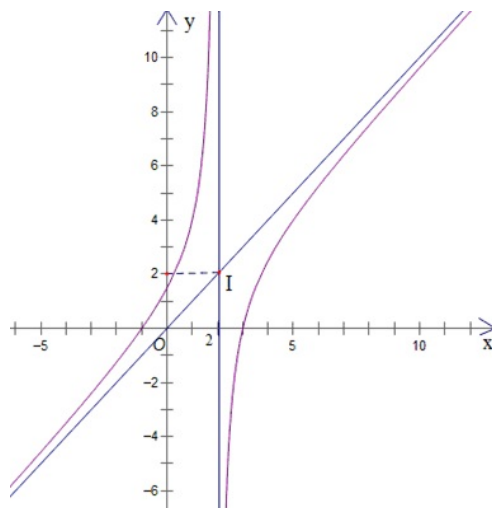
A. Hàm số đã cho có điểm cực đại $x = 3$. **ĐÚNG**

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$. **SAI** vì hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; 3\right)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$. **ĐÚNG**

D. Hàm số đã cho có giá trị cực đại $y = 4$. **ĐÚNG**

Câu 2. Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như sau:



a) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là của đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$.

b) Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(2; 2)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

d) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.

Lời giải

a) Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là của đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$. **SAI**

b) Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(2; 2)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng. **ĐÚNG**

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$. **ĐÚNG**

d) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị. **SAI**

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC với $A(1; -3; 3)$, $B(2; -4; 5)$, $C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 3)$ làm trọng tâm của nó.

a) Nếu M là trung điểm đoạn thẳng AB thì tọa độ điểm là $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}; 4\right)$.

b) Tọa độ vector là $\overrightarrow{AB} = i - j - 2k$

c) $2024a + 2025b = 2025$

d) $a + b + c = -2$

Lời giải

a) Nếu M là trung điểm đoạn thẳng AB thì tọa độ điểm là $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}; 4\right)$. **ĐÚNG**

b) Tọa độ vector là $\overrightarrow{AB} = i - j - 2k$ **SAI**

c) $2024a + 2025b = 2025$ **ĐÚNG**

d) $a + b + c = -2$ **ĐÚNG**

M là trung điểm đoạn thẳng AB nên $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}; 4\right)$.

Tọa độ vector là $\overrightarrow{AB} = i - j + 2k$

$G(1;c;3)$ làm trọng tâm tam giác ABC nên
$$\begin{cases} 1 = \frac{1+2+a}{3} \\ c = \frac{-3-4-2}{3} \\ 3 = \frac{3+5+b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1 \\ c=-3 \end{cases}$$

Vậy $2024a + 2025b = 2025$

$a + b + c = -2$

Câu 4. Thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một số học sinh lớp 4 hai trường X và Y được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)	[10; 11)
Số học sinh trường X	8	10	13	10	9
Số học sinh trường Y	4	12	17	14	3

- a) Nếu so sánh theo số trung bình thì học sinh trường Y viết nhanh hơn.
- b) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì học sinh trường Y có tốc độ viết đồng đều hơn.
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của trường X là $1,08$ và Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của trường Y là $1,7584$.
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh trường Y có tốc độ viết đồng đều hơn.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Ta có bảng sau:

Thời gian	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)	[10; 11)
Giá trị đại diện	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5

Số học sinh trường X	8	10	13	10	9
Số học sinh trường Y	4	12	17	14	3

Cỡ mẫu $n_X = 8 + 10 + 13 + 10 + 9 = 50$, $n_Y = 4 + 12 + 17 + 14 + 3 = 50$.

Thời gian trung bình hoàn thành một bài viết chính tả của học sinh trường X là:

$$\bar{x}_X = \frac{6.6,5 + 10.7,5 + 13.8,5 + 10.9,5 + 9.10,5}{50} = 8,54$$

Thời gian trung bình hoàn thành một bài viết chính tả của học sinh trường Y là:

$$\bar{x}_Y = \frac{4.6,5 + 12.7,5 + 17.8,5 + 14.9,5 + 3.10,5}{50} = 8,5$$

Vì $\bar{x}_X > \bar{x}_Y$ nên nếu so sánh theo số trung bình thì học sinh trường Y viết nhanh hơn.

b)

• Xét mẫu số liệu của học sinh trường X:

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một số học sinh lớp 4 trường X được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_8 \in [6; 7),$$

$$x_9; \dots; x_{18} \in [7; 8),$$

$$x_{19}; \dots; x_{31} \in [8; 9),$$

$$x_{32}; \dots; x_{41} \in [9; 10),$$

$$x_{42}; \dots; x_{50} \in [10; 11).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in [7; 8)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm của trường X là:

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{50}{4} - 8}{10} (8 - 7) = 7,45$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [9; 10)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm của trường X là:

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{3.50}{4} - (8+10+13)}{10} (10 - 9) = 9,65$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của trường X là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 9,65 - 7,45 = 2,2$

- Xét mẫu số liệu của học sinh trường Y:

Gọi $y_1; \dots; y_{50}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một số học sinh lớp 4 trường Y được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$y_1; \dots; y_4 \in [6; 7),$$

$$y_5; \dots; y_{16} \in [7; 8),$$

$$y_{17}; \dots; y_{33} \in [8; 9),$$

$$y_{34}; \dots; y_{47} \in [9; 10),$$

$$y_{48}; \dots; y_{50} \in [10; 11).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_{13} \in [7; 8)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm của trường Y là:

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{50}{4} - 4}{12} (8 - 7) = \frac{185}{24}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{38} \in [9; 10)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm của trường Y là:

$$Q_3 = 7 + \frac{\frac{3.50}{4} - (4+12+17)}{14} (10 - 9) = \frac{261}{28}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của trường Y là:

$$F(x) = \frac{1}{40}x^2(30 - x)$$

Câu 2. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $F(x) = \frac{1}{40}x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là :

Lời giải

Trả lời: 20

Xét hàm số : $F(x) = \frac{1}{40}x^2(30 - x) \quad (x > 0)$

$$\Rightarrow F'(x) = \frac{1}{40} \cdot 2x(30 - x) - \frac{1}{40}x^2 = \frac{1}{40}(-3x^2 + 60x)$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{40}(-3x^2 + 60x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 20 \end{cases}$$

BBT.

x	0	20	$+\infty$
y'		0	-
y		25	

Dựa vào BBT ta thấy để huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân là $x = 20$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

Lời giải

Trả lời: 3

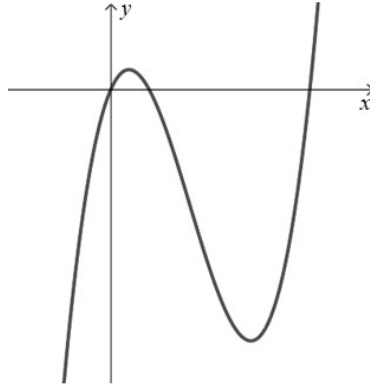
Nhìn bảng biến thiên ta thấy $x = 0$ hàm số không xác định nên $x = 0$ là TCD của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là TCN của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 4. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Trong các hệ số a, b, c, d có bao nhiêu hệ số dương.



Lời giải

Trả lời: 2

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

“Nhánh bên phải” hướng lên $\Rightarrow a > 0$

Đồ thị qua gốc tọa độ $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = d = 0$.

Gọi x_1, x_2 là hoành độ các cực trị

$$x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b < 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c > 0$$

Trong các hệ số a, b, c, d có 2 hệ số dương.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Giả sử điểm $D(a, b, c)$ sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$. Tính $a + b + c$

Lời giải

Trả lời: - 10

Ta có:
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot d(A, BC) \Leftrightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC}$$

$$\Leftrightarrow 3S_{\triangle ABC} = \frac{(AD + BC) \cdot S_{\triangle ABC}}{BC} \Leftrightarrow 3BC = AD + BC \Leftrightarrow AD = 2BC$$

Mà $ABCD$ là hình thang có đáy AD nên $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$ (1).

$$\overrightarrow{BC} = (-5; -2; 1), \quad \overrightarrow{AD} = (x_D + 2; y_D - 3; z_D - 1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = -10 \\ y_D - 3 = -4 \\ z_D - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -12 \\ y_D = -1 \\ z_D = 3 \end{cases}$$

Vậy $D(-12; -1; 3) \Rightarrow a + b + c = -10$

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Tính $\cos$ góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

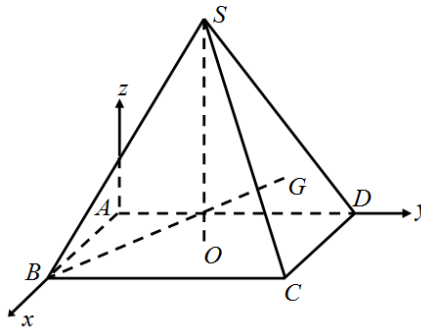
Lời giải

Trả lời: 0,45

Gọi $O = AC \cap BD$.

Tam giác SAO vuông : $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Gắn tọa độ như hình vẽ



$$A(0;0;0) \quad B(a;0;0) \quad C(a;a;0) \quad D(0;a;0) \quad O\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right) \quad S\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{6}}{2}\right)$$

Vì G là trọng tâm tam giác SCD nên $G\left(\frac{a}{2}; \frac{5a}{6}; \frac{a\sqrt{6}}{6}\right)$.

$$\overrightarrow{AS} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; \frac{a\sqrt{6}}{2}\right) = \frac{a}{2}(1; 1; \sqrt{6}) \quad \overrightarrow{BG} = \left(-\frac{a}{2}; \frac{5a}{6}; \frac{a\sqrt{6}}{6}\right) = \frac{a}{6}(-3; 5; \sqrt{6})$$

Góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA bằng:

$$\cos(BG; SA) = \frac{|\overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{AS}|}{|\overrightarrow{BG}| \cdot |\overrightarrow{AS}|} = \frac{|-3 + 5 + 6|}{\sqrt{40} \cdot \sqrt{8}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \approx 0,45$$