**Bài 5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

**Dạng toán 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn**

*Phương pháp áp dụng*

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn  có dạng tổng quát là

 

**Bước 1.** Trên mặt phẳng tọa độ  vẽ đường thẳng : 

**Bước 2.** Lấy một điểm  không thuộc  (ta thường lấy gốc tọa độ )

**Bước 3.** Tính  và so sánh  với 

**Bước 4.** Kết luận

Nếu  thì nửa mặt phẳng bờ  chứa  là miền nghiệm của 

Nếu  thì nửa mặt phẳng bờ  không chứa  là miền nghiệm của 

***Chú ý:***

Miền nghiệm của bất phương trình  bỏ đi đường thẳng  là miền nghiệm của bất phương trình 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| C:\Users\Asus\Desktop\1.jpg**Câu 1**. *Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau*:  (1).  **🖎Lời giải tham khảo**   * Vẽ đường thẳng * Thay O(0; 0) vào (1), ta có: nửa mặt phẳng bờ Δ không chứa O là tập nghiệm của bất phương trình ban đầu. | | **🖎Lưu ý** |
| **1.1**  **Lời giải**   * Vẽ đường thẳng * Thay O(0; 0) vào (1), ta có: nửa mặt phẳng   bờ Δ chứa O là tập nghiệm của bất  phương trình ban đầu. | **1.2** −5x + 2 + 2y − 5  4(2 − x).  **Lời giải**  −5x + 2 + 2y − 5  4(2 − x) ⇔ x – 2y + 11  0 (2)   * Vẽ đường thẳng  x – 2y + 11 = 0. * Thay O(0;0) vào (2), ta có: nửa mặt phẳng có bờ và chứa O là tập nghiệm của bất phương trình ban đầu. | |
| **1.3** −x + 2 + 2(y − 2) < 2(1 − x)  **Lời giải**  −x + 2 + 2(y − 2) < 2(1 − x) ⇔ x + 2y − 4 < 0 (3)   * Vẽ đường thẳng Δ: x + 2y − 4 = 0. * Thay O(0; 0) vào (3), ta có: nửa mặt phẳng bờ Δ chứa O (bỏ đường thẳng ) là tập nghiệm của bất phương trình ban đầu. | **1.4** 3(x − 1) + 4(y − 2) < 5x − 3  **Lời giải**  3(x − 1) + 4(y − 2) < 5x − 3 ⇔ x − 2y + 4 > 0 (4)   * Vẽ đường thẳng Δ: x − 2y + 4 = 0. * Thay O(0; 0) vào (4), ta có: nửa mặt phẳng bờ Δ chứa O (bỏ đưởng thẳng ) là tập nghiệm của bất phương trình ban đầu. | |

**Dạng toán 2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn**

*Phương pháp áp dụng*

- Giải từng bất phương trình trong hệ

- Giao để lấy miền nghiệm.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 2.** *Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau*:  **🖎Lời giải tham khảo**  Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:        Ta thấy  là nghiệm của các ba bất phương trình. Điều này có nghĩa là điểm  thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ. | | **🖎Lưu ý** |
| **2.1** .  **Lời giải**  Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:        Ta thấy  là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm  thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ. | **2.2**  **Lời giải**  Trước hết, ta vẽ bốn đường thẳng:    Vì điểm  có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ trên nên ta gạch chéo các nửa mặt phẳng bờ     không chứa điểm  Miền không bị gạch chéo trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ đã cho. | |
| **2.3** .  **Lời giải**  Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:      Ta thấy  là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm  thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ. | **2.4** .  **Lời giải**  Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:        Ta thấy  là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm  thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ. | |

**Dạng toán 3. Bài toán tối ưu**

*Phương pháp áp dụng*

Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức  với  là nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

**Bước 1:** Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm  là đa giác.

**Bước 2:** Tính giá trị của  tương ứng với  là tọa độ của các đỉnh của đa giác.

**Bước 3:** Kết luận:

 Giá trị lớn nhất của  là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.

 Giá trị nhỏ nhất của  là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 3.**Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  trên miền xác định bởi hệ .  **🖎Lời giải tham khảo**  Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình  trên hệ trục tọa độ như dưới đây:    Nhận thấy biết thức  chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm  hoặc .  Ta có: .  Vậy  khi . | | **🖎Lưu ý** |
| **3.1** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  với điều kiện .  **Lời giải**  Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình  trên hệ trục tọa độ như dưới đây:    Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  chỉ đạt được tại các điểm  .  Ta có: .  Vậy  khi . | **3.2** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  với điều kiện .  **Lời giải**  Vẽ đường thẳng , đường thẳng  qua hai điểm  và .  Vẽ đường thẳng , đường thẳng  qua hai điểm  và .  Vẽ đường thẳng .    Miền nghiệm là ngũ giác  với .  Ta có: , , , , .  Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức  bằng . | |
| **3.3** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  với điều kiện .  **Lời giải**  Biểu diễn miền ngiệm của hệ bất phương trình  trên hệ trục tọa độ như dưới đây:.    Nhận thấy biểu thức  chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm  hoặc .  Ta có: .  .  Vậy  khi . | **3.4** Tìm giá trị nhỏ nhất của  với điều kiện .  **Lời giải**  Biểu diễn miền ngiệm của hệ bất phương trình  trên hệ trục tọa độ như dưới đây:    Nhận thấy biểu thức  chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm  hoặc .  Chỉ  có tọa độ nguyên nên thỏa mãn.  Vậy  khi . | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 4.**Một xưởng sản xuất hai loại hàng. Mỗi sản phẩm loại I cần 2l nguyên liệu và 30h, đem lại lợi nhuận là 4000đ cho mỗi đơn vị. Mỗi sản phẩm loại II cần 4l nguyên liệu và 15h, đem lại lợi nhuận là 3000đ cho mỗi đơn vị. Xưởng có 200l nguyên liệu và 1200h làm việc. Hỏi sản xuất mỗi loại hàng bao nhiêu để mức lợi nhuận cao nhất.  y  O  x  A  B  C  (d1)  (d2)  **🖎Lời giải tham khảo**  Gọi   * x là số hàng loại I phải sản xuất. * y là số hàng loại II phải sản xuất.   Ta có các điều kiện sau:  ⇔  (I)  Và khi đó, mức lợi nhuận thu được là F = 4000x + 3000y.  Để giải (I) ta lần lượt vẽ các đường thẳng:   * (d1): x + 2y − 100 = 0 * (d2): 2x + y − 80 = 0 * trục Oy. * trục Ox.   Ta có (1,1) là nghiệm của tất cả các bất phương trình trong hệ (I). Vậy, nghiệm của hệ (I) là phần mặt phẳng trong tứ giác OABC (kể các các cạnh).  Ta có:  A(40; 0) ⇒ FA = 160000 ; B(20, 40) ⇒ FB = 200000;  C(0; 50) ⇒ FC = 150000; O(0, 0) ⇒ FO = 0.  Khi đó:  FMax = max{ FA, FB, FC, FO} = 200000,  đạt được khi x = 20 và y = 40.  Vậy, để mức lợi nhuận cao nhất cần sản xuất 20 hàng loại I và 40 hàng loại II. | | **🖎Lưu ý** |
| **4.1** Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B1, đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.  Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B1, một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.  Cách thứ hai cắt được 2 hộp B1, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B1 tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 hộp. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?  **Lời giải**  Gọi  lần lượt là số tấm bìa cắt theo cách thứ nhất, thứ hai.  Bài toán đưa đến tìm  thoả mãn hệ  sao cho  nhỏ nhất.  Tìm được  . | **4.2** Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.  ● Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;  ● Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.  Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?  **Lời giải**  Gọi  lần lượt là số lít nước cam và số lít nước táo mà mỗi đội cần pha chế.  Suy ra  là số gam đường cần dựng;  là số lít nước cần dựng;  là số gam hương liệu cần dựng.  Theo giả thiết  Số điểm thưởng nhận được sẽ là  Ta đi tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức F với  thỏa mãn . Tìm được  . | |
| **4.3** Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm  và sản phẩm  trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm  lãi  triệu đồng người ta sử dụng máy  trong  giờ, máy  trong  giờ và máy  trong  giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm  lãi được  triệu đồng người ta sử dụng máy  trong  giờ, máy  trong  giờ và máy  trong  giờ. Biết rằng máy  chỉ hoạt động không quá  giờ, máy hai hoạt động không quá  giờ và máy  hoạt động không quá  giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất?  **Lời giải**  Gọi  (tấn) là sản lượng cần sản xuất của sản phẩm  và sản phẩm  Ta có:  là thời gian hoạt động của máy  là thời gian hoạt động của máy  là thời gian hoạt động của máy  Số tiền lãi của nhà máy:  (triệu đồng).  Bài toán trở thành: Tìm  thỏa mãn  để  đạt giá trị lớn nhất.  Tìm được  . | **4.4** Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin  và  đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả  lẫn  và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin và không quá 500 đơn vị vitamin . Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin  không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin  và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin . Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin  có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin  có giá 7,5 đồng?  **Lời giải**  Gọi  lần lượt là số đơn vị vitamin  và  để một người cần dùng trong một ngày.  Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả  lẫn  nên ta có:  Hàng ngày, tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin và không quá 500 đơn vị vitamin nên ta có:  Mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin  không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin  và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin nên ta có:  Số tiền cần dùng mỗi ngày là:  Bài toán trở thành: Tìm  thỏa mãn hệ  để  đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm được  . | |