**0D6- *GÓC VÀ CUNG LƯỢNG GIÁC***

**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.**

**1. Đơn vị đo góc và cung tròn, độ dài cung tròn**

**a) Đơn vị rađian:** Cung tròn có độ dài bằng bán kính gọi là cung có số đo 1 rađian, gọi tắt là cung 1 rađian. Góc ở tâm chắn cung 1 rađian gọi là góc có số đo 1 rađian, gọi tắt là góc 1 rađian

1 rađian còn viết tắt là 1 rad.

Vì tính thông dụng của đơn vị rađian người ta thường không viết rađian hay rad sau số đo của cung và góc.

**b) Độ dài cung tròn. Quan hệ giữa độ và rađian:**

Cung tròn bán kính  có số đo , có số đo  và có độ dài là  thì:

 do đó 

Đặc biệt: .

**2. Góc và cung lượng giác.**

**a) Đường tròn định hướng:** Đường tròn định hướng là một đường tròn trên đó ta đã chọn một chiều chuyển động gọi là chiều dương, chiều ngược lại gọi là chiều âm. Ta quy ước chọn chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ gọi là chiều dương(cùng chiều kim đồng hồ là chiều âm).

**b) Khái niệm góc, cung lượng giác và số đo của chúng.**

Cho đường tròn định hướng tâm O và hai tia  lần lượt cắt đường tròn tại  và . Tia  cắt đường tròn tại , tia  chuyển động theo một chiều(âm hoặc dương) quay quanh O khi đó điểm  cũng chuyển động theo một chiều trên đường tròn.

* Tia  chuyển động theo một chiều từ  đến trùng với tia  thì ta nói tia  đã *quét được một* ***góc lượng giác*** *tia đầu là , tia cuối là .* Kí hiệu 
* Điểm chuyển động theo một từ điểm  đến trùng với điểm  thì ta nói *điểm đã vạch nên một* ***cung lượng giác*** *điểm đầu , điểm cuối .* Kí hiệu là 
* Tia  quay đúng một vòng theo chiều dương thì ta nói tia  quay góc  (hay ), quay hai vòng thì ta nói nó quay góc  (hay ), quay theo chiều âm một phần tư vòng ta nói nó quay góc (hay ), quay theo chiều âm ba vòng bốn phần bảy( vòng) thì nói nó quay góc  (hay )…
* Ta coi số đo của góc lượng giác  là số đo của cung lượng giác 

**c) Hệ thức Sa-lơ.**

* Với ba tia  tùy ý ta có:

Sđ Sđ Sđ

Sđ Sđ Sđ

**B- CÁC DẠNG BÀI CƠ BẢN**

**Dạng toán 1. Mối liên hệ giữa độ và rad**

*Phương pháp áp dụng*

* *Dùng công thức:* 

*Trong đó:* α  *là số đo radian của góc hoặc cung*

* là số đo độ của góc hoặc cung*

**☞ *Chú ý***: Có thể dùng máy tính bỏ túi tính nhanh

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu 1**. *Đổi góc có số đo  sang radian*  **🖎Lời giải tham khảo**    Áp dụng công thức đổi độ ra rad : . | | | **🖎Lưu ý** |
| **1.1** *Đổi góc có số đo  sang radian*  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.2** *Đổi góc có số đo  sang radian*  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | | |
| **1.3***Đổi góc có số đo  sang radian*  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.4** *Đổi góc có số đo  sang radian*  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | | |
| **Câu 2** *Đổi góc có số đo  sang độ*  **🖎Lời giải tham khảo** | | **🖎Lưu ý** | |
| **2.1** *Đổi góc có số đo  sang độ*  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **2.2***Đổi góc có số đo  sang độ*  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | | |
| **2.3** *Đổi góc có số đo  sang độ*  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **2.4** *Đổi góc có số đo  sang độ*  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | | |

**Dạng toán 2. Bài toán lên quan đến góc và cung lượng giác**

**☞ *Chú ý:***

1. Số đo của cung lượng giác có dạng**: **

2. Số đo của một góc luôn có thể đưa được về dạng: **** sao cho **. ** được gọi là số đo hình học của góc

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1.** Tìm giá trị  để cung  thỏa mãn  **🖎Lời giải tham khảo** | | **🖎Lưu ý** |
| **1.1** Cho . Tìm giá trị của  để  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.2** Cho , tìm góc  thỏa mãn  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | |
| **1.3.** Tìm giá trị  để cung  thỏa mãn  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.4.**Cho . Với  bằng bao nhiêu thì ?  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | |
| **1.5** Biết góc lượng giác  có số đo là . Tìm số đo dương nhỏ nhất của góc  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.6** Biết góc lượng giác  có số đo là . Tìm số đo hình học của  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | |

**Dạng toán 3. Câu hỏi liên quan đến độ dài cung**

*Phương pháp áp dụng*

Với đường tròn bán kính R, ta có:

* Cung có độ dài  thì có số đo radian là: .
* Cung có số đo là  radian thì có độ dài là: αR.

**☞ *Chú ý***: Đường tròn có số đo radian là:  = 2π.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1**. Một đường tròn có bán kính . Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng  **🖎Lời giải tham khảo**  Theo công thức tính độ dài cung tròn ta có  Nên: . | | **🖎Lưu ý** |
| **1.1**Cho đường tròn có bán kính ,tìm số đo () của cung có độ dài là  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.2** Cung tròn bán kính bằng .Tìm độ dài cung có số đo  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | |
| **1.3**Một đường tròn có bán kính . Tìm độ dài của cung  trên đường tròn.  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.4** Một đường tròn có bán kính. Tính độ dài cung  trên đường tròn.  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | |
| **1.5**Một đường tròn có bán kính. Tìm độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo (tính gần đúng đến hàng phần trăm).  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.6** Một đường tròn có bán kính là , tìm độ dài cung của  đường tròn.  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | |

**Dạng toán 4. Biểu diễn cung lên đường tròn lượng giác**

**☞ *Chú ý***:

1. Một góc lượng giác có số đo  (hay α rad) thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với nó có số đo dạng  (hay  ),  là một số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của .

2. Hai góc(cung) lượng giác có số đo  và  khi biểu diễn trên đường tròn lượng giác có điểm cuối trùng nhau   có nghiệm 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1**. Chọn điểm làm điểm đầu của cung lượng giác trên đường tròn lượng giác. Tìm điểm cuối của cung lượng giác có số đo .  **🖎Lời giải tham khảo**  Cung có số đo , do đó ta có:  .  Vậy điểm biểu diễn cung lượng giác đã cho nằm chính giữa góc phần tư thứ nhất | | **🖎Lưu ý**  Nếu cung(góc) lượng giác có điểm dầu là . Để tìm vị trí điểm cuối của cung(góc) đó ta tìm số đo hình học của cung(góc) đã cho từ đó sẽ tìm được vị trí điểm cuối biểu diễn cung(góc) lượng giác. |
| **1.1** Có bao nhiêu điểm trên đường tròn định hướng gốc  thoả mãn sđ?  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.2** Có bao nhiêu điểm trên đường tròn định hướng gốc  thoả mãn sđ?  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | |
| **1.3** Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): , , , . Tìm các cung có điểm cuối trùng nhau.  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.4** Cho góc lượng giác  có số đo bằng . Hỏi trong các số ;; ;  số nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc lượng giác ?  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | |
| **1.5**Trên đường tròn lượng giác gốc  cho các cung có số đo: ; ;;. Tìm các cung có điểm cuối trùng nhau?  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.6** Cho hai góc lượng giác :, ;, .  Hỏi hai góc lượng giác nói trên có tia cuối trùng nhau hay không?  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | |

**Dạng toán 5. Toán thực tế, ứng dụng liên môn**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1**.Trong  giây bánh xe của xe gắn máy quay được  vòng.Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng  phút, biết rằng bán kính bánh xe gắn máy bằng  (lấy )  **🖎Lời giải tham khảo**  Theo công thức tính độ dài cung tròn ta có  nên  Trong 3 phút bánh xe quay đượcvòng, bánh xe lăn được:  . | | **🖎Lưu ý**  Chu vi của đường tròn bán kính  là: |
| **1.1** Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài  và kim phút dài .Tìm độ dài mũi kim giờ vạch lên cung tròn trong .  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.2** Một xe ô tô có đường kính bánh xe là . Tính xem mỗi km, bánh xe quay bao nhiêu vòng.  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | |
| **1.3**Một bánh xe có  răng. Tính số đo góc(độ) mà bánh xe đã quay được khi di chuyển  răng . **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | **1.4** Bánh xe đạp của người đi xe đạp quay được  vòng trong  giây. Hỏi trong  giây, bánh xe quay được 1 góc bao nhiêu độ.  **Lời giải**  …………………………………................................  …………………………………................................  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ………………………………………………………  ……………………………………………………… | |

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**MỐI LIÊN HỆ GIỮA ĐƠN VỊ ĐỘ VÀ RADIAN**

1. Đổi số đo các cung sau ra độ, phút, giây: .
2. Đổi số đo các góc sau ra radian : .
3. Đổi số đo độ của các cung tròn sau thành số đo radian (chính xác đến phần nghìn): .
4. Đổ số đo radian của các cung tròn sau ra số đo độ (chính xác đến phút): và .
5. Điền các giá trị thích hợp vào ô trống

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| radian |  |  |  |  |  |  |
| Độ |  |  |  |  |  |  |

**TÍNH ĐỘ DÀI CUNG TRÒN**

1. Một đường tròn có bán kính . Tính độ dài các cung có số đo là .
2. Kim giờ của đồng hồ dài , kim phút dài . Tính quãng đường kim phút, kim giờ đi được trong  phút.
3. Bánh xe có đường kính (tính cả lốp) là . Nếu xe chạy với vận tốc  thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiều vòng ?
4. Kim phút và kim giờ của đồng hồ lớn nhà Bưu Điện Hà Nội theo thứ tự dài  và . Hỏi trong phút, mũi kim phút và mũi kim giờ vạch trên cung tròn có độ dài bằng bao nhiêu mét ?

**BIỂU DIỄN NGỌN CUNG LƯỢNG GIÁC**

1. Biểu diễn các góc sau lên đường tròn lượng giác gốc A:  .
2. Xác định điểm cuối của cung có số đo: .
3. Xác định điểm ngọn của các họ nghiệm sau đây trên đường tròn lượng giác với .

1/ . 2/ .

3/ . 4/ .

5/ . 6/ .

7/ . 8/ .

9/ . 10/ .

1. Cho hai điểm M và N sao cho  và  với . Tìm  để:

1/ M trùng với N. 2/ M đối xứng với N qua tâm O.

1. Hai góc lượng giác có số đo radian  và  với m là số nguyên có thể có cùng tia đầu và tia cuối hay không ?