**Bài 1. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ**

**DẠNG 1: *Xác định biểu thức tích vô hướng, góc giữa hai vectơ.***

**Phương pháp giải.**

* Dựa vào định nghĩa 
* Sử dụng tính chất và các hằng đẳng thức của tích vô hướng của hai vectơ

**Câu 1.** Cho tam giác  đều cạnh bằng . Tính các tích vô hướng:

|  |  |
| --- | --- |
| Hình vẽ | a)  **Lời giải** |
| b)  **Lời giải** | c)  **Lời giải** |

**Câu 2.** Cho tam giác  có , ,  .

|  |  |
| --- | --- |
| Hình vẽ | a) Tính , rồi suy ra giá trị của góc .  **Lời giải**      Suy ra  Ta có |
| b) Tính .  **Lời giải** | c) Gọi  là điểm trên  sao cho . Tính .  **Lời giải**  Ta có  Do đó |

**Câu 3.** Chohìnhvuông **** cạnhbằng.Tínhtíchvôhướng.

|  |  |
| --- | --- |
| Hình vẽ | Tính , rồi suy ra giá trị của góc .  **Lời giải**  Tacó:.  Vìtamgiácvuôngtạinên  .  Suyra |

**Câu 4.** Chohìnhchữnhật **** có.Gọilàtrungđiểmcủacạnh ****

|  |  |
| --- | --- |
| Hình vẽ | a) Phân tích ,theovà.  **Lời giải**  Gọilàtrungđiểmcủacạnh  Tacó:.  Mặtkhác:. |
| b) Tínhtíchvôhướng.  **Lời giải**  Tacó:.  Suyra    .  Vậy.  Tacóvuônggócvới. |  |

**Câu 5.** Chohìnhvuông **** cólàtrungđiểmcủađoạnthẳng **** vàlàđiểmthuộcđoạn **** saocho.

|  |  |
| --- | --- |
| Hình vẽ | a) Phântíchtheovec-tơvà  **Lời giải**  Tacó    .  Mặtkhác    . |
| b) Chứngminhrằng.  **Lời giải**  Tacó:    (vì).  Vậy. |  |

**DẠNG 2: *Chứng minh các đẳng thức về tích vô hướng hoặc độ dài của đoạn thẳng.***

**Phương pháp giải.**

* Nếu trong đẳng thức chứa bình phương độ dài của đoạn thẳng thì ta chuyển về vectơ nhờ đẳng thức 
* Sử dụng các tính chất của tích vô hướng, các quy tắc phép toán vectơ
* Sử dụng hằng đẳng thức vectơ về tích vô hướng.

**Câu 1.** Cho  là trung điểm của đoạn thẳng  và  là điểm tùy ý. Chứng minh rằng : 

|  |  |
| --- | --- |
| **Chú ý:**  Đẳng thức cần chứng minh được viết lại là  Để làm xuất hiện ,  ở VP, sử dụng quy tắc ba điểm để xen điểm  vào. | **Lời giải**    (đpcm) |

**Câu 2.** Cho hình chữ nhật  có tâm  và  là một điểm bất kì. Chứng minh rằng:

|  |  |
| --- | --- |
| a)  **Lời giải**      Suy ra | b)  **Lời giải** |

**Câu 3.** Cho tam giác  có trực tâm ,  là trung điểm của . Chứng minh rằng .

**Lời giải**





**Câu 4.** Cho tam giác  có trọng tâm  và , , . Chứng minh rằng:

.

**Lời giải**



 (\*)

Mặt khác 

Tương tự , .

Thay vào (\*) suy ra đpcm

**DẠNG 3: *Tìm tập hợp điểm thoả mãn đẳng thức về tích vô hướng hoặc tích độ dài.***

**Phương pháp giải.**

Ta sử dụng các kết quả cơ bản sau:

Cho ,  là các điểm cố định.  là điểm di động

* Nếu  với k là số thực dương cho trước thì tập hợp các điểm  là đường tròn tâm , bán kính .
* Nếu thì tập hợp các điểm  là đường tròn đường kính .
* Nếu  với  khác  cho trước thì tập hợp các điểm  là đường thẳng đi qua  và vuông góc với giá của vectơ 

**Câu 1.** Cho hai điểm ,  cố định có độ dài bằng  , vectơ  khác  và số thực  cho trước. Tìm tập hợp điểm  sao cho

|  |  |
| --- | --- |
| a)  **Lời giải**  Gọi  là trung điểm của  ta có    (Do )    Vậy tập hợp điểm  là đường tròn tâm  bán kính | b)  **Lời giải**  Ta có |

**Câu 2.** Cho tam giác . Tìm tập hợp điểm  trong các trường hợp sau:

|  |  |
| --- | --- |
| **Lời giải**  Gọi  là điểm thoả mãn  ta có:    Suy ra tập hợp điểm  là đường thẳng đi qua  và vuông góc với . | **Lời giải**  Gọi  và  là các điểm thoả mãn: ;  ta có:    Tập hợp điểm  là đường tròn đường kính . |
| **Lời giải**  Ta có:  Gọi  là điểm xác định bởi  ta có:    Tập hợp điểm  là đường tròn đường kính . |  |

**DẠNG 4: Biểu thức tọa độ của tích vô hướng.**

**Phương pháp giải.**

* Cho , . Khi đó

+ Tích vô hướng hai vectơ là 

+ Góc của hai vectơ được xác định bởi công thức



*Chú ý:* 

* Để xác định độ dài một vectơ đoạn thẳng ta sử dụng công thức

+ Nếu  thì 

+ Nếu ,  thì 

**Câu 1.** Cho tam giác  có , , .

|  |  |
| --- | --- |
| a) Chứng minh tam giác  vuông tại  .  **Lời giải**  Ta có ,  Do đó  hay tam giác  vuông tại . | b) Tính góc  của tam giác  **Lời giải**  Ta có ,  Suy ra |
| Xác định hình chiếu của  lên cạnh  **Lời giải**  Gọi  là hình chiếu của  lên .  Ta có , ,    Hay  (1)  Mặt khác ,  cùng phương nên  (2)  Từ (1) và (2) suy ra ,  Vậy hình chiếu của  lên  là | |

**Câu 2.** Cho hai vectơ , 

|  |  |
| --- | --- |
| a) Tính cosin góc giữa hai vectơ  và  **Lời giải** | b) Xác định tọa độ của vectơ  biết  và  **Lời giải**  Gọi , ta có ,    Suy ra ,  Do đó |

**Câu 3.** Cho tam giác  có , , .

|  |  |
| --- | --- |
| a) Tìm tọa độ trực tâm tam giác  **Lời giải**  Gọi  là trực tâm tam giác .  , , , | b) Tính tọa độ chân đường cao vẽ từ .  **Lời giải**  Gọi  là tọa độ chân đường cao vẽ từ  Ta có  (1)  Và ,  cùng phương nên  (2)  Từ (1) và (2) suy ra |
| c) Tính diện tích tam giác  **Lời giải**  Ta có ,  Suy ra |  |

**Câu 4.** Trong mặt phẳng toạ độ , cho các điểm , .Tìm trên trục  điểm  sao cho .

**Lời giải**

 Do đó ta có:

; 

Do đó ta có: 

Ta có: .

Vậy có hai điểm thoả mãn yêu cầu bài toán là , .

**Câu 5.** Cho. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác 

**Lời giải**

Gọi.Khiđóvà.Dođó, tacó





Giảihệphươngtrìnhtađược.