**Bài 1. ĐẠI CƯƠNG VỀ PHƯƠNG TRÌNH**

**I – LÝ THUYẾT**

**A– KHÁI NIỆM PHƯƠNG TRÌNH**

**1. Phương trình một ẩn**

Phương trình ẩn là mệnh đề chứa biến có dạng 

trong đó  và  là những biểu thức của  Ta gọi  là vế trái,  là vế phải của phương trình 

Nếu có số thực  sao cho  là mệnh đề đúng thì  được gọi là một nghiệm của phương trình

Giải phương trình là tìm tất cả các nghiệm của nó (nghĩa là tìm tập nghiệm).

Nếu phương trình không có nghiệm nào cả thì ta nói phương trình **vô nghiệm** (hoặc nói tập nghiệm của nó là rỗng).

**2. Điều kiện của một phương trình**

Khi giải phương trình , ta cần lưu ý với điều kiện đối với ẩn số  để  và  có nghĩa (tức là mọi phép toán đều thực hiện được). Ta cũng nói đó là điều kiện xác định của phương trình (hay gọi tắt là điều kiện của phương trình).

**3. Phương trình nhiều ẩn**

Ngoài các phương trình một ẩn, ta còn gặp những phương trình có nhiều ẩn số, chẳng hạn



Phương trình  là phương trình hai ẩn (và), còn  là phương trình ba ẩn ( và ).

Khi  thì hai vế của phương trình  có giá trị bằng nhau, ta nói cặp  là một nghiệm của phương trình 

Tương tự, bộ ba số  là một nghiệm của phương trình 

**4. Phương trình chứa tham số**

Trong một phương trình (một hoặc nhiều ẩn), ngoài các chữ đóng vai trò ẩn số còn có thể có các chữ khác được xem như những hằng số và được gọi là **tham số**.

**B – PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH HỆ QUẢ**

**1. Phương trình tương đương**

Hai phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

**2. Phép biến đổi tương đương**

**Định lí**

Nếu thực hiện các phép biển đổi sau đây trên một phương trình mà không làm thay đổi điều kiện của nó thì ta được một phương trình mới tương đương

a) Cộng hay trừ hai vế với cùng một số hoặc cùng một biểu thức;

b) Nhân hoặc chia hai vế với cùng một số khác  hoặc với cùng một biểu thức luôn có giá trị khác 

**Chú ý:** Chuyển vế và đổi dấu một biểu thức thực chất là thực hiện phép cộng hay trừ hai vế với biểu thức đó.

**3. Phương trình hệ quả**

Nếu mọi nghiệm của phương trình  đều là nghiệm của phương trình  thì phương trình  được gọi là **phương trình hệ quả** của phương trình 

Ta viết 

Phương trình hệ quả có thể có thêm nghiệm không phải là nghiệm của phương trình ban đầu. Ta gọi đó là **nghiệm ngoại lai**.

Khi giải phương trình, không phải lúc nào ta cũng áp dụng được phép biến đổi tương đương. Trong nhiều trường hợp ta phải thực hiện các phép biến đổi đưa tới phương trình hệ quả, chẳng hạn bình phương hai vế, nhân hai vế của phương trình với một đa thức. Lúc đó để loại nghiệm ngoại lai, ta phải thử lại các nghiệm tìm được.

**II – DẠNG TOÁN**

**1. DẠNG 1: ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA PHƯƠNG TRÌNH**

**Phương pháp giải**

-Điều kiện xác định của phương trình bao gồm các điều kiện để giá trị của  cùng được xác định và các điều kiện khác (nếu có yêu cầu trong đề bài)

- Điều kiện để biểu thức

  xác định là 

  xác định là 

  xác định là 

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 1**. *Tìm điều kiện chọ phương trình sau*:  .  **🖎Lời giải tham khảo**  Điều kiện xác định: .  Vậy TXĐ: . | **🖎Lưu ý** |
| **1.1**  Điều kiện xác định: .  Vậy TXĐ: . | **1.2**  Điều kiện xác định: .  Vậy TXĐ: . |
| **Câu 2.** Tìm điều kiện cho phương trình sau:  **🖎Lời giải tham khảo**  Điều kiện xác định: . | **🖎Lưu ý** |
| **2.1**  Điều kiện xác định: . | **2.2**  Điều kiện xác định: (luôn đúng).  Vậy TXĐ: . |
| **2.3**  Điều kiện xác định :    Vậy tập xác định | **2.4**  Điều kiện xác định :    Vậy tập xác định |
| **2.5**  Điều kiện xác định của phương trình là | **2.6**  Điều kiện xác định: .  Vậy TXĐ: . |

**2. DẠNG 2:CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG CỦA PHƯƠNG TRÌNH**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 1.** Một học sinh đã biến đổi phương trình như sau    Giải thích vì sao phép biến đổi tương đương đó sai, muốn có biến đổi tương đương thì ta phải làm gì?  **🖎Lời giải tham khảo**  Phép biến đổi trên sai vì điều kiện của phương trình đã bị thay đổi  Để phép biến đổi đúng ta cần bổ sung điều kiện x2 cho phương trình đầu trước khi biến đổi. | **🖎Lưu ý**  Khi thực hiện cộng hoặc trừ hai vế của một phương trình với cùng một biểu thức ta cần lưu ý đặt điều kiện cho phương trình đó |
| **1.1**  Giải thích vì sao phép biến đổi tương đương đó sai, muốn có biến đổi tương đương thì ta phải làm gì?  Lý luận như câu 3. | **1.2** Một học sinh đã biến đổi phương trình như sau:  Hỏi phép biến đổi đó có phải là phép biến đổi tương đương không?  Trả lời:  Phép biến đổi trên đúng là phép biến đổi tương đương |
| **Câu 2.** Cho hai phương trình:  và . Hỏi hai phương trình bên có tương đương với nhau không ?  **🖎Lời giải tham khảo**  Hai phương trình trên không tương đương do điều kiện của phương trình bị thay đổi. | **🖎Lưu ý**  Đặt điều kiện cho mẫu khác 0 trước khi thực hiện phép qui đồng bỏ mẫu |
| **2.1** Cho phép biến đổi phương trình:  Hỏi phép biến đổi trên đúng hay sai  Trả lời: Đúng, khi bình phương hai vế mà không đặt điều kiện cho phương trình tra chỉ thu được phương trình hệ quả. | **2.2**  và  Hai phương trình trên có tương đương với nhau không?  Trả lời: Hai phương trình trên không tương đương do chúng không có cùng tập nghiệm. |

**3. DẠNG 3: CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI HỆ QUẢ PHƯƠNG TRÌNH**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 1.** Giải phương trình  **🖎Lời giải tham khảo**  Ta dùng phép biến đổi hệ quả        Thử vào phương trình ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn  Vậy phương trình vô nghiệm. | **🖎Lưu ý**  Khi dùng phép biến đổi hệ quả có thể sin ra nghiệm ngoại lai do đó ta cần thử lại nghiệm của phương trình để lại bỏ các nghiệm ngoại lai |
| **1.1**  pt    Thử lại ta thấy phương trình có 2 nghiệm là x = 1 | **1.2**    Thử lại ta thấy phương trình chỉ có nghiệm x = 2 |

**4. DẠNG 4: NGHIỆM, TẬP NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 1.** Giải Phương trình  **🖎Lời giải tham khảo**  Đk phương trình: x1  Pt  Kết luận: Vậy nghiệm của phương trình là: x = 1 | 🖎Lưu ý |
| **1.1**  Đk:  Thử lại ta thấy x = 1 không là nghiệm của phương trình, vậy phương trình đã cho vô nghiệm | **1.2**  Đk: x3  Pt  Kết luận: phương trình có nghiệm x = 3 |
| **1.3**  Điều kiện: x 1  Pt  Vậy phương trình có nghiệm x = 2 | **1.4**  Điều kiện: x = 2  Thay x = 2 vào ta thấy x =2 là nghiệm của phương trình. Vậy pt có nghiệm duy nhất x = 2 |
| **1.5**  Điều kiện xác định: .  Thay  và  vào phương trình thỏa mãn.Vậy tập nghiệm: . | **1.6**  Điều kiện xác định:  hệ vô nghiệm.  Vậy tập nghiệm: . |

**III – BÀI TẬP TỔNG HỢP**

**Bài 1**: Tìm điều kiện của các phương trình:

a)  b) 

c)  d) 

**Bài 2:** Giải các phương trình sau :

a)

b) 

c) 

d) 

e) 

**Bài 3:** Tìm giá trị thực của tham số  để cặp phương trình sau tương đương:

  và   .

**IV - HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TỔNG HỢP**

**Bài 1**

a) Phương trình xác định khi 

b)Phương trình xác định khi 

**c)** Phương trình xác định khi 

d) Phương trình xác định khi .

**Bài 2**

a)Điều kiện: 

Thử lại ta thấy cả  và  đều thỏa mãn phương trình.

b) Điều kiện: . 

Ta thấy  thỏa mãn điều kiện .

Nếu  thì .

Do đó điều kiện xác định của phương trình là  hoặc .

Thay  và  vào phương trình thấy chỉ có  thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

c)Điều kiện .

Thử lại  thì phương trình không thỏa mãn phương trình.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm

d)Điều kiện: .

Thay  và  vào phương trình thấy chỉ có  thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất

e)Điều kiện: .

• Ta có  là một nghiệm.

•Nếu  thì . Do đó phương trình tuong đương

 hoặc .

Đối chiếu điều kiện ta được phương trình có nghiệm duy nhất 

**Bài 3**

Ta có 

Do hai phương trình tương đương nên  cũng là nghiệm của phương trình .

Thay  vào , ta được .

Với , ta có

  trở thành  hoặc 

  trở thành  hoặc .

Suy ra hai phương trình tương đương. Vậy  thỏa mãn.