

MỤC LỤC

◆CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC-PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC.....2

▶BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC.....2

.....(A). Tóm tắt kiến thức
2

.....(B). Phân dạng toán cơ bản
4

•Dạng 1: Góc lượng giác.....4

•Dạng 2: Giá trị lượng giác của góc lượng giác.....5

•Dạng 3: Áp dụng tính chất của giá trị lượng giác.....6

•Dạng 4: Ứng dụng.....7

.....(C). Dạng toán rèn luyện
8

•Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....8

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....14

•Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....25

◆CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC-PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

▶BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC

A. Tóm tắt kiến thức

1. Quan hệ giữa hai đơn vị đo góc: độ và radian

✓ $180^\circ = \pi \text{ rad}$

✓ $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ \approx 57^\circ 17' 45''$ và $1^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \right) \text{ rad} \approx 0,0175 \text{ rad}$.

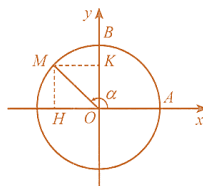
2. Góc lượng giác và số đo của chúng

- ✓ Cho hai tia Ou, Ov . Nếu tia Om quay chỉ theo chiều dương (hay chỉ theo chiều âm) xuất phát từ tia Ou đến trùng với tia Ov thì ta nói: Tia Om quét một góc lượng giác với tia đầu Ou và tia cuối Ov , kí hiệu là (Ou, Ov) . Mỗi góc lượng giác gốc O được xác định bởi tia đầu Ou , tia cuối Ov và số đo của góc đó.
- ✓ Nếu một góc lượng giác có số đo α^0 (hay α radian) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc lượng giác đó có số đo dạng: $\alpha^0 + k360^\circ$ (hay $\alpha + k2\pi$), với k là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của k .
- ✓ Hệ thức Chasles

Với ba tia tùy ý Ou, Ov, Ow , ta có: $(Ou, Ov) + (Ov, Ow) = (Ou, Ow) + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

3. Giá trị lượng giác của góc lượng giác

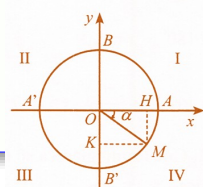
- ✓ Trong mặt phẳng tọa độ đã được định hướng Oxy , lấy điểm $A(1;0)$. Đường tròn tâm O , bán kính $OA=1$ được gọi là đường tròn lượng giác gốc A .
- ✓ Định nghĩa: Với mỗi góc lượng giác α , lấy điểm M trên đường tròn lượng giác sao cho $(OA, OM) = \alpha$ (Hình 1).



Hình 1

- ✓ Giả sử M có tọa độ $(x; y)$. Ta có: $\cos \alpha = x; \sin \alpha = y$
- ✓ $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y}{x} (\cos \alpha = x \neq 0); \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{y} (\sin \alpha = y \neq 0)$.

✎ **Chú ý:** Dấu của các giá trị lượng giác của góc $\alpha = (OA, OM)$ phụ thuộc vào vị trí điểm M trên đường tròn lượng giác (Hình 2).



Hình 2

 Bảng xác định dấu của các giá trị lượng giác như sau:

Góc phần tư Giá trị lượng giác	I	II	III	IV
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

 Tính chất

- ✓ $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ với mọi α ;
- ✓ $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ với $\cos \alpha \neq 0, \sin \alpha \neq 0$;
- ✓ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ với $\cos \alpha \neq 0$
- ✓ $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ với $\sin \alpha \neq 0$.

4. Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt

• Hai góc đối nhau (α và $-\alpha$) :

- $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
- $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
- $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$
- $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$.

• Hai góc hơn kém nhau π (α và $\alpha + \pi$):

- $\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha$
- $\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha$
- $\tan(\alpha + \pi) = \tan \alpha$
- $\cot(\alpha + \pi) = \cot \alpha$.

• Hai góc bù nhau (α và $\pi - \alpha$) :

- $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$
- $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$
- $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$
- $\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$

• Hai góc phụ nhau (α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$) :

- $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$
- $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$

B. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng ①: Góc lượng giác

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1:

- a) Gọi M_1, M_2, M_3, M_4 là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo của các góc lượng giác $(OA, OM_1), (OA, OM_2), (OA, OM_3), (OA, OM_4)$ lần lượt bằng $\frac{\pi}{3}; -\frac{11\pi}{3}; \frac{10\pi}{3}; \frac{31\pi}{3}$. Có nhận xét gì về vị trí các điểm M_1, M_2, M_3, M_4 ?
- b) Gọi M, N, P là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo của các góc lượng giác $(OA, OM), (OA, ON), (OA, OP)$ lần lượt bằng $\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}$. Chứng minh rằng tam giác MNP là tam giác đều.

Câu 2:

- a) Đổi từ độ sang radian các số đo sau: $30^\circ; 80^\circ 30'$.
- b) Đổi từ radian sang độ các số đo sau: $\frac{5\pi}{8}; 3,75$.

- Câu 3:** a) Xác định điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $\frac{\pi}{6}$.

- b) Xác định điểm B trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $\frac{\pi}{2}$.

- c) Xác định điểm N trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $-\frac{2\pi}{3}$.

- Câu 4:** Biểu diễn các góc lượng giác sau trên đường tròn lượng giác:

- a) 750° ;
- b) $-\frac{29\pi}{4}$.

- Câu 5:** Cho góc lượng giác có số đo bằng $\frac{4\pi}{3}$.

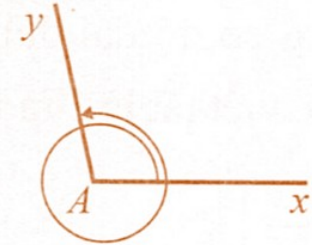
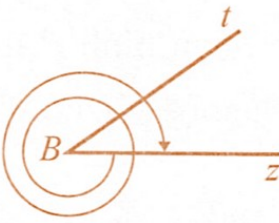
- a) Xác định điểm N trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác đã cho.
- b) Tính các giá trị lượng giác của góc lượng giác đã cho.

Câu 6:

a) Đổi số đo của góc 80° và góc 150° sang đơn vị radian.

b) Đổi số đo của góc $\frac{3\pi}{5}rad$ và góc $-\frac{7\pi}{20}rad$ sang đơn vị độ.

Câu 7: Xác định số đo của các góc lượng giác được biểu diễn trong mỗi hình dưới đây.

	
a) $\angle A = 102^\circ$;	b) $\angle B = \frac{\pi}{5}$.

Câu 8:

a) Hãy tìm số đo α của góc lượng giác (Oa, Ob) , với $0 \leq \alpha < 2\pi$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu Oa và tia cuối Ob có số đo là $\frac{25\pi}{6}$.

b) Hãy tìm số đo a° của góc lượng giác (Om, On) , với $0 \leq a < 360$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu Om và tia cuối On có số đo là -875° .

•Dạng 2: Giá trị lượng giác của góc lượng giác

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 9: Tính các giá trị lượng giác của góc α , nếu:

a) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$;

b) $\cos \alpha = -0,7$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

c) $\tan \alpha = 2$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

d) $\cot \alpha = \frac{7}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Câu 10:

a) Biểu diễn $\sin\left(-\frac{29\pi}{3}\right)$ qua giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0 đến $\frac{\pi}{4}$;

b) Biểu diễn $\tan 973^\circ$ qua giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0° đến 45° .

Câu 11: Tính các giá trị lượng giác của mỗi góc sau:

a) $\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 12: Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết $\sin \alpha = \frac{2}{7}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Câu 13: Bằng cách sử dụng giá trị lượng giác của các góc liên quan đặc biệt, hãy tính:

a) $\cos \frac{-15\pi}{4}$

b) $\cot(-675^\circ)$;

c) $\sin \frac{11\pi}{3}$

•Dạng ③: Áp dụng tính chất của giá trị lượng giác

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 14: Chứng minh các đẳng thức lượng giác sau:

a) $\frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = 1 - \sin \alpha \cos \alpha$;

b) $\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} + \frac{1 + \cot \alpha}{1 - \cot \alpha} = 0$.

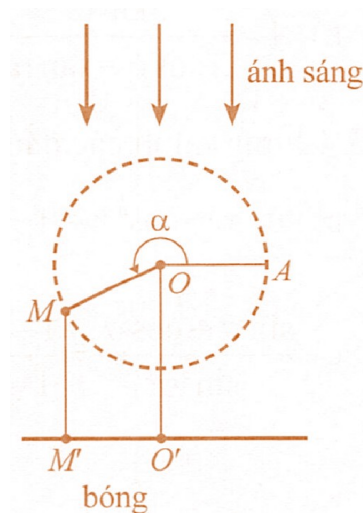
Câu 15: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sin^2(3\pi - \alpha) + \sin^2\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$

b) $\left[1 + \tan^2(-\alpha + 11\pi)\right] \cdot \sin^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 16: Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh gốc O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như hình bên. Vị trí ban đầu của thanh là OA . Hỏi độ dài bóng OM' của OM khi

thanh quay được $\frac{60}{13}$ vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh OM là 10cm ?



Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Câu 17: Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α , biết $\tan \alpha = 3$ với $-\pi < \alpha < 0$.

Câu 18: Tính:

a) $A = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 85^\circ$ (17 số hạng).

b) $B = \cos 5^\circ + \cos 10^\circ + \cos 15^\circ + \dots + \cos 175^\circ$ (35 số hạng).

•Dạng ④: Ứng dụng

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 19: Độ dài của ngày từ lúc Mặt Trời mọc đến lúc Mặt Trời lặn ở một thành phố X trong ngày thứ t của năm được tính xấp xỉ bởi công thức

$$d(t) = 4 \sin \left[\frac{2\pi}{365} (t - 80) \right] + 12, \quad t \in \mathbb{Z} \text{ và } 1 \leq t \leq 365.$$

Thành phố X vào ngày 31 tháng 1 có bao nhiêu giờ có Mặt Trời chiếu sáng? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Câu 20: Một vòng quay Mặt Trời quay mỗi vòng khoảng 15 phút. Tại vị trí quan sát, bạn Linh thấy vòng quay chuyển động theo chiều kim đồng hồ. Khi vòng quay chuyển động được 10 phút, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng bao nhiêu? (Tính theo đơn vị radian).

Câu 21: Bánh xe của người đi xe đạp quay được 12 vòng trong 6 giây.

a) Tính góc (theo độ và radian) mà bánh xe quay được trong 1 giây.

b) Tính quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút, biết rằng đường kính bánh xe đạp là 860 mm .

Câu 22: Kim giờ dài 6 cm và kim phút dài 11 cm của đồng hồ chỉ 4 giờ. Hỏi thời gian ít nhất để 2 kim vuông góc với nhau là bao nhiêu? Lúc đó tổng quãng đường hai đầu mút kim giờ và kim phút đi được là bao nhiêu?

©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Nếu một cung tròn có số đo bằng radian là $\frac{5\pi}{4}$ thì số đo bằng độ của cung tròn đó là

- A. 172° . B. 15° .
C. 225° . D. 5° .

Câu 2: Góc có số đo 108° đổi ra radian là

- A. $\frac{3\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 3: Góc có số đo $\frac{\pi}{9}$ đổi sang độ là

- A. 15° . B. 18° . C. 20° . D. 25° .

Câu 4: Đổi số đo góc 105° sang radian bằng

- A. $\frac{5\pi}{12}$. B. $\frac{7\pi}{12}$. C. $\frac{9\pi}{12}$. D. $\frac{5\pi}{8}$.

Câu 5: Cho đường tròn lượng giác gốc A và điểm M nằm trên đường tròn lượng giác sao cho $\widehat{MOx} = \widehat{MOy} = 45^\circ$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\text{sđ } \overset{\text{Đ}}{AM} = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\text{sđ } \overset{\text{Đ}}{AM} = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\text{sđ } \overset{\text{Đ}}{AM} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $\text{sđ } \overset{\text{Đ}}{AM} = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6: Góc có số đo 120° đổi sang radian là

- A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{10}$.

Câu 7: Cung có số đo 250° thì có số đo theo đơn vị radian là:

- A. $\frac{25\pi}{12}$. B. $\frac{25\pi}{18}$. C. $\frac{25\pi}{9}$. D. $\frac{35\pi}{18}$.

Câu 8: Đổi sang radian góc có số đo 108° ta được

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{3\pi}{5}$.

Câu 9: Tìm mệnh đề đúng.

- A. $\pi \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)$. B. $\pi \text{ rad} = 1^\circ$.
C. $\pi \text{ rad} = 60^\circ$. D. $\pi \text{ rad} = 180^\circ$.

Câu 10: Số đo radian của góc 135° là

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 11: Trên đường tròn bán kính bằng 5, cho một cung tròn có độ dài bằng 10. Số đo radian của cung tròn đó là

- A. 2 . B. 3 . C. 1 . D. 4 .

Câu 12: Cung có số đo $\frac{5\pi}{3}$ rad đổi sang đơn vị độ bằng

- A. 300° . B. 5° . C. 600° . D. 270° .

Câu 13: Góc có số đo $-\frac{3\pi}{16}$ có số đo theo độ là

- A. $33^\circ 45'$. B. $-29^\circ 30'$. C. $-32^\circ 55'$. D. $-33^\circ 45'$.

Câu 14: Nếu một góc có số đo $\frac{5\pi}{12} \text{ rad}$ thì số đo của góc đó khi đổi sang đơn vị độ, phút, giây là

- A. 45° . B. 75° . C. 55° . D. 65° .

Câu 15: Một đường tròn có bán kính $R = 10 \text{ cm}$. Độ dài cung 40° trên đường tròn gần bằng:

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{9}{3}$. C. $\frac{11}{3}$. D. $\frac{13}{3}$.

9(cm)

Câu 16: Cho đường tròn có bán kính bằng 3π (cm). Tìm số đo (theo radian) của cung có độ dài $\frac{\pi}{3}$.

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 17: Một đường tròn có bán kính 30cm. Tính độ dài của cung tròn trên đường tròn đó có số đo $2,5$.

- A. $7,5cm$. B. $0,83cm$. C. $75cm$. D. $12cm$.

Câu 18: Tính bán kính R của đường tròn biết rằng cung có số đo $\frac{5}{3}$ rad dài 24 cm.

- A. $R = 4,0$ cm. B. $R = 4,6$ cm. C. $R = 14,4$ cm. D. $1,6$ cm.

Câu 19: Cho đường tròn có bán kính 6 cm. Tìm số đo (rad) của cung có độ dài 3 cm.

- A. 1 . B. $0,5$. C. 2 . D. 3 .

Câu 20: Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là

- A. 30° . B. 40° . C. 50° . D. 60° .

Câu 21: Một đường tròn có bán kính $R = 12cm$. Tính độ dài của cung 60° trên đường tròn gần bằng

- A. $2cm$. B. $4cm$. C. $6.28cm$. D. $12.56cm$.

Câu 22: Một đường tròn có bán kính 15 cm. Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là

- A. $\frac{5\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{5}$. D. $\frac{5\pi}{3}$.

Câu 23: Một đồng hồ treo tường có kim giờ dài $10,57cm$. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1057}{1200}\pi(cm)$. B. $\frac{1057}{2400}\pi(cm)$. C. $\frac{1057}{600}\pi(cm)$. D. $\frac{1057}{4800}\pi(cm)$.

Câu 24: Bánh xe đạp có đường kính $55cm$ (kể cả lốp). Nếu chạy với vận tốc $40km/h$ thì trong $25s$ bánh xe quay được số vòng gần bằng với kết quả nào dưới đây?

A. 52 . B. 161 . C. 322 . D. 200 .

Câu 25: Kim giờ của đồng hồ dài $8cm$, kim phút dài $10cm$. Tổng quãng đường mũi kim phút, kim giờ đi được trong 30 phút bằng

A. $\frac{25}{3}\pi$. B. $\frac{37}{3}\pi$. C. $\frac{20}{3}\pi$. D. $\frac{32}{3}\pi$.

Câu 26: Trong các hệ thức sau đây, hệ thức nào đúng?

A. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. B. $\sin x^2 + \cos x^2 = 1$.
C. $\sin 2x + \cos 2x = 1$. D. $\sin^2 x + \cos x^2 = 1$.

Câu 27: Tìm khẳng định **sai**? (với điều kiện các hệ thức đã xác định)

A. $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$. B. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$.
C. $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$. D. $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$.

Câu 28: Cho góc α thỏa mãn $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\tan \alpha < 0$. B. $\cot \alpha > 0$. C. $\sin \alpha > 0$. D. $\cos \alpha > 0$.

Câu 29: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là

A. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$.

Câu 30: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\sin(\alpha + \pi) < 0$. B. $\cos(\alpha + \pi) > 0$.
C. $\tan(\pi - \alpha) > 0$. D. $\cot(\pi - \alpha) < 0$.

Câu 31: Cho $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$. Xét câu nào sau đây đúng?

A. $\cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha > 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 32: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0$. B. $\tan \alpha > 0, \cot \alpha < 0$.
C. $\tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$. D. $\tan \alpha < 0, \cot \alpha > 0$.

Câu 33: Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$

- A. $\cot \alpha = 2$. B. $\cot \alpha = \frac{1}{4}$.
 C. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$. D. $\cot \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 34: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau đây?

- A. $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. B. $\cos 45^\circ \leq \sin 45^\circ$.
 C. $\sin 60^\circ < \sin 80^\circ$. D. $\cos 35^\circ > \cos 10^\circ$.

Câu 35: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$.
 C. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36: Giá trị của $\tan \frac{\pi}{6}$ là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $-\sqrt{3}$.

Câu 37: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5} \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$. giá trị của $\cos \alpha$ bằng

- A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.
 C. $\cos \alpha = \frac{2}{5}$. D. $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$.

Câu 38: Hãy chọn kết quả sai trong các kết quả sau đây:

- A. $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$. B. $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$.
 C. $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$. D. $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$.

Câu 39: Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$, ta được:

- A. $\cos \alpha$. B. $\sin \alpha$. C. $-\cos \alpha$. D. $-\sin \alpha$.

Câu 40: Giá trị của biểu thức $S = 3 - \sin^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 45^\circ$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. 1. D. 3

Câu 41: Cho a là số thực bất kỳ. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. $\sin a + \cos a = 1$. B. $\sin^3 a + \cos^3 a = 1$.
 C. $\sin^4 a + \cos^4 a = 1$. D. $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$.

Câu 42: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sin(\pi + \alpha) < 0$. B. $\sin(\pi - \alpha) < 0$.
 C. $\cos(\pi - \alpha) < 0$. D. $\cos(\pi + \alpha) < 0$.

Câu 43: Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$. C. $\cos \alpha = \frac{5}{3}$. D. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

Câu 44: Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha$?

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $-\frac{3}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 45: Các đẳng thức nào sau đây đồng thời xảy ra?

- A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.
 C. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$; $\cos \alpha = \frac{-3}{5}$. D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$; $\cos \alpha = \frac{1}{4}$.

Câu 46: Cho $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin \alpha}{2 \sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha}$ là

- A. $\frac{5}{26}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{5}{26}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 47: Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\sin \alpha + \cos \alpha$ bằng

- A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $1 - \sqrt{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

Câu 48: Cho góc α thỏa $\cot \alpha = \frac{3}{4}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. B. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. C. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$. D. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 49: Tính $S = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ + \sin^2 85^\circ$

- A. $\frac{19}{2}$. B. 8 . C. $\frac{17}{2}$. D. 9 .

Câu 50: Với mọi góc α , biểu thức $\cos \alpha + \cos(\alpha + \frac{\pi}{5}) + \cos(\alpha + \frac{2\pi}{5}) + \dots + \cos(\alpha + \frac{9\pi}{5})$ nhận giá trị bằng

- A. 10 . B. -10 . C. 1 . D. 0 .

Câu 51: Trên mặt phẳng Oxy , cho điểm M di động trên đường tròn lượng giác (tâm O) sao cho số $\frac{1}{4}AM = \alpha$ với $A(1;0)$ và $0 \leq \alpha \leq \pi$. Gọi a, b lần lượt là giá trị nhỏ nhất của $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$. Tính $P = a + b$.

A. -2. B. 0. C. $-\sqrt{2}$. D. -1.

Câu 52: Rút gọn biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$, ta được kết quả

A. $A = \sin x + \cos x$. B. $A = \cos x - \sin x$.
 C. $A = \cos 2x - \sin 2x$. D. $A = \cos 2x + \sin 2x$.

Câu 53: Biết $\tan x = 2$, giá trị của biểu thức $M = \frac{3\sin x - 2\cos x}{5\cos x + 7\sin x}$ bằng:

A. $\frac{4}{9}$. B. $-\frac{4}{9}$. C. $\frac{4}{19}$. D. $-\frac{4}{19}$.

Câu 54: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}}$

A. $-\frac{2}{\cos \alpha}$. B. $\frac{2}{\cos \alpha}$. C. $\frac{2}{\sin \alpha}$. D. $-\frac{2}{\sin \alpha}$.

Câu 55: Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

A. $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$. B. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2\sqrt{10}-2}{9}$.
 C. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5}-4\sqrt{2}}{9}$. D. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5}+4\sqrt{2}}{9}$.

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

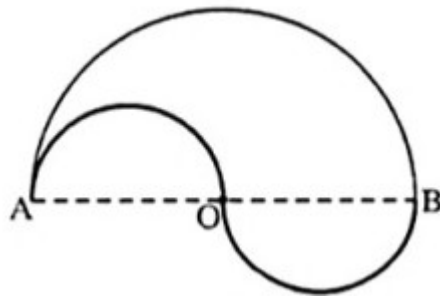
Câu 1: Xét tính **đúng/sai** của các mệnh đề sau:

a) $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}; 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.

b) Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài $l = \pi R \alpha$.

c) Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì, ta có $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ$, k thuộc số nguyên

d) Cho $OA = 5 \text{ cm}$. Chu vi hình vẽ sau đây 10π

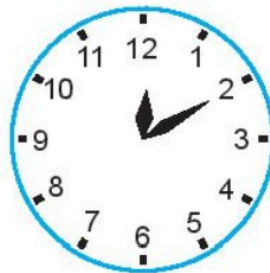


Câu 2: Xét tính đúng - sai của các mệnh đề sau:

a) Cho góc hình học $\angle Ov = 75^\circ$. Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ou, Ov) là $75^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

b) Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo 50° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo -125° . Số đo của góc lượng giác (Ou, Ov) bằng $175^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

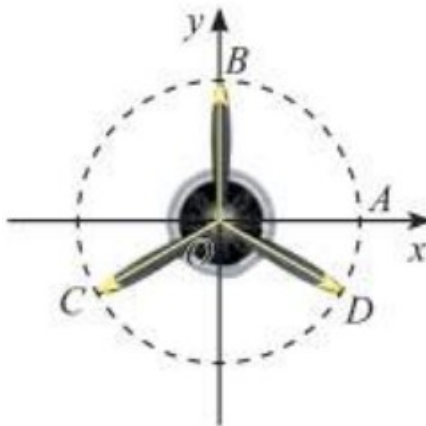
c) Trên đồng hồ hình dưới đây, kim phút đang chỉ đúng số 2. Đến lúc 13 giờ 30 phút thì kim phút đã quay được một góc lượng giác có số đo bằng 480° .



12 giờ 10 phút

d) Trong hình dưới, cánh quạt được chia thành 3 phần bằng nhau. $\angle AOD = 28^\circ$. Công thức

số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, OC) bằng $-148^\circ + k \cdot 360^\circ$.



Câu 3: Xét tính đúng - sai các phát biểu sau

a) Góc lượng giác có số đo α (rad) thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu và tia cuối với nó có công thức tổng quát của số đo là $\alpha + k \cdot 2\pi$

b) Cho góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo -240° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo 120° thì số đo của các góc lượng giác có tia đầu Ou , tia cuối Ov là $-120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

c) Trên đường tròn lượng giác gốc A , cho điểm M xác định bởi $sđ \overset{\circ}{AM} = \frac{\pi}{4}$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua trục Ox . số đo của góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối OM' là: $-\frac{57\pi}{4}$

d) Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết số $(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. Khi đó $sđ(Ox, BC)$ bằng $210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$

Câu 4: Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo 250° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo

-270° . Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Số đo góc lượng giác (Ou, Ox) bằng $-250^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

b) Số đo góc lượng giác (Ov, Ox) bằng $270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

c) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) bằng -20° .

d) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) theo đơn vị radian bằng $\frac{\pi}{9}$.

Câu 5: Đổi số đo của các góc sang radian. Khi đó:

a) $30^\circ = \frac{\pi}{6}$ rad

b) $\left(\frac{15}{\pi}\right)^\circ = \frac{1}{12}$ rad

c) $132^\circ = \frac{11\pi}{15}$ rad

d) $-495^\circ = -\frac{13\pi}{4}$ rad

Câu 6: Đổi số đo của các góc sang độ. Khi đó:

a) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad} = 135^\circ$;

$$-\frac{\pi}{360} \text{ rad} = -0,5^\circ$$

b) ;

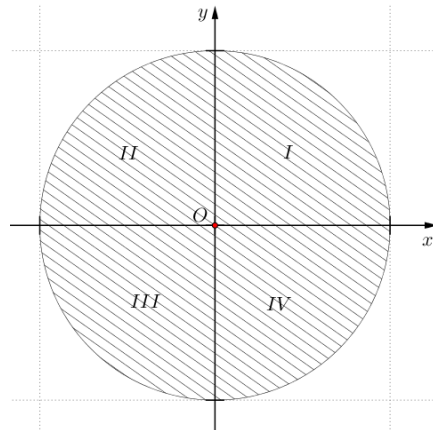
$$\frac{31\pi}{2} \text{ rad} = 27^\circ$$

c) ;

$$-4 \text{ rad} \approx -229,18^\circ$$

d) .

Câu 7: Biểu diễn góc lượng giác trên đường tròn lượng giác. Khi đó:



a) 125° là điểm M thuộc góc phần tư thứ II

b) 405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ III

c) $\frac{19\pi}{3}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ II

d) $-\frac{13\pi}{6}$ là điểm Q thuộc góc phần tư thứ IV

Câu 8: Biểu diễn góc lượng giác trên đường tròn lượng giác. Khi đó:

a) $36^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là điểm M thuộc góc phần tư thứ II

b) $-60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là các điểm M_1, M_2 thuộc góc phần tư thứ II và IV

c) $-\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ là M thuộc góc phần tư thứ III

d) $-\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ là bốn điểm M, N, P, Q thuộc góc phần tư thứ I, II, III, IV

Câu 9: Các góc có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác:

a) $1127^\circ, -313^\circ$

b) $1127^\circ, -674^\circ$;

c) $\frac{61\pi}{5}, -\frac{19\pi}{5}$

b) $\frac{61\pi}{5}, -\frac{23\pi}{4}$.

Câu 10: Các góc có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác:

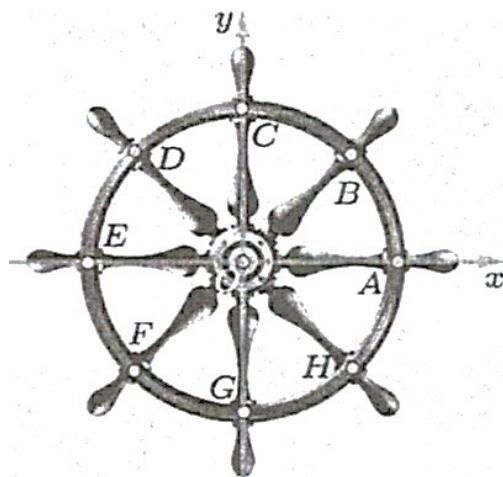
a) $756^\circ, -324^\circ$

b) $-324^\circ, 36^\circ$

c) $36^\circ, 216^\circ$;

b) $-\frac{41\pi}{7}, \frac{15\pi}{7}$.

Câu 11: Trong hình vẽ bên, ta xem hình ảnh đường tròn trên một bánh lái tàu thuỷ tương ứng với một đường tròn lượng giác.



a) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác (OA, OB) theo đơn vị radian:
 $(OA, OB) = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$;

b) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với bốn điểm biểu diễn là A, C, E, G $k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$ theo đơn vị radian là

c) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với hai điểm biểu diễn là A, E $k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$ theo đơn vị độ là:

$$(OA, OC) + (OC, OH)$$

d) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác theo đơn vị radian:

$$\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 12: Đổi số đo các góc sang đơn vị radian:

$$90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

a) ;

$$75^\circ = \frac{5\pi}{12} \text{ rad}$$

b)

$$750^\circ = \frac{25\pi}{6} \text{ rad};$$

b) .

$$-\left(\frac{5}{\pi}\right)^\circ = -\frac{1}{36} \text{ rad}$$

d)

Câu 13: Biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau đây trên đường tròn lượng giác. Khi đó:

a) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 218° là điểm M thuộc góc phần tư thứ III của đường tròn lượng giác thỏa mãn $\angle AOM = 218^\circ$

b) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo -405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ IV của đường tròn lượng giác thỏa mãn $\angle AON = -45^\circ$

c) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác thỏa mãn $\angle AOP = \frac{\pi}{4}$

d) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{15\pi}{2}$ là điểm $Q(0; -1)$ thuộc đường tròn lượng giác thỏa mãn $\angle AOQ = -\frac{\pi}{2}$

Câu 14: Đổi số đo các góc sau đây sang radian. Vậy:

a) $108^\circ = \frac{3\pi}{5}$ rad

b) $120^\circ = \frac{2\pi}{3}$ rad

c) $22^\circ 30' = \frac{\pi}{8}$ rad

d) $\left(\frac{1}{6\pi}\right)^\circ = \frac{1}{10}$ rad

Câu 15: Tính được giá trị các biểu thức. Khi đó:

a) $A = \frac{1}{\sqrt{3}} \cos 30^\circ - 3\sqrt{2} \sin 45^\circ + \cot 45^\circ = -\frac{3}{2}$;

b) $B = \sin^2 60^\circ + \tan^2 30^\circ - 2 = -\frac{11}{12}$;

c) $C = 2\sin \frac{\pi}{6} + \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} = \frac{5}{2}$

d) $D = \frac{\tan \frac{\pi}{4} + 1}{\frac{1}{\sqrt{2}} \cot \frac{\pi}{2} - 2} = \frac{6}{5}$.

Câu 16: Tính được các giá trị lượng giác của góc $\alpha = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ (biết $k \in \mathbb{Z}$). Khi đó:

a) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$

c) $\tan \alpha = \sqrt{3}$

d) $\cot \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 17: Tính được các giá trị lượng giác của góc $\alpha = -\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi$ (biết $k \in \mathbb{Z}$). Khi đó:

a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

- b) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 c) $\tan \alpha = -1$
 d) $\cot \alpha = -1$

Câu 18: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Xét được dấu của các biểu thức sau. Khi đó:

- a) $A = \sin(\alpha + 90^\circ) > 0$;
 b) $B = \cos(\alpha - 45^\circ) > 0$;
 c) $C = \tan(270^\circ - \alpha) < 0$;
 d) $D = \cos(2\alpha + 90^\circ) > 0$.

Câu 19: Cho biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \alpha = -\frac{4}{5}$. Và các biểu thức: $A = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi + \alpha)$;
 $B = \cos(\pi - \alpha) + \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$. Khi đó

- a) $A = \cos \alpha - \sin \alpha$
 b) $B = \cos \alpha + \tan \alpha$
 c) $A + B = \frac{27}{20}$
 d) $A - B = -\frac{29}{20}$

Câu 20: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\sin x = -\frac{3}{5}$ với
 $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó:

- a) $\cos x > 0$
 b) $\cos x = -\frac{4}{5}$
 c) $\tan x = \frac{3}{4}$
 d) $\cot x = \frac{4}{3}$

Câu 21: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\cos x = \frac{1}{4}$ với
 $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Khi đó:

- a) $\sin x < 0$
 b) $\sin x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$
 c) $\tan x = \sqrt{15}$
 d) $\cot x = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

Câu 22: Cho $\tan x = -2$. Tính được các biểu thức $A_1 = \frac{5\cot x + 4\tan x}{5\cot x - 4\tan x}$, $A_2 = \frac{2\sin x + \cos x}{\cos x - 3\sin x}$, khi đó:

- a) $\cot x = -\frac{1}{2}$
 b) Vì $\tan x = -2$ nên $\cos x = 0$
 c) $A_1 = -\frac{21}{11}$
 d) $A_2 = \frac{3}{7}$

Câu 23: Cho $\cot x = 2$. Tính được các biểu thức $B_1 = \frac{2\sin x + 3\cos x}{3\sin x - 2\cos x}$, $B_2 = \frac{2}{\cos^2 x - \sin x \cos x}$, khi đó:

- a) Vì $\cot x = 2$ nên $\sin x \neq 0$.
 b) $B_1 = -8$
 c) $B_2 = -5$
 d) $B_1 + B_2 = -13$

Câu 24: Từ một vị trí ban đầu trong không gian, vệ tinh X chuyển động theo quỹ đạo là một đường tròn quanh Trái Đất và luôn cách tâm Trái Đất một khoảng bằng 9200 km . Sau 2 giờ thì vệ tinh X hoàn thành hết một vòng di chuyển.

- a) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1 giờ là: $\approx 28902,65(\text{km})$.
 b) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1,5 giờ là: $\approx 43353,98(\text{km})$
 c) Sau khoảng 5,3 giờ thì X di chuyển được quãng đường 240000 km
 d) Giả sử vệ tinh di chuyển theo chiều dương của đường tròn, sau 4,5 giờ thì vệ tinh vẽ nên một góc $\frac{9\pi}{2}$ rad?

Câu 25: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Xét được dấu của các biểu thức sau. Khi đó:

- a) $A = \cos(\alpha + \pi) < 0$;

$$b) \quad B = \tan(\alpha - \pi) > 0 ;$$

$$c) \quad C = \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) < 0 ;$$

$$d) \quad D = \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right) < 0 .$$

Câu 26: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\cos x = -\frac{5}{13}$ với $180^\circ < x < 270^\circ$, khi đó:

$$a) \quad \sin x < 0$$

$$b) \quad \tan x = \frac{12}{5}$$

$$c) \quad \cot x = \frac{5}{12}$$

$$d) \quad \sin x - \cos x = -\frac{12}{13}$$

Câu 27: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\tan x = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, khi đó:

$$a) \quad \cos x < 0$$

$$b) \quad \cos x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$c) \quad \sin x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$d) \quad \sin x + \cos x = -\frac{\sqrt{10}}{5}$$

Câu 28: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$, $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Khi đó:

$$a) \quad \cos^2 \alpha = \frac{9}{16}$$

$$b) \quad \cos \alpha = -\frac{3}{4}$$

$$c) \quad \cot \alpha = -\frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$d) \quad \tan \alpha + \cot \alpha = -\frac{16\sqrt{7}}{23}$$

Câu 29: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\cos \alpha = -\frac{7}{15}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó

- a) $\sin^2 \alpha = \frac{176}{225}$
- b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{176}}{15}$
- c) $\tan \alpha = \frac{\sqrt{176}}{7}$
- d) $\cot \alpha = -\frac{7}{\sqrt{176}}$

Câu 30: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\tan \alpha = 2, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khi đó

- a) $\cot \alpha = \frac{1}{2}$
- b) $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$
- c) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$
- d) $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

Câu 31: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\sin \alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó:

- a) $\cos \alpha < 0$
- b) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$
- c) $\tan \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$
- d) $\cot \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 32: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\cos \alpha = -\frac{3}{4}, -\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$. Khi đó:

- a) $\sin \alpha < 0$
- b) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$
- c) $\tan \alpha = \frac{-\sqrt{7}}{3}$
- d) $\cot \alpha = -\frac{3}{\sqrt{7}}$

Câu 33: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{9}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó:

- a) $\cot \alpha = \frac{9}{2\sqrt{10}}$
 b) $\cos \alpha = -\frac{9}{11}$
 c) $\begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{cases}$
 d) $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{10}}{11}$

Câu 34: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\cot \alpha = \sqrt{2} + 1, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khi đó:

- a) $\begin{cases} \cos \alpha > 0 \\ \sin \alpha > 0 \end{cases}$
 b) $\tan \alpha = \sqrt{2} + 1$
 c) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$
 d) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2}$

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác lấy điểm M sao cho $(OA, OM) = 40^\circ$. Gọi M' đối xứng với M qua gốc tọa độ. Khi đó số đo của góc lượng giác (OA, OM') bằng:
A. $40^\circ + k360^\circ$. **B.** $140^\circ + k360^\circ$. **C.** $220^\circ + k360^\circ$. **D.** $50^\circ + k360^\circ$.

Câu 2: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó, $\tan \alpha$ bằng:

- A.** $\frac{\sqrt{21}}{5}$. **B.** $-\frac{\sqrt{21}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{2}$. **D.** $-\frac{\sqrt{21}}{5}$.

Câu 3: Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. Khi đó, $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ bằng:
A. 8. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 2.

Câu 4: Kết quả thu gọn của biểu thức

$$A = \sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$$

là:

- A.** $-2 \cot x$. **B.** $2 \tan x$. **C.** $2 \sin x$. **D.** $-2 \sin x$.

Câu 5: Cho $\tan \alpha = 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha}$ bằng:

A. 4.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 6: Cho lục giác đều $ABCDEF$ nội tiếp trong đường tròn lượng giác (thứ tự đi từ A đến các đỉnh theo chiều ngược chiều kim đồng hồ). Tính số đo của các góc lượng giác $(OA, OB), (OA, OC), (OA, OD), (OA, OE), (OA, OF)$.

Câu 7: Hoàn thành bảng sau:

Số đo độ	20°	?	150°	500°	?	?
Số đo radian	?	$\frac{11\pi}{2}$	?	?	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{15}$

Câu 8: Trên đường tròn lượng giác, xác định điểm Q biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau:

a) $\frac{\pi}{6}$

b) $\frac{-5\pi}{7}$

c) 270° ;

d) -415° .

Câu 9: Một đường tròn có bán kính $20m$. Tìm độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo là:

a) $\frac{2\pi}{7}$

b) 36° .

Câu 10: Đổi số đo của các góc sau đây sang radian:

a) 15° ;

b) 65° ;

c) -105° ;

d) $\left(\frac{-5}{\pi}\right)^0$.

Câu 11: Đổi số đo của các góc sau đây sang độ:

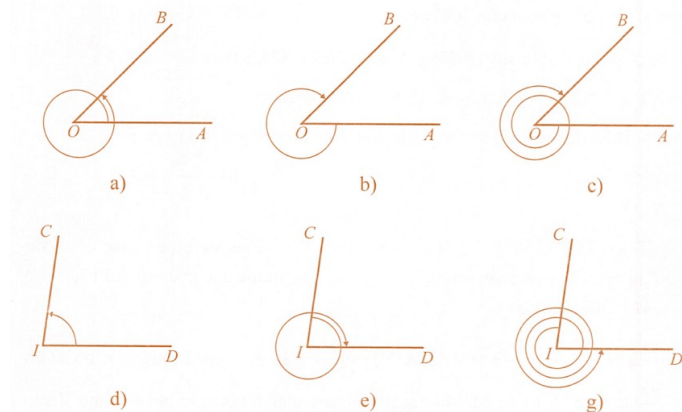
a) 6;

b) $\frac{4\pi}{15}$

c) $-\frac{19\pi}{8}$

d) $\frac{5}{3}$.

Câu 12: Xác định số đo của các góc lượng giác được biểu diễn trong mỗi hình dưới đây. Biết trong các Hình a, b, c có $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$; trong các Hình d, e, g có $\angle ID = 82^\circ$.



Câu 13: Hãy tìm số đo α của góc lượng giác (Om, On) , với $-\pi \leq \alpha < \pi$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu Om và tia cuối On có số đo là:

- a) $\frac{36\pi}{5}$;
- b) $-\frac{75\pi}{14}$
- c) $\frac{39\pi}{8}$
- d) 2023π .

Câu 14: Cho một góc lượng giác có số đo là 375° .

- a) Tìm số lớn nhất trong các số đo của góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với góc đó mà có số đo âm;
- b) Tìm số nhỏ nhất trong các số đo của góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với góc đó mà có số đo dương.

Câu 15: Viết công thức tổng quát của số đo góc lượng giác (Om, On) dưới dạng $a^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$), với $0 \leq a < 360$, biết một góc lượng giác với tia đầu Om , tia cuối On có số đo:

- a) 1935° ;
- b) -450° ;
- c) -1440° ;
- d) $754,5^\circ$.

Câu 16: Biểu diễn các góc lượng giác sau trên đường tròn lượng giác:

- a) -1965° ;

b) $\frac{48\pi}{5}$.

Câu 17: a) Góc lượng giác -245° có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc lượng giác nào sau đây?

$-605^\circ; -65^\circ; 115^\circ; 205^\circ; 475^\circ$.

b) Góc lượng giác $\frac{24\pi}{5}$ có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc lượng giác nào sau đây?

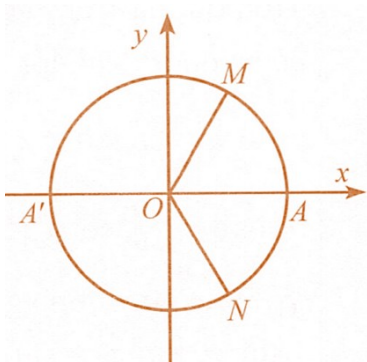
$-\frac{16\pi}{5}; -\frac{\pi}{5}; \frac{14\pi}{5}; \frac{29\pi}{5}; \frac{53\pi}{10}$.

Câu 18: Trên đường tròn lượng giác, hãy biểu diễn các góc lượng giác có số đo có dạng là:

a) $\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) $\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 19: Trong hình bên, các điểm M, A', N tạo thành ba đỉnh của một tam giác đều. Vị trí các điểm M, A', N trên đường tròn lượng giác có thể được biểu diễn cho góc lượng giác nào sau đây?



$\frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}); -\pi + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}); -\frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 20: Cho ba điểm M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của các góc lượng giác có số đo $k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Tam giác MNP là tam giác gì?

Câu 21: Cho $\cos x = -\frac{5}{13} (90^\circ < x < 180^\circ)$. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc x .

Câu 22: Tính các giá trị lượng giác của góc α , nếu:

a) $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

b) $\cos \alpha = \frac{11}{61}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

c) $\tan \alpha = -\frac{15}{8}$ và $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$;

d) $\cot \alpha = -2,4$ và $-180^\circ < \alpha < 0^\circ$.

Câu 23: Biểu diễn các giá trị lượng giác sau qua các giá trị lượng giác của góc có số

đo từ 0 đến $\frac{\pi}{4}$ (hoặc từ 0° đến 45°) :

a) $\sin(-1693^\circ)$;

b) $\cos \frac{1003\pi}{3}$;

c) $\tan 885^\circ$;

d) $\cot \left(-\frac{53\pi}{10} \right)$.

Câu 24: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Xác định dấu của các giá trị lượng giác sau:

a) $\cos(\alpha + \pi)$;

b) $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$;

c) $\tan \left(\alpha + \frac{3\pi}{2} \right)$

d) $\cot \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right)$

e) $\cos \left(2\alpha + \frac{\pi}{2} \right)$;

g) $\sin(\pi - 2\alpha)$.

Câu 25: Biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \frac{3 \sin \alpha}{2 \cos \alpha - \tan \alpha}$;

b) $B = \frac{\cot^2 \alpha - \sin \alpha}{\tan \alpha + 2 \cos \alpha}$.

Câu 26: Cho $\sin a + \cos a = m$. Hãy tính theo m .

a) $\sin a \cos a$;

b) $\sin^3 a + \cos^3 a$;

c) $\sin^4 a + \cos^4 a$.

Câu 27: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Tính $\cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$.

Câu 28: Rút gọn biểu thức $A = 2 \cos^4 x - \sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + 3 \sin^2 x$.

Câu 29: Cho $\cot x = -3, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\sin x, \cos x, \tan x$.

Câu 30: Cho $\tan x = -2$. Tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

a) $A = \frac{3 \sin x - 5 \cos x}{4 \sin x + \cos x}$

b) $B = \frac{2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x + \sin x \cos x}$

Câu 31: Tính:

a) $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$

b) $B = \sin \frac{\pi}{5} + \sin \frac{2\pi}{5} + \dots + \sin \frac{9\pi}{5}$ (gồm 9 số hạng);

c) $C = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \cdot \tan 89^\circ$ (gồm 89 thừa số).

Câu 32: Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính:

a) $A = \sin \alpha \cos \alpha$;

b) $B = \sin \alpha - \cos \alpha$;

c) $C = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$

d) $D = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$.

Câu 33: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\cos(\alpha + \pi) + \sin\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right) - \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \tan(\pi - \alpha)$.

b) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(\beta + \pi) - \sin(2\pi - \alpha) \cos\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 34: Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sin 17^\circ \sin 197^\circ + \sin 73^\circ \cos 163^\circ$;

b) $\frac{1}{1 - \tan 145^\circ} + \frac{1}{1 + \tan 55^\circ}$.

Câu 35: a) Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$.

b) Cho $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{4} = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $\sin \alpha \cos \alpha$.

c) Cho $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2} = \frac{1}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$.

Câu 36: Cho $\tan x = 2$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\frac{3 \sin x - 4 \cos x}{5 \sin x + 2 \cos x}$

b) $\frac{\sin^3 x + 2 \cos^3 x}{2 \sin x + 3 \cos x}$.

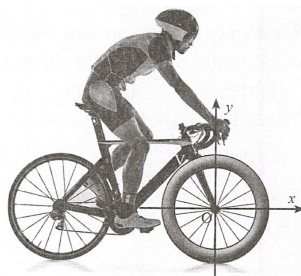
Câu 37: Một vệ tinh được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A , vệ tinh bắt đầu chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của Trái Đất. Giả sử vệ tinh chuyển động hết một vòng của quỹ đạo trong $2h$ theo chiều kim đồng hồ. Khi vệ tinh chuyển động được $3h$, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng bao nhiêu? (Tính theo đơn vị radian).

Câu 38: Một chiếc quạt trần năm cánh quay với tốc độ 175 vòng trong một phút. Chọn chiều quay của quạt là chiều dương.

a) Sau 5 giây, cánh quạt quay được một góc có số đo bao nhiêu radian?

b) Sau thời gian bao lâu cánh quạt quay được một góc có số đo 42π ?

Câu 39: Trong chặng đua nước rút, bánh xe của một vận động viên đua xe đạp quay được 30 vòng trong 8 giây. Chọn chiều quay của bánh xe là chiều dương. Xét vận V của bánh xe.



a) Sau 1 phút, vận V đó quay được một góc có số đo bao nhiêu radian?

b) Biết rằng bán kính của bánh xe là $35cm$. Độ dài quãng đường mà vận động viên đua xe đạp đã đi được trong 1 phút là bao nhiêu mét?