

Trường:.....

Họ và tên giáo viên:

Tổ: TOÁN

Ngày dạy đầu tiên:.....

Ngày soạn:/...../2021

Tiết:

ÔN TẬP CUỐI NĂM

Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán - GT: 12

Thời gian thực hiện: tiết

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp học sinh củng cố lại các kiến thức đã được học trong chương trình Giải tích 12:

- Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số.
- Cực trị của hàm số.
- Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.
- Đường tiệm cận của đồ thị hàm số.
- Nhận dạng đồ thị của các hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$); $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) và $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad - cb \neq 0$).
- Xét sự tương giao của các đồ thị.
- Các tính chất của lũy thừa với số mũ thực.
- Khái niệm hàm số lũy thừa, công thức tính đạo hàm của hàm số lũy thừa và các tính chất của hàm số lũy thừa.
- Định nghĩa lôgarit và các tính chất suy ra từ định nghĩa lôgarit; Các qui tắc tính lôgarit; Công thức đổi cơ số; Khái niệm lôgarit thập phân và lôgarit tự nhiên.
- Công thức tính đạo hàm của hàm số mũ, hàm số lôgarit và các tính chất của hàm số mũ, hàm số lôgarit.
- Phương trình mũ, phương trình lôgarit. Phương pháp giải của một số phương trình mũ, phương trình lôgarit đơn giản đơn giản.
- Các dạng của bất phương trình mũ, bất phương trình lôgarit. Phương pháp giải của một số bất phương trình mũ đơn giản, bất phương trình lôgarit đơn giản.
- Định nghĩa, tính chất của nguyên hàm và các phương pháp tính nguyên hàm.
- Định nghĩa, tính chất của tích phân và các phương pháp tính tích phân.
- Công thức tính diện tích hình phẳng, thể tích vật thể, thể tích khối tròn xoay.
- Khái niệm số phức, phần thực phần ảo của nó; ý nghĩa hình học của khái niệm môđun, số phức liên hợp, hai số phức bằng nhau.
- Phép toán cộng, trừ, nhân, chia số phức.
- Biết được căn bậc hai của số thực âm.
- Biết được cách giải phương trình bậc hai với hệ số thực và có nghiệm phức

2. Năng lực

- *Năng lực tự học:* Học sinh xác định đúng đắn động cơ thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận ra được sai sót và cách khắc phục sai sót.

- *Năng lực giải quyết vấn đề:* Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi. Phân tích được các tình huống trong học tập.

- *Năng lực tự quản lý:* Làm chủ cảm xúc của bản thân trong quá trình học tập vào trong cuộc sống; trưởng nhóm biết quản lý nhóm mình, phân công nhiệm vụ cụ thể cho từng thành viên nhóm, các thành viên tự ý thức được nhiệm vụ của mình và hoàn thành được nhiệm vụ được giao.

- *Năng lực giao tiếp*: Tiếp thu kiến thức trao đổi học hỏi bạn bè thông qua hoạt động nhóm; có thái độ tôn trọng, lắng nghe, có phản ứng tích cực trong giao tiếp.

- *Năng lực hợp tác*: Xác định nhiệm vụ của nhóm, trách nhiệm của bản thân đưa ra ý kiến đóng góp hoàn thành nhiệm vụ của chủ đề.

- *Năng lực sử dụng ngôn ngữ*: Học sinh nói và viết chính xác bằng ngôn ngữ Toán học.

3. Phẩm chất

- Rèn luyện tính cẩn thận, chính xác. Tư duy các vấn đề toán học một cách lôgic và hệ thống.

- Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần trách nhiệm hợp tác xây dựng cao.

- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

- Năng động, trung thực sáng tạo trong quá trình tiếp cận tri thức mới, biết quy lạ về quen, có tinh thần hợp tác xây dựng cao.

- Hình thành tư duy logic, lập luận chặt chẽ, và linh hoạt trong quá trình suy nghĩ.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- Kiến thức cơ bản toàn bộ chương trình Giải tích 12.

- Máy chiếu

- Bảng phụ

- Phiếu học tập

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

1. HOẠT ĐỘNG 1: MỞ ĐẦU

a) Mục tiêu: Ôn tập các kiến thức đã học trong chương trình Giải tích 12.

b) Nội dung:

H1: Phát biểu điều kiện cần để hàm số $f(x)$ đơn điệu trên khoảng $(a;b)$.

H2: Phát biểu điều kiện đủ để hàm số $f(x)$ đơn điệu trên khoảng $(a;b)$.

H3: Phát biểu điều kiện đủ để hàm số $f(x)$ có cực trị.

H4: Nêu cách tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a;b)$ bằng đạo hàm.

H5: Nêu cách tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ bằng đạo hàm.

H6: Nêu cách tìm phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

H7: Nêu các dạng của đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$.

H8: Nêu các dạng của đồ thị hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$.

H9: Nêu các dạng của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} (ad - cb \neq 0)$.

H10: Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Hãy tìm các giao điểm của (C_1) và (C_2) .

H11: Nêu các tính chất của lũy thừa với số mũ thực.

H12: Nêu khái niệm hàm số lũy thừa và công thức tính đạo hàm của hàm số lũy thừa.

H13: Nêu định nghĩa lôgarit và các tính chất của lôgarit.

H14: Nêu các quy tắc tính lôgarit và công thức đổi cơ số.

H15: Nêu công thức tính đạo hàm của hàm số mũ và hàm số lôgarit.

H16: Nêu một số cách giải phương trình mũ và phương trình lôgarit?

H17: Bất phương trình mũ cơ bản và bất phương trình lôgarit là những bất phương trình có dạng nào?

H18: Nêu định nghĩa nguyên hàm và các tính chất của nguyên hàm?

H19: Nêu các phương pháp tìm nguyên hàm?

H20: Nêu công thức tính tích phân và các tính chất của tích phân? Nêu các phương pháp tính tích phân?

H21: Nêu công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

H22: Nêu công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $(C_1) y = f(x)$, $(C_2) y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

H23: Cắt một vật thể T bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a$ và $x = b$, với $a < b$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x (với $a \leq x \leq b$) cắt T theo thiết diện có diện tích $S(x)$. Khi đó thể tích của phần vật thể T giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) được tính theo công thức nào?

H24: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$ và $x = b$ (với $a < b$). Quay (H) xung quanh trục Ox ta thu được một khối tròn xoay. Hãy tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành đó?

H25: Nhắc lại khái niệm số phức và các khái niệm liên quan đến số phức?

H26: Nêu các phép toán về số phức.

H27: Số thực $a < 0$ có các căn bậc hai nào?

H28: Nêu cách giải phương trình bậc hai hệ số thực.

c) Sản phẩm:

Câu trả lời của HS

L1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b) \Rightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b)$.

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b) \Rightarrow f'(x) \leq 0 \forall x \in (a; b)$.

L2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$.

$f'(x) > 0 \forall x \in (a; b) \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

$f'(x) < 0 \forall x \in (a; b) \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$.

L3:

Điều kiện đủ số 1.

Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $K = (x_0 - h; x_0 + h)$ và có đạo hàm trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$, với $h > 0$.

- Nếu $f'(x) > 0 \forall x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $f'(x) < 0 \forall x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

- Nếu $f'(x) > 0 \forall x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $f'(x) < 0 \forall x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

Điều kiện đủ số 2.

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$. Khi đó:

- Nếu $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$ thì x_0 là một điểm cực đại.

- Nếu $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$ thì x_0 là một điểm cực tiểu.

L4: Cách tìm GTLN, GTNN (nếu có) của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(a; b)$ là lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a; b)$. Dựa vào bảng biến thiên để kết luận GTLN hoặc GTNN của hàm số.

L5: Cách tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$

B1: Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ trên khoảng $(a; b)$ mà tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.

B2: Tính $f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(b)$.

B3: Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên. Ta có $M = \max_{[a; b]} f(x)$ và $m = \min_{[a; b]} f(x)$.

L6: Cách tìm đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng

- Tiệm cận ngang: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0 \end{cases} \Rightarrow y = y_0$ là tiệm cận ngang.

- Tiệm cận đứng: Nếu một trong 4 giới hạn sau xảy ra $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ thì $x = x_0$ là tiệm cận đứng.

L7: Các dạng của đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$.

Δ \ a	a > 0	a < 0
Pt $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.		
Pt $y' = 0$ có nghiệm kép		
Pt $y' = 0$ vô nghiệm		

L8: Các dạng của đồ thị hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$.

	a > 0	a < 0
Phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt		
Phương trình $y'=0$ có một nghiệm		

L9: Các dạng của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} (ad - cb \neq 0)$.

D = ad - bc > 0	D = ad - bc < 0

L10:

- Lập PT hoành độ giao điểm của hai đường: $f(x)=g(x)$ (1).

- Nếu (1) vô nghiệm thì $(C_1) \cap (C_2) = \emptyset$.

- Nếu (1) có nghiệm $x_1, x_2, \dots, x_n$ thì (C_1) và (C_2) có n giao điểm và có tọa độ là: $M_1(x_1; f(x_1)), M_2(x_2; f(x_2)), \dots, M_n(x_n; f(x_n))$.

L11: Các tính chất của lũy thừa với số mũ thực

Cho $a, b > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}; \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}; (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}; (ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha; \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

Nếu $a > 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Nếu $0 < a < 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$.

L12: Hàm số $y = x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$ được gọi là hàm số lũy thừa. Ta có: $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1} (\alpha \in \mathbb{R}; x > 0)$

L13: Cho 2 số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$. Suy ra: $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$

Tính chất: $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1, a^{\log_a b} = b, \log_a a^\alpha = \alpha$

L14: Các quy tắc tính lôgarit.

Với $a > 0, a \neq 1, b, c > 0$, ta có:

$$\bullet \log_a(bc) = \log_a b + \log_a c \quad \bullet \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c \quad \bullet \log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$$

$$\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$, ta có:

Công thức đổi cơ số: Với

L15: Các công thức

$$\bullet (a^x)' = a^x \ln a; \quad (a^u)' = a^u \ln a \cdot u'; \quad (e^x)' = e^x; \quad (e^u)' = e^u \cdot u'$$

$$\bullet (\log_a |x|)' = \frac{1}{x \ln a}; \quad (\log_a |u|)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (\ln |x|)' = \frac{1}{x} \quad (x > 0); \quad (\ln |u|)' = \frac{u'}{u}$$

L16: Một số cách giải phương trình mũ và phương trình lôgarit: Đưa về cùng cơ số; Đặt ẩn phụ; Lôgarit hóa; Mũ hóa.

L17: Bất phương trình mũ cơ bản và bất phương trình lôgarit là những bất phương trình có dạng:

$a^x > b$ hoặc $a^x < b$ hoặc $a^x \geq b$ hoặc $a^x \leq b$ trong đó x là ẩn, $0 < a \neq 1$

$\log_a x > b$ hoặc $\log_a x < b$ hoặc $\log_a x \geq b$ hoặc $\log_a x \leq b$ trong đó x là ẩn, $0 < a \neq 1$

L18: Định nghĩa nguyên hàm và các tính chất của nguyên hàm.

Định nghĩa: Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $K \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$ với $\forall x \in K$.

Tính chất

TC1: $\int f'(x) dx = f(x) + C$

TC2: $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, k \neq 0$

TC3: $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

L19: Phương pháp đổi biến số và phương pháp tính nguyên hàm từng phần.

L20: Công thức tính tích phân và các tính chất của tích phân:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Tính chất:

$$\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx; k \in \mathbb{R} \quad \int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx;$$

$$\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$$

Có hai phương pháp tính tích phân: Đổi biến số và từng phần.

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

L21:

$$S = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$$

L22:

$$V = \int_a^b S(x)dx$$

L23:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$$

L24:

L25: Một số khái niệm liên quan đến số phức.

Khái niệm: Số phức là biểu thức dạng $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$; $i^2 = -1$. Ta nói a là phần thực; b là phần ảo của số phức đó.

$$a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$$

Hai số phức bằng nhau:

Mô đun của số phức: $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Số phức liên hợp: Cho số phức $z = a + bi$. Ta gọi $a - bi$ là **số phức liên hợp** của z và kí hiệu là $\bar{z} = a - bi$.

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

L26: Phép cộng:

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$$

Phép trừ:

$$(a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Phép nhân:

$$\frac{c + di}{a + bi} = \frac{ac + bd}{a^2 + b^2} + \frac{ad - bc}{a^2 + b^2}i$$

Phép chia:

L27: Số thực $a < 0$ có các căn bậc hai là $\pm i\sqrt{|a|}$.

L28: Cho phương trình bậc hai $az^2 + bz + c = 0$ (*) với $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$

• $\Delta = 0$: phương trình (*) có nghiệm kép $z_1 = z_2 = -\frac{b}{2a}$

• $\Delta > 0$: phương trình (*) có 2 nghiệm thực phân biệt:

$$z_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

• $\Delta < 0$ thì phương trình (*) có 2 nghiệm phức

$$z_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$$

d) Tổ chức thực hiện:

*) **Chuyển giao nhiệm vụ**: GV nêu câu hỏi từ **H1** đến **H28** đã chuẩn bị sẵn và trình chiếu lên Ti vi cho học sinh theo dõi.

*) **Thực hiện**: HS suy nghĩ độc lập.

*) **Báo cáo, thảo luận**:

- GV gọi học sinh đứng tại chỗ trả lời.

- Các học sinh khác nhận xét, bổ sung để hoàn thiện câu trả lời.

*) **Đánh giá, nhận xét, tổng hợp**:

- GV đánh giá thái độ làm việc, phương án trả lời của học sinh, ghi nhận và tổng hợp kết quả.

- Dẫn dắt vào bài.

2. HOẠT ĐỘNG 2: HÌNH THÀNH KIẾN THỨC

a. Mục tiêu: Học sinh vận dụng các lý thuyết đã học để làm các bài tập theo từng chuyên đề giải tích 12

b. Nội dung:

* Vấn đề về hàm số:

A. Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số

Câu 1. (Mã 101 – 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$					$+\infty$

Biểu đồ biến thiên của hàm số $f(x)$ được vẽ dưới đây:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$

B. $(0; 1)$

C. $(-1; 1)$

D. $(-1; 0)$

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Câu 2. (Mã 103 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$

Biểu đồ biến thiên của hàm số $f(x)$ được vẽ dưới đây:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Câu 3. (Mã 104 - 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Lời giải

Chọn D

Theo bảng xét dấu thì $y' < 0$ khi $x \in (-2; 0) \cup (0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và $(-2; 0)$

Câu 4. (Kim Liên - Hà Nội - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; 1)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 5. (Mã 101 - 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(0; 1)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(-\infty; -1)$.

B. Tìm cực trị của hàm số

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2020 – Lần 1) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$	+	0	-	0	+		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. -4.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2020 – Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đạt cực đại tại điểm mà đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Từ bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 3. (Mã 101 – 2020 Lần 1) Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$			$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -5. C. 0. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT ta có hàm số đạt giá trị cực tiểu $f(3) = -5$ tại $x = 3$

Câu 4. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		-3		2	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. 2.

C. -2.

D. -3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y_{CD} = 2$.

Câu 5. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$				3	
			-1			$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. -2.

C. 3.

D. -1.

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -1.

C. Đường tiệm cận

Câu 1. (Đề Minh Họa 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

A. $y = -2$.

B. $y = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1 \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$$

Ta có

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y = \frac{1}{4}$.

B. $y = 4$.

C. $y = 1$.

D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn B.

Tiệm cận ngang $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$

Câu 4. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y = 1$.

B. $y = \frac{1}{5}$.

C. $y = -1$.

D. $y = 5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5 \end{cases} \Rightarrow y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 5. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. $y = \frac{1}{2}$.

B. $y = -1$.

C. $y = 1$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$$

Ta có

. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

D. Đồ thị hàm số

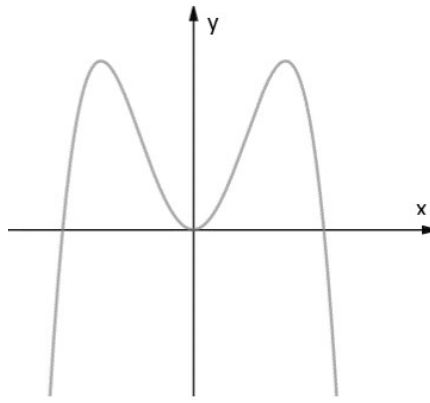
Câu 1. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong dưới đây?

A. $y = -x^4 + 2x^2$.

B. $y = x^4 - 2x^2$.

C. $y = x^3 - 3x^2$.

D. $y = -x^3 + 3x^2$.



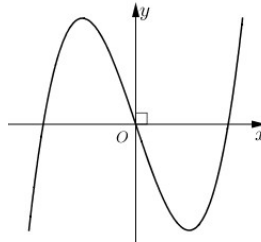
Lời giải

Chọn A

Từ hình dạng của đồ thị ta loại phương án C và D.

Nhận thấy $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ suy ra hệ số của x^4 âm nên chọn phương án A.

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



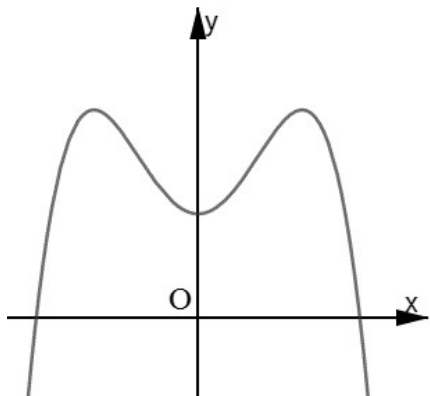
- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 3. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

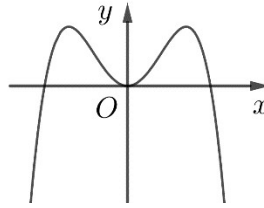
Lời giải

Chọn C

Từ hình có đây là hình dạng của đồ thị hàm bậc 4.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a < 0$$

Câu 4. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = x^3 - 3x$.

Lời giải

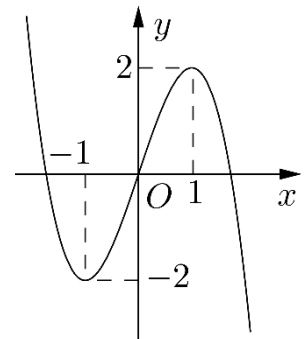
Chọn A

Đường cong trong hình là đồ thị hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có hệ số $a < 0$.

Câu 5. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- A.** 1. **B.** 0.
C. 2. **D.** 3.

Lời giải

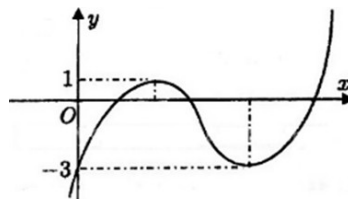


Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là 3.

E. Tương giao của các đồ thị hàm số

Câu 1. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 2$ là

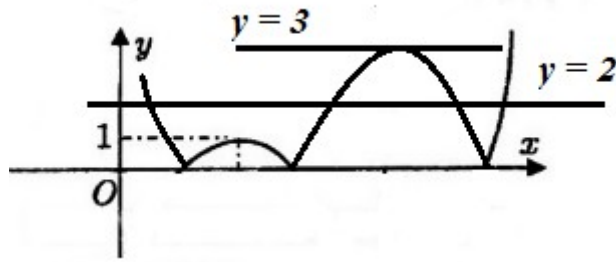
- A.** 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

*Đồ thị $y = |f(x)|$

- Bước 1: Giữ nguyên phần đồ thị của $y = f(x)$ nằm phía trên Ox
- Bước 2: Lấy đối xứng phần đồ thị của $y = f(x)$ nằm phía dưới Ox qua trục hoành.
- Bước 3: Xóa phần đồ thị của $y = f(x)$ nằm phía dưới trục hoành



Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 2$ cũng chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = 2$. Dựa vào hình vẽ trên, ta thấy có 4 giao điểm.

***Cách giải khác:**

$|f(x)| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases}$, dựa vào đồ thị suy ra phương trình đã cho có 4 nghiệm

Câu 2. (Mã 104 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

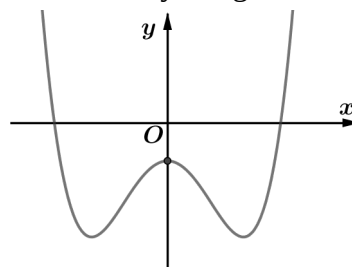
x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

$y = -\frac{3}{2}$

Ta có $2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$.

Nhìn bảng biến thiên ta thấy phương trình này có 3 nghiệm.

Câu 3. (Mã 110 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



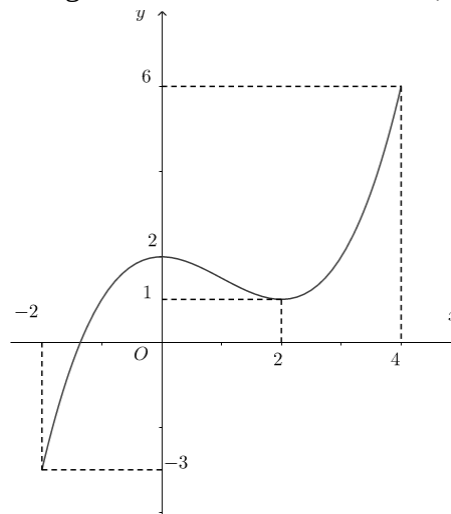
- A. Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm trên tập số thực
 B. Phương trình $y' = 0$ có đúng một nghiệm thực
 C. Phương trình $y' = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt
D. Phương trình $y' = 0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình dáng của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có 3 điểm cực trị nên phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Câu 4. (Mã 104 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ trên đoạn $[-2; 4]$ là



- A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Lời giải

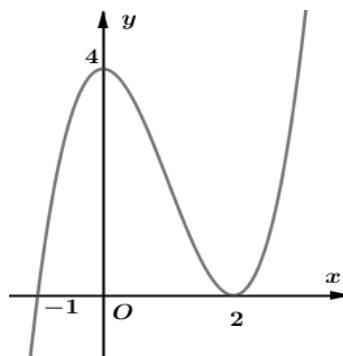
Chọn D

Ta có $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{3}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = \frac{5}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt thuộc đoạn $[-2; 4]$.

Do đó phương trình $3f(x) - 5 = 0$ có ba nghiệm thực.

Câu 5. (THPT Cù Huy Cận 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) - 7 = 0$

A. 2.

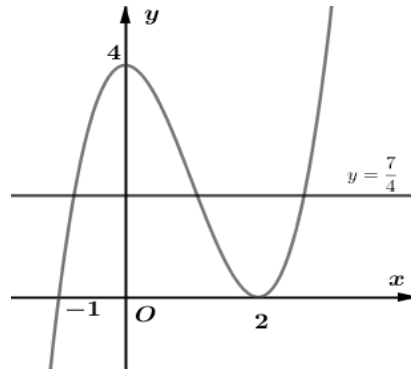
B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $4f(x) - 7 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{7}{4}$. Do đường thẳng $y = \frac{7}{4}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

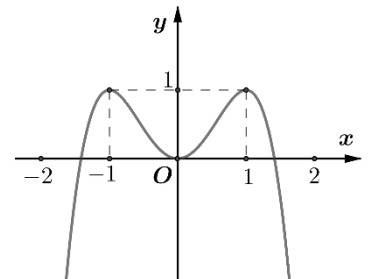
Câu 6. (TRƯỜNG THPT Lương Tài Số 2 2019) Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $1 - 2 \cdot f(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 4

B. 3

C. Vô nghiệm

D. 2



Lời giải

Chọn A

$$1 - 2 \cdot f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} y = f(x) \text{ (C)} \\ y = \frac{1}{2} \text{ (d)} \end{cases}$$

Xét phương trình:

Số giao điểm của đường thẳng (d) và đường cong (C) ứng với số nghiệm của phương trình (1). Theo hình vẽ ta có 4 giao điểm $\Rightarrow$ phương trình (1) sẽ có 4 nghiệm phân biệt.

F. Lũy thừa

Câu 1. (Mã1052017) Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

A. $Q = b^{-\frac{4}{3}}$

B. $Q = b^{\frac{4}{3}}$

C. $Q = b^{\frac{5}{9}}$

D. $Q = b^2$

Lời giải

Chọn B

$$Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b} = b^{\frac{5}{3}} : b^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{4}{3}}$$

Câu 2. (Mã1102017) Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = \sqrt{x}$

B. $P = x^{\frac{1}{8}}$

C. $P = x^{\frac{2}{9}}$

D. $P = x^2$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = x^{\frac{5}{6}} = \sqrt{x}$

Câu 3. (SGD Nam Định 2019) Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức

$P = a^{\frac{4}{3}} \sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{7}{3}}$

B. $a^{\frac{5}{6}}$

C. $a^{\frac{11}{6}}$

D. $a^{\frac{10}{3}}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P = a^{\frac{4}{3}} \sqrt{a} = a^{\frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{4}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{11}{6}}$

Câu 4. (Mã 1022017) Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{2}{3}}$

B. $P = x^{\frac{1}{2}}$

C. $P = x^{\frac{13}{24}}$

D. $P = x^{\frac{1}{4}}$

Lời giải

Chọn C

Ta có, với $x > 0$: $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot x^2}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^4}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{7}{3}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}$

Câu 5. (THPT Lương Thế Vinh - Hà Nội 2019) Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x$

B. $P = x^{\frac{11}{6}}$

C. $P = x^{\frac{7}{6}}$

D. $P = x^{\frac{5}{6}}$

Lời giải

Chọn A

$P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x$

Câu 6. (THPT Lê Quý Đôn - Điện Biên 2019) Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{1}{8}}$

B. $P = \sqrt{x}$

C. $P = x^{\frac{2}{9}}$

D. $P = x^2$

Lời giải

Chọn B

Với $x > 0$; $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6} + \frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

G. Logarit

Câu 1. (Đề Minh Hóa 2017). Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\log_b a < 1 < \log_a b$

B. $1 < \log_a b < \log_b a$

C. $\log_b a < \log_a b < 1$

D.

$\log_a b < 1 < \log_b a$

Lời giải

Chọn A

$$b > a > 1 \Rightarrow \begin{cases} \log_a b > \log_a a \\ \log_b b > \log_b a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b > 1 \\ 1 > \log_b a \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$$

Cách1-Tự luận: Vì

Cách2-Casio: Chọn $a=2; b=3 \Rightarrow \log_3 2 < 1 < \log_2 3 \Rightarrow$ **Đápán A**

Câu 2. (Mã1102017) Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y ?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$

D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của logarit.

Câu 3. (THPT Minh Khai –Hà Tĩnh 2019) Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$

C. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$

D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

Lời giải

Chọn A

Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$. Ta có: $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x^{-1} \neq \frac{1}{\log_a x}$. Vậy A sai.

Theo các tính chất logarit thì các phương án B, C và D đều đúng.

Câu 4. (Chuyên Hạ Long 2019) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\log_a b^a = a \log_a b$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

B. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

D. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ với mọi số a, b, c dương và $a \neq 1$.

Lời giải

Chọn A

Loại B, C do thiếu điều kiện của b và c. Loại D do công thức đổi biến sai.

Câu 5. (THPT-Thang-Long-Ha-Noi- 2019) Cho a, b là hai số thực dương tùy ý và $b \neq 1$. Tìm kết luận đúng.

A. $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$

B. $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$

C. $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$.

D. $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải

Chọn D

loại A, B, C do sai quy tắc tính logarit.

H. Hàm số logarit

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $D = (0; +\infty)$.

Câu 2. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Câu 3. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Tập xác định của hàm số $y = \log_6 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

$$D = (0; +\infty).$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là

Câu 4. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$ B. $(0; +\infty)$ C. $(-\infty; +\infty)$ D. $[0; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Câu 5. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Tập xác định của hàm số $y = \log_4 x$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x > 0$.

I. Phương trình logarit

- Câu 1. (Đề Minh Họa 2020 Lần1)** Nghiệm của phương trình $\log_3(2x - 1) = 2$ là:
- A. $x = 3$. B. $x = 5$. C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

$$\log_3(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 2x - 1 = 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

Ta có

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

- Câu 2. (Mã101-2020Lần1)** Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 1) = 2$ là
- A. $x = 8$. B. $x = 9$. C. $x = 7$. D. $x = 10$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = (1; +\infty)$

$$\log_3(x - 1) = 2 \Leftrightarrow x - 1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 10$$

- Câu 3. (Mã102-2020Lần1)** Nghiệm của phương trình $\log_2(x - 1) = 3$ là
- A. $x = 10$. B. $x = 8$. C. $x = 9$. D. $x = 7$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2(x - 1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ x - 1 = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = 9.$

- Câu 4. (Mã103-2020Lần1)** Nghiệm của phương trình $\log_2(x - 2) = 3$ là:
- A. $x = 6$. B. $x = 8$. C. $x = 11$. D. $x = 10$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

$$\log_2(x - 2) = 3 \Leftrightarrow x - 2 = 8 \Leftrightarrow x = 10 \text{ (thỏa).}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 10$.

- Câu 5. (Mã104-2020Lần1)** Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 2) = 2$ là
- A. $x = 11$. B. $x = 10$. C. $x = 7$. D. 8.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 2$

Phương trình tương đương với $x - 2 = 3^2 \Leftrightarrow x = 11$

J. Bất phương trình logarit

- Câu 1. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là
- A. $(10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.

Lời giải

Chọn C

$$\log x \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 10.$$

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $[10; +\infty)$.

- Câu 2. (Mã 102 - 2020 Lần 2)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(13 - x^2) \geq 2$ là
- A. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2]$.
C. $(0; 2]$. D. $[-2; 2]$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_3(13 - x^2) \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 13 - x^2 > 0 \\ 13 - x^2 \geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 < 13 \\ x^2 \leq 4 \end{cases}$$

♦ Bất phương trình

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{13} < x < \sqrt{13} \\ -2 \leq x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$$

♦ Vậy, tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(13 - x^2) \geq 2$ là $[-2; 2]$.

- Câu 3. (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(36 - x^2) \geq 3$ là
- A. $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$. B. $(-\infty; 3]$. C. $[-3; 3]$. D. $(0; 3]$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_3(36 - x^2) \geq 3 \Leftrightarrow 36 - x^2 \geq 27 \Leftrightarrow 9 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$$

Ta có:

- Câu 4. (Mã 101 - 2020 Lần 2)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(18 - x^2) \geq 2$ là
- A. $(-\infty; 3]$. B. $(0; 3]$.
C. $[-3; 3]$. D. $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$18 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}) \quad (*)$$

Điều kiện:

$$\log_3(18 - x^2) \geq 2 \Leftrightarrow 18 - x^2 \geq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3.$$

Khi đó ta có:

Kết hợp với điều kiện (*) ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[-3; 3]$.

- Câu 5. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(31 - x^2) \geq 3$ là
- A. $(-\infty; 2]$. B. $[-2; 2]$. C. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. D. $(0; 2]$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_3(31 - x^2) \geq 3 \Leftrightarrow 31 - x^2 \geq 27 \Leftrightarrow x^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; 2]$$

K. Nguyên hàm

- Câu 1. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa thì hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

- Câu 2. (Mã 101 - 2020 Lần 1) $\int x^2 dx$ bằng
- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$.

Lời giải

Chọn B

- Câu 3. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là
- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$.

- Câu 4. (Đề Minh Họa 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.
- A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int f(x)dx = \int \sqrt{2x-1} dx = \frac{1}{2} \int (2x-1)^{\frac{1}{2}} d(2x-1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x-1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{1}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C$$

Câu 5. (ĐềThamKhảo2017) Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \left(x^2 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.

L. Tích phân

Câu 1. (ĐềMinhHọa2020Lần1) Nếu $\int_1^2 f(x)dx = -2$ và $\int_2^3 f(x)dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. -3 . B. -1 . C. 1 . D. 3 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = -2 + 1 = -1$.

Câu 2. (ĐềThamKhảo2020Lần2) Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x)dx$ bằng

A. 16 . B. 4 . C. 2 . D. 8 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^1 2f(x)dx = 2 \int_0^1 f(x)dx = 2 \cdot 4 = 8$.

Câu 3. (Mã101-2020Lần1) Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

A. 5 . B. 9 . C. 6 . D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^3 2f(x)dx = 2 \int_1^3 f(x)dx = 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 4. (Mã101-2020Lần1) Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. 3. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^2 [2 + f(x)] dx = (2x + x^2) \Big|_1^2 = 8 - 3 = 5$

Câu 5. (Mã102-2020Lần1) Biết $\int_1^5 f(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x) dx$ bằng

- A. 7. B. $\frac{4}{3}$. C. 64. D. 12.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^5 3f(x) dx = 3 \int_1^5 f(x) dx = 3 \cdot 4 = 12$.

M. Diện tích hình phẳng

Câu 1. (THPT Lê Xoay Vĩnh Phúc 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = - \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

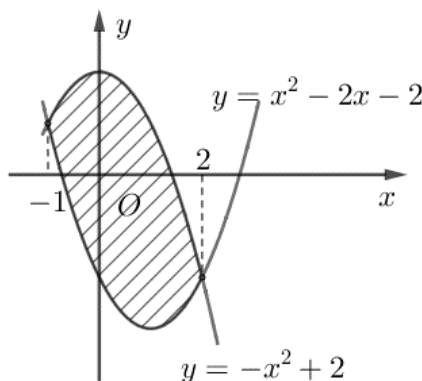
Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

Câu 2. (Đề Minh Hóa 2020 Lần 1) Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A. $\int_1^2 (-2x^2 + 2x + 4)dx$. B. $\int_1^2 (2x^2 - 2x - 4)dx$.
 C. $\int_1^2 (-2x^2 - 2x + 4)dx$. D. $\int_1^2 (2x^2 + 2x - 4)dx$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên là:

$$\int_1^2 [(-x^2 + 2) - (x^2 - 2x - 2)] dx = \int_1^2 (-2x^2 + 2x + 4)dx.$$

Câu 3. (ĐềThamKhảo2020Lần2) Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1)dx$. B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1)dx$.
 C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$. D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)dx$.

Lời giải

Chọn D

$$S = \int_0^1 |2x^2 + 1| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$$
 Diện tích hình phẳng cần tìm là do $2x^2 + 1 > 0 \forall x \in [0; 1]$.

Câu 4. (Mã101-2020Lần1) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

A. 36 . B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. 36π .

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho là:

$$x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho là:

$$S = \int_0^2 |(x^2 - 4) - (2x - 4)| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}$$

Câu 5. (Mã102-2020Lần1) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$

A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{13}{6}$. C. $\frac{13\pi}{6}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D

$$x^2 - 1 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$
 Phương trình hoành độ giao điểm hai đường là:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường là $\int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}$.

N. Phần thực, phần ảo của của số phức

Câu 1. (Mã102-2020Lần2) Phần thực của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

- A. 3 B. 4 C. -3 D. -4

Lời giải

Chọn A

Ta có phần thực của số phức $z = 3 - 4i$ bằng 3

Câu 2. (Mã103-2020Lần2) Phần thực của số phức $z = -5 - 4i$ bằng

- A. 5 . B. 4 . C. -4 . D. -5 .

Lời giải

Chọn D

Số phức $z = -5 - 4i$ có phần thực là -5 .

Câu 3. (Mã1042018) Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

- A. $1 - 3i$ B. $-1 + 3i$ C. $1 + 3i$ D. $-1 - 3i$

Lời giải

Chọn C

Câu 4. (Mã103-2018) Số phức $5 + 6i$ có phần thực bằng

- A. -6 . B. 6 . C. -5 . D. 5

Lời giải

Chọn D

Số phức $5 + 6i$ có phần thực bằng 5 , phần ảo bằng 6 .

Câu 5. (Mã1022018) Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là

- A. $3 + 4i$ B. $4 - 3i$ C. $3 - 4i$ D. $4 + 3i$

Lời giải

Chọn A

Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là: $z = 3 + 4i$.

O. Môđun của số phức

Câu 1. (Mã1022018) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng:

- A. $\frac{9}{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. 3 D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbf{R}$.

Theo giả thiết, ta có $(\bar{z} + 3i)(z - 3) = |z|^2 - 3\bar{z} + 3iz - 9i$ là số thuần ảo khi

$x^2 + y^2 - 3x - 3y = 0$. Đây là phương trình đường tròn tâm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2. (Mã1032018) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

- A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. $\sqrt{2}$ D. 2

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Vì } (z + 2i)(z - 2) = [x + (2 - y)i][(x - 2) + yi] =$$

$$[x(x - 2) - y(2 - y)] + [xy + (x - 2)(2 - y)]i$$

là số thuần ảo nên có phần thực bằng không do đó $x(x - 2) - y(2 - y) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$. Suy ra tập hợp các điểm

biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Câu 3. (Mã1042019) Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy tập hợp

các điểm biểu diễn các số phức $w = \frac{5 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 44. B. 52. C. $2\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $w = x + yi$ với x, y là các số thực.

$$\text{Ta có } w = \frac{5 + iz}{1 + z} \Leftrightarrow z = \frac{w - 5}{i - w}.$$

$$\text{Lại có } |z| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left| \frac{w - 5}{i - w} \right| = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow |w - 5| = \sqrt{2}|w - i| \Leftrightarrow (x - 5)^2 + y^2 = 2[x^2 + (y - 1)^2]$$

$$\Leftrightarrow (x + 5)^2 + (y - 4)^2 = 52.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

Câu 4. (Mã1042018) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng?

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 4 D. $2\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$

Ta có: $(\bar{z} - 2i)(z + 2) = (a - bi - 2i)(a + bi + 2) = a^2 + 2a + b^2 + 2b - 2(a + b + 2)i$

Vì $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$ là số thuần ảo nên ta có $a^2 + 2a + b^2 + 2b = 0 \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b + 1)^2 = 2$.

Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

P. Biểu diễn hình học của số phức

Câu 1. (Mã101-2020Lần1) Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

- A. $N(-2; 2)$ B. $M(4; 2)$ C. $P(4; -2)$ D. $Q(2; -2)$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2 + 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3 + 2i \\ z = -3 - 2i \end{cases}$

Do z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình đã cho nên $z_0 = -3 + 2i$.

Từ đó suy ra điểm biểu diễn số phức $1 - z_0 = 4 - 2i$ là điểm $P(4; -2)$.

Câu 2. (Mã102-2020Lần1) Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

- A. $M(-2; 2)$ B. $Q(4; -2)$ C. $N(4; 2)$ D. $P(-2; -2)$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + 2i (TM) \\ z = 3 - 2i (L) \end{cases}$

Suy ra $1 - z_0 = 1 - (3 + 2i) = -2 - 2i$. Điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là $P(-2; -2)$.

Câu 3. (Mã103-2020Lần1) Cho z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1 - z_0$ là

- A. $P(-1; -3)$ B. $M(-1; 3)$ C. $N(3; -3)$ D. $Q(3; 3)$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2 + 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -2 + 3i \\ z = -2 - 3i \end{cases}$. Do z_0 có phần ảo dương nên suy ra $z_0 = -2 + 3i$

Khi đó $1 - z_0 = 1 - (-2 + 3i) = 3 - 3i$. Vậy điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là $N(3; -3)$

Câu 4. (Mã104-2020Lần1) Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1 - z_0$ là

A. $M(3; -3)$.

B. $P(-1; 3)$.

C. $Q(1; 3)$.

D. $N(-1; -3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^2 - 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow z = 2 \pm 3i$. Vậy $z_0 = 2 + 3i \Rightarrow 1 - z_0 = -1 - 3i$.

Điểm biểu diễn của $1 - z_0$ trên mặt phẳng tọa độ là: $N(-1; -3)$.

Câu 5. (Mã 102-2020 Lần 2) Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 3 = 0$.

Khi đó $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$z^2 - z + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i \end{cases}$$

Giải phương trình

$$|z_1| + |z_2| = \left| \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{11}}{2}i \right| + \left| \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2}i \right| = 2\sqrt{3}$$

Khi đó:

Q. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của môđun của số phức

Câu 1. (Đề Tham Khảo 2018) Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính

$P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = 8$

B. $P = 10$

C. $P = 4$

D. $P = 6$

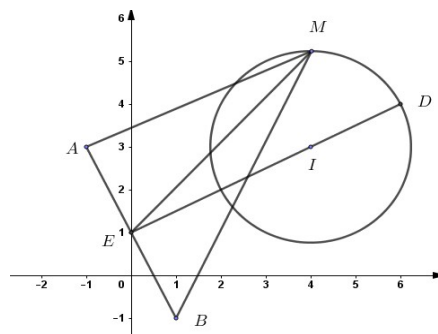
Lời giải

Chọn B

Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Theo giả thiết ta có: $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 4)^2 + (b - 3)^2 = 5 \Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn

số phức z là đường tròn tâm $I(4; 3)$ bán kính $R = \sqrt{5}$



$$\begin{cases} A(-1; 3) \\ B(1; -1) \end{cases} \Rightarrow Q = |z + 1 - 3i| + |z - 1 + i| = MA + MB$$

Gọi:

Gọi E là trung điểm của AB, kéo dài EI cắt đường tròn tại D

Ta có: $Q^2 = MA^2 + MB^2 + 2MA \cdot MB$

$$\Leftrightarrow Q^2 \leq MA^2 + MB^2 + MA^2 + MB^2 = 2(MA^2 + MB^2)$$

Vì ME là trung tuyến trong ΔMAB

$$\Rightarrow ME^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Rightarrow MA^2 + MB^2 = 2ME^2 + \frac{AB^2}{2}$$

$$\Rightarrow Q^2 \leq 2 \left(2ME^2 + \frac{AB^2}{2} \right) = 4ME^2 + AB^2 \quad . \text{ Mặt khác}$$

$$ME \leq DE = EI + ID = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow Q^2 \leq 4 \cdot (3\sqrt{5})^2 + 20 = 200$$

$$\Rightarrow Q \leq 10\sqrt{2} \Rightarrow Q_{\max} = 10\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} MA = MB \\ M \equiv D \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\rightarrow} EI = 2ID \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 2(x_D - 4) \\ 2 = 2(y_D - 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 4 \end{cases} \Leftrightarrow M(6; 4) \Rightarrow P = a + b = 10$$

Cách 2: Đặt $z = a + bi$. Theo giả thiết ta có: $(a - 4)^2 + (b - 5)^2 = 5$.

Đặt $\begin{cases} a - 4 = \sqrt{5} \sin t \\ b - 3 = \sqrt{5} \cos t \end{cases}$. Khi đó:

$$\begin{aligned} Q &= |z + 1 - 3i| + |z - 1 + i| = \sqrt{(a+1)^2 + (b-3)^2} + \sqrt{(a-1)^2 + (b+1)^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{5} \sin t + 5)^2 + 5 \cos^2 t} + \sqrt{(\sqrt{5} \sin t + 3)^2 + (\sqrt{5} \cos t + 4)^2} \\ &= \sqrt{30 + 10\sqrt{5} \sin t} + \sqrt{30 + 2\sqrt{5}(3 \sin t + 4 \cos t)} \end{aligned}$$

Áp dụng BĐT Bunhiacopski ta có:

$$Q \leq \sqrt{2(60 + 8\sqrt{5}(2 \sin t + \cos t))} \leq \sqrt{2(60 + 8\sqrt{5} \cdot \sqrt{5})} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow Q \leq 10\sqrt{2} \Rightarrow Q_{\max} = 10\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} \sin t = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \cos t = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow P = a + b = 10.$$

Dấu bằng xảy ra khi

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2017) Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

A. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$

B. $P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}$

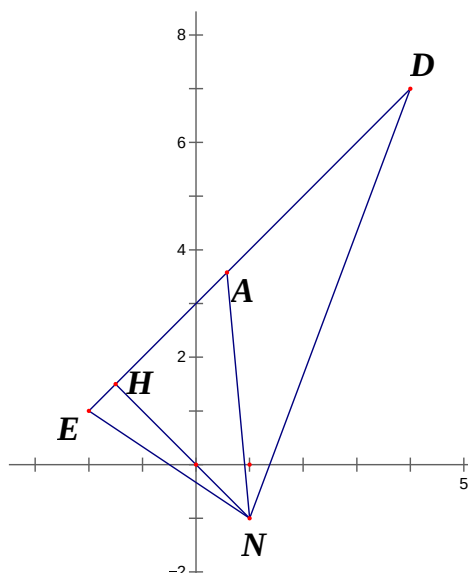
C. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$

D.

$P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$

Lời giải

Chọn A



Gọi A là điểm biểu diễn số phức z , $E(-2; 1)$, $F(4; 7)$ và $N(1; -1)$.

Từ $AE + AF = |z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$ và $EF = 6\sqrt{2}$ nên ta có A thuộc đoạn thẳng

EF . Gọi H là hình chiếu của N lên EF , ta có $H\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Suy ra

$$P = NH + NF = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}.$$

c) Sản phẩm:

Bài làm của học sinh trên phiếu học tập.

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm, phát các phiếu học tập cho học sinh HS: Nhận
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS: Trao đổi thảo luận để tìm đáp án trong phiếu học tập
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

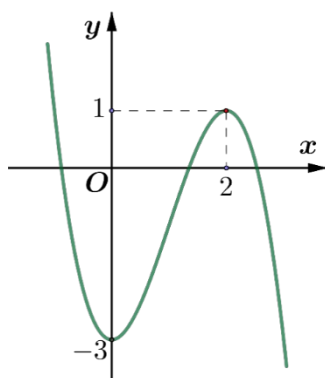
3. HOẠT ĐỘNG 3: LUYỆN TẬP (60 PHÚT)

a) Mục tiêu: HS biết áp dụng các kiến thức đã học về ứng dụng của đạo hàm vào khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số, giải phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit, tích phân và ứng dụng của tích phân và số phức vào các dạng bài tập cụ thể

b) Nội dung:

PHIẾU HỌC TẬP 1

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 1)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. **D. $(0; 2)$.**

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				3		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -1 $-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3** B. 0 C. -1 **D. 2**

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

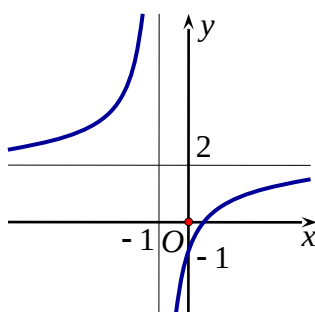
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-		+	0	-	
$f(x)$	3				4		2

$\searrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -2 $-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

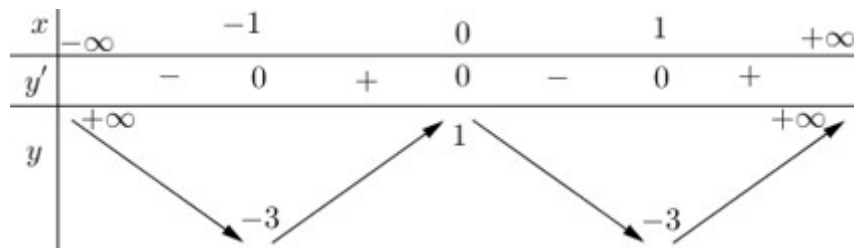
- A. 2.** B. 4. C. 1. **D. 3**

Câu 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$ **B.** $y = \frac{1-2x}{x+1}$ **C.** $y = \frac{2+x}{x-1}$ **D.** $y = \frac{x+1}{x-1}$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^4 + x^2 + \frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-2}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1		$+\infty$		1

Trong các số a , b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 8. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x+3}{x+4m}$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$

A. 1 **B.** 3 **C.** Vô số **D.** 2

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

A. 2. **B.** 9. **C.** 33. **D.** 7.

Câu 10. Tìm m để đường thẳng $y = 4m$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = x^4 - 8x^2 + 3$ tại 4 điểm phân biệt:

A. $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$. **B.** $m \leq \frac{3}{4}$. **C.** $m \geq -\frac{13}{4}$. **D.** $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.

PHIẾU HỌC TẬP 2

Câu 1. Cho $a > 0, a \neq 1$, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\log_a a^2 = 2$. **B.** $\log_{a^2} a = \frac{1}{2}$. **C.** $\log_a 2a = 2$. **D.** $\log_a 2a = 1 + \log_a 2$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $y = \left(\frac{\pi}{5}\right)^x$ **B.** $y = \left(\frac{5}{3}\right)^x$ **C.** $y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$ **D.** $y = \left(\frac{6}{7}\right)^x$

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

A. $[2; 3]$ **B.** $(2; 3)$ **C.** $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

Câu 4. Hàm số $y = \log_3(x^3 - x)$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{3x^2 - 1}{(x^3 - x)\ln 3}$ **B.** $y' = \frac{3x^2 - 1}{(x^3 - x)}$
C. $y' = \frac{3x - 1}{(x^3 - x)\ln 3}$ **D.** $y' = \frac{1}{(x^3 - x)\ln 3}$

Câu 5. Phương trình $7^{2x^2+5x+4} = 49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. $-\frac{5}{2}$ **B.** 1 **C.** -1 **D.** $\frac{5}{2}$

Câu 6. Hàm số $y = x.e^x$ có đạo hàm là

A. $x.e^x$ **B.** $(1-x)e^x$ **C.** $(1+x)e^x$ **D.** $-x.e^x$

Câu 7. Phương trình $5^{x+1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2x+5}$ có nghiệm là

A. $x = -\frac{4}{3}$ **B.** $x = 6$ **C.** $x = \frac{4}{3}$ **D.** $x = -6$

Câu 8. Phương trình $5^{2x} - 4.5^x - 5 = 0$ có nghiệm là

A. $x = -1; x = 5$ **B.** $x = 5$ **C.** $x = 0; x = 1$ **D.** $x = 1$

Câu 9. Phương trình $\log_3(2x-1) = \log_3(x+2)$ có nghiệm là

A. $x = \frac{1}{2}; x = -2$ **B.** $x = 3$ **C.** $x = 0$ **D.** $x = 0; x = 1$

Câu 10. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x+3) < \log_3(1-x)$

A. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$ **B.** $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{2}{3}\right)$ **C.** $\left(-\frac{3}{2}; 1\right)$ **D.** $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$

PHIẾU HỌC TẬP 3

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$ **B.** $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\sin 2x + C$
C. $\int f(x)dx = 2\sin 2x + C$ **D.** $\int f(x)dx = -2\sin 2x + C$

Câu 2. Cho $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = \frac{28}{15}$ là

A. $F(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x + C$

B. $F(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x$

C. $F(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x + 1$

D. $F(x) = 4x(x^2 + 1)$

Câu 3. Biết rằng trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$, hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x - 3}}$ có một nguyên hàm $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x - 3}$ (a, b, c là các số nguyên). Tổng $S = a + b + c$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Câu 4. Biết $\int xe^{2x} dx = axe^{2x} + be^{2x} + C$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính tích ab .

A. $ab = -\frac{1}{4}$

B. $ab = \frac{1}{4}$

C. $ab = -\frac{1}{8}$

D. $ab = \frac{1}{8}$

Câu 5. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2016$, $\int_4^3 f(t) dt = 2017$, $I = \int_1^4 f(y) dy$. Tính

A. $I = -1$

B. $I = 4023$

C. $I = 1$

D. $I = 0$

Câu 6. Giả sử $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}} = a \ln 3 + b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 1$

B. $S = -1$

C. $S = 2$

D. $S = 3$

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 0$, $f(2) = 2$, $\int_1^2 f(x) dx = 1$, $I = \int_1^2 xf'(x) dx$. Tính

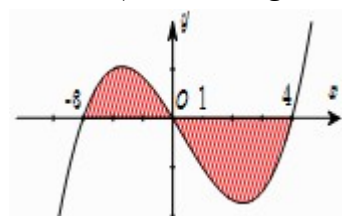
A. $I = 2$

B. $I = 3$

C. $I = 1$

D. $I = 8$

Câu 8. Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = -3$, $x = 4$ (như hình bên). Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?



A. $S = \left| \int_{-3}^4 f(x) dx \right|$

B. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$

C. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx$

D. $S = \int_{-3}^4 f(x) dx$

Câu 9. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$ là

A. $\frac{81}{12}$. B. $\frac{37}{12}$. C. $\frac{9}{4}$. D. 13.

Câu 10. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$; $y = x$ quanh trục Ox là

A. $V = 0$. B. $V = \frac{\pi}{6}$. C. $V = -\pi$. D. $V = \pi$.

PHIẾU HỌC TẬP 4

Câu 1. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$.

A. Phần thực bằng $\sqrt{2}$, phần ảo bằng $-\sqrt{3}i$ B. Phần thực bằng $\sqrt{2}$, phần ảo bằng $\sqrt{3}$

C. Phần thực bằng $\sqrt{2}$, phần ảo bằng $\sqrt{3}i$ D. Phần thực bằng $\sqrt{2}$, phần ảo bằng $-\sqrt{3}$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào trong các số phức sau?

A. $z = 2 + 3i$. B. $z = -2 + 3i$. C. $z = -2 - 3i$. D. $z = -2 + i$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm $M(\sqrt{2}; 3)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

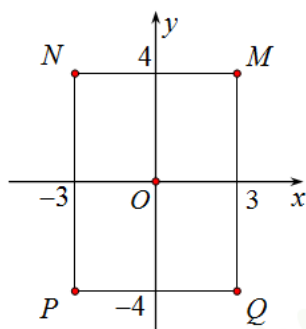
A. Điểm M biểu diễn cho số phức có phần ảo bằng $\sqrt{2}$. B. Điểm M biểu diễn cho số phức có môđun bằng $\sqrt{11}$.

C. Điểm M biểu diễn cho số phức z mà có $\bar{z} = \sqrt{2} - 3i$. D. Điểm M biểu diễn cho số phức $z = \sqrt{2} + 3i$.

Câu 4. Số phức liên hợp của số phức $z = \sqrt{2}i - 5$ là

A. $z = \sqrt{2}i + 5$. B. $z = -\sqrt{2}i + 5$. C. $z = -\sqrt{2}i - 5$. D. $z = \sqrt{2} + 5i$.

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 10 - 5i$. Hỏi điểm biểu diễn số phức z là điểm nào trong các điểm M , N , P , Q ở hình bên?



A. Điểm Q . B. Điểm M . C. Điểm P . D. Điểm N .

- Câu 6.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0 (z \in \mathbb{C})$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$.
- A. $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = 4$.
- Câu 7.** Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(3 + 4i)z + (1 - 3i) = 2 + 5i$. Tính tổng $P = a + b$.
- A. $P = \frac{7}{5}$. B. $P = \frac{4}{5}$. C. $P = 11$. D. $P = \frac{11}{5}$.
- Câu 8.** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z - \bar{z} = z^2$.
- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.
- Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z|^2 + 3z + 3\bar{z} = 0$ là:
- A. Đường tròn có tâm $I(-3; 0)$, bán kính $R = 3$.
 B. Đường tròn có tâm $I(3; 0)$, bán kính $R = 3$.
 C. Đường tròn có tâm $I(-3; 0)$, bán kính $R = 9$.
 D. Đường tròn có tâm $I(3; 0)$, bán kính $R = 1$.
- Câu 10.** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 5| = 5, |z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là
- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

c) Sản phẩm:

Bài làm của học sinh trên phiếu học tập.

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm, phát các phiếu học tập cho học sinh HS: Nhận
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS: Trao đổi thảo luận để tìm đáp án trong phiếu học tập
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

4. HOẠT ĐỘNG 4: VẬN DỤNG. (30 PHÚT)

a) Mục tiêu: Vận dụng các kiến thức đã học giải quyết bài toán trong thực tế.

b) Nội dung:

PHIẾU HỌC TẬP 5

- Câu 1.** Ông A vay ngân hàng 300 triệu đồng để mua nhà theo phương thức trả góp với lãi suất $0,5\%$ mỗi tháng. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất sau khi vay, ông hoàn nợ cho ngân hàng số tiền cố định $5,6$ triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả. Hỏi sau khoảng bao nhiêu tháng ông A sẽ trả hết số tiền đã vay?
- A. 60 tháng. B. 36 tháng. C. 64 tháng. D. 63 tháng.
- Câu 2.** Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?
- A. 150 mét. B. 5 mét. C. 50 mét. D. 100 mét.
- Câu 3.** Một mảnh vườn hình elip có trục lớn bằng $100(\text{m})$ và trục nhỏ bằng $80(\text{m})$ được chia làm hai phần bởi một đoạn thẳng nối hai đỉnh liên tiếp của elip. Phần nhỏ hơn trồng cây con và phần lớn hơn trồng rau. Biết lợi nhuận thu được là 2000 mỗi m^2 trồng cây con và 4000 mỗi m^2 trồng rau. Hỏi thu nhập của cả mảnh vườn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến phần nghìn).
- A. 31904000 . B. 23991000 . C. 10566000 . D. 17635000 .
- Câu 4.** Bỏ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 28cm , trục nhỏ 25cm . Biết cứ 1000cm^3 dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.
- A. 183000 đồng. B. 180000 đồng. C. 185000 đồng. D. 190000 đồng.

c) Sản phẩm: học sinh thể hiện trên bảng nhóm kết quả bài làm của mình.

d) Tổ chức thực hiện

Chuyển giao	GV: Chia lớp thành 4 nhóm, phát phiếu học tập 5, giao mỗi nhóm làm 1 câu HS: Nhận nhiệm vụ
Thực hiện	GV: điều hành, quan sát, hướng dẫn HS chuẩn bị HS : thảo luận tìm lời giải
Báo cáo thảo luận	Đại diện nhóm trình bày kết quả Các nhóm khác theo dõi, nhận xét, đưa ra ý kiến phản biện để làm rõ hơn các vấn đề
Đánh giá, nhận xét, tổng hợp	GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm học sinh, ghi nhận và tuyên dương nhóm học sinh có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo

Ngày tháng năm 2021

BCM ký duyệt