**PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN**

1. **Phương trình một ẩn ** (1)

Nên nêu định nghĩa TXĐ của phương trình là tập tất cả số thực x sao cho 2 biểu thức f(x) và g(x) có nghĩa.

Cho phương trình có TXĐ 

• *x0* là một **nghiệm** của (1) nếu  *và ")"* là một mệnh đề đúng.

• Giải phương trình là tìm **tất cả** các nghiệm của phương trình đó.

• Khi giải phương trình ta thường tìm **điều kiện xác định** của phương trình.

***Chú ý:***

*+ Khi tìm ĐKXĐ của phương trình, ta thường gặp các trường hợp sau:*

*– Nếu trong phương trình có chứa biểu thức  thì cần điều kiện.*

*– Nếu trong phương trình có chứa biểu thức  thì cần điều kiện .*

*+ Các nghiệm của phương trình f(x) = g(x) là hoành độ các giao điểm của đồ thị hai hàm số  và .*

**2. Phương trình tương đương, phương trình hệ quả**

Cho hai phương trình (1) có tập nghiệm 

và (2) có tập nghiệm S2.

• Phương trình (1) và (2) tương đương với nhau kí hiệu (1) ⇔ (2) khi và chỉ khi S1 = S2.

• Phương trình (2) là phương trình hệ quả của phương trình (1) kí hiệu (1) ⇒ (2) khi và chỉ khi .

**3. Phép biến đổi tương đương**

Phép biến đổi tương đương là phép biến đổi không làm thay đổi tập nghiệm của phương trình. Phép biến đổi tương đương biến một phương trình thành phương trình tương đương với nó.

• Nếu một phép biến đổi phương trình mà không làm thay đổi điều kiện xác định của nó thì ta được một phương trình tương đương. Ta thường sử dụng các phép biến đổi sau:

– Cộng hai vế của phương trình với cùng một hàm số xác định trên .

– Nhân hai vế của phương trình với một hàm số xác định trên và có giá trị khác 0 với mọi .

• Khi **bình phương** hai vế của một phương trình,ta được một phương trình **hệ quả của phương trình đã cho**. Khi đó ta phải kiểm tra thử lại để loại bỏ **nghiệm ngoại lai**.

Nếu hai vế của một phương trình luôn cùng dấu thì khi bình phương hai vế của nó ta được phương trình tương đương.

**Dạng 1: Tìm điều kiện xác định của phương trình**

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 1:** Tìm điều kiện xác định của phương trình    **🖎Lời giải tham khảo**  ĐKXĐ của phương trình là: | **1.1:**  Giải:  ĐKXĐ của phương trình là: |
| **1.2:**  **Lời giải**  ĐKXĐ của phương trình là: | **1.3:**  Giải:  ĐKXĐ của phương trình là:  Vậy không tồn tại giá trị nào của x để phương trình xác định. |
| **1.4:**  Giải:  ĐKXĐ của phương trình là: | **1.5:**  Giải:  ĐKXĐ của phương trình là: |

**Dạng 2: Giải và biện luận phương trình*:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **(1)** | | |
| **Hệ số** | | **Kết luận** |
|  | | (1) *có nghiệm duy nhất* |
|  |  | (1) *vô nghiệm* |
|  | (1) *nghiệm đúng với mọi x* |

***Chú ý:*** *Khi  thì (1) được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.*

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 2:** Giải và biện luận phương trình sau theo tham số *m:*  **🖎Lời giải tham khảo**  Ta có:  Ta thấy  nên phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất là: . | **2.1:**  Giải: Ta có    Do  nên phương trình có nghiệm duy nhất có dạng là: |
| **Bài 3:** Giải và biện luận phương trình sau theo tham số *m:*  Giải: Ta có      Nếu : Phương trình có có dạng:  nên phương trình có vô số nghiệm.  Nếu : Phương trình có 1 nghiệm duy nhất có dạng | **3.1:**  Giải: Ta có:      Nếu : Phương trình có dạng:  nên phương trình có vô số nghiệm.  Nếu : Phương trình có dạng:  nên phương trình vô nghiệm.  Nếu  và : thì phương trình có nghiệm duy nhất: . |
| **3.2:**  Giải:    Nếu  thì phương trình (1) có vô số nghiệm.  Nếu thì phương trình (1) có một nghiệm duy nhất: . | **3.3:**  Giải:    Nếu  thì phương trình (1) vô nghiệm.  Nếu  thì phương trình (1) có một nghiệm duy nhất: . |
| **3.4:**  Giải:        Nếu  thì phương trình đã cho có vô số nghiệm.  Nếu thì phương trình đã cho vô nghiệm.  Nếu  thì phương trình có một nghiệm duy nhất là: . | **3.5:**  Giải:    Nếu  Thì phương trình có vô số nghiệm  Nếu  Thì phương trình vô nghiệm |

**Dạng 3: Tìm điều kiện của m để phương trình thõa mãn đk cho trước**

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 4:** Tìm giá trị của tham số để phương trình:    a) Có nghiệm duy nhất  b) Có vô số nghiệm  c) Vô nghiệm  **🖎Lời giải tham khảo**    a) Để phương trình có nghiệm duy nhất  b) Để phương trình có vô số nghiệm    c) Để phương trình vô nghiệm | **4.1:**  Giải:      a) Để phương trình có nghiệm duy nhất    b) Để phương trình vô số nghiệm  Không tồn tại giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.  c) Để phương trình vô nghiệm |
| **4.2:**  Giải:    a) Để phương trình có nghiệm duy nhất    b) Do  Nên không tồn tại m để phương trình có vô số nghiệm.  c)Để phương trình vô nghiệm  . | **4.3:**  Giải:      a) Để phương trình có nghiệm duy nhất .  b) Để phương trình có vô số nghiệm  .  c) Để phương trình vô nghiệm |

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI: 

**Cách giải:**

|  |  |
| --- | --- |
| **(1)** | |
|  | **Kết luận** |
|  | (1) *có 2 nghiệm phân biệt* |
|  | (1) *có nghiệm kép* |
|  | (1) *vô nghiệm* |

***Chú ý:*** *– Nếu a + b + c = 0 thì (1) có hai nghiệm là x = 1 và x = .*

*– Nếu a – b + c = 0 thì (1) có hai nghiệm là x = –1 và x = .*

*– Nếu b chẵn thì ta có thể dùng công thức thu gọn với .*

**2. Định lí Vi–et**

Hai số  là các nghiệm của phương trình bậc hai  khi và chỉ khi chúng thoả mãn các hệ thức  và .

**Dạng 1: Giải và biện luận phương trình**

Để giải và biện luận phương trình:  ta cần xét các trường hợp có thể xảy ra của hệ số a:

* Nếu  thì trở về giải và biện luận phương trình .
* Nếu  thì mới xét các trường hợp của  như trên.

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 1:** Giải và biện luận phương trình sau:    **🖎Lời giải tham khảo**  Tacó:  -Nếu ,phương trình vô nghiệm.  -Nếu Phương trình có 1 nghiệm (kép)  .  -Nếu Phương trình có hai nghiệm phân biệt:  . | **1.1:**  Giải:    -Nếu  pt vô nghiệm  -Nếu  pt có 1 nghiệm (kép)  -Nếu  pt có hai nghiệm phân biệt: |
| **1.2:**  Giải:  Nếu  pt có nghiệm:  Nếu , xét  Nếu  Phương trình vô nghiệm.  Nếu  phương trình có nghiệm kép    Nếu  phương trình có hai nghiệm phân biệt: |  |
| **Bài 2:** Cho biết một nghiệm của phương trình:  có một nghiệm là: . Tìm nghiệm còn lại?  **🖎Lời giải tham khảo**  Vì phương trình có nghiệm nên:  Nghiệm còn lại của phương trình là: | **2.1:**  có một nghiệm .Tìm nghiệm còn lại?  Giải:  Vì phương trình có nghiệm nên  Với  nghiệm còn lại là:  Với nghiệm còn lại là: |
| **2.2:** có một nghiệm  Giải: TH1:  Vì phương trình có một nghiệm nên    Khi đó nghiệm còn lại của phương trình là:    TH2:  ta có phương trình:  phương trình có nghiệm duy nhất  Kết luận phương trình có nghiệm  thì nghiệm còn lại là: | **2.3:** có nghiệm  Giải:  cónghiệm nên  Với  Phương trình có nghiệm còn lại là:  Với nghiệm còn lại của phương trình là: |

**Dạng 2:Dấu của nghiệm số phương trình : **

+) có hai nghiệm trái dấu 

+)  có hai nghiệm dương 

+)  có hai nghiệm cùng dấu 

+)  có hai nghiệm âm 

**Chú ý: Trong các trường hợp trên nếu yêu cầu hai nghiệm phân biệt thì  .**

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 3:** Xác định  để phương trình  a) Có hai nghiệm trái dấu  b) Có hai nghiệm âm phân biệt  c) Có hai nghiệm dương phân biệt  **🖎Lời giải tham khảo**  a) Phương trình có hai nghiệm trái dấu  b) Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt    c) Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt    Do đó không tồn tại  thỏa mãn bài toán | **3.1:**  Giải:  a) có hai nghiệm trái dấu    b) Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt    c) Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt    Không tồn tại m thõa mãn bài toán. |
| **3.2:**  Giải:  a) Phương trình có hai nghiệm trái dấu  không tồn tại giá trị của m thỏa mãn bài toán  b) Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt    Vậy với  thỏa mãn phương trình  c)Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt    Vậy với  thỏa mãn bài toán | **3.3:**  Giải:  a) Phương trình có hai nghiệm trái dấu    Vậy với  thỏa mãn bài toán.  b) Phương trình có hai nghiệm âm phân biệt    Không tồn tại  thỏa mãn bài toán.  c) Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt |

**Dạng 3: Áp dụng định lí viet**

1. Biểu thức đối xứng của các nghiệm số:

Ta sử dụng công thức  để biểu diễn các biểu thức đối xứng của các nghiệm  theo 

Ví dụ:





2. Lập phương trình bậc hai

Nếu phương trình bậc hai có hai nghiệm  thì phương trình đó có dạng:

 Với 

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài 4:** Gọi  là nghiệm phương trình: .Không giải phương trình hãy tính  a)  b)  c)  d)  e)  **🖎Lời giải tham khảo**  a)  b)  c)  d)  e) | **4.1:**  Giải:  a)  b)  c)  d)  e) |
| **4.2:**  Giải:  a)  b)  c)  d)  e) | **4.3:**  Giải:  a)  b)  c)  d)  e) |
| **Bài 5:** Cho phương trình:  (\*).  a) Tìm  để (\*) có hai nghiệm .  b) Tìm hệ thức giữa độc lập đối với *m*.  c) Tính theo *m*, biểu thức .  d) Tìm để (\*) có một nghiệm gấp 3 lần nghiệm kia.  **🖎Lời giải tham khảo**  a) Phương trình có hai nghiệm    b) ta có với điều kiện ở câu a.  Thì:  Hệ thức độc lập của các nghiệm với tham số    c)    d)      Đối chiếu điều kiện ở câu a ta thấy cả hai giá trị m đều thỏa mãn bài toán. | **5.1:**  (\*).  Giải:  a) Phương trình có hai nghiệm    b) ta có với điều kiện ở câu a.  Thì:  Hệ thức độc lập của các nghiệm với tham số    c)    d) Ta có:      Từ điều kiện ở câu a ta thấy cả hai giá trị của m đều thỏa mãn |