Bài 2. GIẢI TAM GIÁC

|FanPage: **Nguyễn Bảo Vương**

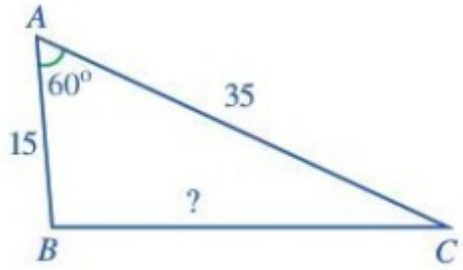
PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Tính các cạnh và góc của tam giác dựa tren một số điều kiện cho trước

Như ta đã biết, một tam giác hoàn toàn xác định nếu biết một trong những dữ kiện sau:
- Biết độ dài hai cạnh và độ lớn góc xen giữa hai cạnh đó;
- Biết độ dài ba cạnh;
- Biết độ dài một cạnh và độ lớn hai góc kề với cạnh đó.

Giải tam giác là tính các cạnh và các góc của tam giác dựa trên những dữ kiện cho trước.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC có $AB=15, AC=35, \hat{A}=60^\circ$.



Tính cạnh BC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) và góc B (làm tròn kết quả đến độ).

Giải

Áp dụng định lí côsin trong tam giác ABC, ta có:

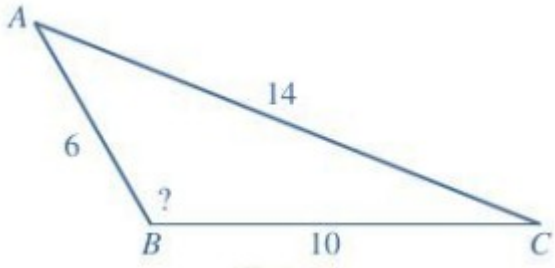
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\cdot AB\cdot AC\cdot\cos A$$
$$= 15^2 + 35^2 - 2\cdot 15\cdot 35\cdot\cos 60^\circ = 925.$$

Do đó $BC=\sqrt{925}\approx 30,4$.

Ta có: $\cos B = \dfrac{AB^2+BC^2-AC^2}{2\cdot AB\cdot BC} = \dfrac{15^2+925-35^2}{2\cdot 15\cdot\sqrt{925}}$.

Do đó $\hat{B}\approx 95^\circ$.

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC có $AB=6, BC=10, CA=14$.



Tính số đo góc B.

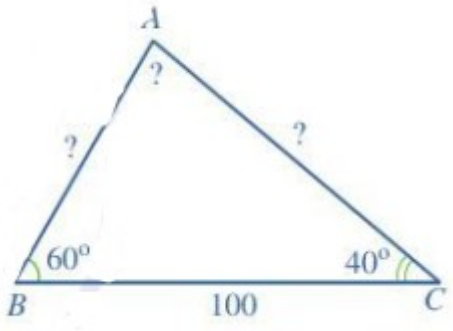
Giải

Áp dụng định lí côsin trong tam giác ABC, ta có:

$$\cos B = \frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2\cdot AB\cdot BC} = \frac{6^2+10^2-14^2}{2\cdot 6\cdot 10} = -0,5$$

Do đó $\hat{B}=120^\circ$.

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC có $BC=100, \hat{B}=60^\circ, \hat{C}=40^\circ$.



Tính góc A và các cạnh AB, AC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) của tam giác đó.

Giải

Ta có:

$\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$

Áp dụng định lí sin trong $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{CA}{\sin B}$.

$AB = \frac{BC \cdot \sin C}{\sin A} = \frac{100 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 65,3.$

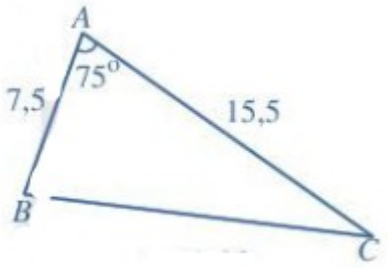
$AC = \frac{BC \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{100 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 87,9.$

II. Tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$. Khi đó, diện tích S của tam giác ABC là:

$S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ca\sin B = \frac{1}{2}ab\sin C.$

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC có $AB = 7,5; AC = 15,5; \hat{A} = 75^\circ$. Tính diện tích S của tam giác ABC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



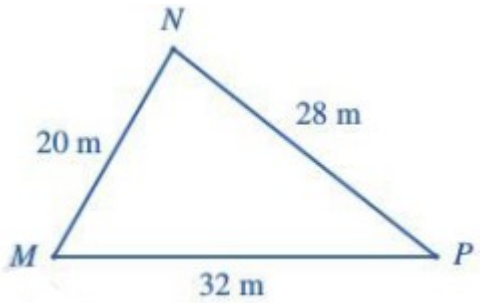
Giải

Ta có $S = \frac{1}{2}AB.AC.\sin A = \frac{1}{2}.7,5.15,5.\sin 75^\circ \approx 56,1$.

Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c, p = \frac{a+b+c}{2}$. Khi đó, diện tích S của tam giác ABC là:

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$

Ví dụ 5. Mảnh vườn hình tam giác của gia đình bạn Nam có chiều dài các cạnh là $MN = 20\,m, NP = 28\,m, MP = 32\,m$.



Hỏi diện tích mảnh vườn của gia đình bạn Nam là bao nhiêu mét vuông (làm tròn đến hàng phần mười)?

Giải

Ta có: $p=\dfrac{20+28+32}{2}=40(m)$.

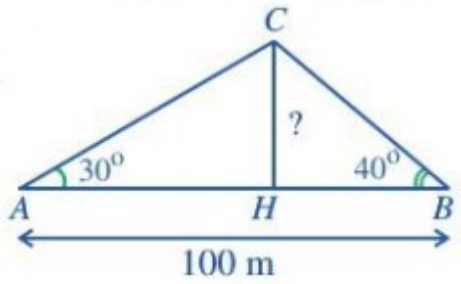
Diện tích mảnh vườn là:

$S=\sqrt{40(40-20)(40-28)(40-32)}\approx 277,1\left(m^2\right)$.

III. Áp dụng vào bài toán thực tiễn

Ví dụ 6. Đứng ở vị trí A trên bờ biển, bạn Minh đo được góc nghiêng so với bờ biển tới một vị trí C trên đảo là 30°. Sau đó di chuyển dọc bờ biển đến vị trí B cách A một khoảng $100\,m$ và đo được góc nghiêng so với bờ biển tới vị trí C đã chọn là 40°.

Tính khoảng cách từ vị trí C trên đảo tới bờ biển theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Giải

Xét tam giác ABC (ở hình trên) ta có: $\hat{C}=180^\circ-(30^\circ+40^\circ)=110^\circ$.

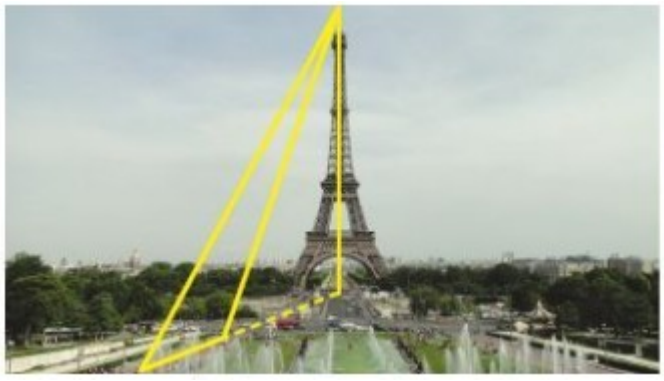
Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC, ta có: $\dfrac{AC}{\sin B}=\dfrac{AB}{\sin C}$.

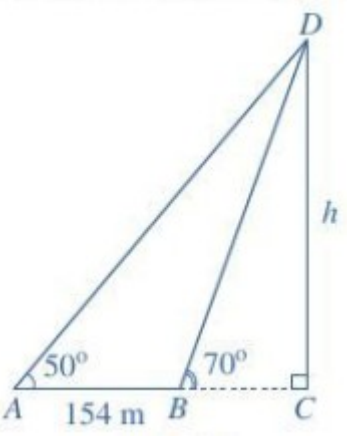
Do đó $AC=\dfrac{AB\cdot\sin B}{\sin C}=\dfrac{100\cdot\sin 40^\circ}{\sin 110^\circ}\approx 68,4(m)$.

Xét tam giác vuông AHC, ta có: $CH=AC\cdot\sin 30^\circ\approx 68,4\cdot 0,5\approx 34,2(m)$.

Vậy khoảng cách từ vị trí C trên đảo tối bờ biển khoảng $34,2\,m$.

Ví dụ 7. Trong lần đến tham quan tháp Eiffel (ở Thủ đô Paris, Pháp), bạn Phương muốn ước tính độ cao của tháp. Sau khi quan sát, bạn Phương đã minh hoạ lại kết quả đo đạc ở hình dưới. Em hãy giúp bạn Phương tính độ cao h của tháp Eiffel (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).





Giải

Xét tam giác ABD, sử dụng tính chất góc ngoài, ta có: $\widehat{ADB}=70^\circ-50^\circ=20^\circ$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABD, ta có:

$\dfrac{BD}{\sin\widehat{BAD}}=\dfrac{AB}{\sin\widehat{ADB}}$.

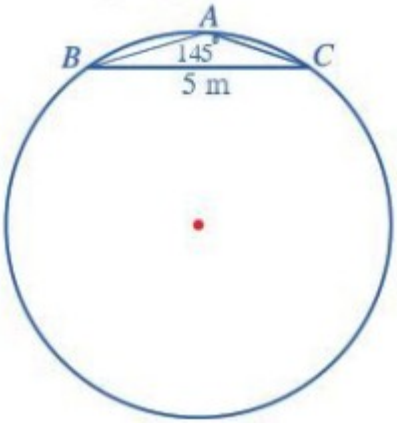
Do đó $BD=\dfrac{154\cdot\sin 50^\circ}{\sin 20^\circ}\approx 345(\text{m})$.

Xét tam giác vuông BCD, ta có:

$CD = BD \cdot \sin \widehat{CBD} \approx 345 \cdot \sin 70^\circ \approx 324$ (m).

Vậy chiều cao h của tháp Eiffel khoảng $324\,\text{m}$.

Ví dụ 8. Để tính đường kính và diện tích của một giếng nước cổ có dạng hình tròn, người ta tiến hành đo đạc tại ba vị trí A, B, C trên thành giếng. Kết quả đo được là: $BC = 5m$, $\widehat{BAC} = 145^\circ$ hình dưới. Diện tích của giếng là bao nhiêu mét vuông (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



Giải

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC, ta có: $\frac{BC}{\sin A} = 2R$.

Do đó $R = \frac{BC}{2 \cdot \sin A} = \frac{5}{2 \cdot \sin 145^\circ} \approx 4,36(m)$.

Vậy diện tích của giếng là: $S = \pi R^2 \approx 3,14 \cdot 4,36^2 \approx 59,69(m^2)$.

Tìm hiểu thêm

Cho tam giác ABC có $AB = c, AC = b, BC = a$. Gọi R, r, p và S lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, bán kính đường tròn nội tiếp, nửa chu vi và diện tích của tam giác ABC.

1. Công thức độ dài đường trung tuyến

Gọi m_a, m_b, m_c là độ dài các đường trung tuyến lần lượt xuất phát từ các đỉnh A, B, C của tam giác ABC.

Ta có:

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \quad m_b^2 = \frac{c^2 + a^2}{2} - \frac{b^2}{4}, m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}.$$

Chứng minh

Gọi D là trung điểm của BC (Hình 33), ta có:

$$AD = m_a, BD = DC = \frac{a}{2}.$$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABD, ta có:

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos \widehat{ABD} = c^2 + \frac{a^2}{4} - ca \cdot \cos B.$$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC, ta có:

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}.$$

Suy ra

$$m_a^2 = c^2 + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2} = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

Chứng minh tương tự, ta có:

$$m_b^2 = \frac{c^2 + a^2}{2} - \frac{b^2}{4}, m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}.$$

2. Công thức tính bán kính đường tròn nội tiếp và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác

Ta có hai công thức sau: $r=\frac{S}{p},\quad R=\frac{abc}{4S}.$

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Giải tam giác

Câu 1. Giải tam giác ABC, biết

a) $c=14, A=60^\circ, B=40^\circ.$

b) $b=4,5,\ A=30^\circ, C=75^\circ$.

Câu 2. Giải tam giác ABC, biết

a) $c=35,\ A=40^\circ,\ C=120^\circ.$

b) $a=137,5,\ B=83^\circ,\ C=57^\circ.$

Câu 3. Giải tam giác ABC, biết $a=6,3;\ b=6,3;\ \widehat{C}=54^\circ.$

Câu 4. Giải tam giác ABC, biết $b=32;\ c=45;\ \widehat{A}=87^\circ.$

Câu 5. Giải tam giác ABC, biết $a=7;\ b=23;\ \widehat{C}=130^\circ.$

Câu 6. Giải tam giác ABC, biết $b=14;\ c=10;\ \widehat{A}=145^\circ.$

Câu 7. Giải tam giác ABC, biết $a=14;\ b=18;\ c=20.$

Câu 8. Giải tam giác ABC, biết $a=6;\ b=5;\ c=7.$

Câu 9. Giải tam giác ABC, biết $a=6;\ b=7,3;\ c=4,8.$

Câu 10. Giải tam giác ABC, biết $\widehat{B}=60^\circ;\ \widehat{C}=45^\circ;\ BC=a.$

Dạng 2. Tính diện tích tam giác

Câu 1. Cho tam giác ABC, biết

a) $a=7,b=8,c=6$. Tính S và h_a.

b) $b=7,c=5,\cos A=\frac{3}{5}$. Tính S và R,r

Câu 2. Cho tam giác ABC, biết $a=21,b=17,c=10$

a) Tính diện tích S của tam giác ABC và chiều cao h_a.

b) Tính bán kính đường tròn nội tiếp r và trung tuyến m_a.

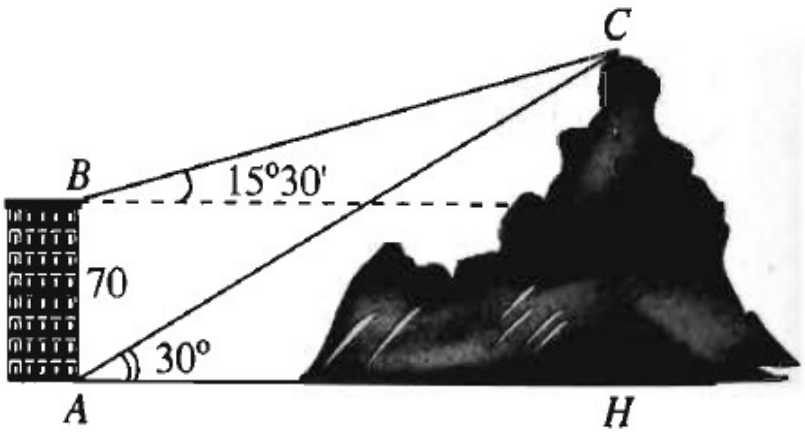
Câu 3. Cho tam giác ABC, có $\widehat{A}=60^o,b=20,c=25$.

a) Tính diện tích S và chiều cao h_a.

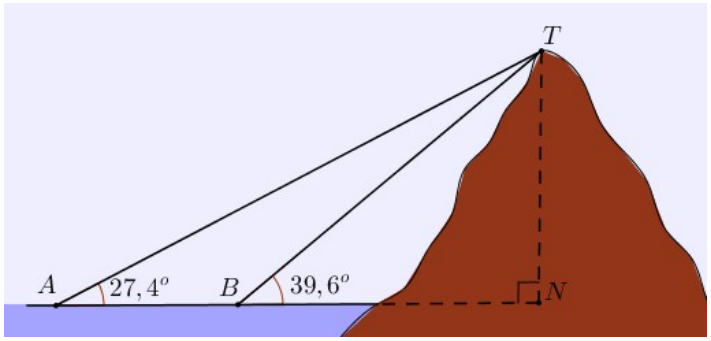
b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp R và bán kính đường tròn nội tiếp r

Dạng 3. Áp dụng vào bài toán thực tiễn

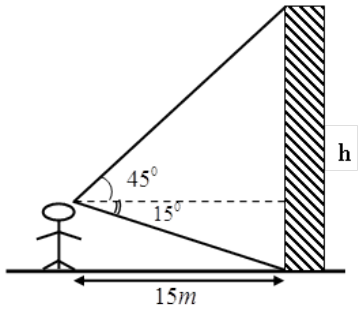
Câu 1. Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB=70\,m$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang một góc 30°, phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang một góc $15^\circ 30'$ (như hình vẽ). Tính độ cao CH của ngọn núi so với mặt đất.



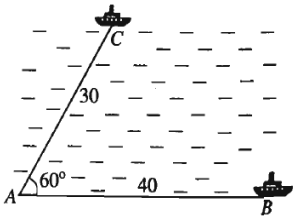
Câu 2. Các góc nhìn đến đỉnh núi so với mực nước biển được đo từ hai đèn tín hiệu A và B trên biển được thể hiện trên hình vẽ. Nếu các đèn tín hiệu cách nhau 1536 m thì ngọn núi cao bao nhiêu (tính gần đúng sau dấu phẩy hai chữ số)?



Câu 3. Một người quan sát đứng cách một cái tháp $15m$, nhìn thấy đỉnh tháp một góc 45^0 và nhìn dưới chân tháp một góc 15^0 so với phương nằm ngang như trong hình vẽ. Tính chiều cao h của tháp.



Câu 4. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60^0. Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lí một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lí một giờ. Sau hai giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lí?



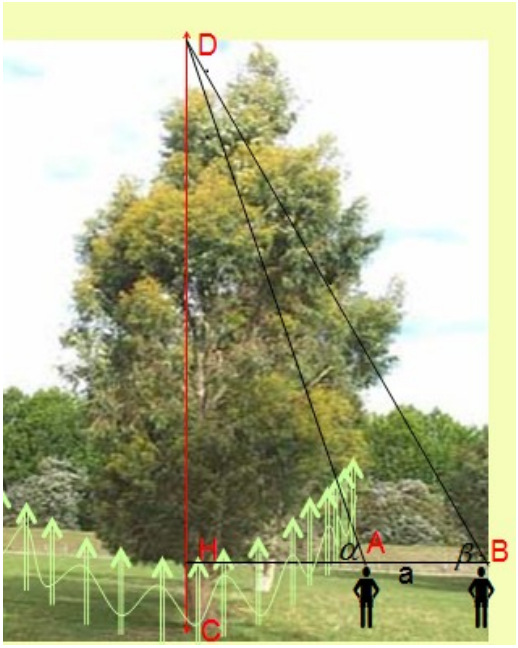
Câu 5. Vịnh Vân Phong – tỉnh Khánh Hòa nổi tiếng vì có con đường đi bộ xuyên biển nối từ Hòn Quạ đến đảo Điệp Sơn. Một du khách muốn chèo thuyền kayak từ vị trí C trên Hòn Quạ đến vị trí B trên Bè thay vì đi bộ xuyên qua con đường qua vị trí A rồi mới đến vị trí B. Nếu người đó chèo thuyền với vận tốc không đổi là 4 km/h thì sẽ mất bao nhiêu thời gian biết $AB = 0,4$ km, $AC = 0,6$ km và góc giữa AB và AC là 60°?

Câu 6. Trong một lần đi khảo sát các đảo thuộc quần đảo Trường Sa của Việt Nam, các nhà khoa học phát hiện có một đảo có dạng hình tròn, tâm của đảo này bị che bởi một bãi đá nhỏ mà các nhà khoa học không thể tới được. Các nhà khoa học muốn đo bán kính của đảo này, biết rằng các nhà khoa học chỉ có dụng cụ là thước thẳng dài. Nêu cách để các nhà khoa học tính được bán kính đảo?

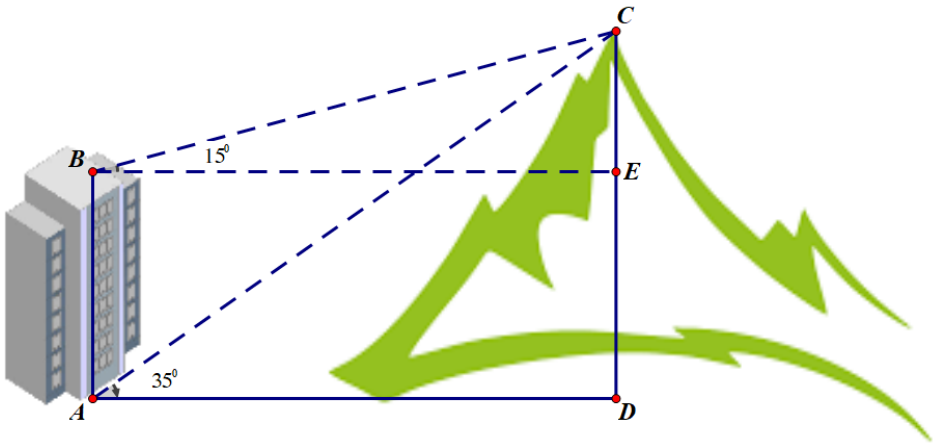
Câu 7. Giả sử chúng ta cần đo chiều cao AB của một tòa tháp với B là chân tháp và A là đỉnh tháp. Vì không thể đến chân tháp được nên từ hai điểm C và D có khoảng cách $CD=30m$ sao cho ba điểm B,C,D thẳng hàng người ta đo các góc $\widehat{BCA}=43^\circ$ và góc $\widehat{BDA}=67^\circ$. Hãy tính chiều cao AB của tòa tháp

Câu 8. Trong tam giác vuông AHC ta có $AH=AC.\cos\widehat{HAC}\approx 6,30.\cos 35^\circ \approx 5,16$ (km).

Từ hai vị trí A,B người ta quan sát một cái cây (hình vẽ). Lấy C là điểm gốc cây, D là điểm ngọn cây. A, B cùng thẳng hàng với điểm H thuộc chiều cao CD của cây. Người ta đo được $AB=10m$, $HC=1,7m$, $\alpha=63^\circ$, $\beta=48^\circ$. Tính chiều cao của cây đó.



Câu 9. Một người quan sát đỉnh của một ngọn núi nhân tạo từ hai vị trí khác nhau của tòa nhà. Lần đầu tiên người đó quan sát đỉnh núi từ tầng trệt với phương nhìn tạo với phương nằm ngang 35^0 và lần thứ hai người này quan sát tại sân thượng của cùng tòa nhà đó với phương nằm ngang 15^0 (như hình vẽ). Tính chiều cao ngọn núi biết rằng tòa nhà cao $60(m)$.



Dạng 4. Nhận dạng tam giác

Câu 1. Cho tam giác ABC. Chứng minh:

a) Góc A nhọn $\Leftrightarrow a^2 < b^2 + c^2$;

b) Góc A tù $\Leftrightarrow a^2 > b^2 + c^2$;

c) Góc A vuông $\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$;

Câu 2. Cho tam giác ABC thoả mãn $a^3 = b^3 + c^3$. Chứng minh tam giác có ba góc nhọn.

Câu 3. Cho tam giác ABC thoả mãn $a^4 = b^4 + c^4$. Chứng minh ABC là tam giác nhọn.

Câu 4. Cho tam giác ABC thoả mãn $\sin A = 2\sin B \cdot \cos C$. Chứng minh ABC là tam giác cân.

Câu 5. Cho tam giác ABC có cạnh $a = 2\sqrt{3},\ b = 2,\ C = 30^\circ$. Chứng minh ABC là tam giác cân. Tính diện tích và chiều cao h_a của tam giác.

Câu 6. Xét dạng tam giác ABC thoả mãn $\dfrac{1+\cos B}{\sin B} = \dfrac{2a+c}{\sqrt{4a^2 - c^2}}$.

Câu 7. Cho tam giác ABC có chiều cao $h_a = \sqrt{p(p-a)}$.Chứng minh ABC là tam giác cân.

Câu 8. Chứng minh tam giác ABC vuông tại A khi và chỉ khi $5m_a^2 = m_b^2 + m_c^2$.

Câu 9. Cho tam giác ABC có bán kính đường tròn nội tiếp bằng r và các bán kính đường tròn bàng tiếp các góc A, B, C tương ứng bằng r_a, r_b, r_c. Chứng minh rằng nếu $r = r_a - r_b - r_c$ thì góc A là góc vuông.

Câu 10. Cho tam giác ABC thoả mãn $\dfrac{a^3 + b^3 - c^3}{a + b - c} = c^2$. Chứng minh góc $C = 60^\circ$.

Câu 11. Cho tam giác ABC biết $a = 7,\ b = 8,\ c = 5$. Chứng minh tam giác ABC có góc 60°

Câu 12. Cho tam giác ABC thoả mãn $c^4 - 2(a^2 + b^2)c^2 + a^4 + a^2b^2 + c^4 = 0$. Chứng minh tam giác ABC có góc 60° hoặc 120°.

Câu 13. Cho tam giác ABC thoả mãn $a + b + c = 2(a\cos A + b\cos B + c\cos C)$. Chứng minh tam giác ABC đều.

Câu 14. Cho tam giác ABC có $A = 60^\circ, a = 10, r = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. Chứng minh tam giác ABC đều.

Câu 15. Xét tam giác ABC thỏa mãn $\dfrac{a^3+c^3-b^3}{a+c-b}=b^2$ và $\sin A.\sin C=\dfrac{3}{4}$.

Câu 16. Chứng minh điều kiện cần và đủ để tam giác ABC đều là $m_a+m_b+m_c=\dfrac{9}{2}R$.

Câu 17. Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin C=2\sin B\cos A$. Chứng minh rằng tam giác ABC cân.

Câu 18. Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A=\dfrac{\sin B+\sin C}{\cos B+\cos C}$. Chứng minh rằng tam giác ABC vuông.

Câu 19. Nhận dạng tam giác ABC trong các trường hợp sau:

a) $a\sin A+b\sin B+c\sin C=h_a+h_b+h_c$.

b) $\dfrac{\cos^2 A+\cos^2 B}{\sin^2 A+\sin^2 B}=\dfrac{1}{2}(\cot^2 A+\cot^2 B)$.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Giải tam giác, Đường trung tuyến

Câu 1. Tam giác ABC có $AB=9$ cm, $BC=15$ cm, $AC=12$ cm. Khi đó đường trung tuyến AM của tam giác có độ dài là

A. 10 cm. **B.** 9 cm. **C.** $7,5$ cm. **D.** 8 cm.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $AB=3, BC=5$ và độ dài đường trung tuyến $BM=\sqrt{13}$. Tính độ dài AC.

A. $\sqrt{11}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 3. Cho ΔABC vuông ở A, biết $\widehat{C}=30^\circ$, $AB=3$. Tính độ dài trung tuyến AM?

A. 3 **B.** 4 **C.** $\dfrac{5}{2}$ **D.** $\dfrac{7}{2}$

Câu 4. Tam giác ABC có $a=6, b=4\sqrt{2}, c=2$. M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM=3$. Độ dài đoạn AM bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{9}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\dfrac{1}{2}\sqrt{108}$.

Câu 5. Cho tam giác ABC có góc C nhọn, AH và BK là hai đường cao, $HK=\sqrt{7}$, diện tích tứ giác $ABHK$ bằng 7 lần diện tích ta giác CHK. Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 8. **D.** $\sqrt{14}$.

Câu 6. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB=4cm; BC=5cm; BD=7cm$. Độ dài đoạn AC bằng bao nhiêu cm? (Tính chính xác đến hàng phần trăm)

A. $6,25(cm)$. **B.** $5,74(cm)$. **C.** $5,67(cm)$. **D.** $5,93(cm)$.

Câu 7. Cho tam giác ABC cân tại A biết $\widehat{A}=120^\circ$ và $AB=AC=a$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM=\dfrac{2}{5}BC$. Tính độ dài AM.

A. $AM=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $AM=\frac{11a}{5}$. **C.** $AM=\frac{a\sqrt{7}}{5}$. **D.** $AM=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 8. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi E là trung điểm cạnh BC và F là trung điểm cạnh AE. Tính độ dài đoạn thẳng DF.

A. $DF=\frac{a\sqrt{13}}{4}$. **B.** $DF=\frac{a\sqrt{5}}{4}$. **C.** $DF=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $DF=\frac{3a}{4}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC cân tại A có cạnh bên bằng a và nội tiếp đường tròn $(O;\sqrt{3})$. Để diện tích tam giác lớn nhất thì $\hat{B}$ bằng

A. 90°. **B.** 120°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Câu 10. Cho tam giác ABC có $AC=8;AB=15;\cos A=\frac{4}{5}$. Độ dài đường cao AH bằng:

A. $\frac{72}{\sqrt{79}}$. **B.** $\frac{72}{97}$. **C.** $\frac{\sqrt{72}}{97}$. **D.** $\frac{72}{\sqrt{97}}$.

Câu 11. Cho tam giác ABC có $a=109$, $\widehat{B}=33^\circ 24'$, góc $\widehat{C}=66^\circ 59'$. Chu vi tam giác ABC gần bằng số nào sau đây?

A. 136. **B.** 227. **C.** 272. **D.** 372.

Câu 12. Cho ΔABC có $AB=2;AC=3;\widehat{A}=60^\circ$. Tính độ dài đường phân giác trong góc A của tam giác ABC.

A. $\frac{12}{5}$. **B.** $\frac{6\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\frac{6\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Câu 13. Cho tam giác ABC, có $m_a=\frac{\sqrt{151}}{2}$, (với m_a là độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A và các cạnh $AC=8$, $AB=6$. Tính độ dài BC.

A. $a=6$. **B.** $a=9$. **C.** $a=49$. **D.** $a=7$.

Câu 14. Cho tam giác ABC có $\widehat{A}=60^\circ$,cạnh $a=30$ bán kính đường tròn nội tiếp $r=5\sqrt{3}$.
Tính tổng độ dài hai cạnh còn lại b,c của tam giác ABC.

A. 30. **B.** 60. **C.** 50. **D.** 90.

Câu 15. Cho tam giác ABC có $\widehat{B}=45^\circ,\widehat{C}=75^\circ$ và phân giác trong $AD=4$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}+\sqrt{2}$. **C.** $-4+4\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 16. Tam giác ABC có $\cos(A+B)=-\frac{1}{5}$, $AC=6$, $BC=5$. Tính độ dài cạnh AB.

A. $\sqrt{73}$. **B.** 8. **C.** $\sqrt{55}$. **D.** 7.

Lời giải

Vì trong tam giác ABC ta có $A+B$ bù với góc C nên $\cos(A+B)=-\frac{1}{5}\Rightarrow \cos C=\frac{1}{5}$

$AB=\sqrt{AC^2+BC^2-2AB.BC.\cos C}=\sqrt{6^2+5^2-2.6.5.\frac{1}{5}}=7$.

Câu 17. Tam giác ABC có $BC=12, CA=9, AB=6$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM=8$. Tính độ dài đoạn thẳng AM.

A. $\sqrt{94}$. **B.** $\sqrt{106}$. **C.** $\sqrt{166}$. **D.** $\sqrt{34}$.

Câu 18. Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Một điểm I bất kì thuộc miền trong tam giác ABC. Tính tổng khoảng cách từ điểm I đến ba cạnh của tam giác?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Câu 19. Tam giác ABC có trọng tâm G. Hai trung tuyến $BM=6, CN=9$ và $\widehat{BGC}=120^\circ$. Tính độ dài cạnh AB.

A. $AB=\sqrt{11}$. **B.** $AB=\sqrt{13}$. **C.** $AB=2\sqrt{11}$. **D.** $AB=2\sqrt{13}$.

Dạng 1. Diện tích tam giác

Câu 20. Chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

A. $S=\frac{1}{2}bc\sin A.$ **B.** $S=\frac{1}{2}ac\sin A.$ **C.** $S=\frac{1}{2}bc\sin B.$ **D.** $S=\frac{1}{2}bc\sin B.$

Câu 21. Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a. Góc $\widehat{BAD}=30^\circ$. Diện tích hình thoi $ABCD$ là

A. $\frac{a^2}{4}$. **B.** $\frac{a^2}{2}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** a^2.

Câu 22. Tính diện tích tam giác ABC biết $AB=3, BC=5, CA=6$.

A. $\sqrt{56}$. **B.** $\sqrt{48}$. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 23. Cho ΔABC có $a=6, b=8, c=10.$ Diện tích S của tam giác trên là:

A. $48.$ **B.** $24.$ **C.** $12.$ **D.** $30.$

Câu 24. Cho ΔABC có $a=4, c=5, B=150^0.$ Diện tích của tam giác là:

A. $5\sqrt{3}.$ **B.** $5.$ **C.** $10.$ **D.** $10\sqrt{3}.$

Câu 25. Một tam giác có ba cạnh là $13,14,15$. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

A. $84.$ **B.** $\sqrt{84}.$ **C.** $42.$ **D.** $\sqrt{168}.$

Câu 26. Cho các điểm $A(1;-2), B(-2;3), C(0;4).$ Diện tích ΔABC bằng bao nhiêu?

A. $\frac{13}{2}.$ **B.** $13.$ **C.** $26.$ **D.** $\frac{13}{4}.$

Câu 27. Cho tam giác ABC có $A(1;-1), B(3;-3), C(6;0).$ Diện tích ΔABC là

A. $12.$ **B.** $6.$ **C.** $6\sqrt{2}.$ **D.** $9.$

Câu 28. Cho tam giác ABC có $a=4, b=6, c=8$. Khi đó diện tích của tam giác là:

A. $9\sqrt{15}$. **B.** $3\sqrt{15}$. **C.** 105. **D.** $\frac{2}{3}\sqrt{15}$.

Câu 29. Cho tam giác ABC. Biết $AB=2$; $BC=3$ và $\widehat{ABC}=60^\circ$. Tính chu vi và diện tích tam giác ABC.

A. $5+\sqrt{7}$ và $\frac{3}{2}$. **B.** $5+\sqrt{7}$ và $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $5\sqrt{7}$ và $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $5+\sqrt{19}$ và $\frac{3}{2}$.

Câu 30. Tam giác ABC có các trung tuyến $m_a=15$, $m_b=12$, $m_c=9$.Diện tích S của tam giác ABC bằng

A. 72. **B.** 144. **C.** 54. **D.** 108.

Câu 31. Cho tam giác ΔABC có $b=7; c=5; \cos A=\frac{3}{5}$. Độ dài đường cao h_a của tam giác ΔABC là.

A. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. **B.** 8. **C.** $8\sqrt{3}$ **D.** $80\sqrt{3}$

Câu 32. Cho tam giác ABC có $AB=2a; AC=4a$ và $\widehat{BAC}=120^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC?

A. $S=8a^2$. **B.** $S=2a^2\sqrt{3}$. **C.** $S=a^2\sqrt{3}$. **D.** $S=4a^2$.

Câu 33. Cho tam giác ABC đều cạnh a. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34. Cho tam giác ABC có chu vi bằng 12 và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. 12. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 24.

Câu 35. Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{8a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{6a}{\sqrt{3}}$.

Câu 36. Cho tam giác ABC có $BC=\sqrt{6}$, $AC=2$ và $AB=\sqrt{3}+1$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng:

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Câu 37. Cho tam giác ABC có $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng

A. 1. **B.** $\frac{8}{9}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 38. Cho ΔABC có $S=84, a=13, b=14, c=15.$ Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác trên là:

A. $8,125.$ **B.** $130.$ **C.** $8.$ **D.** $8,5.$

Câu 39. Cho ΔABC có $S=10\sqrt{3}$, nửa chu vi $p=10$. Độ dài bán kính đường tròn nội tiếp r của tam giác trên là:

A. 3. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 40. Một tam giác có ba cạnh là $26,28,30$. Bán kính đường tròn nội tiếp là:

A. 16. **B.** 8. **C.** 4. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 41. Một tam giác có ba cạnh là $52,56,60$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp là:

A. $\frac{65}{8}$. **B.** 40. **C.** $32,5$. **D.** $\frac{65}{4}$.

Câu 42. Tam giác với ba cạnh là $5;12;13$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp là?

A. 6. **B.** 8. **C.** $\frac{13}{2}$. **D.** $\frac{11}{2}$.

Câu 43. Tam giác với ba cạnh là $5;12;13$ có bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 3.

Câu 44. Tam giác với ba cạnh là $6;8;10$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** 6.

Câu 45. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB=4, BC=6$, M là trung điểm của BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $ND=3NC$. Khi đó bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN bằng

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 46. Cho tam giác đều ABC;gọi D là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{BD}$. Gọi R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ADC. Tính tỉ số $\frac{R}{r}$.

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{5+7\sqrt{7}}{9}$. **C.** $\frac{7+5\sqrt{5}}{9}$. **D.** $\frac{7+5\sqrt{7}}{9}$.

Câu 47. Cho tam giác ABC có $\angle B=60^0, \angle A=30^0$, cạnh $BC=12$.Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC gần với số nào nhất?

A. $4,6$ **B.** $4,9$. **C.** $4,8$. **D.** $4,7$

Câu 48. Cho tam giác ABC có góc $A=60^\circ$, cạnh $a=30$, bán kính đường tròn nội tiếp $r=5\sqrt{3}$. Tính chu vi của tam giác ABC.

A. $60+5\sqrt{3}$. **B.** $30+10\sqrt{3}$. **C.** 80. **D.** 90.

Câu 49. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh $BC=a, CA=b, AB=c$. Biết $a^2+b^2=5c^2$. Góc giữa hai đường trung tuyến AM, BN của tam giác ABC bằng bao nhiêu?.

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 30°.

Dạng 2. Bài toán thực tế

Câu 50. Hai chiếc tàu thuỷ cùng xuất phát từ vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60^0. Tàu thứ nhất chạy với tốc độ $30km/h$, tàu thứ hai chạy với tốc độ $40km/h$. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

A. 13. **B.** $20\sqrt{13}$. **C.** $10\sqrt{13}$. **D.** 15.

Câu 51. Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^o24'$. Biết $CA=250\,m, CB=120\,m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

A. $266\,m$. **B.** $255\,m$. **C.** $166\,m$. **D.** $298\,m$.

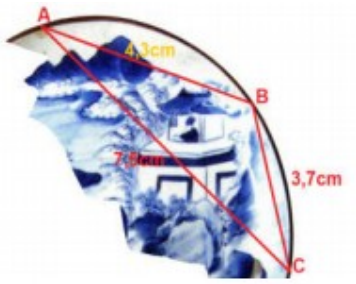
Câu 52. Từ một đỉnh tháp chiều cao $CD=80\,m$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $72^012'$ và $34^026'$. Ba điểm A,B,D thẳng hàng. Tính khoảng cách AB?

A. $71\,m$. **B.** $91\,m$. **C.** $79\,m$. **D.** $40\,m$.

Câu 53. Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $56^016'$. Biết $CA=200\,m$, $CB=180\,m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

A. $180\,m$. **B.** $224\,m$. **C.** $112\,m$. **D.** $168\,m$.

Câu 54. Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ($AB=4,3\,cm; BC=3,7\,cm; CA=7,5\,cm$). Bán kính của chiếc đĩa này bằng (*kết quả làm tròn tới hai chữ số sau dấu phẩy*).



A. 5,73 *cm*. **B.** 6,01*cm*. **C.** 5,85*cm*. **D.** 4,57*cm*.

Câu 55. Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24m$, $\widehat{CAD}=63^0$; $\widehat{CBD}=48^0$. Chiều cao h của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?

A. 61,4 m. **B.** 18,5 m. **C.** 60 m. **D.** 18 m.

Câu 56. Từ hai vị trí A, B của một tòa nhà người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao AB bằng $70m$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang một góc 30^0, phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang một góc $15^030'$. Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị

A. $195m$. **B.** $234m$. **C.** $165m$. **D.** $135m$.