

ĐỀ SỐ 29

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 150 phút (Không tính thời gian giao đề)

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

- Câu 1.** Tính giá trị của biểu thức $15x^2y^4 - P = 10x^2y^4 + 6x^2y^4$ tại $x = \frac{-1}{2}; y = 2$ là
A. -4. B. 4. C. 8. D. -8.
- Câu 2.** Cho đa thức $M = 2x^2y + 5xyz - 3xy^2 - 8 + 4x^2y$, thu gọn đa thức M ta được
A. $M = -xy^2 + 5xyz - 8 + 4x^2y$. B. $M = 6x^2y + 5xyz - 3xy^2 - 8$.
C. $M = 3x^2y + 5xyz - 8$. D. $M = 9x^2y + 5xyz - 8$.
- Câu 3.** Tìm số tự nhiên n để đa thức A chia hết cho đơn thức B biết
 $A = \frac{1}{3}x^n y^5 - 7x^{21}y^6 + x^{n+1}y^9$; $B = x^5y^n$.
A. $n = 2$. B. $n = 3$. C. $n = 4$. D. $n = 5$.
- Câu 4.** Tìm đa thức A biết $(3x^4y^3 - 9x^2y^2 + 15xy^3) : A = 3xy^2$ bằng
A. $A = 9x^5y^5 - 27x^3y^4 + 45x^2y^5$. B. $A = 3x^3y - 9x + 15y$.
C. $A = x^3y + 3x - 5y^2$. D. $A = x^3y - 3x + 5y$.
- Câu 5.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 - x + 1$ là
A. $\frac{2}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $-\frac{3}{4}$.
- Câu 6.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 10y$
A. $A = 3$. B. $A = -17$. C. $A = -3$. D. $A = 17$.
- Câu 7.** Tích các nghiệm của phương trình $(x^2 - 1)(x^2 - 2) \dots (x^2 - 30) = 0$, có chữ số hàng đơn vị là số nào?
A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 8.** Hệ số của x^3 và x^2 trong đa thức $B = (x^3 - 3x^2 + 2x + 1)(-x^2) - x(2x^2 - 3x + 1)$ là
A. -4; 2. B. 4; -2. C. 2; 4. D. -4; -2.
- Câu 9.** Giá trị m thỏa mãn $(x^2 - x + 1)x - (x + 1)x^2 + m - 5 = -2x^2 + x$ là
A. -5. B. 5. C. 4. D. 15.
- Câu 10.** Hình chữ nhật $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Biết $\angle AOD = 50^\circ$, tính số đo $\angle ABO$.
A. 50° . B. 25° . C. 90° . D. 130° .
- Câu 11.** Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Tứ giác $AMPN$ là hình gì?
A. Hình thang. B. Hình thang cân.
C. Hình chữ nhật. D. Hình thang vuông.
- Câu 12.** Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương không lớn hơn 50. Tính xác suất của biến cố “Số được chọn là số nguyên tố”.

A. $\frac{3}{10}$.

B. $\frac{7}{10}$.

C. $\frac{1}{50}$.

D. $\frac{13}{50}$.

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)**Câu I. (2 điểm)**

a) Phân tích đa thức thành nhân tử $N = (x - 3)(x - 1)(x + 1)(x + 3) + 15$.

b) Cho các số a, b lần lượt thỏa mãn các hệ thức sau: $a^3 - 6a^2 + 14a - 2035 = 0$, $b^3 - 6b^2 + 14b + 2011 = 0$. Hãy tính $(a + b - 5)^{2023}$.

Câu II. (3 điểm)

a) Tìm nghiệm của đa thức $(x + 1)(x + 2)(x + 4)(x + 5) - 10 = 0$.

b) Tìm x, y biết x, y thỏa mãn $3x = \frac{x^2 + 2}{y^2}; 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2}$.

Câu III. (2 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức $x^2 - 25 = y(y + 6)$

b) Chứng minh rằng: Nếu m, n là các số tự nhiên thỏa mãn $4m^2 + m = 5n^2 + n$ thì $m - n; 5m + 5n + 1$ đều là các số chính phương.

Câu IV. (6 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$, lấy M là một điểm tùy ý trên cạnh BC . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm C , dựng hình vuông $AMHN$. Qua M dựng đường thẳng d song song với AB , d cắt AH tại E . Đường thẳng AH cắt DC tại F .

a) Chứng minh rằng $BM = ND$.

b) Tứ giác $EMFN$ là hình gì? Vì sao?

c) Gọi S là diện tích của hình vuông $ABCD$. Chứng minh rằng:

$$3(FC.FN + CF.CM + MC.MF) < 4S$$

Câu V. (1 điểm).

Cho a, b, c là các số thực lớn hơn $\frac{1}{4}$ thỏa mãn: $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} = 2$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{4a+1} + \frac{1}{4b+1} + \frac{1}{4c+1}$

..... **HẾT**

Họ tên học sinh:; Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ ĐÁP ÁN
PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.D	4.D	5.B	6.B	7.A	8.A	9.B	10.A
11.D	12.A								

Câu 1: Tính giá trị của biểu thức $15x^2y^4 - P = 10x^2y^4 + 6x^2y^4$ tại $x = \frac{-1}{2}; y = 2$ là
A. - 4. **B.** 4. **C.** 8. **D.** - 8.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $15x^2y^4 - P = 10x^2y^4 + 6x^2y^4$

Suy ra: $P = 15x^2y^4 - (10x^2y^4 + 6x^2y^4) = -x^2y^4$

Tại $x = \frac{-1}{2}; y = 2$ thì $P = -\left(\frac{-1}{2}\right)^2 \cdot 2^4 = -4$

Câu 2: Cho đa thức $M = 2x^2y + 5xyz - 3xy^2 - 8 + 4x^2y$, thu gọn đa thức M ta được

A. $M = -xy^2 + 5xyz - 8 + 4x^2y$

B. $M = 6x^2y + 5xyz - 3xy^2 - 8$

C. $M = 3x^2y + 5xyz - 8$

D. $M = 9x^2y + 5xyz - 8$

Lời giải

Chọn B.

$M = 2x^2y + 5xyz - 3xy^2 - 8 + 4x^2y$
 $= (2x^2y + 4x^2y) + 5xyz - 3xy^2 - 8$
 $= 6x^2y + 5xyz - 3xy^2 - 8$

Câu 3: Tìm số tự nhiên n để đa thức A chia hết cho đơn thức B biết:

$$A = \frac{1}{3}x^n y^5 - 7x^{21}y^6 + x^{n+1}y^9; B = x^5y^n$$

A. $n = 2$.

B. $n = 3$.

C. $n = 4$.

D. $n = 5$

Lời giải

Chọn D.

Vì $A : B$ nên $n \geq 5; n + 1 \geq 5$ và $5 \geq n$. Suy ra $n = 5$.

Câu 4: Tìm đa thức A biết: $(3x^4y^3 - 9x^2y^2 + 15xy^3) : A = 3xy^2$ bằng:

A. $A = 9x^5y^5 - 27x^3y^4 + 45x^2y^5$

B. $A = 3x^3y - 9x + 15y$

C. $A = x^3y + 3x - 5y^2$

D. $A = x^3y - 3x + 5y$

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $(3x^4y^3 - 9x^2y^2 + 15xy^3) : A = 3xy^2$ suy ra:

$$A = (3x^4y^3 - 9x^2y^2 + 15xy^3) : 3xy^2 = 3x^4y^3 : 3xy^2 - 9x^2y^2 : 3xy^2 + 15xy^3 : 3xy^2$$

$$= x^3y - 3x + 5y$$

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 - x + 1$ là:

A. $\frac{2}{4}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. 1.

D. $-\frac{3}{4}$.

Lời giải:

Chọn B.

$$A = x^2 - x + 1 = x^2 - 2x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} \Rightarrow \min A = \frac{3}{4}$$

Dấu “=” xảy ra khi $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$ hay $x = \frac{1}{2}$.

Câu 6. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 10y$

A. $A = 3$.

B. $A = -17$.

C. $A = -3$.

D. $A = 17$.

Lời giải:

Chọn B.

$$A = x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 10y$$

$$\Leftrightarrow A = x^2 + y^2 + 1 - 2xy + 2x - 2y + y^2 - 8y + 16 - 17$$

$$\Leftrightarrow A = (x^2 + y^2 + 1^2 - 2x \cdot y + 2x \cdot 1 - 2y \cdot 1) + (y^2 - 2 \cdot 4 \cdot y + 4^2) - 17$$

$$\Leftrightarrow A = (x - y + 1)^2 + (y - 4)^2 - 17$$

Vì $\begin{cases} (x - y + 1)^2 \geq 0 \\ (y - 4)^2 \geq 0 \end{cases}$ với mọi x, y nên $A \geq -17$ với mọi x, y .

$$\Rightarrow A = -17 \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất là $A = -17$ tại $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$.

Câu 7: Tích các nghiệm của phương trình $(x^2 - 1)(x^2 - 2) \cdots (x^2 - 30) = 0$, có chữ số hàng đơn vị là số nào?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Chọn A.

Để thấy 2 và 5 là các nghiệm của phương trình đã cho. Do đó tích các nghiệm của phương trình là bằng 0.

Câu 8. Hệ số của x^3 và x^2 trong đa thức $B = (x^3 - 3x^2 + 2x + 1)(-x^2) - x(2x^2 - 3x + 1)$ là

A. -4; 2.

B. 4; -2.

C. 2; 4.

D. -4; -2.

Lời giải

Chọn A.

$$B = (x^3 - 3x^2 + 2x + 1)(-x^2) - x(2x^2 - 3x + 1) = -x^5 + 3x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x^3 + 3x^2 - x$$

$$= -x^5 + 3x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x$$

Hệ số của x^3 và x^2 trong đa thức B lần lượt là -4 và 2

Câu 9. Giá trị m thỏa mãn $(x^2 - x + 1)x - (x + 1)x^2 + m - 5 = -2x^2 + x$ là

A. -5.

B. 5.

C. 4.

D. 15.

Lời giải

Chọn B.

$$(x^2 - x + 1)x - (x + 1)x^2 + m - 5 = -2x^2 + x$$

$$x^3 - x^2 + x - x^3 - x^2 + m - 5 = -2x^2 + x$$

$$-2x^2 + x + m - 5 = -2x^2 + x$$

Vậy giá trị m cần tìm là $m = 5$.

Câu 10. Hình chữ nhật $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Biết $\angle AOD = 50^\circ$, tính số đo $\angle ABO$.

A. 50° .

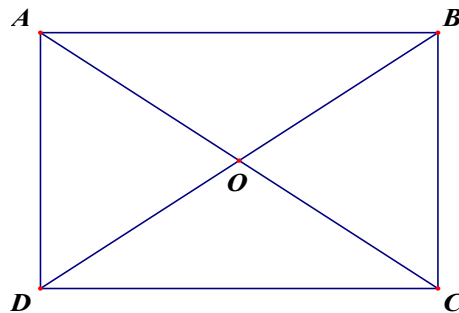
B. 25°

C. 90° .

D. 130° .

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\angle AOB = 180^\circ - \angle AOD = 130^\circ$ (hai góc kề bù)

Theo tính chất hình chữ nhật ta có $OA = OB \Rightarrow \triangle OAB$ cân tại O

$$\Rightarrow \angle ABO = \angle BAO = \frac{180^\circ - 130^\circ}{2} = 25^\circ$$

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC . Tứ giác $AMPN$ là hình gì?

A. Hình thang.

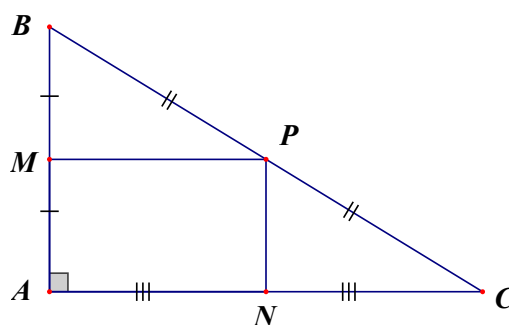
B. Hình thang cân.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thang vuông.

Lời giải

Chọn C



Theo tính chất đường trung bình của tam giác ta có: $MP = \frac{AC}{2}$, $MP \parallel AN$

Mà $AN = \frac{AC}{2} \Rightarrow MP = AN$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AMPN$ là hình bình hành

Mà $\angle A = 90^\circ \Rightarrow AMPN$ là hình chữ nhật.

Câu 12: Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương không lớn hơn 50. Tính xác suất của biến cố “Số được chọn là số nguyên tố”.

A. $\frac{3}{10}$

B. $\frac{7}{10}$

C. $\frac{1}{50}$

D. $\frac{13}{50}$

Lời giải

Chọn A.

Do chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương không lớn hơn 50 nên có 50 kết quả có thể xảy ra và các kết quả đó là đồng khả năng.

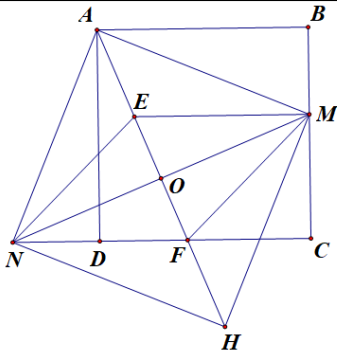
Có 15 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số được chọn là số nguyên tố” là: 2;3;5;7;11;13;17;19;23;29;31;37;41;43;47.

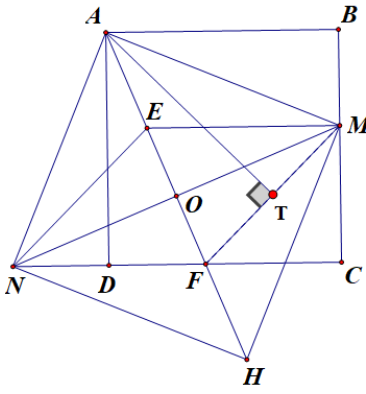
Vậy xác suất của biến cố “ Số được chọn là số nguyên tố” là: $\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$.

PHẦN II. PHẦN TỰ LUẬN (14 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu I. (2 điểm)		
a) Phân tích đa thức thành nhân tử $N = (x - 3)(x - 1)(x + 1)(x + 3) + 15$.		
b) Cho các số a, b lần lượt thỏa mãn các hệ thức sau: $a^3 - 6a^2 + 14a - 2035 = 0$, $b^3 - 6b^2 + 14b + 2011 = 0$. Hãy tính $(a + b - 5)^{2023}$.		
a	$N = (x - 3)(x - 1)(x + 1)(x + 3) + 15$ $= (x^2 - 9)(x^2 - 1) + 15$ $= x^4 - 10x^2 + 24$	0,5
	Tách $-10x^2$ thành $-4x^2 - 6x^2$, ta được $N = x^4 - 4x^2 - 6x^2 + 24$ $= x^2(x^2 - 4) - 6(x^2 - 4)$ $= (x^2 - 4)(x^2 - 6)$ $= (x - 2)(x + 2)(x^2 - 6)$	0,5
b	Từ điều kiện đã cho ta có: $a^3 - 6a^2 + 14a - 2035 = 0 \Rightarrow (a - 2)^3 + 2(a - 2) - 2023 = 0 \quad (1)$ $b^3 - 6b^2 + 14b + 2011 = 0 \Rightarrow (b - 2)^3 + 2(b - 2) + 2023 = 0 \quad (2)$ Cộng theo vế của (1) và (2) ta có $(a + b - 4) \left[(a - 2)^2 - (a - 2)(b - 2) + (b - 2)^2 \right] + 2(a + b - 4) = 0$ $(a + b - 4) \left[(a - 2)^2 - (a - 2)(b - 2) + (b - 2)^2 + 2 \right] = 0$	0,5
	Vì $(a - 2)^2 - (a - 2)(b - 2) + (b - 2)^2 + 2$ $= \frac{1}{2}(a - 2)^2 + \frac{1}{2}(b - 2)^2 + \left[\frac{1}{2}(a - 2)^2 - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (a - 2)(b - 2) + \frac{1}{2}(b - 2)^2 \right] + 2$ $= \frac{1}{2}(a - b)^2 + \frac{1}{2}(a - 2)^2 + \frac{1}{2}(b - 2)^2 + 2 > 0$ với mọi a, b Nên $a + b - 4 = 0 \Rightarrow a + b - 5 = -1$ Khi đó $(a + b - 5)^{2023} = (-1)^{2023} = -1$.	0,5
Câu II (3 điểm).		
a) Tìm nghiệm của đa thức $(x + 1)(x + 2)(x + 4)(x + 5) - 10$.		

b) Tìm x, y biết x, y thỏa mãn $3x = \frac{x^2 + 2}{y^2}; 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2}$.																							
a	Ta có xét $(x+1)(x+2)(x+4)(x+5)=10$ $\Leftrightarrow [(x+1)(x+5)][(x+2)(x+4)] = 10 \Leftrightarrow (x^2 + 6x + 5)(x^2 + 6x + 8) = 10$ Đặt $t = x^2 + 6x$, khi đó ta có $(t+5)(t+8) = 10 \Leftrightarrow t^2 + 13t + 30 = 0 \Leftrightarrow (t+3)(t+10) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 6x + 3 = 0 \\ x^2 + 6x + 10 = 0 \end{cases}$ Vì $x^2 + 6x + 10 = (x+3)^2 + 1 > 0$ với mọi x nên ta có $x^2 + 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x+3)^2 = 6 \Leftrightarrow x+3 = \pm\sqrt{6} \Leftrightarrow x = -3 \pm \sqrt{6}$ Vậy tập nghiệm của đa thức là $x = -3 + \sqrt{6}; x = -3 - \sqrt{6}$.																						
	0,5																						
	0,5																						
	0,5																						
b	Điều kiện: $x, y \neq 0$. Vì vế phải của mỗi đẳng thức đều dương nên ta có $x > 0, y > 0$. $3x = \frac{x^2 + 2}{y^2}; 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2}$ Ta có: $3xy^2 = x^2 + 2(1); 3yx^2 = y^2 + 2(2)$ Trừ vế với vế của hai đẳng thức (1) và (2) ta được: $3xy^2 - 3yx^2 = x^2 - y^2$ $\Leftrightarrow 3xy(y - x) = (x - y)(x + y)$ $\Leftrightarrow (x - y)(3xy + x + y) = 0$ Vì $x > 0, y > 0 \Rightarrow 3xy + x + y > 0$ Suy ra $x = y$. Thay $x = y$ vào (1) ta được: $3x^3 - x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(3x^2 + 2x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1$ Vậy $x = y = 1$.																						
	0,5																						
	0,5																						
	0,5																						
Câu III (2 điểm).																							
a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức $x^2 - 25 = y(y + 6)$.																							
b) Chứng minh rằng: Nếu m, n là các số tự nhiên thỏa mãn $4m^2 + m = 5n^2 + n$ thì $m - n; 5m + 5n + 1$ đều là các số chính phương.																							
a	Ta có $x^2 - 25 = y(y + 6)$ $x^2 - y(y + 6) = 25$ $x^2 - (y^2 + 6y + 9) = 25 - 9$ $x^2 - (y + 3)^2 = 16$ $(x + y + 3)(x - y - 3) = 16$ Ta có bảng sau:																						
	<table><tr><td>$x - y$</td><td>7</td><td>-1</td><td>5</td><td>1</td><td>11</td><td>-5</td><td>4</td><td>2</td><td>19</td><td>-13</td></tr><tr><td>$x + y$</td><td>1</td><td>-7</td><td>5</td><td>-11</td><td>-1</td><td>-5</td><td>13</td><td>-19</td><td>-2</td><td>-4</td></tr></table>	$x - y$	7	-1	5	1	11	-5	4	2	19	-13	$x + y$	1	-7	5	-11	-1	-5	13	-19	-2	-4
	$x - y$	7	-1	5	1	11	-5	4	2	19	-13												
	$x + y$	1	-7	5	-11	-1	-5	13	-19	-2	-4												
Vậy các cặp số nguyên phải tìm là: $(x; y) \in \{(4; -3), (-4; -3), (5; 0), (-5; -6), (5; -6), (-5; 0)\}$.																							
0,5																							
0,5																							
	Ta có: $4m^2 + m = 5n^2 + n$																						

	$\Leftrightarrow 5(m^2 - n^2) + m - n = m^2$ $\Leftrightarrow (m - n)(5m + 5n + 1) = m^2 (*)$ Gọi d là ƯCLN $(m - n; 5m + 5n + 1) \Rightarrow m - n : d; 5m + 5n + 1 : d$ $(m - n) : d \Rightarrow 5m - 5n : d \Rightarrow (5m + 5n + 1) + (5m - 5n) : d \Rightarrow 10m + 1 : d$ Mặt khác từ (*) ta có $m^2 : d^2 \Rightarrow m : d$. Mà $10m + 1 : d \Rightarrow 1 : d \Rightarrow d = 1$ (vì d là số tự nhiên) Vậy $m - n; 5m + 5n + 1$ là các số nguyên tố cùng nhau, thỏa mãn (*) nên chúng đều là số chính phương.	0,5
b	Mặt khác từ (*) ta có $m^2 : d^2 \Rightarrow m : d$. Mà $10m + 1 : d \Rightarrow 1 : d \Rightarrow d = 1$ (vì d là số tự nhiên) Vậy $m - n; 5m + 5n + 1$ là các số nguyên tố cùng nhau, thỏa mãn (*) nên chúng đều là số chính phương.	0,5
Câu IV (6 điểm) Cho hình vuông $ABCD$, lấy M là một điểm tùy ý trên cạnh BC. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm C, dựng hình vuông $AMHN$. Qua M dựng đường thẳng d song song với AB, d cắt AH tại E. Đường thẳng AH cắt DC tại F. a) Chứng minh rằng $BM = ND$. b) Tứ giác $EMFN$ là hình gì? Vì sao? c) Gọi S là diện tích của hình vuông $ABCD$. Chứng minh rằng: $3(FC \cdot FN + CF \cdot CM + MC \cdot MF) < 4S$.		
a		0,5
	Chứng minh rằng $BM = ND$. Ta có $AD \perp DC$ (do tứ giác $ABCD$ là hình vuông) mà N, D, C thẳng hàng nên $AD \perp DN \Rightarrow \angle ADN = 90^\circ$. Xét $\triangle DNA$ và $\triangle BMA$ có: $AD = AB$ (do tứ giác $ABCD$ là hình vuông) $AN = AM$ (do tứ giác $AMHN$ là hình vuông) $\angle ADN = \angle ABN = 90^\circ$ (do các tứ giác $ABCD$ và $AMHN$ là hình vuông) Do đó $\triangle DNA = \triangle BNM$ (ch-cgv) Suy ra $BM = ND$ (hai cạnh tương ứng)	0,5
b	* Vì tứ giác $AMHN$ là hình vuông nên hai đường chéo vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên AH là đường trung trực của MN Vì E, F thuộc đường trung trực của MN nên $EN = EM; FN = FM$ (1) * Vì $EM \parallel AB$ (gt) và $AB \parallel CD$ (vì $ABCD$ là hình vuông) nên $EM \parallel DC$ Suy ra $\angle EMO = \angle FNO$ (hai góc so le trong) * Xét $\triangle EOM$ và $\triangle FON$ có: $ON = OM$ (tính chất đường chéo của hình vuông) $\angle EMO = \angle FNO$ (chứng minh trên) $\angle EOM = \angle FON$ (đối đỉnh) Do đó $\triangle EOM = \triangle FON$ (g-c-g) Suy ra $EM = FN$ (hai cạnh tương ứng) (2) Từ (1) và (2) suy ra $EN = EM = FN = FM$ Suy ra tứ giác $EMFN$ là hình thoi.	0,5
	Suy ra tứ giác $EMFN$ là hình thoi.	0,5

		
c	Ta đặt $S_o = FC.FN + CF.CM + MC.MF = FC.FM + CF.CM + MC.MF$. Ta chứng minh được với a, b, c bất kỳ luôn có $ab + bc + ca \leq \frac{(a + b + c)^2}{3} \Leftrightarrow 3(ab + bc + ca) \leq (a + b + c)^2$ Áp dụng bất đẳng thức trên ta có: $3S_o \leq (FC + FM + MC)^2 \quad (*)$ * Kẻ $AT \perp FM$ tại T ta chứng minh được $\triangle ADF = \triangle ATF$ (cạnh huyền-góc nhọn) Suy ra $DF = FT$ Tương tự $TM = DN = MB$ Suy ra $FC + FD + BM + MC = 2a$ (trong đó a là độ dài cạnh hình vuông) Suy ra $3S_o \leq (2a)^2 \Leftrightarrow 3S_o \leq 4a^2$ Hay $3S_o \leq 4S$. Vì dấu “=” xảy ra thì theo (*) phải có $FC = FM = MC$ (vô lý). Vậy $3S_o < 4S$	0,5
		0,5
		0,5
		0,5
		0,5
Câu V (1 điểm). Cho a, b, c là các số thực lớn hơn $\frac{1}{4}$ thỏa mãn: $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{4a+1} + \frac{1}{4b+1} + \frac{1}{4c+1}$		
	Áp dụng bất đẳng thức dạng: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$, ta có: $P+1 = \left(\frac{1}{4a+1} + \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{4b+1} + \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{4c+1} + \frac{1}{3} \right) \geq \frac{4}{4a+4} + \frac{4}{4b+4} + \frac{4}{4c+4}$ $= \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} = 2 \Rightarrow P \geq 1$	0,5
	Dấu “=” xảy ra khi $P=1$ tại $a=b=c=\frac{1}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của $P=1$ khi $a=b=c=\frac{1}{2}$.	0,5