

CHUYÊN ĐỀ III. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC VÀ CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC

CHỦ ĐỀ 1. QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC

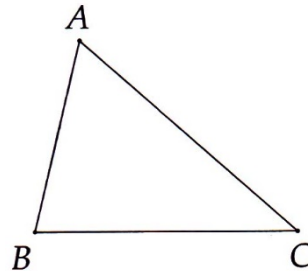
I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định lý 1

Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.

Trong tam giác ABC, nếu $AC > AB$ thì

$$\angle B > \angle C$$



2. Định lý 2

Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

$$\angle B > \angle C$$

Trong tam giác ABC, nếu $\angle B > \angle C$ thì $AC > AB$.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. So sánh hai góc trong một tam giác

Phương pháp giải:

- Xét hai góc cần so sánh là hai góc của một tam giác.
- Tìm cạnh lớn hơn trong hai cạnh đối diện của hai góc ấy.
- Kết luận.

1A. So sánh các góc của tam giác ABC, biết rằng $AB = 2 \text{ cm}$, $BC = 4 \text{ cm}$, $AC = 5 \text{ cm}$.

1B. So sánh các góc của tam giác MNP, biết rằng $MN = 8 \text{ cm}$, $NP = 3 \text{ cm}$, $MP = 10 \text{ cm}$.

2A. Cho tam giác ABC có $AC > AB$. So sánh hai góc ngoài tại các đỉnh B và C.

2B. Cho tam giác DEF có $DE = 5 \text{ cm}$, $DF = 7 \text{ cm}$. So sánh hai góc ngoài tại các đỉnh E và F.

1. Đường tụy gần không đi sẽ không đến-Việc tụy nhỏ không làm sẽ không nên

3A. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$. Kẻ BD vuông góc với AC tại D, CE vuông góc với AB tại E. So sánh hai $\widehat{DBC}$ và $\widehat{ECB}$

3B. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác của các góc B và C cắt nhau tại I. So sánh $\widehat{IBC}$ và $\widehat{ICB}$

Dạng 2. So sánh hai cạnh trong một tam giác

Phương pháp giải:

- Xét hai cạnh cần so sánh là hai cạnh của một tam giác.
- Tìm góc lớn hơn trong hai góc đối diện với hai cạnh ấy.
- Kết luận.

4A. So sánh các cạnh của tam giác ABC, biết $\widehat{A} = 80^\circ$, $\widehat{B} = 40^\circ$.

4B. So sánh các cạnh của tam giác PQR, biết $\widehat{P} = 70^\circ$, $\widehat{R} = 50^\circ$.

5A. Cho tam giác ABC vuông tại A, điểm K nằm giữa A và C. So sánh độ dài BK và BC

5B. Cho tam giác MNP vuông tại N. Trên tia đối của tia PN lấy điểm Q. So sánh độ dài MP và MQ.

6A. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$. Kẻ BD vuông góc với AC tại D, CE vuông góc với AB tại E. Gọi H là giao điểm của BD và CE. So sánh độ dài HB và HC.

6B. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác của các góc B và C cắt nhau tại I. Từ I vẽ IH vuông góc với BC. So sánh độ dài HB và HC.

III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

7. Cho tam giác QMN có $OM = 3 \text{ cm}$, $ON = 4 \text{ cm}$, $MN = 5 \text{ cm}$.

So sánh các góc của tam giác OMN.

8. Chứng minh trong tam giác vuông, cạnh huyền lớn hơn mỗi cạnh góc vuông

9. Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 50^\circ$. So sánh độ dài AB và BC.

2.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

10. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. So sánh $\angle HAB$ và $\angle HAC$.

11. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác góc A cắt BC tại D. So sánh $\angle ADB$ và $\angle ADC$.

12. Cho tam giác ABC có $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$. Điểm D thuộc cạnh AC sao cho $\angle ABD = 20^\circ$. So sánh các độ dài các cạnh của $\triangle BDC$.

13. Cho tam giác đều ABC, điểm M thuộc cạnh AB. So sánh độ dài các cạnh của tam giác BMC.

14. Cho tam giác ABC vuông tại A. Tia phân giác góc B cắt AC ở D. Kẻ DH vuông góc với BC tại H. So sánh:

a) BA và BH; b) DA và DC.

15. Cho tam giác ABC có $\angle A > 90^\circ$. Lấy điểm D thuộc cạnh AB, điểm E thuộc cạnh AC. Chứng minh $DE < DC < BC$.

16. Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ tia Bx nằm giữa hai tia BA và BC. Trên tia Bx lấy điểm D nằm ngoài tam giác ABC. Chứng minh

$$DC < DB.$$

17*. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác góc A cắt cạnh BC tại D. Chứng minh $DB < DC$.

18*. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh $\angle MAB > \angle MAC$.

HƯỚNG DẪN

1A. Ta có $\angle C < \angle A < \angle B$
Ta có $AB < BC < AC \Rightarrow$

3. Đường tuy gần không đi sẽ không đến - Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

$$M < P < N$$

1B. Ta có $NP < MN < MP \Rightarrow$

$$\angle B > \angle C$$

2A. Ta có $AC > AB \Rightarrow$, do đó góc ngoài tại đỉnh B nhỏ hơn góc ngoài tại đỉnh C.

$$\angle F < \angle E$$

2B. Ta có $DE < DF \Rightarrow$, do đó góc ngoài tại đỉnh E nhỏ hơn góc ngoài tại đỉnh F.

$$\angle ACB < \angle ABC$$

3A. Vì $AB < AC$ nên .

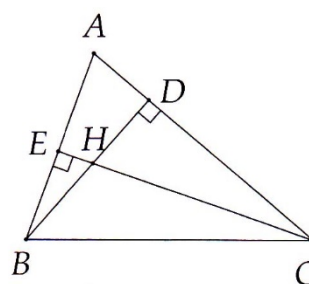
$$\angle DBC = 90^\circ - \angle ABC$$

Lại có và

$$\angle ECB = 90^\circ - \angle ACB$$

, từ đó ta có

$$\angle DBC > \angle ECB$$



$$\angle ACB < \angle ABC$$

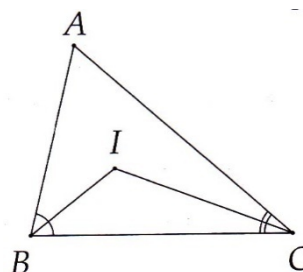
3B. Vì $AB < AC$ nên , với

$$\angle IBC = \frac{\angle ABC}{2}, \angle ICB = \frac{\angle ACB}{2}$$

chú ý rằng

$$\angle IBC > \angle ICB$$

Từ đó ta có



$$\angle C$$

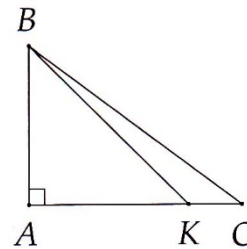
$$\angle B < \angle C < \angle A$$

4A. Tính được $\angle C = 60^\circ$, do đó $\Rightarrow AC < AB < BC$.

4. Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

4B. Tính được $\angle Q = 60^\circ$, do đó $\angle R < \angle Q < \angle P \Rightarrow PQ < PR < QR$.

5A. Chú ý $\angle BKC$ là góc ngoài của $\triangle AKB$
 nên $\angle BKC > \angle A = 90^\circ > \angle C$.
 $\Rightarrow BK < BC$



5B. Tương tự 5A, ta có $MP < MQ$.

6A. Áp dụng 3A, ta có $\angle HBC > \angle HCB \Rightarrow HB < HC$.

6B. Dùng kết quả bài 3B, ta có $\angle IBC > \angle ICB \Rightarrow IB < IC$.

Mà $HB^2 = IB^2 - IH^2$, $HC^2 = IC^2 - IH^2$. Suy ra $HB < HC$.

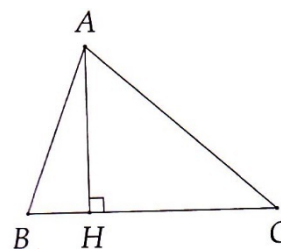
7. Ta có $\angle N < \angle M < \angle O \Rightarrow OM < ON < MN$.

8. Trong tam giác vuông, góc vuông là góc lớn nhất nên cạnh huyền (đối diện với góc vuông) là cạnh lớn nhất.

9. Tính được $\angle B = \angle C = 65^\circ$, do đó $\angle C > \angle A \Rightarrow AB > BC$.

10. Ta có $\angle ABC > \angle ACB \Rightarrow AB < AC$.

Chú ý $\angle HAB = 90^\circ - \angle ABC$ và



5.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

$$\angle HAC = 90^\circ - \angle ACB$$

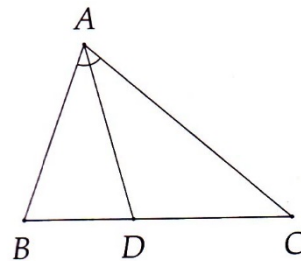
, từ đó ta có

$$\angle HAB < \angle HAC$$

$$\angle ADB = \angle ACB + \frac{\angle BAC}{2}$$

11. Chú ý:

$$\angle ADC = \angle ABC + \frac{\angle BAC}{2}$$



$$\angle ABC > \angle ACB$$

Mà $AB < AC \Rightarrow$

$$\angle ADB < \angle ADC$$

nên

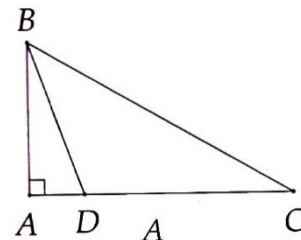
$$\angle DBC = 40^\circ, \angle BDC = 110^\circ$$

12. Tính được

$$\angle DCB = 30^\circ$$

và , từ đó ta có

$$DB < DC < BC.$$

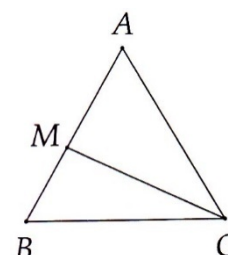


$$\angle BCM < \angle BCA = 60^\circ$$

13. Ta có

$$\angle BMC$$

Chú ý là góc ngoài của tam giác



6. Đường tụy gần không đi sẽ không đến-Việc tụy nhỏ không làm sẽ không nên

$$\angle AMC = \angle BMC > \angle BAC = 60^\circ$$

nên

$$\angle BMC > \angle MBC > \angle MCB$$

Do đó

bởi vậy $MB < MC < BC$.

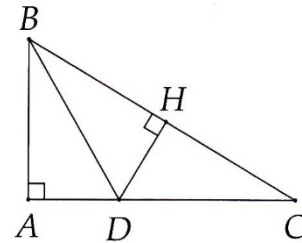
14. a) Ta có $\triangle ABD = \triangle HBD$ (cạnh huyền

- góc nhọn), từ đó $BA = BH$.

b) Chứng minh được $DA = DH$, lại có

tam giác DHC vuông tại H nên

$$DH < DC \Rightarrow DA < DC.$$

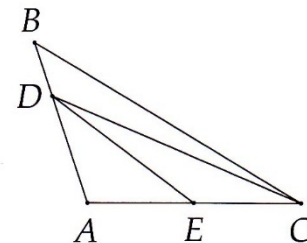


15. Chú ý $\angle DEC$ là góc ngoài của tam giác

$$\angle DEC > \angle DAC > 90^\circ$$

$\angle DAC$ nên

$$\Rightarrow DE < DC.$$



$$\angle BDC > \angle DAC > 90^\circ$$

Tương tự ta có

$$\Rightarrow DC < BC, \text{ do đó } DE < DC < BC.$$

16. Do Bx nằm giữa BA và BC nên

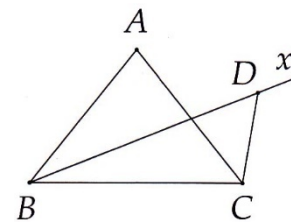
$$\angle DBC < \angle ABC$$

, chú ý D nằm ngoài tam

giác ABC nên CA nằm giữa CD và

$$\angle DCB > \angle ACB$$

CB , do đó



7. Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

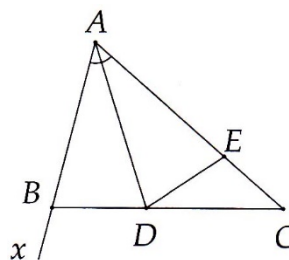
Từ đó $DCB > DB \Rightarrow DC < DB.$

$AB = AE$, chứng minh được

$$\angle DEC > \angle BDC > \angle ACB$$

$\Rightarrow$ $\text{v}\grave{\text{a}} \text{ DB} = \text{DE}.$

Từ đó $DB = DE < DC$.



cho $MA = MD$, chứng minh được

$$M_{AB} = M_{DC}$$

=> , chú ý rằng

$$MAC < MDC$$

$$CD = AB < AC \Rightarrow$$

$$M_{AB} > M_{AC}$$

Do đó

