

Người làm: Đặng Thị Phương Dư

Zalo: Đặng T Phương Dư

- số đt zalo: 0978223990

Email: dangphuongdu1307@gmail.com

CD4: CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH CHIA HẾT**Dạng 1: Chứng minh chia hết****Câu 1. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa 2022 - 2023)**

Cho a, b, c là ba số nguyên khác 0 thỏa mãn: $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.
Chứng minh rằng: abc chia hết cho 4.

Lời giải

Cho a, b, c là ba số nguyên khác 0 thỏa mãn: $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

Chứng minh rằng: abc chia hết cho 4.

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \Rightarrow bc = a(b+c) \quad (1)$$

Ta có:

* Nếu a là số nguyên chẵn:

$$a(b+c) : 2 \quad (2)$$

Suy ra

(1) và (2) suy ra: $bc : 2$, do đó abc chia hết cho 4.

* Nếu a là số nguyên lẻ:

Nếu b và c cùng lẻ: suy ra $(b+c) : 2 \quad (3)$

(1) và (3) suy ra: $bc : 2$ mâu thuẫn vì b và c cùng lẻ.

Vậy trong hai số b và c có một số chẵn và một số lẻ.

Vì b và c có vai trò như nhau nên ta giả sử b là số nguyên chẵn và c là số nguyên lẻ.

$$bc : 2 \quad (4)$$

Suy ra:

(1) và (4) suy ra $a(b+c) : 2$

Mà $(b+c)^2$ không chia hết cho 2^b (vì b là số nguyên chẵn và c là số nguyên lẻ) nên $a \div 2$.

(4) và (5) suy ra: abc chia hết cho 4 .

Vậy abc chia hết cho 4 .

Câu 2. (HSG 7 huyện Cát Tiên 2018 - 2019)

Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta luôn có: $5^{n+2} + 3^{n+2} - 3^n - 5^n$ chia hết cho 25

Lời giải

$$5^{n+2} + 3^{n+2} - 3^n - 5^n = (5^{n+2} - 5^n) + (3^{n+2} - 3^n) = 5^n \cdot 24 + 3^n \cdot 8$$

Vì n nguyên dương nên $5^n \cdot 24$ chia hết cho 24 ; $3^n \cdot 8$ chia hết cho 24

Vậy $5^{n+2} + 3^{n+2} - 3^n - 5^n$ chia hết cho 24 với mọi số nguyên dương n

Câu 3. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn, trường THCS Đào Duy Từ 2018 - 2019)

Chứng tỏ rằng $M = 75 \cdot (4^{2018} + 4^{2017} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25$ chia hết cho 10^2

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } M &= 25 \cdot (4 - 1)(4^{2018} + 4^{2017} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25 \\ &= 25 \cdot (4^{2019} + 4^{2018} + \dots + 4^3 + 4^2 + 4) - 25 \cdot (4^{2018} + 4^{2017} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25 \\ &= 25 \cdot 4^{2019} = 25 \cdot 4 \cdot 4^{2018} = 100 \cdot 4^{2018} = 10^2 \cdot 4^{2018} \div 10^2 \\ \text{Vậy } M &\div 10^2 \end{aligned}$$

Câu 4. (HSG 7 trường Đáp Cầu 2018 - 2019)

Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$

Biết $f(1) \div 3$, $f(0) \div 3$, $f(-1) \div 3$. Chứng minh rằng a, b, c đều chia hết cho 3

Lời giải

$$\text{Ta có: } f(0) = c \quad f(1) = a + b + c \quad f(-1) = a - b + c$$

$$+) f(0) \div 3 \Rightarrow c \div 3$$

$$+) f(1) \div 3 \Rightarrow (a + b + c) \div 3 \Rightarrow (a + b) \div 3 \quad (1)$$

$$+) f(-1) \div 3 \Rightarrow (a - b + c) \div 3 \Rightarrow (a - b) \div 3 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } (a + b) + (a - b) \div 3 \Rightarrow 2a \div 3 \Rightarrow a \div 3 \Rightarrow b \div 3$$

Vậy a, b, c đều chia hết cho 3 .

Câu 5. (HSG 7 trường THCS Quang Trung Cát Tiên 2018 - 2019)

Chứng minh rằng:

a) $10^6 - 5^7$ chia hết cho 59

b) $313^5.229 - 313^6.36$ chia hết cho 7

Lời giải

$$10^6 - 5^7 = (2.5)^6 - 5^7 = 2^6.5^6 - 5^7 = 5^6.(2^6 - 5) = 5^6.59;59$$

a)

$$313^5.229 - 313^6.36 = 313^5.229 - 316^6.(1+35)$$

b)

$$= 313^5.229 - 313^6 - 313^6.35$$

$$= 313^5.(229 - 313) - 313^6.35$$

$$= 313^5.(-14) - 313^6.35$$

$$= 7.(-2.313^5 - 316^6.5);7$$

Dạng 2.1: Tìm chữ số tận cùng

Câu 1. (HSG 7 huyện Rạch Giá 2018 - 2019)

Tìm chữ số tận cùng của A biết: $A = 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$

Lời giải

$$A = 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = (3^{n+2} + 3^n) - (2^{n+2} + 2^n)$$

$$= 3^n(3^2 + 1) - 2^n(2^2 + 1)$$

$$= (...0) - (...0) = (...0)$$

Suy ra chữ số tận cùng của A là chữ số 0

Dạng 2.2: Tìm hai chữ số tận cùng

Dạng 2.3: Tìm ba chữ số tận cùng trở lên Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>