PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN KRÔNG PẮC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 120 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1: (3,0 điểm)

Cho A = $4-\sqrt{x}-\frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}}+x$

a) Rút gọn A. b) Tìm x để A nhận giá trị nhỏ nhất.

Bài 2: (2,0 điểm)

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}\sqrt{x+2007}+\sqrt{y}=\sqrt{2007}\\ \sqrt{x}+\sqrt{y+2007}=\sqrt{2007}\end{cases}$$

Bài 3: (3,0 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{2x-3}+\sqrt{5-2x}=3x^2-12x+14$

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho $x>0, y>0$ và $x+y=4$

Tìm giá trị nhỏ nhất của A = $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(y+\frac{1}{y}\right)^2+1994,5$.

Bài 5: (3,0 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ BM vuông góc với AC, gọi N là trung điểm của AM, P là trung điểm của CD. Chứng minh: $\widehat{BNP}=90°$.

Bài 6: (3,0 điểm)

Cho ΔABC (AB = AC). Đường cao AH, kẻ HE vuông góc với AC, gọi O là trung điểm của EH. Chứng minh: AO $\perp$ BE

Bài 7: (3,0 điểm)

Cho ΔABC Có AB = c, AC = b, BC = a.

Chứng minh rằng: $Sin\frac{A}{2}\cdot Sin\frac{B}{2}\cdot Sin\frac{C}{2}\le\frac{1}{8}$

*********************** Hết ************************

PGD KRÔNG PẮC ĐÁP ÁN ĐỀ THI HSG CẤP HUYỆN – NĂM

Môn : Toán- Lớp 9

Thời gian làm bài : 150 phút

Bài 1: a) Đ/K: $x > 0$

0.5 điểm

A = $4 - \sqrt{x} - 1 - \sqrt{x} + x$ 0.5 điểm

= $x - 2\sqrt{x} + 3$ 0.5 điểm

b) A = $\left(\sqrt{x} - 1\right)^2 + 2 \geq 2 \quad \forall x > 0$ 0.5 điểm

MinA = 2 $\Leftrightarrow$ $x = 1$ (TMĐK)

1.0 điểm

Bài 2:

$$\begin{cases} \sqrt{x + 2007} + \sqrt{y} = \sqrt{2007} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y + 2007} = \sqrt{2007} \end{cases}$$

ĐK: $x \geq 0; y \geq 0$ 0.5 điểm

$\Rightarrow$ $\sqrt{x + 2007} + \sqrt{y} \geq \sqrt{2007}$ 0.5 điểm

$\sqrt{x} + \sqrt{2007 + y} \geq \sqrt{2007}$ 0.5 điểm

Do đó hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

0.5 điểm

Bài 3: $\sqrt{2x - 3} + \sqrt{5 - 2x} = 3x^2 - 12x + 14$

ĐK: $\dfrac{3}{2} \leq x \leq \dfrac{5}{2}$ 0.5 điểm

Áp dụng Bunnhiacopski

VT: $1.\sqrt{2x-3}+1.\sqrt{5-2x}\le\sqrt{(1^2+1^2)(2x-3+5-2x)}=2$ (1) 0.5 điểm

VP: $3x^2-12x+14=3(x-2)^2+2\ge 2 \quad \forall x$ (2)

0.5 điểm

$\Rightarrow$ Phương trình: $\sqrt{2x-3}+\sqrt{5-2x}=3x^2-12x+14$ có nghiệm $\Leftrightarrow$ Dấu "=" xảy ở (1) và (2) đồng thời xảy ra.

$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{2x-3}=\sqrt{5-2x}\\ x-2=0\end{cases} \Leftrightarrow x=2$ 1.5 điểm

<u>Bài 4:</u> $\forall a$,b $\in$R$^+$ thì $a^2+b^2\ge\frac{1}{2}\left(a+b\right)^2$ dấu "="$\Leftrightarrow$ a = b

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{4}{a+b}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ a = b. 0.5 điểm

A = $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(y+\frac{1}{y}\right)^2+1994,5\ge\frac{1}{2}\left(x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^2+1994,5$

$\ge\frac{1}{2}\left(x+y+\frac{4}{x+y}\right)^2+1994,5=\frac{1}{2}\left(4+\frac{4}{4}\right)^2+1994,5$

= 2007

1.0 điểm

$\Rightarrow$ A ≥ 2007 Do đó MinA = 2007 $\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=4\\ x=y\end{cases}\Leftrightarrow x=y=2$ 0.5 điểm

<u>Bài 5:</u>

Gọi I là trung điểm của BM.
NI cắt BC tại E.
Ta có NI là đường trung bình của ΔBMA.

$\Rightarrow$ NI // AB và NI = $\frac{1}{2}$AB. 0.5 điểm

AB $\perp$ BC $\Rightarrow$ NI $\perp$ BC tại E 0.5 điểm

$\Rightarrow$ I là trực tâm của $\Delta BCN \Rightarrow$ CI$\perp$BN (1) 0.5 điểm

Ta có:

$\left.\begin{array}{l} IN=\frac{1}{2}AB \\ CP=\frac{1}{2}CD \end{array}\right\}$ mà AB = CD $\Rightarrow$ IN = CP $\Rightarrow$ CINM là hình bình hành $\Rightarrow$CI // NP (2) 0.5 điểm

$\left.\begin{array}{l} IN // AB \\ AB // CP \end{array}\right\} \Rightarrow IN // CP$ 0.5 điểm

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ NP $\perp$ BN tại N $\Rightarrow$ $\widehat{BNP} = 90°$
0.5 điểm

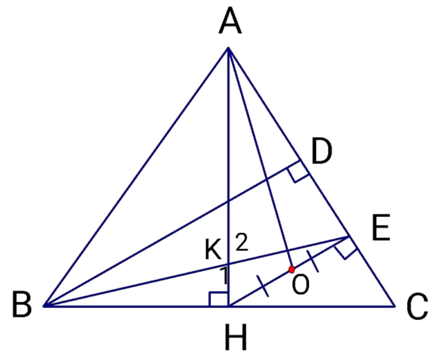
Bài 6:

Kẻ BD $\perp$ AC $\Rightarrow$ $\widehat{CBD} = \widehat{HAC}$ (cùng phụ với $\widehat{C}$)

$\Rightarrow$ $\Delta BDC \backsim \Delta EAH$ (gg) $\Rightarrow$ $\frac{BC}{AH} = \frac{CD}{EH}$
0.5 điểm

$\left.\Delta BDC \text{ có BH = HC (} \Delta ABC \text{ cân tại A)}\right\} \Rightarrow$ DE = EC = $\frac{CD}{2}$
0.5 điểm

HE // BD (cùng $\perp$ AC)



$\Rightarrow \frac{BC}{AH} = \frac{CD}{EH} = \frac{2CE}{2HO} = \frac{CE}{HO}$ 0.5 điểm

ΔCBE và ΔHAO có $\widehat{BCE} = \widehat{AHO}$ ($\Delta DBC \backsim \Delta EAH$)

$\frac{BC}{AH} = \frac{CE}{HO}$

$\Rightarrow$ $\Delta CBE \backsim \Delta HAO$ (c.g.c)

$\Rightarrow$ $\widehat{CBE} = \widehat{HAO}$ 0.5 điểm

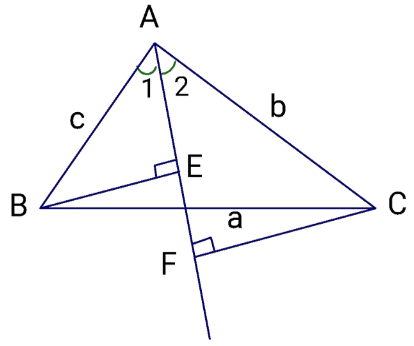
Gọi K là giao điểm của AH và BE.

Ta có: $\widehat{CBE} + \widehat{K_1} = 90°$

$\Rightarrow$ $\widehat{HAO} + \widehat{K_1} = 90°$ (Vì $\widehat{K_1} = \widehat{K_2}, \widehat{CBE} = \widehat{HAO}$) 0.5 điểm

$\Rightarrow$ AO $\perp$ BE.
0.5 điểm

Bài 7:



Kẻ phân giác AD của $\widehat{BAC}$
kẻ BE $\perp$ AD; CF $\perp$ AD
ΔBED vuông tại E $\Rightarrow$ BE $\le$ BD

ΔCFD vuông tại F $\Rightarrow$ CF $\le$ CD

$\Rightarrow$ BE + CF $\le$ BD + CD = a 0.5 điểm

ΔABE ($\hat{E}$ = 1v) $\Rightarrow$ BE = AB. SinA_1 = c. sin $\frac{A}{2}$ 0.5 điểm

ΔACF ($\hat{F}$ = 1V) $\Rightarrow$ CF = AC. SinA_2 = b. sin $\frac{A}{2}$ 0.5 điểm

$\Rightarrow$ BE + CF = (b + c) sin $\frac{A}{2}$ $\le$ a $\Rightarrow$ sin $\frac{A}{2}$ $\le$ $\frac{a}{b+c}$ 0.5 điểm

b>0; c>0 áp dụng bất đẳng thức Côsi: b + c $\ge 2\sqrt{bc}$ $\Rightarrow$ $\frac{a}{b+c} \le \frac{a}{2\sqrt{bc}}$ $\Rightarrow$ Sin $\frac{A}{2}$ $\le$ $\frac{a}{2\sqrt{bc}}$ 0.5 điểm

Tương tự ta cũng có: Sin $\frac{B}{2} \le \frac{b}{2\sqrt{ac}}$; Sin $\frac{C}{2} \le \frac{c}{2\sqrt{ab}}$

$\Rightarrow$ Sin $\frac{A}{2}$. Sin $\frac{B}{2}$. Sin $\frac{C}{2}$ $\le$ $\frac{a}{2\sqrt{bc}}$. $\frac{b}{2\sqrt{ac}}$. $\frac{c}{2\sqrt{ab}}$ = $\frac{1}{8}$ 0.5 điểm

****