

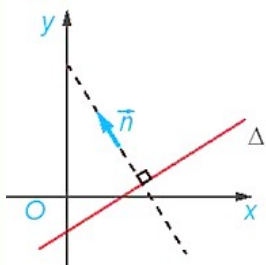
MỤC LỤC

	▶ BÀI 2. ĐƯỜNG THẲNG TRONG MẶT PHẪNG TOẠ ĐỘ.....	2
2	 Ⓐ. Tóm tắt kiến thức	
5	 Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản	
	•Dạng ❶: Phương trình đường thẳng.....	5
	•Dạng ❷: Vị trí tương đối của hai đường thẳng.....	9
	•Dạng ❸: Góc giữa hai đường thẳng.....	11
	•Dạng ❹: Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.....	12
13	 Ⓒ. Dạng toán rèn luyện	
	•Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	13
	•Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	55
	•Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	75

1. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng

Định nghĩa: Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là vectơ pháp tuyến (VTPT) của D nếu giá của nó vuông góc với D .



Nhận xét:

- ✓ Nếu $\vec{n}$ là một vtpt của đường thẳng d thì $k\vec{n}$, ($k \neq 0$) cũng là một vtpt của d .
- ✓ Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của đường thẳng d và $\vec{u}$ là một VTCP của đường thẳng d thì $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$
- ✓ Một đường thẳng xác định khi biết một VTPT và một điểm nó đi qua.

2. Phương trình tổng quát (PTTQ) của đường thẳng

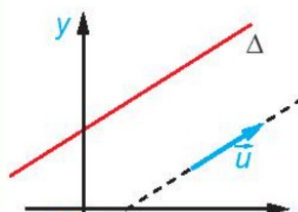
- ✓ Trong mặt phẳng tọa độ, mọi đường thẳng đều có phương trình tổng quát dạng $ax + by + c = 0$, với a và b không đồng thời bằng 0.
- ✓ Ngược lại, mỗi phương trình dạng $ax + by + c = 0$, với a và b không đồng thời bằng 0, đều là phương trình của một đường thẳng, nhận $\vec{n}(a; b)$ là một vectơ pháp tuyến.
- ✓ Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (A; B)$ thì có phương trình tổng quát là $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$.

- ✓ Ngược lại, trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy mọi phương trình dạng $Ax+By+C=0$ ($A^2+B^2 \neq 0$) đều là phương trình tổng quát của đường thẳng d có VTPT $\vec{n}=(A;B)$.
- ✓ Một số trường hợp đặc biệt của PTTQ $Ax+By+C=0$ ($A^2+B^2 \neq 0$) .
- ✓ Nếu $A=0$ phương trình trở thành $By+C=0 \Leftrightarrow y=\frac{-C}{B}$ đường thẳng song song với trục hoành Ox và cắt trục tung Oy tại điểm M .
- ✓ Nếu $B=0$ phương trình trở thành $Ax+C=0 \Leftrightarrow x=\frac{-C}{A}$ đường thẳng song song với trục tung Oy và cắt trục hoành Ox tại $M\left(\frac{-C}{A};0\right)$.
- ✓ Nếu $C=0$ phương trình trở thành $Ax+By=0$ đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$.
- ✓ Đường thẳng có dạng $y=ax+b$, (trong đó a được gọi là hệ số góc của đường thẳng) có VTPT là $\vec{n}=(1;a)$. Ngược lại đường thẳng có VTPT $\vec{n}=(A;B)$ thì có hệ số góc là $\frac{-A}{B}$.
- ✓ Đường thẳng d đi qua điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ có phương trình là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

Ø. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

①. Véc tơ chỉ phương của đường thẳng

✍ **Định nghĩa** Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng D nếu giá của nó song song hoặc trùng với D .



Nhận xét:

- ✓ Nếu u là một vtcp của đường thẳng d thì $ku, (k \neq 0)$ cũng là một véc tơ chỉ phương của d
- ✓ Một đường thẳng xác định khi biết một vtcp và một điểm mà nó đi qua.

②. Phương trình tham số của đường thẳng

- ✓ Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0)$ và có vectơ chỉ phương $u(a; b)$.
Khi đó điểm $M(x; y)$ thuộc đường thẳng Δ khi và chỉ khi tồn tại số thực t sao cho $\overrightarrow{AM} = tu$, hay

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (2)$$

- ✓ Hệ (2) được gọi là **phương trình tham số** của đường thẳng Δ (t là tham số).

- ✓ Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có vtcp $u = (a; b)$ thì có phương trình tham số là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (d)$. (Mỗi điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng tương ứng với duy nhất một số thực $t \in \mathbf{R}$ và ngược lại).

Nhận xét : $A \in d \Leftrightarrow A(x_0 + at; y_0 + bt), t \in \mathbf{R}$

- ✓ Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , mọi phương trình dạng $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ đều là phương trình của đường thẳng d có một vtcp là $u = (a; b)$.

③. LIÊN HỆ GIỮA VTCP VÀ VTPT

- ✓ Từ nhận xét “Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của đường thẳng d và $\vec{u}$ là một VTCP của đường thẳng d thì $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ ” ta rút ra được: nếu $\vec{n} = (A; B)$ là một VTPT của đường thẳng d thì một VTCP của d là $\vec{u} = (B; -A)$ (hoặc $\vec{u} = (-B; A)$)
- ✓ Từ nhận xét “Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của đường thẳng d và $\vec{u}$ là một VTCP của đường thẳng d thì $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ ” ta rút ra được: nếu $\vec{u} = (a; b)$ là một VTCP của đường thẳng d thì một VTPT của d là $\vec{n} = (-b; a)$ (hoặc $\vec{n} = (b; -a)$).
- ✓ Hai nhận xét trên giúp ích rất nhiều trong việc chuyển đổi qua lại giữa các dạng phương trình đường thẳng. Từ PTTQ ta có thể chuyển sang

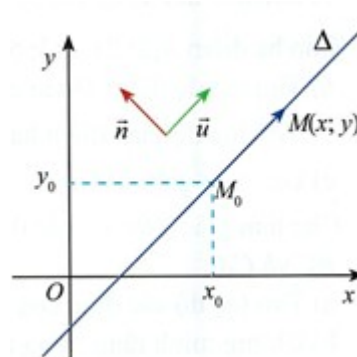
④. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng ①: Phương trình đường thẳng

✍ **Phương pháp**

✍ **Vector chỉ phương và vector pháp tuyến của đường thẳng**

- ✓ Vector $\vec{u}$ được gọi là vector chỉ phương của đường thẳng Δ nếu $\vec{u} \neq 0$ và giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với Δ .
- ✓ Vector $\vec{n}$ được gọi là vector pháp tuyến của đường thẳng Δ nếu $\vec{n} \neq 0$ và $\vec{n}$ vuông góc với vector chỉ phương của Δ .



✍ **Chú ý:**

- ✓ Nếu đường thẳng Δ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$ thì Δ sẽ nhận $\vec{u} = (b; -a)$ hoặc $\vec{u} = (-b; a)$ là một vector chỉ phương.
- ✓ Nếu $\vec{u}$ là vector chỉ phương của đường thẳng Δ thì $k\vec{u} (k \neq 0)$ cũng là vector chỉ phương của Δ .
- ✓ Nếu $\vec{n}$ là vector pháp tuyến của đường thẳng Δ thì $k\vec{n} (k \neq 0)$ cũng là vector pháp tuyến của Δ .

- ✓ Phương trình tham số của đường thẳng

- ✓ Trong mặt phẳng Oxy , ta gọi:

- ✓
$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases} \quad (\text{với } u_1^2 + u_2^2 > 0, t \in \mathbb{R})$$

- ✓ là phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$, có vectơ chỉ phương $u = (u_1; u_2)$

 Chú ý:

- ✓ Cho t một giá trị cụ thể thì ta xác định được một điểm trên đường thẳng Δ và ngược lại.

- ✓ Phương trình tổng quát của đường thẳng

- ✓ Trong mặt phẳng Oxy , mỗi đường thẳng đều có phương trình tổng quát dạng

- ✓ $ax + by + c = 0$ với a và b không đồng thời bằng 0.

 Chú ý:

- ✓ Mỗi phương trình $ax + by + c = 0$ (a và b không đồng thời bằng 0) đều xác định một đường thẳng có vectơ pháp tuyến $n = (a, b)$.

- ✓ Khi cho phương trình đường thẳng $ax + by + c = 0$, ta hiểu a và b không đồng thời bằng 0

- ✓ Liên hệ giữa đồ thị hàm số bậc nhất và đường thẳng

- ✓ Ta đã biết đồ thị của hàm số bậc nhất $y = kx + y_0$ ($k \neq 0$) là một đường thẳng d đi qua điểm $M(0; y_0)$ và có hệ số góc k . Ta có thể viết: $y = kx + y_0 \Leftrightarrow kx - y + y_0 = 0$.

- ✓ Như vậy, đồ thị hàm bậc nhất $y = kx + y_0$ là một đường thẳng có vectơ pháp tuyến $n = (k; -1)$ và có phương trình tổng quát là $kx - y + y_0 = 0$. Đường thẳng này không vuông góc với Ox và Oy .

- ✓ Ngược lại, cho đường thẳng d có phương trình tổng quát $ax + by + c = 0$ với a và b đều khác 0,

- ✓ khi đó ta có thể viết: $ax + by + c = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \Leftrightarrow y = kx + y_0$.

- ✓ Như vậy d là đồ thị của hàm bậc nhất $y = kx + y_0$ với hệ số góc $k = -\frac{a}{b}$ và tung độ gốc $y_0 = -\frac{c}{b}$.

 Chú ý:

- ✓ Nếu $a = 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình tổng quát $ax + by + c = 0$ trở thành $y = -\frac{c}{b}$.

- ✓ Khi đó d là đường thẳng vuông góc với Oy tại điểm $\left(0; -\frac{c}{b}\right)$

- ✓ Nếu $b = 0$ và $a \neq 0$ thì phương trình tổng quát $ax + by + c = 0$ trở thành $x = -\frac{c}{a}$.

- ✓ Khi đó d là đường thẳng vuông góc với Ox tại điểm $\left(-\frac{c}{a}; 0\right)$

- Trong cả hai trường hợp này, đường thẳng d không phải là đồ thị của hàm số bậc nhất.

Các ví dụ minh họa

Câu 1: a) Cho đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2} \right)$. Tìm vectơ chỉ phương của Δ .

b) Cho đường thẳng d có vectơ chỉ phương $u = (1; 3)$. Tìm hai vectơ pháp tuyến của d .

Lời giải

a) Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2} \right)$, suy ra Δ cũng có vectơ pháp tuyến $2\vec{n} = (1; -5)$ và có vectơ chỉ phương $u = (5; 1)$.

b) Hai vectơ pháp tuyến của d là: $\vec{n} = (3; -1); -\vec{n} = (-3; 1)$.

Câu 2: a) Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2; 7)$ và nhận $u = (-3; 5)$ làm vectơ chỉ phương.

b) Tìm tọa độ điểm M trên Δ , biết M có hoành độ bằng -4 .

Lời giải

a) Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 7 + 5t \end{cases}$

b) Thay $x = -4$ vào phương trình $x = 2 - 3t$, ta được $-4 = 2 - 3t$, suy ra $t = 2$.

Thay $t = 2$ vào phương trình $y = 7 + 5t$, ta được $y = 17$.

Vậy $M = (-4; 17)$.

Câu 3: Viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) Đường thẳng d đi qua điểm $A(2; 1)$ và có vectơ chỉ phương $u = (3; 2)$;

b) Đường thẳng d đi qua điểm $B(3; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (5; -2)$;

c) Đường thẳng d đi qua hai điểm $C(1; 1), D(3; 5)$.

Lời giải

a) Đường thẳng d đi qua điểm $A(2; 1)$ và có vectơ chỉ phương $u = (3; 2)$, nên ta có phương trình tham số của d là:

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$$

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $u = (3; 2)$ nên có vectơ pháp tuyến $n = (2; -3)$. Phương trình tổng quát của d là: $2(x - 2) - 3(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 1 = 0$.

b) Đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $n = (5; -2)$ nên có vectơ chỉ phương $u = (2; 5)$. Phương trình tham số của d là:

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$$

Phương trình tổng quát của d là: $5(x - 3) - 2(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 5x - 2y - 9 = 0$.

c) Đường thẳng d đi qua hai điểm $C(1; 1), D(3; 5)$ nên có vectơ chỉ phương $u = \overrightarrow{CD} = (2; 4)$ và có vectơ pháp tuyến $n = (4; -2)$.

Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$.

Phương trình tổng quát của d là:

$$4(x - 1) - 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 4x - 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0.$$

Nhận xét:

- Phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ có dạng:

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \quad (\text{với } x_B \neq x_A, y_B \neq y_A).$$

- Nếu đường thẳng Δ cắt trục Ox và Oy tại $A(a; 0)$ và $B(0; b)$ (a, b khác 0) thì

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1. \quad (1)$$

phương trình Δ có dạng:

Phương trình (1) còn được gọi là phương trình đoạn chắn.

Câu 4: Viết phương trình tổng quát của các đường thẳng là đồ thị các hàm số bậc nhất sau:

a) $d_1: y = 2x + 3$;

b) $d_2: y = -\frac{1}{2}x + 5$

c) $d_3: y = x$

Lời giải

a) Ta có $y = 2x + 3 \Leftrightarrow 2x - y + 3 = 0$.

Vậy phương trình tổng quát của d_1 là: $2x - y + 3 = 0$.

b) Ta có $y = -\frac{1}{2}x + 5 \Leftrightarrow x + 2y - 10 = 0$.

Vậy phương trình tổng quát của d_2 là: $x + 2y - 10 = 0$.

c) Ta có $y = x \Leftrightarrow x - y = 0$.

Vậy phương trình tổng quát của d_3 là: $x - y = 0$.

• Dạng 2: Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Phương pháp

- ✓ Nếu n_1 và n_2 cùng phương thì Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau. Lấy một điểm P tùy ý trên Δ_1 .
- ✓ Nếu $P \in \Delta_2$ thì $\Delta_1 \equiv \Delta_2$.
- ✓ Nếu $P \notin \Delta_2$ thì $\Delta_1 // \Delta_2$.
- ✓ Nếu n_1 và n_2 không cùng phương thì Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tại một điểm $M(x_0; y_0)$ với $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

Chú ý:

- ✓ a) Nếu $n_1 \cdot n_2 = 0$ thì $n_1 \perp n_2$, suy ra $\Delta_1 \perp \Delta_2$.
- ✓ b) Để xét hai vectơ $n_1(a_1; b_1)$ và $n_2(a_2; b_2)$ cùng phương hay không cùng phương, ta xét biểu thức $a_1b_2 - a_2b_1$:
- ✓ Nếu $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$ thì hai vectơ cùng phương.
- ✓ Nếu $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ thì hai vectơ không cùng phương.
- ✓ Trong trường hợp tất cả các hệ số a_1, a_2, b_1, b_2 đều khác 0, ta có thể xét hai trường hợp:
 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$
- ✓ Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ thì hai vectơ cùng phương.
- ✓ Nếu $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ thì hai vectơ không cùng phương.

Các ví dụ minh họa

Câu 1: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng Δ_1 và Δ_2 trong mỗi trường hợp sau:

a) $\Delta_1: 2x + y - 2 = 0$ và $\Delta_2: x - 2 = 0$;

b) $\Delta_1: 2x + y - 2 = 0$ và $\Delta_2: x - y - 1 = 0$

c) $\Delta_1: 2x + y - 2 = 0$ và $\Delta_2: 4x + 2y + 3 = 0$

$$d) \Delta_1: 2x + y - 2 = 0 \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$$

$$e) \Delta_1: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - 2t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = t' \end{cases}$$

Lời giải

a) Δ_1 và Δ_2 có vectơ pháp tuyến lần lượt là $n_1 = (2; 1)$ và $n_2 = (1; 0)$.

Ta có: $a_1b_2 - a_2b_1 = 2 \cdot 0 - 1 \cdot 1 = -1 \neq 0$, suy ra n_1 và n_2 là hai vectơ không cùng phương.

Vậy Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tại một điểm M . Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \text{ ta tìm được } M(2; -2).$$

b) Δ_1 và Δ_2 có vectơ pháp tuyến lần lượt là $n_1 = (2; 1)$ và $n_2 = (1; -1)$.

Ta có: $\frac{2}{1} \neq \frac{1}{-1}$, suy ra n_1 và n_2 là hai vectơ không cùng phương.

Vậy Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tại một điểm M . Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \text{ ta tìm được } M(1; 0).$$

c) Δ_1 và Δ_2 có vectơ pháp tuyến lần lượt là $n_1 = (2; 1)$ và $n_2 = (4; 2)$.

Ta có $\frac{2}{1} = \frac{4}{2}$, suy ra n_1 và n_2 là hai vectơ cùng phương. Vậy Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau. Lấy điểm $M(1; 0)$ thuộc Δ_1 , thay tọa độ của M vào phương trình Δ_2 , ta được $4 + 0 + 3 = 7 \neq 0$, suy ra M không thuộc Δ_2 . Vậy $\Delta_1 // \Delta_2$.

d) Δ_1 và Δ_2 có vectơ pháp tuyến lần lượt là $n_1 = (2; 1)$ và $n_2 = (6; 3)$.

Ta có $\frac{2}{1} = \frac{6}{3}$, suy ra n_1 và n_2 là hai vectơ cùng phương. Vậy Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau.

Lấy điểm $P(0; 2)$ thuộc Δ_2 , thay tọa độ của P vào phương trình Δ_1 , ta được $0 + 2 - 2 = 0$, suy ra P thuộc Δ_1 . Vậy $\Delta_1 \equiv \Delta_2$.

e) Δ_1 và Δ_2 có phương trình tổng quát lần lượt là $2x + y - 2 = 0$ và $x - 2y - 1 = 0$, có vectơ pháp tuyến lần lượt là $n_1 = (2; 1)$ và $n_2 = (1; -2)$.

Ta có $n_1 \cdot n_2 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$ nên n_1 và n_2 là hai vectơ vuông góc, suy ra $\Delta_1 \perp \Delta_2$.

Vậy Δ_1 và Δ_2 vuông góc và cắt nhau tại $M(1;0)$.

• Dạng ③: Góc giữa hai đường thẳng

✍ Phương pháp

- ✓ Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tạo thành bốn góc.
- ✓ Nếu Δ_1 không vuông góc với Δ_2 thì góc nhọn trong bốn góc đó được gọi là góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .
- ✓ Nếu Δ_1 vuông góc với Δ_2 thì ta nói góc giữa Δ_1 và Δ_2 bằng 90° .
- ✓ Ta quy ước: Nếu Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau thì góc giữa Δ_1 và Δ_2 bằng 0° .
- ✓ Như vậy góc α giữa hai đường thẳng luôn thoả mãn: $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.
- ✓ Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 được kí hiệu là (Δ_1, Δ_2) hoặc (Δ_1, Δ_2) .

✍ Công thức tính góc giữa hai đường thẳng

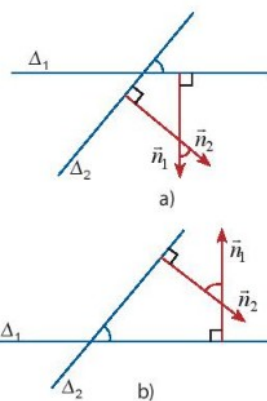
- ✓ Cho hai đường thẳng

$$\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad (a_1^2 + b_1^2 > 0)$$

$$\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0 \quad (a_2^2 + b_2^2 > 0)$$

có vectơ pháp tuyến lần lượt là n_1 và n_2 .

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$



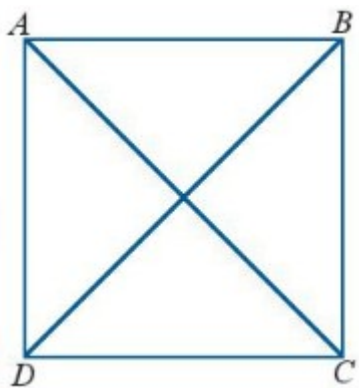
- ✍ **Nhận xét:** Nếu Δ_1, Δ_2 có vectơ chỉ phương u_1, u_2 thì $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(u_1, u_2)|$.

✍ Chú ý:

- ✓ Ta đã biết hai đường thẳng vuông góc khi và chỉ khi chúng có hai vectơ pháp tuyến vuông góc. Do đó:
- ✓ Nếu Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ thì ta có:
- ✓ $(\Delta_1, \Delta_2) = 90^\circ \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = 0$.
- ✓ Nếu Δ_1 và Δ_2 lần lượt có phương trình $y = k_1x + m_1$ và $y = k_2x + m_2$ thì ta có:
- ✓ $(\Delta_1, \Delta_2) = 90^\circ \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$.
- ✓ Nói cách khác, hai đường thẳng có tích các hệ số góc bằng -1 thì vuông góc với nhau.

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho hình vuông $ABCD$ (Hình), tính các góc: $(AB, AC), (AB, AD), (AB, DC), (AC, CD)$



Lời giải

Ta có:

$\angle BAC = 45^\circ$, suy ra $(AB, AC) = 45^\circ$.

AB vuông góc với AD , suy ra $(AB, AD) = 90^\circ$.

$AB \parallel DC$, suy ra $(AB, DC) = 0^\circ$.

$\angle ACD = 45^\circ$, suy ra $(AC, CD) = 45^\circ$.

Câu 2: Tìm số đo của góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 trong các trường hợp sau:

a) $d_1: 2x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 3x + y + 2022 = 0$

b) $d_1: x + 2y + 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 99 + 2t \end{cases}$

c) $d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 7t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2022 + 4t \\ y = 2023 - 14t \end{cases}$

Lời giải

a) Ta có: $\cos(d_1, d_2) = \frac{|2 \cdot 3 + 4 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 4^2} \sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{200}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $(d_1, d_2) = 45^\circ$.

b) d_2 có phương trình tổng quát là $2x - y + 99 = 0$. Ta có: $a_1 \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = 0$, suy ra $(d_1, d_2) = 90^\circ$.

c) Hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có vectơ chỉ phương là $u_1 = (2; -7), u_2 = (4; -14)$. Ta có $u_2 = 2u_1$, do đó $u_1 \parallel u_2$, suy ra $(d_1, d_2) = 0^\circ$.

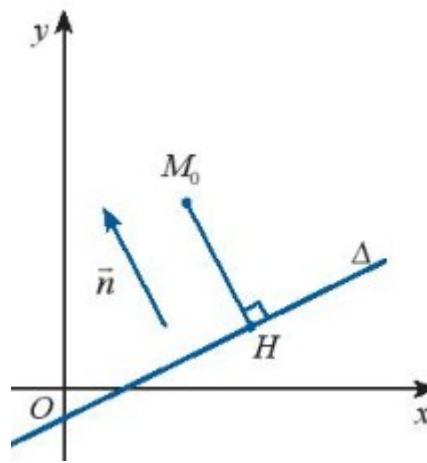
•Dạng ④: Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Phương pháp

- ✓ Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình $ax + by + c = 0 (a^2 + b^2 > 0)$ và điểm $M_0(x_0, y_0)$.

- ✓ Khoảng cách từ điểm M_0 đến đường thẳng Δ , kí hiệu là $d(M_0, \Delta)$, được tính bởi công thức:

$$d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tính khoảng cách từ các điểm $O(0;0), M(1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + 5 = 0$.

Lời giải

Ta có:
$$d(O, \Delta) = \frac{|4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{5}{5} = 1, d(M, \Delta) = \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

Câu 2: Trong một khu vực bằng phẳng, ta lấy hai trục vuông góc với nhau làm hai trục tọa độ và mỗi đơn vị độ dài trên trục tương ứng với $1km$. Cho biết với hệ trục tọa độ vừa chọn thì một trạm viễn thông T có tọa độ $(2;3)$. Một người đang gọi điện thoại di động trên chiếc xe khách chạy trên đoạn cao tốc có dạng một đường thẳng Δ có phương trình $6x + 8y - 5 = 0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông T .

Lời giải

Khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông T chính là khoảng cách từ T đến đường thẳng Δ . Ta có:

$$d(T, \Delta) = \frac{|6 \cdot 2 + 8 \cdot 3 - 5|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{31}{10} = 3,1(km).$$

Dạng toán rèn luyện

• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là

A. $n = (1; -2)$

B. $n = (2; 1)$

C. $n = (-2; 3)$

D. $n = (1; 3)$

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Cho đường thẳng $(d): 3x + 2y - 10 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của (d) ?

- A. $u = (3; 2)$. B. $u = (3; -2)$. C. $u = (2; -3)$. D. $u = (-2; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng (d) có một véc tơ pháp tuyến là $n = (3; 2)$ nên (d) có một véc tơ chỉ phương là $u = (2; -3)$.

Câu 3: Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 5 - \frac{1}{2}t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$ một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ có tọa độ

- A. $(5; -3)$. B. $(6; 1)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $(-5; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$\Delta: \begin{cases} x = 5 - \frac{1}{2}t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \left(-\frac{1}{2}; 3\right)$ suy ra có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left(3; \frac{1}{2}\right)$. Do đó đường thẳng Δ cũng có một vectơ pháp tuyến có tọa độ $(6; 1)$.

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy , Vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$?

- A. $\vec{n}(-2; -1)$. B. $\vec{n}(2; -1)$. C. $\vec{n}(-1; 2)$. D. $\vec{n}(1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Một VTCP của đường thẳng d là $\vec{u}(-1; 2) \Rightarrow$ một VTPT của d là $\vec{n}(-2; -1)$.

Câu 5: Vector chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$ là:

- A. $u = (-4; 3)$. B. $u = (4; 3)$. C. $u = (3; 4)$. D. $u = (1; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$ có vector chỉ phương là $u = (-4; 3)$.

Câu 6: Vector nào dưới đây là 1 vector chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox :

- A. $u = (1; 0)$. B. $u = (1; -1)$. C. $u = (1; 1)$. D. $u = (0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Vector $i = (1; 0)$ là một vector chỉ phương của trục Ox

Các đường thẳng song song với trục Ox có 1 vector chỉ phương là $u = i = (1; 0)$

Câu 7: Cho đường thẳng $d: 7x + 3y - 1 = 0$. Vector nào sau đây là Vector chỉ phương của d ?

- A. $u = (7; 3)$. B. $u = (3; 7)$. C. $u = (-3; 7)$. D. $u = (2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có 1 VTPT là $n = (7; 3)$ nên d có 1 VTCP là $u = (-3; 7)$.

Câu 8: Cho đường thẳng $d: 2x + 3y - 4 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của đường thẳng d ?

- A. $\vec{n}_1 = (3; 2)$. B. $\vec{n}_1 = (-4; -6)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -3)$. D. $\vec{n}_1 = (-2; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng $d: \vec{n}_1 = (-4; -6)$.

Câu 9: Cho đường thẳng $d: 5x + 3y - 7 = 0$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{n}_1 = (3; 5)$

B. $\vec{n}_2 = (3; -5)$

C. $\vec{n}_3 = (5; 3)$

D. $\vec{n}_4 = (-5; -3)$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d: 5x + 3y - 7 = 0$ có vec tơ pháp tuyến là: $\vec{n} = (5; 3)$.

Ta có: $\vec{n} \cdot \vec{n}_2 = 0$.

$\Rightarrow d$ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{n}_2 = (3; -5)$.

Câu 10: Cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$. Véc tơ nào sau đây **không** là véc tơ chỉ phương của Δ ?

A. $\vec{u} = (4; -2)$

B. $\vec{v} = (-2; -1)$

C. $\vec{m} = (2; 1)$

D. $\vec{q} = (4; 2)$

Lời giải

Chọn A

Nếu $\vec{u}$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ thì $k\vec{u}, \forall k \neq 0$ cũng là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Từ phương trình đường thẳng Δ ta thấy đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương có toạ độ là $(2; 1)$. Do đó véc tơ $\vec{u} = (4; -2)$ không phải là véc tơ chỉ phương của Δ .

Câu 11: Cho hai điểm $A = (1; 2)$ và $B = (5; 4)$. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là

A. $(-1; -2)$

B. $(1; 2)$

C. $(-2; 1)$

D. $(-1; 2)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{AB} = (4; 2) = 2(2; 1)$ suy ra vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n}_{AB} = (-1; 2)$.

Câu 12: Cho đường thẳng $d: 7x + 3y - 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là Vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u} = (7; 3)$

B. $\vec{u} = (3; 7)$

C. $\vec{u} = (-3; 7)$

D. $\vec{u} = (2; 3)$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có 1 VTPT là $n = (7; 3)$ nên d có 1 VTCP là $u = (-3; 7)$

Câu 13: Vectơ nào trong các vectơ dưới đây là vectơ pháp tuyến của đường thẳng $y + 2x - 1 = 0$?

- A. $(2; -1)$. B. $(1; 2)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-2; -1)$.

Lời giải

Chọn D

$(d): y + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 1 = 0$; (d) có VTPT là $n = (2; 1)$ hay $n' = (-2; -1)$

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - y + 1 = 0$, một vectơ pháp tuyến của d là

- A. $(-2; -1)$. B. $(2; -1)$. C. $(-1; -2)$. D. $(1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $n = (2; -1)$.

Câu 15: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: 2x - 3y + 4 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của d .

- A. $\vec{u}_4 = (3; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 3)$.
C. $\vec{u}_1 = (2; -3)$. D. $\vec{u}_3 = (3; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $(2; -3)$. Do đó $\vec{u}_3 = (3; 2)$ là một vectơ chỉ phương của d .

Câu 16: Vectơ nào sau đây là một Vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: 6x - 2y + 3 = 0$?

- A. $u(1; 3)$. B. $u(6; 2)$. C. $u(-1; 3)$. D. $u(3; -1)$.

Lời giải

Chọn A

+) Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ là $n(6; -2)$ nên vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $u(1; 3)$.

Câu 17: Cho hai điểm $M(2;3)$ và $N(-2;5)$. Đường thẳng MN có một vectơ chỉ phương là:

- A. $u=(4;2)$. B. $u=(4;-2)$. C. $u=(-4;-2)$. D. $u=(-2;4)$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{MN}=(-4;2)$. Do đó vectơ chỉ phương của MN là $u=(4;-2)$.

Câu 18: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2;3)$ và $B(4;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng AB ?

- A. $x+y-3=0$. B. $y=2x+1$. C. $\frac{x-4}{6}=\frac{y-1}{-4}$. D. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1-2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Bốn phương trình đã cho trong bốn phương án đều là phương trình của đường thẳng.

Thay lần lượt tọa độ của A , B vào từng phương án ta thấy tọa độ của cả A và B đều thỏa phương án D .

Câu 19: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1)$ và $B(2;5)$ là

- A. $\begin{cases} x=2t \\ y=-6t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=2+t \\ y=5+6t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1 \\ y=2+6t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(0;6)$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua A và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(0;6)$ là $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases}$

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(-6;2)$. Phương trình nào dưới đây không phải là phương trình tham số của đường thẳng AB ?

- A. $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1+t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-3t \\ y=t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=-6-3t \\ y=2+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

- **Cách 1:** Thay tọa độ các điểm A, B lần lượt vào các phương trình trong các phương án trên thì thấy phương án B không thỏa mãn.
- **Cách 2:** Nhận thấy rằng các phương trình ở các phương án A, C, D thì vectơ chỉ phương của các đường thẳng đó cùng phương, riêng chỉ có phương án B thì không. Do đó lựa chọn **B**.

Câu 21: Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(1; -2), N(4; 3)$ là

A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 4 + 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (3; 5)$ và đi qua $M(1; -2)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$.

Câu 22: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -1), B(-6; 2)$ là

A. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -6 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-9; 3) \Rightarrow \overrightarrow{u_{AB}} = (3; -1)$.

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - t \end{cases}$.

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ, cho hai điểm $A(3; 0), B(0; 2)$ và đường thẳng $d: x + y = 0$. Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ qua A và song song với d .

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -t \\ y = 3 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -t \\ y = 3 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có Δ song song với d nên $\Delta: x + y + C = 0 (C \neq 0)$.

Δ qua $A(3;0)$, suy ra $3+0+C=0 \Leftrightarrow C=-3$ (nhận)

Như vậy $\Delta: x+y-3=0$

Vậy Δ có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x=t \\ y=3-t \end{cases}$$

Câu 24: Cho đường thẳng d có phương trình tham số
$$\begin{cases} x=5+t \\ y=-9-2t \end{cases}$$
. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là
A. $2x+y-1=0$. **B.** $-2x+y-1=0$. **C.** $x+2y+1=0$. **D.** $2x+3y-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $(d): \begin{cases} x=5+t \\ y=-9-2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=x-5 \\ y=-9-2t \Rightarrow y=-9-2(x-5) \Rightarrow 2x+y-1=0 \end{cases}$.

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1;2)$. Gọi A, B là hình chiếu của M lên Ox, Oy . Viết phương trình đường thẳng AB .

A. $x+2y-1=0$. **B.** $2x+y+2=0$. **C.** $2x+y-2=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hình chiếu của điểm $M(1;2)$ lên Ox, Oy lần lượt là $A(1;0)$ và $B(0;2)$. Do đó phương

trình đường thẳng AB là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x+y-2=0$.

Câu 26: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=3-5t \\ y=1+4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $4x-5y-7=0$. **B.** $4x+5y-17=0$. **C.** $4x-5y-17=0$. **D.** $4x+5y+17=0$.

Lời giải

Chọn B

$d: \begin{cases} x=3-5t \\ y=1+4t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{3-x}{5} \\ t=\frac{y-1}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{3-x}{5} = \frac{y-1}{4} \Leftrightarrow 4x+5y-17=0$

Câu 27: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng d cắt hai trục Ox và Oy lần lượt tại hai điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ ($a \neq 0; b \neq 0$). Viết phương trình đường thẳng d .

- A. $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$. B. $d: \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1$. C. $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. D. $d: \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$.

Lời giải

Phương trình đoạn chắn của đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Câu 28: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4), B(-6;0)$ là:

- A. $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$. B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$. C. $\frac{-x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$. D. $\frac{-x}{6} + \frac{y}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $M(a;0), N(0;b)$ với $a, b \neq 0$ là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Áp dụng phương trình trên ta chọn phương án D.

Câu 29: Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x - 2y + 1 = 0$ là:

- A. $3x - 2y - 7 = 0$. B. $2x + 3y + 4 = 0$. C. $x + 3y + 5 = 0$. D. $2x + 3y - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Do $d \perp \Delta \Rightarrow \vec{n_d} \parallel \vec{n_\Delta}$ (2;3)

Mà đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ nên ta có phương trình:
 $2(x-1) + 3(y+2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 4 = 0$.

Vậy phương trình đường thẳng $d: 2x + 3y + 4 = 0$.

Câu 30: Cho đường thẳng $d: 8x - 6y + 7 = 0$. Nếu đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng d thì Δ có phương trình là

- A. $4x - 3y = 0$. B. $4x + 3y = 0$. C. $3x + 4y = 0$. D. $3x - 4y = 0$.

Lời giải

Chọn C

Vì Δ vuông góc với đường thẳng $d: 8x - 6y + 7 = 0$ nên phương trình $\Delta: 6x + 8y + C = 0$

Mà Δ đi qua gốc tọa độ nên ta có: $6.0 + 8.0 + C = 0 \Leftrightarrow C = 0$.

Vậy phương trình $\Delta: 6x + 8y = 0$ hay $\Delta: 3x + 4y = 0$

Câu 31: Đường thẳng đi qua điểm $A(1;11)$ và song song với đường thẳng $y = 3x + 5$ có phương trình là

- A. $y = 3x + 11$. B. $y = (-3x + 14)$. C. $y = 3x + 8$. D. $y = x + 10$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (d) là đường thẳng cần tìm. Vì (d) song song với đường thẳng $y = 3x + 5$ nên (d) có phương trình $y = 3x + a$, $a \neq 5$.

Vì (d) đi qua điểm $A(1;11)$ nên ta có $11 = 3 \cdot 1 + a \Rightarrow a = 8$.

Vậy phương trình đường thẳng (d) cần tìm là $y = 3x + 8$.

Câu 32: Trong hệ trục Oxy , đường thẳng d qua $M(1;1)$ và song song với đường thẳng $d': x + y - 1 = 0$ có phương trình là

- A. $x + y - 1 = 0$. B. $x - y = 0$. C. $-x + y - 1 = 0$. D. $x + y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Do đường thẳng d song song với đường thẳng $d': x + y - 1 = 0$ nên đường thẳng d nhận véc tơ $\vec{n} = (1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Khi đó đường thẳng d qua $M(1;1)$ và nhận véc tơ $\vec{n} = (1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là $x + y - 2 = 0$.

Câu 33: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x - y + 4 = 0$.

- A. $x + 2y = 0$. B. $x + 2y - 3 = 0$. C. $x + 2y + 3 = 0$. D. $x - 2y + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đường thẳng vuông góc với $2x - y + 4 = 0$ có phương trình $x + 2y + m = 0$, mà đường thẳng này đi qua điểm $I(-1;2)$, suy ra $-1 + 2.2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình $x + 2y - 3 = 0$.

Câu 34: Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hai điểm $M(1;0)$ và $N(0;2)$. Đường thẳng đi qua $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ và song song với đường thẳng MN có phương trình là

A. Không tồn tại đường thẳng như đề bài yêu cầu.

B. $2x + y - 2 = 0$.

C. $4x + y - 3 = 0$.

D. $2x - 4y + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Có $\overrightarrow{MN} = (-1; 2)$.

Đường thẳng (d) đi qua $A\left(\frac{1}{2};1\right)$ nhận $\overrightarrow{MN} = (-1; 2)$ làm vec tơ chỉ phương:

$$(d): 2\left(x - \frac{1}{2}\right) + y - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2 = 0 \quad (1)$$

Thử lại: thay tọa độ của M vào (1) thì nghiệm đúng (1) . Suy ra loại (1) .

Vậy không tồn tại đường thẳng như đề bài yêu cầu.

Câu 35: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - 5t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = t \end{cases}$

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua B và song song với AC . Ta có

$$\begin{cases} B(0;3) \in d \\ \overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{AC} = (-5; -1) = -1 \cdot (5; 1) \end{cases} \rightarrow d: \begin{cases} x = 5t \\ y = 3 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \rightarrow$$

Chọn A

Câu 36: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(3;2)$, $P(4;0)$ và $Q(0;-2)$. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với PQ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=3+4t \\ y=2-2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=3-2t \\ y=2+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \end{cases}$

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua A và song song với PQ .

Ta có: $\begin{cases} A(3;2) \in d \\ \vec{u_d} = \vec{PQ} = (-4; -2) = -2(2;1) \end{cases} \rightarrow d: \begin{cases} x=3+2t \\ y=2+t \end{cases}$

$-1 \equiv 2 \rightarrow M(-1;0) \in d \rightarrow d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Chọn C

Câu 37: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A(-2;1)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh CD là $\begin{cases} x=1+4t \\ y=3t \end{cases}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng chứa cạnh AB .

A. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=-2-2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=1-3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1-4t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1+4t \end{cases}$

Lời giải

$\begin{cases} A(-2;1) \in AB, \vec{u_{CD}} = (4;3) \\ AB \parallel CD \rightarrow \vec{u_{AB}} = -\vec{u_{CD}} = (-4; -3) \end{cases} \rightarrow AB: \begin{cases} x=-2-4t \\ y=1-3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Chọn B

Câu 38: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;2), B(3;1), C(5;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC ?

A. $2x+3y-8=0$

B. $2x+3y+8=0$

C. $3x-2y+1=0$

D. $2x+3y-2=0$

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{AH}$ là đường cao kẻ từ A của $\triangle ABC$. Ta có: $\vec{AH} \perp \vec{BC} \Rightarrow \text{vtpt } \vec{AH}$ là $\vec{BC} = (2;3)$.

$\vec{AH}: 2(x-1)+3(y-2)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-8=0.$

Phương trình

Câu 39: Cho $\triangle ABC$ có $A(2;-1), B(4;5), C(-3;2)$. Đường cao AH của $\triangle ABC$ có phương trình là

A. $7x+3y-11=0$

B. $-3x+7y+13=0$

C. $3x+7y+17=0$

D. $7x+3y+10=0$

Lời giải

Chọn A

Đường cao AH đi qua điểm $A(2; -1)$ và có VTPT là $\vec{BC} = (-7; -3)$.

Vậy phương trình AH là $-7(x - 2) - 3(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 7x + 3y - 11 = 0$.

Câu 40: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 2), B(3; 1), C(5; 4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC ?

- A. $2x + 3y - 8 = 0$ B. $2x + 3y + 8 = 0$
C. $3x - 2y + 1 = 0$ D. $2x + 3y - 2 = 0$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{BC} = (2; 3)$

Đường cao kẻ từ A của tam giác ABC nhận $\vec{BC} = (2; 3)$ làm vectơ pháp tuyến và đi qua điểm A nên có phương trình:
 $2(x - 1) + 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 8 = 0$.

Câu 41: Trong mặt phẳng cho tam giác ABC cân tại C có $B(2; -1), A(4; 3)$. Phương trình đường cao CH là

- A. $x - 2y - 1 = 0$ B. $x - 2y + 1 = 0$ C. $2x + y - 2 = 0$ D. $x + 2y - 5 = 0$

Lời giải

Chọn D

Tam giác ABC cân tại C nên H là trung điểm của AB và $CH \perp AB$.

Có $H(3; 1)$ và $\vec{AB} = (-2; -4) = -2(1; 2)$.

Vậy phương trình đường cao CH là $1(x - 3) + 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0$.

Câu 42: Cho ΔABC có $A(2; -1), B(4; 5), C(-3; 2)$. Phương trình tổng quát của đường cao BH là

- A. $3x + 5y - 37 = 0$ B. $5x - 3y - 5 = 0$ C. $3x - 5y - 13 = 0$ D. $3x + 5y - 20 = 0$

Lời giải

Chọn B

Do $BH \perp AC \Rightarrow$ Chọn VTPT của BH là $\vec{n}_{BH} = \vec{CA} = (5; -3)$.

Phương trình tổng quát của $BH: 5(x-4) - 3(y-5) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y - 5 = 0$.

Câu 43: Cho tam giác ABC có $A(1;1)$, $B(0;-2)$, $C(4;2)$. Lập phương trình đường trung tuyến của tam giác ABC kẻ từ A .

- A.** $x + y - 2 = 0$. **B.** $2x + y - 3 = 0$. **C.** $x + 2y - 3 = 0$. **D.** $x - y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi M là trung điểm của BC . Ta cần viết phương trình đường thẳng AM .

Ta có :

$$\begin{cases} B(0;-2) \\ C(4;2) \end{cases} \rightarrow M(2;0) \rightarrow \vec{u}_{AM} = \vec{AM} = (1;-1) \rightarrow \vec{n}_{AM} = (1;1) \rightarrow AM: x + y - 2 = 0.$$

Câu 44: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .

- A.** $7x + 3y - 11 = 0$. **B.** $-3x + 7y + 13 = 0$.
C. $3x + 7y + 1 = 0$. **D.** $7x + 3y + 13 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi h_A là đường cao kẻ từ A của tam giác ABC . Ta có

$$\begin{cases} A(2;-1) \in h_A \\ h_A \perp BC \rightarrow \vec{n}_{h_A} = \vec{BC} = (-7;-3) = -(7;3) \end{cases} \rightarrow h_A: 7x + 3y - 11 = 0.$$

Câu 45: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ B .

- A.** $3x - 5y - 13 = 0$. **B.** $3x + 5y - 20 = 0$.
C. $3x + 5y - 37 = 0$. **D.** $5x - 3y - 5 = 0$.

Lời giải

Gọi h_B là đường cao kẻ từ B của tam giác ABC . Ta có

$$\begin{cases} B(4;5) \in h_B \\ h_B \perp AC \rightarrow n_{h_B} = \vec{AC} = (-5; 3) \rightarrow h_B: 5x - 3y - 5 = 0. \end{cases}$$

Chọn D

Câu 46: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; -1)$, $B(4; 5)$ và $C(-3; 2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ C .

- A.** $x + y - 1 = 0$. **B.** $x + 3y - 3 = 0$. **C.** $3x + y + 11 = 0$. **D.** $3x - y + 11 = 0$.

Lời giải

Gọi h_C là đường cao kẻ từ C của tam giác ABC . Ta có

$$\begin{cases} C(-3; 2) \in h_C \\ h_C \perp AB \rightarrow n_{h_C} = \vec{AB} = (2; 6) = 2(1; 3) \rightarrow h_C: x + 3y - 3 = 0. \end{cases}$$

Chọn B

Câu 47: Cho tam giác ABC với $A(1; 1)$, $B(0; -2)$, $C(4; 2)$. Phương trình tổng quát của đường trung tuyến đi qua điểm B của tam giác ABC là

- A.** $7x + 7y + 14 = 0$. **B.** $5x - 3y + 1 = 0$. **C.** $3x + y - 2 = 0$. **D.** $-7x + 5y + 10 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm của cạnh $AC \Rightarrow M\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow \vec{BM} = \left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

Đường trung tuyến BM nhận $\vec{n} = (-7; 5)$ làm một vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình tổng quát của đường trung tuyến qua điểm B của tam giác ABC là:

$$-7x + 5(y + 2) = 0 \Leftrightarrow -7x + 5y + 10 = 0.$$

Câu 48: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; 3)$, $B(1; 0)$, $C(-1; -2)$. Phương trình đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC là:

- A.** $2x - y - 1 = 0$. **B.** $x - 2y + 4 = 0$. **C.** $x + 2y - 8 = 0$. **D.** $2x + y - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow I(0; -1)$

Ta có $\vec{AI} = (-2; -4) \Rightarrow \vec{n} = (2; -1)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng AI .

Phương trình đường thẳng AI là: $2(x-2)-(y-3)=0 \Leftrightarrow 2x-y-1=0$

Câu 49: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$ và $C(7;3)$. Viết phương trình tham số của đường trung tuyến CM của tam giác.

- A. $\begin{cases} x=7 \\ y=3+5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=3-5t \\ y=-7 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=7+t \\ y=3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2 \\ y=3-t \end{cases}$

Lời giải

$$\begin{cases} A(1;4) \\ B(3;2) \end{cases} \rightarrow M(2;3) \rightarrow \overrightarrow{MC} = (5;0) = 5(1;0) \rightarrow CM: \begin{cases} x=7+t \\ y=3 \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Chọn C

Câu 50: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;4)$, $B(5;0)$ và $C(2;1)$. Trung tuyến BM của tam giác đi qua điểm N có hoành độ bằng 20 thì tung độ bằng:

- A. -12. B. $-\frac{25}{2}$. C. -13. D. $-\frac{27}{2}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(2;4) \\ C(2;1) \end{cases} \rightarrow M\left(2; \frac{5}{2}\right) \rightarrow \overrightarrow{MB} = \left(3; -\frac{5}{2}\right) = \frac{1}{2}(6; -5) \rightarrow MB: \begin{cases} x=5+6t \\ y=-5t \end{cases}$$

$$N(20; y_N) \in BM \rightarrow \begin{cases} 20=5+6t \\ y_N=-5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{5}{2} \\ y_N=-\frac{25}{2} \end{cases} \rightarrow$$

Ta có:

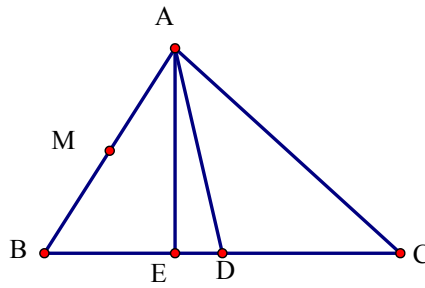
Chọn B

Câu 51: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB . Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x-2y-3=0$ và $6x-y-4=0$. Phương trình đường thẳng AC là

- A. $3x-4y-5=0$ B. $3x+4y+5=0$ C. $3x-4y+5=0$ D. $3x+4y-5=0$

Lời giải

Chọn C



+) Gọi AH và AD lần lượt là các đường cao và trung tuyến kẻ từ A của tam giác ABC .

+) Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ 6x - y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(1; 2)$.

+) M là trung điểm của AB nên $\begin{cases} x_B = 2x_M - x_A = 3 \\ y_B = 2y_M - y_A = -2 \end{cases} \Rightarrow B(3; -2)$.

+) Đường thẳng BC đi qua $B(3; -2)$ và vuông góc với đường thẳng AH : $6x - y - 4 = 0$ nên có phương trình $x - 3 + 6(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 6y + 9 = 0$.

+) D là giao điểm của BC và AN nên tọa độ D là nghiệm của hệ

$\begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ x + 6y + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow D\left(0; -\frac{3}{2}\right)$ mà D là trung điểm của BC suy ra $C(-3; -1)$

+) Đường thẳng AC đi qua $A(1; 2)$ và $C(-3; -1)$ có phương trình là $3x - 4y + 5 = 0$.

Câu 52: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB là $x - y - 2 = 0$, phương trình cạnh AC là $x + 2y - 5 = 0$. Biết trọng tâm của tam giác là điểm $G(3; 2)$ và phương trình đường thẳng BC có dạng $x + my + n = 0$. Tìm $m + n$.

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ nên $A(3; 1)$

Gọi $B(b; b - 2)$ và $C(5 - 2c; c)$, G là trọng tâm tam giác ABC nên b, c là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 5 - 2c + b + 3 = 9 \\ c + b - 2 + 1 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ c = 2 \end{cases}$$

Vậy $B(5;3); C(1;2) \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (-4; -1)$ chọn một vectơ pháp tuyến của đường thẳng BC là $\overrightarrow{n_{BC}} = (1; -4)$ suy ra phương trình đường thẳng $BC: 1(x-1) - 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow BC: x - 4y + 7 = 0$.

Câu 53: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A\left(\frac{7}{4}; 3\right)$, $B(1;2)$ và $C(-4;3)$. Phương trình đường phân giác trong của góc A là:

- A.** $4x + 2y - 13 = 0$. **B.** $4x - 8y + 17 = 0$. **C.** $4x - 2y - 1 = 0$. **D.** $4x + 8y - 31 = 0$.

Lời giải

$$\begin{cases} A\left(\frac{7}{4}; 3\right), B(1;2) \rightarrow AB: 4x - 3y + 2 = 0 \\ A\left(\frac{7}{4}; 3\right), C(-4;3) \rightarrow AC: y - 3 = 0 \end{cases}$$

Suy ra các đường phân giác góc A là:

$$\frac{|4x - 3y + 2|}{5} = \frac{|y - 3|}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y - 13 = 0 \rightarrow f(x; y) = 4x + 2y - 13 \\ 4x - 8y + 17 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} f(B(1;2)) = -5 < 0 \\ f(C(-4;3)) = -23 < 0 \end{cases}$$

suy ra đường phân giác trong góc A là $4x - 8y + 17 = 0$. **Chọn B**

Câu 54: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;5)$, $B(-4; -5)$ và $C(4; -1)$. Phương trình đường phân giác ngoài của góc A là:

- A.** $y + 5 = 0$. **B.** $y - 5 = 0$. **C.** $x + 1 = 0$. **D.** $x - 1 = 0$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(1;5), B(-4; -5) \rightarrow AB: 2x - y + 3 = 0 \\ A(1;5), C(4; -1) \rightarrow AC: 2x + y - 7 = 0 \end{cases}$$

Suy ra các đường phân giác góc A là:

$$\frac{|2x - y + 3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x + y - 7|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \rightarrow f(x; y) = x - 1 \\ y - 5 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f(B(-4; -5)) = -5 < 0 \\ f(C(4; -1)) = 3 > 0 \end{cases}$$

suy ra đường phân giác ngoài góc A là $y - 5 = 0$. **Chọn B**

Câu 55: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 3x - 4y - 3 = 0$ và $d_2: 12x + 5y - 12 = 0$. Phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

- A.** $3x + 11y - 3 = 0$. **B.** $11x - 3y - 11 = 0$. **C.** $3x - 11y - 3 = 0$. **D.** $11x + 3y - 11 = 0$.

Lời giải

Các đường phân giác của các góc tạo bởi

$d_1: 3x - 4y - 3 = 0$ và $d_2: 12x + 5y - 12 = 0$ là:

$$\frac{|3x - 4y - 3|}{5} = \frac{|12x + 5y - 12|}{13} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 11y - 3 = 0 \\ 11x - 3y - 11 = 0 \end{cases}$$

Gọi $I = d_1 \cap d_2 \rightarrow I(1; 0)$; $d: 3x + 11y - 3 = 0 \rightarrow M(-10; 3) \in d$,

Gọi H là hình chiếu của M lên d_1 .

Ta có: $IM = \sqrt{130}$, $MH = \frac{|-30 - 12 - 3|}{5} = 9$, suy ra

$$\sin \angle MIH = \frac{MH}{IM} = \frac{9}{\sqrt{130}} \rightarrow \angle MIH > 52^\circ \rightarrow 2\angle MIH > 90^\circ.$$

Suy ra $d: 3x + 11y - 3 = 0$ là đường phân giác góc tù, suy ra đường phân giác góc nhọn là $11x - 3y - 11 = 0$. **Chọn B**

Câu 56: Cho tam giác ABC có phương trình cạnh $AB: 3x - 4y - 9 = 0$, cạnh $AC: 8x - 6y + 1 = 0$, cạnh $BC: x + y - 5 = 0$. Phương trình đường phân giác trong của góc A là:

- A.** $14x + 14y - 17 = 0$. **B.** $2x - 2y - 19 = 0$. **C.** $2x + 2y + 19 = 0$. **D.** $14x - 14y - 17 = 0$.

Lời giải

Chọn D

$$AB: 3x - 4y - 9 = 0$$

$$AC: 8x - 6y + 1 = 0$$

Phương trình các đường phân giác của góc A của ΔABC là:

$$\frac{3x - 4y - 9}{5} = \pm \frac{8x - 6y + 1}{10} \Leftrightarrow 2(3x - 4y - 9) = \pm(8x - 6y + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 19 = 0 (\Delta_1) \\ 14x - 14y - 17 = 0 (\Delta_2) \end{cases}$$

Có $\{B\} = AB \cap BC$. Suy ra $B\left(\frac{29}{7}; \frac{6}{7}\right)$.

Có $\{C\} = AC \cap BC$. Suy ra $C\left(\frac{29}{14}; \frac{41}{14}\right)$.

Xét $(\Delta_1): 2x + 2y + 19 = 0$ có $t_B, t_C = \left(2 \cdot \frac{29}{14} + 2 \cdot \frac{41}{14} + 19\right) \left(2 \cdot \frac{29}{14} + 2 \cdot \frac{41}{14} + 19\right) > 0$.

Suy ra B, C nằm về cùng một phía đối với (Δ_1) , nên (Δ_1) là đường phân giác ngoài của góc A .

Vậy đường phân giác trong của góc A là $(\Delta_2): 14x - 14y - 17 = 0$.

Câu 57: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; -2)$, $B(2; -3)$, $C(3; 0)$. Phương trình đường phân giác ngoài góc A của tam giác ABC là

A. $x = 1$. **B.** $y = -2$. **C.** $2x + y = 0$. **D.** $4x + y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Bài toán tổng quát:

Gọi d là phân giác ngoài góc A của tam giác ABC .

Đặt $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{AB} \cdot AB$, $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{AC} \cdot AC$ và $\vec{AD} = \vec{AE} + \vec{AF}$.

Khi đó tứ giác $AEDF$ là hình thoi (vì $AE = AF = 1$).

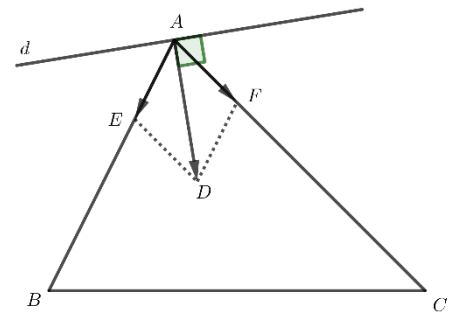
(Hình bình hành có 2 cạnh kề bằng nhau).

Suy ra tia AD là tia phân giác trong góc EAF .

Do đó: $AD \perp d$. Nên $\vec{AD}$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng d .

Áp dụng: $\begin{cases} \vec{AB} = (1; -1), AB = \sqrt{2} \\ \vec{AC} = (2; 2), AC = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \vec{AD} = (\sqrt{2}; 0) = \sqrt{2}(1; 0)$.

Xem đáp án chỉ có đáp án A có vectơ pháp tuyến là $(1; 0)$.



Câu 58: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với đỉnh $A(2; 4)$, trọng tâm $G\left(\frac{2}{3}; \frac{20}{3}\right)$. Biết rằng đỉnh B nằm trên đường thẳng (d) có phương trình

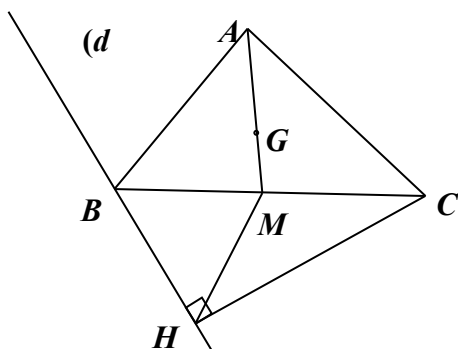
$x + y + 2 = 0$ và đỉnh C có hình chiếu vuông góc trên (d) là điểm $H(2; -4)$.

Giả sử $B(a; b)$, khi đó $T = a - 3b$ bằng

A. $T = 4$. **B.** $T = -2$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = 0$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Ta có

$$\vec{AM} = \frac{3}{2} \vec{AG} \Rightarrow \begin{cases} x_M - 2 = \frac{3}{2}(2 - 2) \\ y_M - 4 = \frac{3}{2}(-2 - 4) \end{cases}, \text{ suy ra } M(2; -1).$$

$\vec{HM} = (0; 3)$ suy ra HM không vuông góc với (d) nên B không trùng với H .
 $B(a; b) \in (d) \Rightarrow b = -a - 2$.

Tam giác BHC vuông tại H và CM là trung tuyến nên ta có

$$MB = MH \Rightarrow (a - 2)^2 + (a + 1)^2 = 9 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Suy ra $B(-1; -1)$ và $T = a - 3b = 2$.

Câu 59: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng $d: 2x + y + 5 = 0$ và điểm $A(-4; 8)$. Gọi M đối xứng với B qua C , điểm $N(5; -4)$ là hình chiếu vuông góc của B lên đường thẳng MD . Biết tọa độ $C(m; n)$, giá trị của $m - n$ là

A. 6.

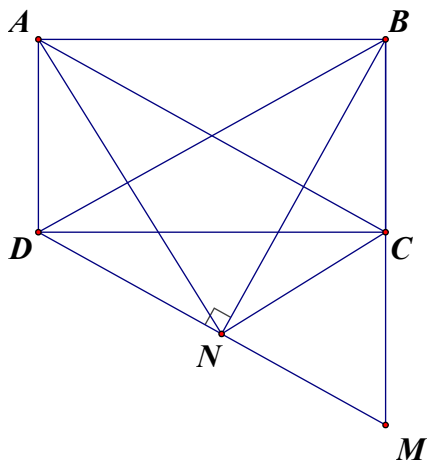
B. -6.

C. 8.

D. 7

Lời giải

Chọn C



Gọi $C(t; -2t - 5) \in (d)$.

Dễ thấy hai tứ giác $BCND$ và $ADNB$ nội tiếp.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \overline{BNC} = \overline{BDC} \\ \overline{BNA} = \overline{BDA} \end{cases} \Rightarrow \angle ANC = 90^\circ \Leftrightarrow CN \perp AN.$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{AN} = 0 \Leftrightarrow 9(5 - t) - 12(2t + 1) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow C(1; -7).$$

$$\text{Vậy } m - n = 1 + 7 = 8$$

Câu 60: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A .

A. $A(1; -1)$ hoặc $A(4; -5)$.

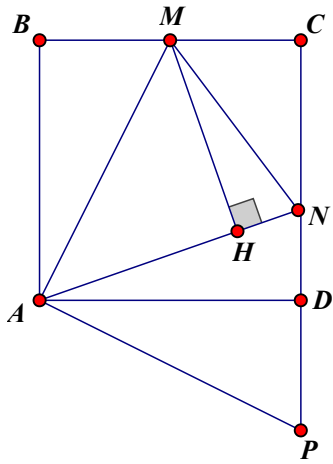
B. $A(1; -1)$ hoặc $A(-4; -5)$.

C. $A(1; -1)$ hoặc $A(4; 5)$.

D. $A(1; 1)$ hoặc $A(4; 5)$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $a > 0$ là độ dài cạnh của hình $ABCD$.

Trên tia đối của tia DC lấy điểm P sao cho $DP = \frac{1}{2}a$.

Tam giác MCN có $MN = \sqrt{MC^2 + CN^2} = \frac{5}{6}a$.

Tam giác ANP có $NP = ND + DP = \frac{5}{6}a$.

Vậy $\triangle AMN = \triangle APN$ (c.c.c) suy ra $\angle MAN = 45^\circ$.

Suy ra với H là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng AP thì tam giác AHM vuông cân tại H .

Tính được $H\left(\frac{5}{2}; 2\right)$, $HM = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ suy ra tọa độ A là nghiệm của hệ phương

$$\begin{cases} \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 = \frac{45}{4} \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \\ x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

trình

Câu 61: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$; các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD ; CM cắt DN tại điểm $I(5; 2)$. Biết $P\left(\frac{11}{2}; \frac{11}{2}\right)$ và điểm A có hoành độ âm. Tọa độ điểm A và D là:

A. $A(-2; 3)$ và $D(3; 8)$.

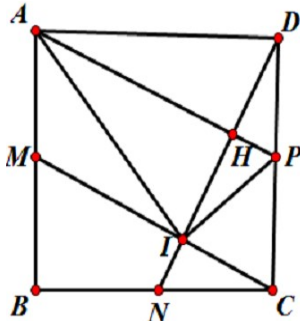
B. $A(-2; 3)$ và $D(-3; 8)$.

C. $A(-2; 3)$ và $D(3; -8)$.

D. $A(-2; -3)$ và $D(3; 8)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là giao điểm của ND, AP

Ta có: $\triangle MBC = \triangle NCD$ (c - g - c) nên $\angle MCB = \angle NDC$.

Mà $\angle MCB + \angle MCD = 90^\circ \Rightarrow \angle NDC + \angle MCD = 90^\circ \Rightarrow \angle DIC = 90^\circ \Rightarrow ND \perp MC \Rightarrow ID \perp AP$ (1)

Do $AMCP$ là hình bình hành nên $AP \parallel MC \Rightarrow HP \parallel IC$ suy ra H là trung điểm của ID (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow AP$ là đoạn trung trực của $ID \Rightarrow \triangle ADP = \triangle AIP \Rightarrow AI \perp IP$,
 $AI = 2IP = 2 \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$.

Phương trình đường thẳng $AI: \begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = 2 - t \end{cases}$.

$A \in AI, A \neq I, x_A < 0 \Leftrightarrow A(5 + 7t; 2 - t), 5 + 7t < 0$.

$$AI = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow 50t^2 = 50 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (nhâi)} \\ t = 1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$t = -1 \Rightarrow A(-2; 3)$$

$$AP: x - 3y + 11 = 0, \quad DN: 3x + y - 17 = 0$$

$$H = AP \cap DN \Rightarrow \text{Tọa độ của } H \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x - 3y + 11 = 0 \\ 3x + y - 17 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$H(4; 5), I(5; 2) \Rightarrow D(3; 8)$$

Vậy $A(-2; 3), D(3; 8)$.

Câu 62: Trên mặt phẳng Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh

BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường

thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Gọi $P(a; b)$ là giao điểm của AN và BD . Giá trị $2a + b$ bằng

A. 6

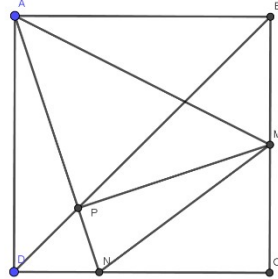
B. 5.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn D



Ta chứng minh được $MP \perp AN$, nên P là hình chiếu của M trên AN .

(Thật vậy gán hệ trục tọa độ Dxy , $D(0;0), C(1;0), B(1;1), A(0;1)$. Khi đó $M\left(1; \frac{1}{2}\right); N\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

Phương trình đường thẳng $BD: y = x$. Phương trình đường thẳng $AN: 3x + y = 1$.

Điểm $P\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$. Khi đó $\vec{MP} = \left(\frac{-3}{4}; \frac{-1}{4}\right); \vec{AN} = \left(\frac{1}{3}; -1\right) \Rightarrow \vec{MP} \cdot \vec{AN} = 0 \Rightarrow MP \perp AN$ (đpcm).

Phương trình đường thẳng MP qua M và vuông góc với AN là $x + 2y - \frac{13}{2} = 0$.

P là giao điểm MP và AN nên tọa độ P là nghiệm hệ
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$
.

Từ đó: $a = \frac{5}{2}, b = 2 \Rightarrow 2a + b = 7$.

Câu 63: Trong mặt phẳng tọa độ với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có

điểm $H(1; 2)$ là hình chiếu vuông góc của A lên BD . Điểm $M\left(\frac{9}{2}; 3\right)$ là trung điểm cạnh BC . Phương trình đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ADH là $4x + y - 4 = 0$. Biết điểm D có tọa độ là $(x_D; y_D)$ tính giá trị biểu thức $S = 4x_D^2 + y_D^2$.

A. $S = 3$.

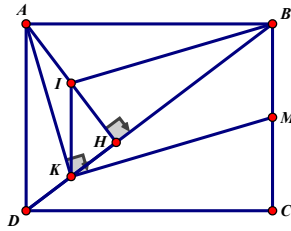
B. $S = 4$.

C. $S = 6$.

D. $S = 5$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AH và $DH \Rightarrow IK \parallel \frac{1}{2}AD \Rightarrow IK \parallel BM \Rightarrow$ tứ giác $IBMK$ là hình bình hành $\Rightarrow BI \parallel MK$. (1)

Do $IK \parallel AD$ và $AD \perp AB \Rightarrow IK \perp AB \Rightarrow I$ là trực tâm tam giác $ABK \Rightarrow BI \perp AK$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $MK \perp AK$.

Phương trình $AK: 4x + y - 4 = 0$, suy ra phương trình $MK: 2x - 8y + 15 = 0$.

Tọa độ điểm K là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 4x + y - 4 = 0 \\ 2x - 8y + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow K\left(\frac{1}{2}; 2\right)$$

$$\begin{cases} x_D = 2x_K - x_H = 0 \\ y_D = 2y_K - y_H = 2 \end{cases} \Rightarrow D(0; 2) \Rightarrow P = 4.$$

Do đó

Câu 64: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho hình chữ nhật ABCD có điểm C thuộc đường thẳng $d: 2x + y + 5 = 0$ và điểm $A(-4; 8)$. Gọi M là điểm đối xứng với B qua C, điểm $N(5; -4)$ là hình chiếu vuông góc của B lên đường thẳng MD. Biết tọa độ $C(m; n)$, giá trị của $m - n$ là:

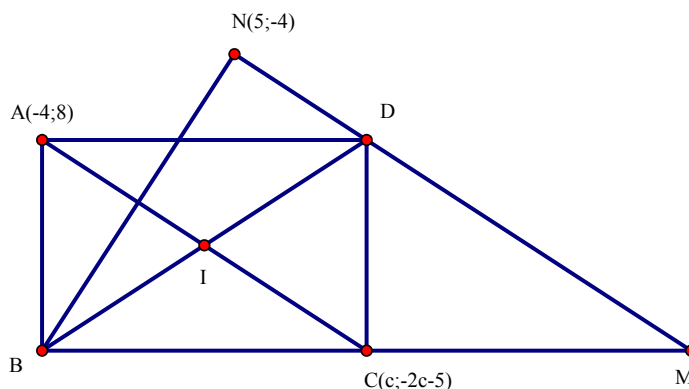
A. 6.

B. -6.

C. 8.

D. 7.

Lời giải



Chọn C

Gọi $I(a; b)$ là trung điểm BD

Có $\angle BAD = \angle BND = 90^\circ$. Suy ra $BAND$ nội tiếp đường tròn đường kính BD , tâm I

$$\text{Có } IA = IN \Leftrightarrow (a+4)^2 + (b-8)^2 = (a-5)^2 + (b+4)^2 \Leftrightarrow 6a - 8b + 13 = 0$$

Có I là trung điểm AC . Nên $C(2a+4; 2b-8)$

$$\text{Có } C \in d. \text{ Suy ra } 2(2a+4) + (2b-8) + 5 = 0 \Leftrightarrow 4a + 2b + 5 = 0$$

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} 6a - 8b + 13 = 0 \\ 4a + 2b + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Có } m - n = (2a+4) - (2b-8) = 8$$

Câu 65: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BC và BD ; gọi P là giao điểm của MN và AC . Biết đường thẳng AC có phương trình $x - y - 1 = 0$, $M(0; 4)$, $N(2; 2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A, B .

A. $P\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right), A(0; -1), B(4; 1)$.

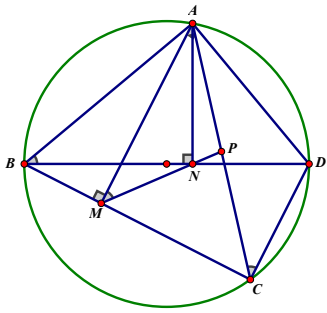
B. $P\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right), A(0; -1), B(-1; 4)$.

C. $P\left(\frac{5}{3}; \frac{3}{2}\right), A(0; -1), B(-1; 4)$.

D. $P\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right), A(-1; 0), B(4; 1)$.

Lời giải

Chọn B



* Ta chứng minh P là trung điểm của AC .

Thật vậy: do các tứ giác $ABMN, ABCD$ là các tứ giác nội tiếp nên $\widehat{AMP} = \widehat{ABN} = \widehat{ACD}$

Lại do : $AM \parallel CD$ (cùng vuông góc với BC) nên $\widehat{ACD} = \widehat{CAM} \Rightarrow \widehat{PAM} = \widehat{PMA} \Rightarrow \triangle PAM$ cân tại $P \Rightarrow PA = PM$. Đồng thời $\triangle PCM$ cân tại P nên $PC = PM \Rightarrow PA = PC$ hay P là trung điểm của AC .

- Ta có : $\overrightarrow{MN} = (2; -2) \Rightarrow$ đường thẳng MN có phương trình: $x + y - 4 = 0$

$$\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow P = \left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2} \right)$$

Điểm P có tọa độ là nghiệm của hệ

- Do $A \in AC : x - y - 1 = 0 \Rightarrow A = (a; a - 1)$ (với $a < 2$)

- Do $PA = PM \Leftrightarrow \left(a - \frac{5}{2} \right)^2 + \left(a - \frac{5}{2} \right)^2 = \frac{25}{2} \Leftrightarrow \left(a - \frac{5}{2} \right)^2 = \frac{25}{4}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \\ a - \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow A = (0; -1) \Rightarrow C = (5; 4)$$

- Do BC đi qua $M(0; 4)$ và $C(5; 4)$ nên BC có phương trình: $y - 4 = 0$.

- Lại có: $\overrightarrow{AN} = (2; 3)$ là vectơ pháp tuyến của BD nên phương trình BD là: $2x + 3y - 10 = 0$

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình:

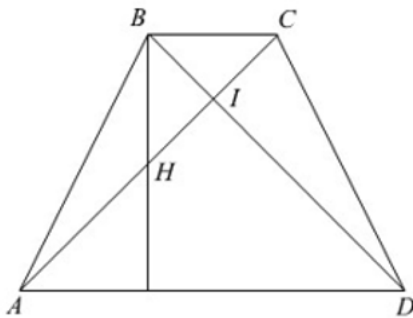
$$\begin{cases} y - 4 = 0 \\ 2x + 3y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow B = (-1; 4)$$

Vậy $P\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right), A(0; -1), B(-1; 4)$.

Câu 66: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x + 2y - 6 = 0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và D .

- A. $C(-1; 6), D(4; 1)$ và $C(-1; 6), D(-8; 7)$. B. $C(1; 6), D(-4; 1)$ và $C(1; 6), D(-8; 7)$.
C. $C(1; 6), D(-4; 1)$ và $C(1; 6), D(8; 7)$. D. $C(-1; 6), D(4; -1)$ và $C(-1; 6), D(8; -7)$.

Lời giải.



Gọi I là giao điểm của AC và $BD \Rightarrow IB = IC$.

Mà $IB \perp IC$ nên $\triangle IBC$ vuông cân tại $I \Rightarrow \angle ICB = 45^\circ$.

$BH \perp AD \Rightarrow BH \perp BC \Rightarrow \triangle HBC$ vuông cân tại $B \Rightarrow I$ là trung điểm của đoạn thẳng HC .

Do $CH \perp BD$ và trung điểm I của CH thuộc BD nên tọa độ điểm C thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 2(x+3) - (y-2) = 0 \\ \frac{x-3}{2} + 2\left(\frac{y+2}{2}\right) - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 6).$$

Ta có: $\frac{IC}{ID} = \frac{IB}{ID} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow ID = 3IC \Rightarrow CD = \sqrt{IC^2 + ID^2} = IC\sqrt{10} = \frac{CH\sqrt{10}}{2} = 5\sqrt{2}$.

Ta có: $D(6-2t; t)$ và $CD = 5\sqrt{2}$ suy ra $(7-2t)^2 + (t-6)^2 = 50 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 7 \end{cases}$.

Do đó: $D(4; 1)$ hoặc $D(-8; 7)$.

Câu 67: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$. Các đường

$$x + 3y = 0 \quad x - y + 4 = 0$$

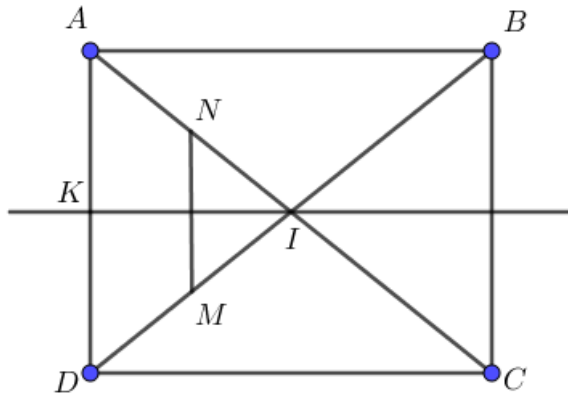
thẳng AC và AD lần lượt có phương trình là và ; đường

$$M\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$$

thẳng BD đi qua điểm . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** Tọa độ trọng tâm của tam giác BCD là $G\left(\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$
- B.** Tọa độ trọng tâm của tam giác ACD là $G\left(-\frac{1}{3}; -1\right)$
- C.** Tọa độ trọng tâm của tam giác ABD là $G(-1; 3)$
- D.** Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{1}{3}; -1\right)$

Lời giải



+ Tọa độ điểm A thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x + 3y = 0 \\ x - y + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(-3; 1)$$

+ Gọi N là điểm thuộc AC sao cho MN//AD. Suy ra MN có phương trình là:

$$x - y + \frac{4}{3} = 0$$

Vì N thuộc AC nên tọa độ điểm N thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x - y + \frac{4}{3} = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow N\left(-1; \frac{1}{3}\right)$$

Đường trung trực Δ của MN đi qua trung điểm của MN và vuông góc với AD, nên ta có phương trình $x + y = 0$

Gọi I, K lần lượt là giao điểm của Δ với AC và AD.

$$\text{Suy ra tọa độ điểm I thỏa mãn hệ } \begin{cases} x+y=0 \\ x+3y=0 \end{cases} \Rightarrow I(0;0)$$

$$\text{Tọa độ điểm K thỏa mãn hệ } \begin{cases} x+y=0 \\ x-y+4=0 \end{cases} \Rightarrow K(-2;2)$$

Ta có

$$\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI} \Rightarrow C(3; -1); \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AK} \Rightarrow D(-1; 3); \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \Rightarrow B(1; -3)$$

$$\text{Vậy tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là } G\left(\frac{1}{3}; -1\right)$$

Câu 68: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(1; -1)$ và $B(3; 4)$. Gọi (d) là một đường thẳng bất kì luôn đi qua B. Khi khoảng cách từ A đến đường thẳng (d) đạt giá trị lớn nhất, đường thẳng (d) có phương trình nào dưới đây?

A. $x - y + 1 = 0$. **B.** $3x + 4y = 25$. **C.** $5x - 2y - 7 = 0$. **D.** $2x + 5y - 26 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu của điểm A lên đường thẳng (d) . Khi đó ta có:
 $d(A, (d)) = AH \leq AB = \sqrt{(3-1)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{29}$. Do đó khoảng cách từ A đến đường thẳng (d) đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{29}$ khi $H \equiv B$ hay $(d) \perp AB$ tại B.

Vì vậy (d) đi qua B và nhận $\overrightarrow{AB} = (2; 5)$ làm VTPT.

Do đó phương trình của đường thẳng (d) là
 $2(x-3) + 5(y-4) = 0 \Leftrightarrow 2x + 5y - 26 = 0$.

Câu 69: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x + (m-1)y + m = 0$ (m là tham số bất kì) và điểm $A(5; 1)$. Khoảng cách lớn nhất từ điểm A đến Δ bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $4\sqrt{10}$. **D.** $3\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

$$\Delta: x + (m-1)y + m = 0 \Leftrightarrow (y+1)m + x - y = 0 \quad \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Suy ra Δ luôn đi qua điểm cố định $H(-1; -1)$.

Khi đó, với mọi $M \in \Delta$, ta có $d(A; \Delta) = AM \leq AH$.

Giá trị lớn nhất của $d(A; \Delta) = AH$ khi $M \equiv H \Rightarrow \max d(A, \Delta) = AH = 2\sqrt{10}$.

Câu 70: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2; 1), B(9; 6)$. Điểm $M(a; b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.

- A.** -7. **B.** -9. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Gọi A' đối xứng A qua d ta có $A'(0; 3)$ khi đó điểm $M = A'B \cap d$

Tìm được $M(3; 4)$.

Câu 71: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 4y + 15 = 0$ và điểm $A(2; 0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d để đoạn AM có độ dài nhỏ nhất.

- A.** $M(-15; 0)$ **B.** $M(5; 5)$ **C.** $M(0; 3)$ **D.** $M(1; 4)$

Lời giải

Chọn D

Điểm $M \in d \Leftrightarrow M(4t - 15; t)$

Ta có: $AM = \sqrt{(4t - 17)^2 + t^2} = \sqrt{17(t^2 - 8t + 17)} = \sqrt{17[(t - 4)^2 + 1]} \geq \sqrt{17}, \forall t \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow \min AM = \sqrt{17}$, đạt được tại $t = 4$. Khi đó $M(1; 4)$.

Câu 72: Cho 3 điểm $A(-6; 3); B(0; -1); C(3; 2)$. Tìm M trên đường thẳng $d: 2x - y - 3 = 0$ mà $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}$ nhỏ nhất là

- A.** $M\left(\frac{13}{15}; \frac{71}{15}\right)$ **B.** $M\left(\frac{13}{15}; \frac{19}{15}\right)$ **C.** $M\left(\frac{26}{15}; \frac{97}{15}\right)$ **D.** $M\left(\frac{-13}{15}; \frac{19}{15}\right)$

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Tìm tọa độ điểm $I(x; y)$ sao cho $\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} = 0$. Suy ra $I\left(-1; \frac{4}{3}\right)$

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MI}|$. Vậy $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi $|\overrightarrow{MI}|$ nhỏ nhất.

$|\overrightarrow{MI}|$ nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I xuống đường thẳng d .

Đường thẳng d' đi qua I và vuông góc với d có phương trình: $x + 2y = \frac{5}{3}$

M là giao điểm của d và d' nên M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{13}{15}; \frac{19}{15}\right)$$

Cách 2:

M thuộc d suy ra $M(t; 2t + 3)$

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (-3 - 3t; -6t - 5)$$

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = \sqrt{(-3 - 3t)^2 + (-6t - 5)^2}$$

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = \sqrt{45t^2 + 78t + 34} = \sqrt{45\left(t + \frac{13}{15}\right)^2 + \frac{1}{5}}$$

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| \text{ nhỏ nhất khi } t = -\frac{13}{15}. \text{ Suy ra } M\left(-\frac{13}{15}; \frac{19}{15}\right).$$

Câu 73: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(2; 2)$, $B(1; -3)$, $C(-2; 2)$. Điểm M thuộc trục tung sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất có tung độ là?

- A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $G(a; b)$ là trọng tâm tam giác ABC . Suy ra

$$\begin{cases} a = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ b = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2 + 1 - 2}{3} \\ b = \frac{2 - 3 + 2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}| = |3\overrightarrow{MG}| = 3MG$$

Suy ra $\overline{MA + MB + MC}$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất.

Mặt khác M thuộc trục tung nên MG nhỏ nhất khi M là hình chiếu của G lên trục tung.

Vậy $M\left(0; \frac{1}{3}\right)$.

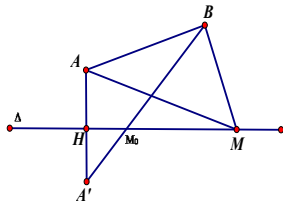
Câu 74: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(9;6)$. Điểm $M(a;b)$ nằm trên đường Δ sao cho $\overline{MA + MB}$ nhỏ nhất. Tính $a + b$ ta được kết quả là:

- A.** -9. **B.** 9. **C.** -7. **D.** 7

Lời giải

Chọn D

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng Δ



Ta có: $\overline{MA + MB} = \overline{MA' + MB} \geq \overline{A'B}$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow M$ trùng với M_0 (M_0 là giao điểm của Δ và $A'B$)

Ta có: $AA' \perp \Delta$ nên $\overline{n_{AA'}} = \overline{a_\Delta} = (1;1)$

$(AA'): x + y - 3 = 0$

Gọi $H = AA' \cap \Delta \Rightarrow H(1;2)$

Vì A' đối xứng với A qua Δ nên H là trung điểm $AA' \Rightarrow A'(0;3)$

Đường thẳng $A'B$ qua B có VTCP $\overline{A'B} = (9;3) = 3(3;1) \Rightarrow \overline{n_{A'B}} = (1;-3)$
 $\Rightarrow A'B: x - 3y + 9 = 0$

Tọa độ M_0 thỏa hệ: $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - 3y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow M_0(3;4)$

$\Rightarrow M(3;4)$. Vậy $a + b = 7$

Câu 75: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(6;2)$ và đường thẳng $d: x - y = 0$. Gọi P là giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác ABC biết B là điểm thay đổi trên tia Ox và C là điểm thay đổi trên D .

Tính P ?

A. $P = 2\sqrt{5}$.

B. $P = 4\sqrt{3}$.

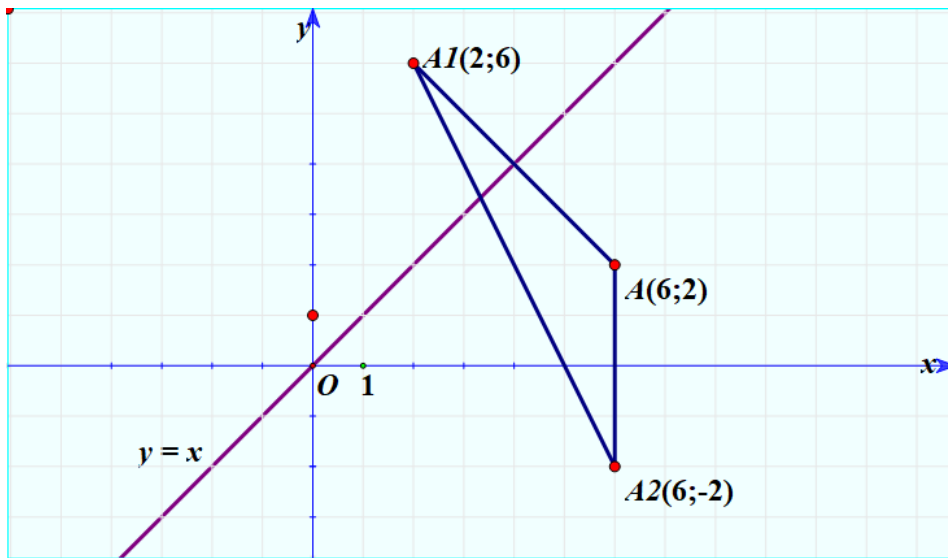
C. $P = 3\sqrt{5}$.

D. $P = 4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A_1, A_2 lần lượt là điểm đối xứng của A qua Ox và qua D . Để tìm được $A_1(6; -2)$ và $A_2(2; 6)$, đồng thời ta có $AB = A_1B, AC = A_2C$. Do đó $P = AB + BC + CA = A_1B + BC + CA_2 \geq A_1A_2$, suy ra $\min P = A_1A_2 = 4\sqrt{5}$ khi A_1, B, C, A_2 thẳng hàng theo thứ tự. Viết phương trình $A_1A_2: 2x + y - 10 = 0$, từ đó tìm được $B(5; 0), C(\frac{10}{3}; \frac{10}{3})$ thỏa mãn A_1, B, C, A_2 thẳng hàng theo thứ tự. Vậy **Chọn D**



Câu 76: Cho $\triangle ABC$ nhọn, có $A(1; 7)$, $B(-2; 0)$, $C(9; 0)$ đường cao AH . Xét các hình chữ nhật $MNPQ$ với $M \in AB$; $N \in AC$; $P, Q \in BC$. Điểm $M(a; b)$ thỏa mãn hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích lớn nhất, tính $P = a + b$.

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

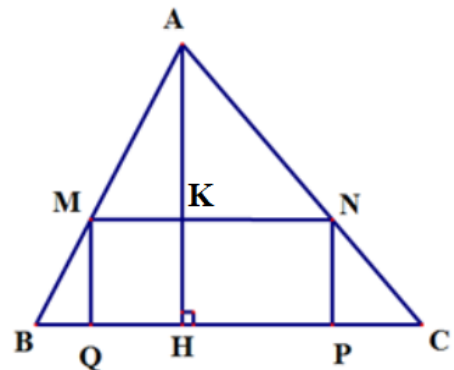
Lời giải

Chọn B

Tổng quát bài toán đặt $MQ = x$ ($0 < x < AH$);
 $MN = y \Rightarrow AK = AH - x$

Do $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AK}{AH}$

$\Leftrightarrow \frac{y}{BC} = \frac{AH - x}{AH} \Rightarrow y = \frac{BC(AH - x)}{AH}$



Gọi S là diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ thì:

$$S = xy = \frac{BC}{AH} \cdot x(AH - x) \leq \frac{BC}{AH} \cdot \frac{[x + (AH - x)]^2}{4} = \frac{BC \cdot AH}{4}$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = AH - x \Leftrightarrow x = \frac{AH}{2} \Rightarrow MQ = \frac{AH}{2}$ suy ra M là trung điểm

của AB nên tọa độ $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$. Vậy $P = a + b = 3$.

Câu 77: Cho $\triangle ABC$ nhọn, có $A(1;7)$, $B(-2;0)$, $C(9;0)$ đường cao AH . Xét các hình chữ nhật $MNPQ$ với $M \in AB$; $N \in AC$; $P, Q \in BC$, thì hình chữ nhật có diện tích lớn nhất gần với kết quả nào sau đây?

A. 10.

B. 30.

C. 15.

D. 19.

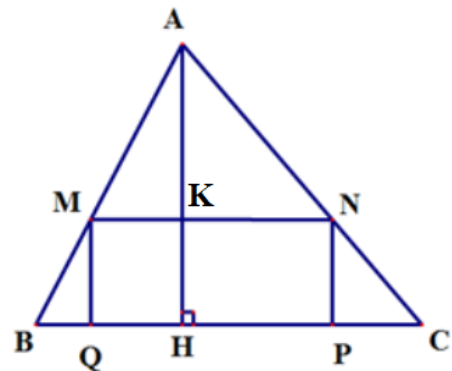
Lời giải

Chọn D

Tổng quát bài toán đặt $MQ = x$ ($0 < x < AH$);
 $MN = y \Rightarrow AK = AH - x$

$$\text{Do } MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AK}{AH}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y}{BC} = \frac{AH - x}{AH} \Rightarrow y = \frac{BC(AH - x)}{AH}$$



Gọi S là diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ thì:

$$S = xy = \frac{BC}{AH} \cdot x(AH - x) \leq \frac{BC}{AH} \cdot \frac{[x + (AH - x)]^2}{4} = \frac{BC \cdot AH}{4}$$

Có $BC = 11$ và $AH = 7$ nên $S = \frac{77}{4}$.

Câu 78: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Đường thẳng (d) đi qua $M(3; -2)$ cắt Ox,

Oy lần lượt tại $A(a;0)$, $B(0;b)$ và $ab \neq 0$ sao cho: $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{4OB^2}$ đạt giá trị nhỏ

nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $S = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ là

A. $S = \frac{11}{25}$

B. $S = -\frac{11}{7}$

C. $S = -\frac{1}{5}$

D. $S = -\frac{5}{7}$

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết ta có d: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. Vì $M \in d$ nên: $\frac{3}{a} - \frac{2}{b} = 1$ (1)

$$OA = |a|; OB = |b| \Rightarrow \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{4OB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4b^2}$$

Theo BĐT Bunhiacopski: $1 = \left(\frac{3}{a} - \frac{2}{b}\right)^2 = \left(3 \cdot \frac{1}{a} + (-4) \cdot \frac{1}{2b}\right)^2 \leq (9+16)\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{4b^2}\right)$

Hay $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{4OB^2} \geq \frac{1}{25}$ đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{a} - \frac{2}{b} = 1 \\ 3a = -8b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{25}{3} \\ b = -\frac{25}{8} \end{cases}$

Vậy $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{4OB^2}$ nhỏ nhất khi $\begin{cases} a = \frac{25}{3} \\ b = -\frac{25}{8} \end{cases} \Rightarrow S = \frac{3}{25} - \frac{8}{25} = -\frac{1}{5}$

Câu 79: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(1; -1)$ và $B(3; 4)$. Gọi (d) là một đường thẳng bất kì luôn đi qua **B**. Khi khoảng cách từ A đến đường thẳng (d) đạt giá trị lớn nhất, đường thẳng (d) có phương trình nào dưới đây?

A. $x - y + 1 = 0$ **B.** $3x + 4y = 25$ **C.** $5x - 2y - 7 = 0$ **D.** $2x + 5y - 26 = 0$

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu của điểm A lên đường thẳng (d) . Khi đó ta có: $d(A, (d)) = AH \leq AB = \sqrt{(3-1)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{29}$. Do đó khoảng cách từ A đến đường thẳng (d) đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{29}$ khi $H \equiv B$ hay $(d) \perp AB$ tại B .

Vì vậy (d) đi qua B và nhận $\overleftrightarrow{AB} = (2; 5)$ làm VTPT.

Do đó phương trình của đường thẳng (d) là $2(x-3) + 5(y-4) = 0 \Leftrightarrow 2x + 5y - 26 = 0$.

Câu 80: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x + (m-1)y + m = 0$ (m là tham số bất kì) và điểm $A(5; 1)$. Khoảng cách lớn nhất từ điểm A đến Δ bằng

A. $2\sqrt{10}$ **B.** $\sqrt{10}$ **C.** $4\sqrt{10}$ **D.** $3\sqrt{10}$

Lời giải

Chọn A

$$\Delta: x + (m-1)y + m = 0 \Leftrightarrow (y+1)m + x - y = 0 \quad \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Suy ra Δ luôn đi qua điểm cố định $H(-1; -1)$.

Khi đó, với mọi $M \in \Delta$, ta có $d(A; \Delta) = AM \leq AH$.

Giá trị lớn nhất của $d(A; \Delta) = AH$ khi $M \equiv H \Rightarrow \max d(A, \Delta) = AH = 2\sqrt{10}$.

Câu 81: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2; 1), B(9; 6)$. Điểm $M(a; b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.

- A.** -7. **B.** -9. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Gọi A' đối xứng A qua d ta có $A'(0; 3)$ khi đó điểm $M = A'B \cap d$

Tìm được $M(3; 4)$.

Câu 82: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 4y + 15 = 0$ và điểm $A(2; 0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d để đoạn AM có độ dài nhỏ nhất.

- A.** $M(-15; 0)$ **B.** $M(5; 5)$ **C.** $M(0; 3)$ **D.** $M(1; 4)$

Lời giải

Chọn D

Điểm $M \in d \Leftrightarrow M(4t - 15; t)$

Ta có: $AM = \sqrt{(4t - 17)^2 + t^2} = \sqrt{17(t^2 - 8t + 17)} = \sqrt{17[(t - 4)^2 + 1]} \geq \sqrt{17}, \quad \forall t \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow \min AM = \sqrt{17}$, đạt được tại $t = 4$. Khi đó $M(1; 4)$.

Câu 83: Cho 3 điểm $A(-6; 3); B(0; -1); C(3; 2)$. Tìm M trên đường thẳng $d: 2x - y - 3 = 0$ mà $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}$ nhỏ nhất là

- A.** $M\left(\frac{13}{15}; \frac{71}{15}\right)$ **B.** $M\left(\frac{13}{15}; \frac{19}{15}\right)$ **C.** $M\left(\frac{26}{15}; \frac{97}{15}\right)$ **D.** $M\left(\frac{-13}{15}; \frac{19}{15}\right)$

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Tìm tọa độ điểm $I(x; y)$ sao cho $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$. Suy ra $I\left(-1; \frac{4}{3}\right)$

Ta có: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MI} + \vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC}$

$|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 3|\vec{MI}|$. Vậy $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ nhỏ nhất khi $|\vec{MI}|$ nhỏ nhất.

$|\vec{MI}|$ nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I xuống đường thẳng d .

Đường thẳng d' đi qua I và vuông góc với d có phương trình: $x + 2y = \frac{5}{3}$

M là giao điểm của d và d' nên M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{13}{15}; \frac{19}{15}\right)$$

Cách 2:

M thuộc d suy ra $M(t; 2t + 3)$

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = (-3 - 3t; -6t - 5)$$

$$|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = \sqrt{(-3 - 3t)^2 + (-6t - 5)^2}$$

$$|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = \sqrt{45t^2 + 78t + 34} = \sqrt{45\left(t + \frac{13}{15}\right)^2 + \frac{1}{5}}$$

$|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ nhỏ nhất khi $t = -\frac{13}{15}$. Suy ra $M\left(-\frac{13}{15}; \frac{19}{15}\right)$.

Câu 84: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(2; 2)$, $B(1; -3)$, $C(-2; 2)$. Điểm M thuộc trục tung sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ nhỏ nhất có tung độ là?

- A.** 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $G(a; b)$ là trọng tâm tam giác ABC . Suy ra

$$\begin{cases} a = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ b = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2 + 1 - 2}{3} \\ b = \frac{2 - 3 + 2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

Ta có: $\left| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right| = \left| \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC} \right| = \left| 3\overrightarrow{MG} \right| = 3MG$.

Suy ra $\left| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right|$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất.

Mặt khác M thuộc trục tung nên MG nhỏ nhất khi M là hình chiếu của G lên trục tung.

Vậy $M \left(0; \frac{1}{3} \right)$.

Câu 85: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(9;6)$. Điểm $M(a;b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$ ta được kết quả là:

A. -9.

B. 9.

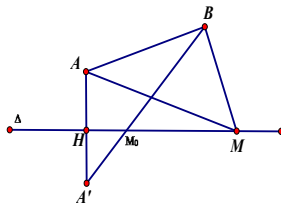
C. -7.

D. 7

Lời giải

Chọn D

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng Δ



Ta có: $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow M$ trùng với M_0 (M_0 là giao điểm của Δ và $A'B$)

Ta có: $AA' \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{n_{AA'}} = \overrightarrow{a_{\Delta}} = (1;1)$

$(AA'): x + y - 3 = 0$

Gọi $H = AA' \cap \Delta \Rightarrow H(1;2)$

Vì A' đối xứng với A qua Δ nên H là trung điểm $AA' \Rightarrow A'(0;3)$

Đường thẳng $A'B$ qua B có VTCP $\overrightarrow{A'B} = (9;3) = 3(3;1) \Rightarrow \overrightarrow{n_{A'B}} = (1;-3)$
 $\Rightarrow A'B: x - 3y + 9 = 0$

Tọa độ M_0 thỏa hệ: $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - 3y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow M_0(3;4)$

$\Rightarrow M(3;4)$. Vậy $a + b = 7$

Câu 86: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(6;2)$ và đường thẳng $d: x - y = 0$. Gọi P là giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác ABC biết B là điểm thay đổi trên tia Ox và C là điểm thay đổi trên **D**.

Tính P ?

A. $P = 2\sqrt{5}$.

B. $P = 4\sqrt{3}$.

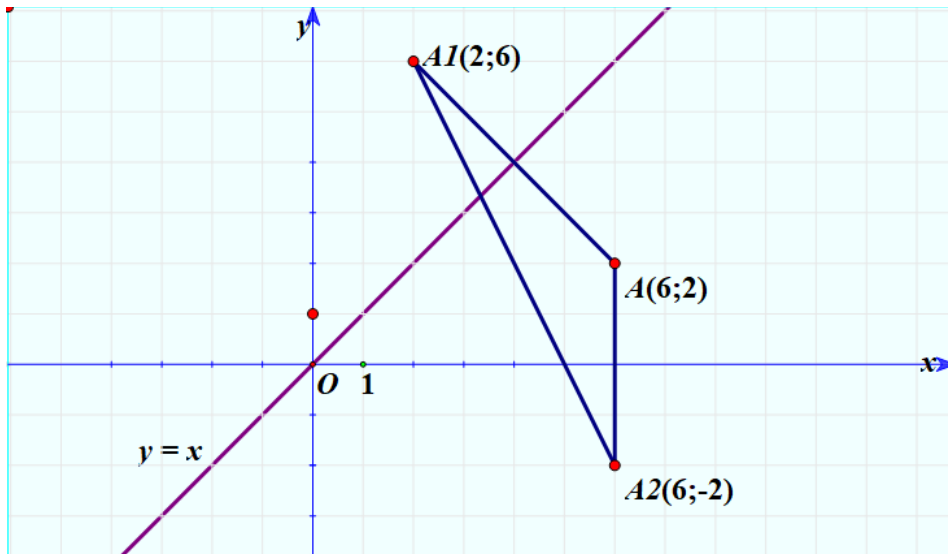
C. $P = 3\sqrt{5}$.

D. $P = 4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A_1, A_2 lần lượt là điểm đối xứng của A qua Ox và qua d . Để tìm được $A_1(6; -2)$ và $A_2(2; 6)$, đồng thời ta có $AB = A_1B, AC = A_2C$. Do đó $P = AB + BC + CA = A_1B + BC + CA_2 \geq A_1A_2$, suy ra $\min P = A_1A_2 = 4\sqrt{5}$ khi A_1, B, C, A_2 thẳng hàng theo thứ tự. Viết phương trình $A_1A_2: 2x + y - 10 = 0$, từ đó tìm được $B(5; 0), C(\frac{10}{3}; \frac{10}{3})$ thỏa mãn A_1, B, C, A_2 thẳng hàng theo thứ tự. Vậy **Chọn D**



Câu 87: Cho ΔABC nhọn, có $A(1; 7), B(-2; 0), C(9; 0)$ đường cao AH . Xét các hình chữ nhật $MNPQ$ với $M \in AB; N \in AC; P, Q \in BC$. Điểm $M(a; b)$ thỏa mãn hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích lớn nhất, tính $P = a + b$.

A. 1.

B. 3.

C. 5.

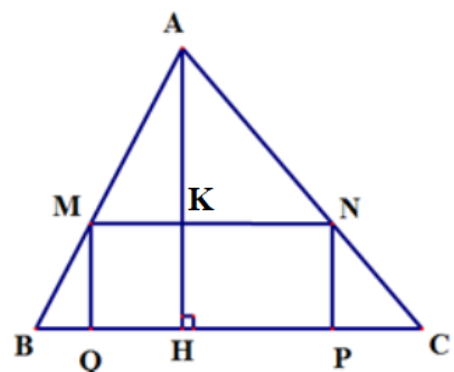
D. 7.

Lời giải.

Chọn B

Tổng quát bài toán đặt $MQ = x (0 < x < AH)$;
 $MN = y \Rightarrow AK = AH - x$

Do $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AK}{AH}$



$$\Leftrightarrow \frac{y}{BC} = \frac{AH - x}{AH} \Rightarrow y = \frac{BC(AH - x)}{AH}$$

Gọi S là diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ thì:

$$S = xy = \frac{BC}{AH} \cdot x(AH - x) \leq \frac{BC}{AH} \cdot \frac{[x + (AH - x)]^2}{4} = \frac{BC \cdot AH}{4}$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = AH - x \Leftrightarrow x = \frac{AH}{2} \Rightarrow MQ = \frac{AH}{2}$ suy ra M là trung điểm

của AB nên tọa độ $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$. Vậy $P = a + b = 3$.

Câu 88: Cho $\triangle ABC$ nhọn, có $A(1;7)$, $B(-2;0)$, $C(9;0)$ đường cao AH . Xét các hình chữ nhật $MNPQ$ với $M \in AB$; $N \in AC$; $P, Q \in BC$, thì hình chữ nhật có diện tích lớn nhất gần với kết quả nào sau đây?

A. 10.

B. 30.

C. 15.

D. 19.

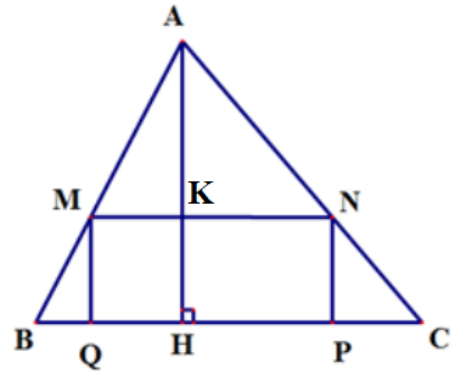
Lời giải.

Chọn D

Tổng quát bài toán đặt $MQ = x$ ($0 < x < AH$);
 $MN = y \Rightarrow AK = AH - x$

$$\text{Do } MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AK}{AH}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y}{BC} = \frac{AH - x}{AH} \Rightarrow y = \frac{BC(AH - x)}{AH}$$



Gọi S là diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ thì:

$$S = xy = \frac{BC}{AH} \cdot x(AH - x) \leq \frac{BC}{AH} \cdot \frac{[x + (AH - x)]^2}{4} = \frac{BC \cdot AH}{4}$$

Có $BC = 11$ và $AH = 7$ nên $S = \frac{77}{4}$.

Câu 89: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Đường thẳng (d) đi qua $M(3; -2)$ cắt Ox,

Oy lần lượt tại $A(a;0)$, $B(0;b)$ và $ab \neq 0$ sao cho: $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{4OB^2}$ đạt giá trị nhỏ

nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $S = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ là

A. $S = \frac{11}{25}$

B. $S = -\frac{11}{7}$

C. $S = -\frac{1}{5}$

D. $S = -\frac{5}{7}$

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết ta có d: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. Vì $M \in d$ nên: $\frac{3}{a} + \frac{2}{b} = 1$ (1)

$$OA = |a|; OB = |b| \Rightarrow \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{4OB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4b^2}$$

Theo BĐT Bunhiacopski: $1 = \left(\frac{3}{a} + \frac{2}{b}\right)^2 = \left(3 \cdot \frac{1}{a} + (-4) \cdot \frac{1}{2b}\right)^2 \leq (9+16)\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{4b^2}\right)$

$$\text{Hay } \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{4OB^2} \geq \frac{1}{25} \text{ đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{a} + \frac{2}{b} = 1 \\ 3a = -8b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{25}{3} \\ b = -\frac{25}{8} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{4OB^2} \text{ nhỏ nhất khi } \begin{cases} a = \frac{25}{3} \\ b = -\frac{25}{8} \end{cases} \Rightarrow S = \frac{3}{25} - \frac{8}{25} = -\frac{1}{5}$$

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(1;2), N(3;-1), n(2;-1), u(1;1)$. Khi đó:

a) Phương trình tổng quát của đường thẳng d_1 đi qua M và có vectơ pháp tuyến n là $2x - y = 0$

b) Phương trình tham số của đường thẳng d_2 đi qua N và có vectơ chỉ phương u là $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + t \end{cases}$

c) Phương trình tham số của đường thẳng d_3 đi qua N và có vectơ pháp tuyến n là $2x - y + 7 = 0$

d) Phương trình tham số của đường thẳng d_4 đi qua M và có vectơ chỉ phương u là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) Đường thẳng d_1 có phương trình tổng quát là: $2(x-1) - (y-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y = 0$.

b) Đường thẳng d_2 có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1+t \end{cases}$

c) $2(x-3)-(y+1)=0 \Leftrightarrow 2x-y-7=0$

d) Phương trình tham số của đường thẳng d_4 đi qua M và có vectơ chỉ phương u là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \end{cases}$

Câu 2: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x-y+2=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \end{cases}$. Khi đó:

a) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $n(1;1)$

b) Đường thẳng Δ_2 có vectơ pháp tuyến là $n(1;-3)$

c) Phương trình tham số của đường thẳng Δ_1 là $\begin{cases} x=t \\ y=2+t \end{cases}$.

d) Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_2 là $x-3y-7=0$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Đúng

Đường thẳng $\Delta_1: x-y+2=0$ có vectơ pháp tuyến $n(1;-1)$ nên nhận $u(1;1)$

là một vectơ chỉ phương, lại có Δ_1 đi qua điểm $A(0;2)$ nên phương trình tham số

của Δ_1 là: $\begin{cases} x=t \\ y=2+t \end{cases}$.

Đường thẳng $\Delta_2: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $u(3;1)$ nên nhận $n(1;-3)$

là một vectơ pháp tuyến, lại có Δ_2 đi qua điểm $M(1;-2)$ nên phương trình tổng quát của Δ_2 là: $(x-1)-3(y+2)=0 \Leftrightarrow x-3y-7=0$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2;2), B(3;4)$. Khi đó:

a) Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}(2;5)$

b) Đường thẳng AB có vectơ pháp tuyến là $n(2;-5)$

c) Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là $2x-5y+14=0$

d) Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(-1;1)$ và song song với

$$AB \text{ là } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\vec{AB}(5;2)$ nên nhận $n(2;-5)$ là một vectơ pháp tuyến

Phương trình tổng quát của đường thẳng AB đi qua $A(-2;2)$ và có vectơ pháp

tuyến $n(2;-5)$ là: $2(x+2) - 5(y-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 5y + 14 = 0$.

Đường thẳng này song song với đường thẳng AB nên nhận $\vec{AB}(5;2)$ là một vectơ chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(-1;1)$ và có vectơ chỉ phương

$$\vec{AB}(5;2) \text{ là: } \begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác DEF có $D(1;-1), E(2;1), F(3;5)$. Khi đó:

a) Đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nhận $\vec{EF}$ là một vectơ chỉ phương

b) Phương trình đường cao kẻ từ D là: $x + y = 0$.

c) Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2;2)$.

d) Đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

Đường cao kẻ từ D là đường thẳng vuông góc với đường thẳng EF nên nhận

$\vec{EF}(1;4)$ là một vectơ pháp tuyến. Do đó, đường cao kẻ từ D có phương trình là: $(x-1) + 4(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 3 = 0$.

Gọi I là trung điểm của DF . Tọa độ của điểm I là $(2;2)$. Đường trung tuyến kẻ

từ E có vectơ chỉ phương là $\vec{EI}(0;1)$ nên nhận $n(1;0)$ là một vectơ pháp tuyến. Do đó, đường trung tuyến kẻ từ E có phương trình là: $x - 2 = 0$.

Câu 5: Cho tam giác ABC có phương trình của đường thẳng BC là $7x + 5y - 8 = 0$, phương trình các đường cao kẻ từ B, C lần lượt là $9x - 3y - 4 = 0, x + y - 2 = 0$. Khi đó:

a) Điểm B có tọa độ là $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

d) Điểm C có tọa độ là $(-1; 3)$.

c) Phương trình đường cao kẻ từ A là $5x - 7y - 6 = 0$

d) Phương trình đường trung tuyến kẻ từ A là $x - 13y + 4 = 0$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

Toạ độ của điểm B là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 7x + 5y - 8 = 0 \\ 9x - 3y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Suy ra điểm B có tọa độ là $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Toạ độ của điểm C là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 7x + 5y - 8 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Suy ra điểm C có tọa độ là $(-1; 3)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm $B\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ và nhận vectơ chỉ phương $\vec{u}_1(1; -1)$ của đường cao kẻ từ C làm vectơ pháp tuyến có phương trình là: $(x+1) + 3(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 8 = 0$

Toạ độ của điểm A là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 3y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Suy ra điểm A có tọa độ là $(2; 2)$.

Phương trình đường cao kẻ từ $A(2; 2)$ và nhận vectơ chỉ phương $\vec{u}(5; -7)$ của đường thẳng BC làm vectơ pháp tuyến là: $5(x-2) - 7(y-2) = 0 \Leftrightarrow 5x - 7y + 4 = 0$.

Gọi I là trung điểm của BC , ta có tọa độ của điểm I là $\left(\frac{-1}{6}; \frac{11}{6}\right)$.

Do đó, ta có $\overrightarrow{IA} \left(\frac{13}{6}; \frac{1}{6}\right)$.

Đường trung tuyến kẻ từ A nhận $\overrightarrow{n}(1; -13)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là: $(x-2) - 13(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - 13y + 24 = 0$.

Câu 6: Cho tam giác MNP có phương trình đường thẳng chứa cạnh MN là $2x + y + 1 = 0$, phương trình đường cao $MK(K \in NP)$ là $x + y - 1 = 0$, phương trình đường cao $NQ(Q \in MP)$ là $3x - y + 4 = 0$. Khi đó:

a) Điểm M có tọa độ là $(-2; 3)$.

b) Điểm N có tọa độ là $(-1; 1)$.

c) Phương trình đường thẳng NP là $2x - y + 3 = 0$.

d) Phương trình đường thẳng MP là: $2x + 3y - 5 = 0$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

Tọa độ của điểm M là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3. \end{cases}$$

Suy ra điểm M có tọa độ là $(-2; 3)$.

Tọa độ của điểm N là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ 3x - y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1. \end{cases}$$

Suy ra điểm N có tọa độ là $(-1; 1)$.

Các đường cao MK và NQ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_1}(1; 1), \overrightarrow{n_2}(3; -1)$.

Do đó các đường thẳng NP, MP lần lượt nhận $\overrightarrow{n_3}(1; -1), \overrightarrow{n_4}(1; 3)$ là vectơ pháp tuyến.

Phương trình đường thẳng chứa cạnh NP đi qua điểm $N(-1; 1)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_3}(1; -1)$ là: $(x+1) - (y-1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2 = 0$.

Phương trình đường thẳng chứa cạnh MP đi qua điểm $M(-2; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_4}(1; 3)$ là: $(x+2) + 3(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 7 = 0$.

Câu 7: Cho tam giác ABC , biết $A(1; 2)$ và phương trình hai đường trung tuyến là $2x - y + 1 = 0$ và $x + 3y - 3 = 0$. Khi đó:

- a) Điểm C có tọa độ là $\left(\frac{-3}{7}; \frac{8}{7}\right)$.
- b) Điểm B có tọa độ là $\left(\frac{-4}{7}; \frac{-1}{7}\right)$.
- c) $BC: 9x - y + 5 = 0$
- d) $AC: 3x - 3y + 3 = 0$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Để thấy đỉnh A không thuộc hai trung tuyến đã cho, vì tọa độ của nó không thỏa mãn phương trình của hai trung tuyến. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AC, AB .

Giả sử phương trình của đường thẳng BB' là $2x - y + 1 = 0$, phương trình của đường thẳng CC' là $x + 3y - 3 = 0$.

Đặt $C(x_0; y_0)$. Điểm C thuộc đường thẳng CC' nên $x_0 + 3y_0 - 3 = 0$. (1)

Điểm B' là trung điểm của AC nên $B'\left(\frac{1+x_0}{2}; \frac{2+y_0}{2}\right)$. Lại có, điểm B' thuộc

đường thẳng BB' nên $2 \cdot \frac{1+x_0}{2} - \frac{2+y_0}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x_0 - y_0 + 2 = 0$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x_0 + 3y_0 - 3 = 0 \\ 2x_0 - y_0 + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{-3}{7} \\ y_0 = \frac{8}{7} \end{cases}$$

Suy ra điểm C có tọa độ là $\left(\frac{-3}{7}; \frac{8}{7}\right)$.

Tương tự, ta tìm được điểm $B\left(\frac{-4}{7}; \frac{-1}{7}\right)$.

Từ đó lập các phương trình đường thẳng đi qua hai điểm, ta viết được phương trình các cạnh của tam giác ABC như sau:

$$BC: 9x - y + 5 = 0; AB: 15x - 11y + 7 = 0; AC: 3x - 5y + 7 = 0.$$

Câu 8: Chuyển động của vật thể M được thể hiện trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Vật thể M khởi hành từ điểm $A(5; 3)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc là $v(1; 2)$. Khi đó:

a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $v(1;2)$

b) Vật thể M chuyển động trên đường thẳng $2x - 3y - 1 = 0$

c) Tọa độ của vật thể M tại thời điểm $t(t > 0)$ tính từ khi khởi hành là
$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$$

d) Khi $t = 5$ thì vật thể M chuyển động được quãng đường dài bằng $5\sqrt{5}$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

Vectơ chỉ phương của đường thẳng biểu diễn chuyển động của vật thể là $v(1;2)$,

do đó đường thẳng này có vectơ pháp tuyến là $n(2;-1)$. Mặt khác, đường thẳng

này đi qua điểm $A(5;3)$ nên có phương trình là: $2(x - 5) - (y - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 7 = 0$.

Vật thể khởi hành từ điểm $A(5;3)$ và chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc

là $v(1;2)$ nên vị trí của vật thể tại thời điểm $t(t > 0)$ có tọa độ là:
$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$$

Gọi B là vị trí của vật thể tại thời điểm $t = 5$. Do đó, tọa độ của điểm B là:

$$\begin{cases} x_B = 5 + 5 = 10 \\ y_B = 3 + 2 \cdot 5 = 13 \end{cases}$$

Khi đó quãng đường vật thể đi được là $AB = \sqrt{25 + 100} = 5\sqrt{5}$

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;4)$, đường trung trực cạnh BC có phương trình $3x - y + 1 = 0$, đường trung tuyến kẻ từ C có phương trình $2x - y + 5 = 0$. Khi đó:

a) Gọi M là trung điểm cạnh BC . Khi đó $M(9;39)$

b) Phương trình đường thẳng BC là: $x + 3y - 63 = 0$

c) Tọa độ đỉnh C là $C(-1;3)$

d) Tọa độ đỉnh B là $B\left(\frac{15}{7}; \frac{142}{7}\right)$

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng

Gọi M là trung điểm cạnh BC . Vì M nằm trên đường trung trực cạnh BC nên giả sử $M(t; 3t+1)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Vì G nằm trên đường trung tuyến kẻ từ C nên giả sử $G(s; 2s+5)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (t-3; 3t-3), \overrightarrow{AG} = (s-3; 2s+1)$. Khi đó

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AG} \Leftrightarrow \begin{cases} t-3 = \frac{3}{2}(s-3) \\ 3t-3 = \frac{3}{2}(2s+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t-3s = -3 \\ 6t-6s = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{15}{2} \\ s = 6. \end{cases}$$

Suy ra $M\left(\frac{9}{2}; \frac{39}{2}\right)$

Đường thẳng BC đi qua $M\left(\frac{9}{2}; \frac{39}{2}\right)$ và vuông góc với đường thẳng $3x-y+1=0$ nên ta có phương trình đường thẳng BC là:

$$1 \cdot \left(x - \frac{9}{2}\right) + 3 \cdot \left(y - \frac{39}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 63 = 0$$

Toạ độ đỉnh C là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 3y - 63 = 0 \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{48}{7} \\ y = \frac{131}{7} \end{cases}$$

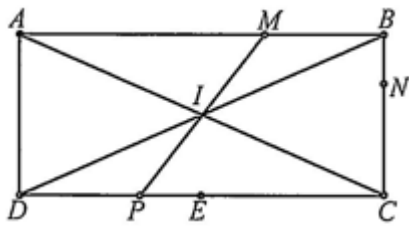
Suy ra $C\left(\frac{48}{7}; \frac{131}{7}\right)$. Vì M là trung điểm BC nên $B\left(\frac{15}{7}; \frac{142}{7}\right)$

Câu 10: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I(6; 2)$ và các điểm $M(1; 5), N(3; 4)$ lần lượt thuộc các đường thẳng AB, BC . Biết rằng trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $\Delta: x+y-5=0$ và hoành độ của điểm E nhỏ hơn 7. Khi đó:

- a) Phương trình BC là: $x-3=0$
- b) Phương trình AB là: $x+y-6=0$.
- c) Toạ độ điểm là $A(9; 5)$
- d) Toạ độ điểm là $B(3; 3)$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai



Gọi P đối xứng với $M(1;5)$ qua $I(6;2)$ suy ra $P(11;-1)$ và P thuộc đường thẳng CD . Ta có E thuộc Δ nên giả sử $E(t;5-t)$. Khi đó $\vec{IE} = (t-6; 3-t)$, $\vec{PE} = (t-11; 6-t)$.

Vì E là trung điểm CD nên $IE \perp PE$. Do đó ta có:
 $\vec{IE} \cdot \vec{PE} = 0 \Leftrightarrow (t-6)(t-11) + (3-t)(6-t) = 0 \Leftrightarrow t^2 - 13t + 42 = 0$

Suy ra $t=6$ hoặc $t=7$. Vì hoành độ của E nhỏ hơn 7 nên $E(6;-1)$.

BC đi qua $N(3;4)$ và vuông góc với CD nên phương trình BC là: $x-3=0$

AB đi qua $M(1;5)$ và song song với CD nên phương trình AB là: $y-5=0$.

Từ phương trình các cạnh tìm được ta có: $A(9;5), B(3;5), C(3;-1), D(9;-1)$.

Câu 11: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Δ qua $A(1;0)$, có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;-2)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $3x - 2y - 3 = 0$

b) Δ qua $A(-1;0)$ và vuông góc với đường thẳng AB biết $B(1;4)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $x + 2y + 1 = 0$

c) Δ là đường trung trực của đoạn thẳng MN với $M(0;-3), N(2;5)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $x + 4y - 3 = 0$

d) Δ là đường cao xuất phát từ điểm A trong tam giác ABC biết rằng $A(1;-1), B(1;2), C(3;-3)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $2x - 3y - 5 = 0$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Phương trình tổng quát của Δ là: $3(x-1) - 2(y-0) = 0$ hay $3x - 2y - 3 = 0$.

b) Δ vuông góc với AB nên có vectơ pháp tuyến: $\vec{n} = \vec{AB} = (2;4)$

Phương trình tổng quát của Δ là: $2(x+1) + 4(y-0) = 0$ hay $x + 2y + 1 = 0$.

c) Δ đi qua trung điểm $I(1;1)$ của đoạn MN và có vectơ pháp tuyến $\vec{MN} = (2;8)$ nên có phương trình tổng quát: $2(x-1) + 8(y-1) = 0$ hay $x + 4y - 5 = 0$.

d) Δ qua $A(1; -1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \vec{BC} = (2; -5)$ nên phương trình tổng quát là: $2(x-1) - 5(y+1) = 0$ hay $2x - 5y - 7 = 0$.

Câu 12: Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Δ qua $A(-3; 4)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -7)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là $7x + 2y + 10 = 0$

b) Δ qua hai điểm $A(1; -4)$ và $B(3; -1)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là $3x - 2y - 11 = 0$

c) Δ có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là $3x + y - 2 = 0$

d) Δ đi qua $A(-1; 5)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là $2x + y - 3 = 0$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) Vectơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n} = (7; 2)$, vì vậy phương trình tổng quát của Δ là: $7(x+3) + 2(y-4) = 0$ hay $7x + 2y + 13 = 0$.

b) Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{AB} = (2; 3)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -2)$. Phương trình tổng quát của Δ là $3(x-1) - 2(y+4) = 0$ hay $3x - 2y - 11 = 0$.

c) Cách giải 1: Tìm một điểm và một vectơ chỉ phương đường thẳng.

Từ phương trình tham số của Δ , ta biết được Δ qua điểm $M(1; 2)$, vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -3)$, suy ra vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; 1)$. Vậy phương trình tổng quát của Δ : $3(x-1) + 1(y-2) = 0$ hay $3x + y - 5 = 0$.

Cách giải 2: Khử tham số t từ phương trình tham số đường thẳng.

Với $x = 1 + t \Rightarrow t = x - 1$, thay vào phương trình $y = 2 - 3t$, ta được phương trình tổng quát của đường thẳng Δ : $y = 2 - 3(x-1)$ hay $3x + y - 5 = 0$.

d) Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ : $2(x+1) + 1(y-5) = 0$ hay $2x + y - 3 = 0$.

Câu 13: Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Δ qua hai điểm $A(5; 0)$ và $B(0; -2)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là $2x - 5y - 10 = 0$

b) Δ qua $A(-6; -4)$ và có hệ số góc $k = 2$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là $y = 2x + 8$

c) Δ chắn các trục tọa độ Ox, Oy tại các điểm có hoành độ và tung độ lần lượt là 4 và -1, khi đó phương trình tổng quát của Δ là $x - 4y - 3 = 0$

d) Δ đi qua $M(1; 4)$ và chắn các tia Ox, Oy tại các điểm A, B (khác gốc tọa độ O) sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất, khi đó phương trình tổng quát của Δ là $x + y - 5 = 0$

Lời giải:

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (-5; -2)$ nên có một vectơ pháp tuyến là $n = (2; -5)$.

Phương trình tổng quát Δ là: $2(x - 5) - 5(y - 0) = 0$ hay $2x - 5y - 10 = 0$.

b) Phương trình tổng quát của Δ là: $y = 2(x + 6) - 4$ hay $y = 2x + 8$.

c) Δ chắn các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm $M(4; 0), N(0; -1)$ nên có phương trình theo đoạn chắn: $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} = 1$ hay $x - 4y - 4 = 0$.

d) Gọi $A(a; 0), B(0; b)$ lần lượt thuộc các tia $Ox, Oy (a > 0, b > 0)$.

Phương trình Δ được viết theo đoạn chắn: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Δ qua $A(1; 4)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} = 1$.

Diện tích tam giác OAB là $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} ab$ với $a > 0, b > 0$.

Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có:

$$1 = \frac{1}{a} + \frac{4}{b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{a} \cdot \frac{4}{b}} \Leftrightarrow 1 \geq \frac{4}{\sqrt{ab}} \Leftrightarrow \sqrt{ab} \geq 4 \Leftrightarrow ab \geq 16$$

Ta có: $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} ab \geq \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$; diện tích nhỏ nhất: $(S_{\Delta OAB})_{\min} = 8$.

Dấu bằng của bất đẳng thức AM - GM xảy ra nên $\frac{1}{a} = \frac{4}{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2, b = 8$.

Phương trình tổng quát của Δ là $\frac{x}{2} + \frac{y}{8} = 1$ hay $4x + y - 8 = 0$.

Câu 14: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- a) Δ qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $u = (6; -1)$, khi đó phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = 6t \\ y = -t \end{cases}$$
- b) Δ qua hai điểm $A(-1; 1), B(2; 5)$, khi đó phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$$
- c) Δ qua hai điểm $A(-3; 0)$ và song song với trục Ox , khi đó phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2t \end{cases}$$
- d) Δ là đường trung tuyến xuất phát từ A của tam giác ABC với $A(-1; 1), B(2; 5), C(0; 1)$, khi đó phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) Phương trình tham số Δ :
$$\begin{cases} x = 6t \\ y = -t \end{cases}$$
.

b) Δ có vectơ chỉ phương $u = \overrightarrow{AB} = (3; 4)$, Δ lại qua $A(-1; 1)$ nên có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$$
.

c) Δ song song với trục Ox nên nhận vectơ $i = (1; 0)$ làm vectơ chỉ phương, vì vậy phương trình tham số của Δ là:
$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 0 \end{cases}$$
.

d) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC nên $M(1; 3), \overrightarrow{AM} = (2; 2)$. Δ qua $A(-1; 1)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AM} = (2; 2)$ nên có phương trình tham số
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$$
.

Câu 15: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Δ qua điểm $A(10; -8)$ và có vectơ chỉ pháp tuyến $n = (2; 3)$, khi đó phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = -8 + 3t \end{cases}$$

b) Δ qua điểm $B(0;1)$ và vuông góc với trục Oy , khi đó phương trình tham số

của Δ là
$$\begin{cases} x=2t \\ y=1+t \end{cases}$$

c) Δ qua điểm $C(-1;-5)$ và có hệ số góc $k=-2$, khi đó phương trình tham số

của Δ là
$$\begin{cases} x=-1+t \\ y=-5-2t \end{cases}$$

d) Δ có phương trình tổng quát là $10x+y-20=0$, khi đó phương trình tham

số của Δ là
$$\begin{cases} x=t \\ y=20-10t \end{cases}$$

Lời giải:

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

a) Δ có vectơ chỉ phương là $u=(3;-2)$ nên có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x=10+3t \\ y=-8-2t \end{cases}$$

b) Δ vuông góc với trục Oy nên nhận vectơ đơn vị của trục Ox là vectơ chỉ

phương, tức là $u=i=(1;0)$; phương trình tham số $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=1 \end{cases}$.

c) Δ có hệ số góc $k=-2$ nên có vectơ chỉ phương $u=(1;-2)$, vậy phương trình

tham số của Δ là
$$\begin{cases} x=-1+t \\ y=-5-2t \end{cases}$$
.

d) Xét phương trình tổng quát $\Delta: 10x+y-20=0$; thay $x=0 \Rightarrow y=20$ nên Δ qua điểm $M(0;20)$. Mặt khác Δ có vectơ pháp tuyến $n=(10;1)$ nên có vectơ chỉ phương là $u=(1;-10)$.

Vậy phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x=t \\ y=20-10t \end{cases}$$
.

Câu 16: Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Δ qua $A(-1;-2)$ và song song với đường thẳng $d: x-3y+1=0$, khi đó

phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x=-1+t \\ y=-2+3t \end{cases}$$

b) Δ qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $d: 2x+2y-3=0$, khi đó

phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x=t \\ y=-3t \end{cases}$$

- c) Δ qua $B(2; -3)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4t \end{cases}$, khi đó phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -3 + t \end{cases}$
- d) Δ qua $M(-3, -2), \Delta \perp Oy$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là $y + 2 = 0$

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

a) Δ song song với d nên có chung một vectơ pháp tuyến là $n = (1; -3)$, suy ra Δ có một vectơ chỉ phương $u = (3; 1)$.

Vậy phương trình tham số $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -2 + t \end{cases}$.

b) Δ vuông góc với $d: 2x + 2y - 3 = 0$ nên có một vectơ chỉ phương là $u = (1; -1)$, phương trình tham số $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \end{cases}$.

c) Δ vuông góc với $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -4t \end{cases}$ nên có một vectơ pháp tuyến là $n = (1; -4)$, suy ra có một vectơ chỉ phương $u = (4; 1)$.

Phương trình tham số $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -3 + t \end{cases}$.

d) Qua $M(-3, -2), \Delta \perp Oy$

$M(-3, -2) \in \Delta$. Vì $\Delta \perp Oy \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n}_\Delta = \vec{j} = (0, 1)$

Phương trình tổng quát của $\Delta: 0(x + 3) + 1(y + 2) = 0 \Leftrightarrow y + 2 = 0$

Câu 17: Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Δ qua $M(2; -3)$ và vuông góc với AB và $A(1, 5), B(-4, 7)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $-5x + 2y + 16 = 0$

b) Δ đi qua $A(-1, 2)$ và $B(3, -1)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $3x + 4y - 5 = 0$

c) Δ qua $A(-3, 5), \Delta \perp d: x - 2y + 3 = 0$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $x + y - 2 = 0$

d) Δ qua $A(-1, 2) \Delta // d: x = 3$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $x + y - 1 = 0$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Qua $M(2; -3)$ và vuông góc với AB và $A(1,5), B(-4,7)$

$M(2; -3) \in \Delta$. Vì $\Delta \perp AB \Rightarrow$ Vector pháp tuyến của Δ là $\vec{n} = \vec{AB} = (-5, 2)$

$$\Delta: -5(x-2) + 2(y+3) = 0 \Leftrightarrow -5x + 2y + 16 = 0$$

b) Vì Δ đi qua A và B

$\Rightarrow$ vector chỉ phương của Δ là $\vec{u}_{\Delta} = \vec{AB} = (4, -3)$

$\Rightarrow$ vector pháp tuyến của Δ là $\vec{n}_{\Delta} = (3, 4)$

Ta có: $A(-1, 2) \in \Delta$ nên

Phương trình tổng quát của $\Delta: 3(x+1) + 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 5 = 0$

c) Qua $A(-3, 5), \Delta \perp d: x - 2y + 3 = 0$

$A(-3, 5) \in \Delta$. Vì $\Delta \perp d \Rightarrow$ vector pháp tuyến của Δ là $\vec{n}_{\Delta} \perp \vec{n}_d = (1, -2)$

$\Rightarrow$ Vector pháp tuyến của $\Delta: \vec{n}_{\Delta} = (2, 1)$

Phương trình tổng quát của $\Delta: 2(x+3) + 1(y-5) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 1 = 0$

d) Qua $A(-1, 2), \Delta // d: x = 3$

$A(-1, 2) \in \Delta$.

Vì $\Delta // d: x + 0y - 3 = 0 \Rightarrow$ vector pháp tuyến của $\Delta: \vec{n}_{\Delta} = \vec{n}_d = (1, 0)$

Phương trình tổng quát của $\Delta: 1(x+1) + 0(y-2) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0$

Câu 18: Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Δ đi qua $M(-3; 2)$, vector chỉ phương $\vec{u} = (-1, 4)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $4x + y + 10 = 0$

b) Δ qua $M(2; -1)$ và song song với AB với $A(-3; 2), B(5; -4)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $3x + 4y - 2 = 0$

c) Δ qua $A(-3, 5), \Delta \perp d: y = -3$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $x + y - 2 = 0$

d) Δ là trục Oy , khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $y = 0$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

- a) $M(-3;2) \in \Delta$. VTCP của $\Delta: \vec{u}_\Delta = (-1;4) \Rightarrow$ VTPT của $\Delta: \vec{n}_\Delta = (4;1)$
 $\Delta: 4(x+3)+1(y-2)=0 \Leftrightarrow 4x+y+10=0$.
- b) $M(2;-1) \in \Delta$. Vì $\Delta // AB \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n}_\Delta = \vec{n}_{AB} = (6;8)$
 $\Delta: 6(x-2)+8(y+1)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-2=0$
- c) Qua $A(-3;5), \Delta \perp d: y=-3; A(-3;5) \in \Delta$. Vì $\Delta \perp d: 0x+y+3=0$
 $\Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của $\Delta: \vec{n}_\Delta \perp \vec{n}_d = (0;1) \Rightarrow \vec{n}_\Delta = (1;0) \cdot \Delta: x+3=0$.
- d) Δ là trục $Oy: O(0;0) \in Oy$. Vectơ pháp tuyến trục Oy là $i = (1;0)$
 $Oy: 1(x-0)+0(y-0)=0 \Leftrightarrow x=0$

Câu 19: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

- a) Δ qua điểm $A(-1;3)$ và có vectơ chỉ phương $u = (4;1)$, khi đó phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 3 + t \end{cases}$
- b) Δ qua điểm $A(-2;1)$ và $B(5;-3)$, khi đó phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = -2 - 7t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$
- c) Δ qua điểm $A(0;7)$ và có vectơ pháp tuyến $n = (2;-3)$, khi đó phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases} x = 3t \\ y = 7 + 2t \end{cases}$
- d) Δ qua $N(-5;1), \Delta // Ox$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $x+y+4=0$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

- a) Δ qua $A(-1;3)$ và vectơ chỉ phương $u = (4;1)$

$$\Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 3 + t \end{cases}.$$

- b) Δ qua $A(-2;1)$ và vectơ chỉ phương $\vec{AB} = (7;-4)$

$$\Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = -2 + 7t \\ y = 1 - 4t \end{cases}.$$

- c) Vì Δ có vectơ pháp tuyến $n = (2;-3)$ nên vectơ chỉ phương của Δ là $u = (3;2)$. Δ qua $A(0;7)$ và vectơ chỉ phương $u = (3;2)$

$$\Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=3t \\ y=7+2t \end{cases}$$

d) Δ qua $N(-5;1)$, $\Delta // Ox \Rightarrow N(-5;1) \in \Delta$. Vì $\Delta // Ox \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n}_{\Delta} = \vec{j} = (0;1)$ nên $\Delta: 0(x+5)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow y-1=0$

Câu 20: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Δ qua điểm $A(-2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;5)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $3x+5y+1=0$.

b) Δ qua điểm $M(4;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (6;1)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $-x+6y-14=0$.

c) Δ qua điểm $H(2;-2)$ và $K(-5;-1)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $x+7y+12=0$.

d) Δ qua $M(-2,-3)$ và $\Delta // Oy$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $x+2=0$

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Đúng

a) Δ qua $A(-2;1)$ và vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;5)$
 $\Rightarrow \Delta: 3(x+2)+5(y-1)=0 \Leftrightarrow \Delta: 3x+5y+1=0$.

b) Vì Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (6;1)$ nên vectơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n} = (-1;6)$.

Δ qua $M(4;3)$ và vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (-1;6)$
 $\Rightarrow \Delta: -1(x-4)+6(y-3)=0 \Leftrightarrow \Delta: -x+6y-14=0$.

c) Vì Δ có vectơ chỉ phương $\vec{HK} = (-7;1)$ nên vectơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n} = (1;7)$. Δ qua $H(2;-2)$ và vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;7)$
 $\Rightarrow \Delta: 1(x-2)+7(y+2)=0 \Leftrightarrow \Delta: x+7y+12=0$.

d) Qua $M(-2,-3)$ và $\Delta // Oy$

$M(-2,-3) \in \Delta$. Vì $\Delta // Oy \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n}_{\Delta} = \vec{i} = (1,0)$

Phương trình tổng quát của $\Delta: 1(x+2)+0(y+3)=0 \Leftrightarrow x+2=0$

Câu 21: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Δ đi qua $B(3;-2)$ và vuông góc với đường thẳng MN biết $M(0;2), N(1;-3)$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $x-5y-13=0$

b) d qua điểm $M(3; -3)$ và có hệ số góc $k=5$, khi đó phương trình tổng quát của d là: $y=5x-18$

c) d có phương trình tham số $\begin{cases} x=2-t \\ y=t \end{cases}$, khi đó phương trình tổng quát của d là: $x+y+2=0$

d) Δ qua $A(3; -1)$ và có vectơ chỉ phương $u=(-2;3)$, khi đó phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+3t \end{cases}$

Lời giải:

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến là $n = \overrightarrow{MN} = (1; -5)$.

Phương trình tổng quát Δ là: $1(x-3) - 5(y+2) = 0$ hay $x - 5y - 13 = 0$.

b) Phương trình tổng quát của d là: $y=5(x-3)-3$ hay $y=5x-18$.

c) Cách giải 1: Tìm một điểm và một vectơ chỉ phương đường thẳng.

Đường thẳng d qua điểm $A(2;0)$, có vectơ chỉ phương $u=(-1;1)$ nên nhận $n=(1;1)$ làm vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình tổng quát của d là: $1(x-2)+1(y-0)=0$ hay $x+y-2=0$.

Cách giải 2: Khử tham số từ phương trình tham số đường thẳng. Thay $y=t$ vào phương trình $x=2-t$, ta được phương trình tổng quát đường thẳng $d: x=2-y$ hay $x+y-2=0$.

d) Đường thẳng Δ có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+3t \end{cases}$.

Câu 22: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình tham số của đường thẳng AB biết $A(3;1), B(-1;3)$ là: $\begin{cases} x=3+t \\ y=1-2t \end{cases}$

b) Phương trình tham số của đường thẳng Δ qua $M(-1;7)$ và song song với trục Ox là: $\begin{cases} x=-1 \\ y=7+t \end{cases}$

c) Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(3;1), B(-3;5)$, khi đó phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x=2t \\ y=3+3t \end{cases}$

d) Phương trình tổng quát của $\Delta: \begin{cases} x = -3 \\ y = 6 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ là: $x + 3 = 0$

Lời giải:

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Đúng

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 2) = -2\overrightarrow{u}$ với $\overrightarrow{u} = (2; -1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB . Phương trình tham số $AB: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$.

b) Vì Δ song song với trục hoành Ox nên Δ nhận vector $\vec{i} = (1; 0)$ làm vector chỉ phương. Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 7 \end{cases}$.

c) Đường thẳng Δ qua trung điểm $I(0; 3)$ của đoạn AB , đồng thời nhận $\overrightarrow{AB}(-4; 2)$ làm vector pháp tuyến, vì vậy Δ nhận $\overrightarrow{u} = (2; 3)$ làm vector chỉ phương. Vậy phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3 + 3t \end{cases}$.

d) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 6 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \cdot M(-3; 6) \in \Delta$. Vector chỉ phương của $\Delta: \overrightarrow{u_\Delta} = (0; -2)$

Vector pháp tuyến của $\Delta: \overrightarrow{n_\Delta} = (2; 0) \cdot \Delta: 2(x + 3) + 0(y - 6) = 0 \Leftrightarrow x + 3 = 0$

Câu 23: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Δ qua $A(-2; 4)$ và song song với đường thẳng $d: 3x - 1 = 0$, khi đó phương trình tổng quát của Δ là: $x + 2 = 0$

b) Δ qua $B(3; 3)$ và vuông góc đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0$, khi đó phương trình tham số của Δ là: $\Delta: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$

c) Δ đi qua điểm $E(-1; 2)$ và có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$, khi đó phương trình tham số của Δ là: $\frac{1}{2}x - y + \frac{5}{2} = 0$.

d) Δ qua $A(-1; 2)$ và song song với đường thẳng $5x + 1 = 0$, khi đó phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 - 5t \end{cases}$

Lời giải:

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Đúng

a) Δ song song với đường thẳng $d: 3x - 1 = 0$ nên có một vectơ pháp tuyến là $n = (3; 0)$, một vectơ chỉ phương là $u = (0; 3)$.

Phương trình tổng quát $\Delta: 3(x+2) + 0(y-4) = 0$ hay $x+2=0$.

b) Δ vuông góc với đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0$ nên Δ có một vectơ chỉ phương $u = (1; -2)$ và một vectơ pháp tuyến $n = (2; 1)$.

Phương trình tham số $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$.

c) Δ đi qua điểm $E(-1; 2)$ và có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \Delta: y = \frac{1}{2}(x+1) + 2 \Leftrightarrow \Delta: \frac{1}{2}x - y + \frac{5}{2} = 0.$$

d) Vì Δ song song với đường thẳng $5x+1=0$ nên vectơ chỉ phương của Δ là $u = (0; -5)$. Δ qua $A(-1; 2)$ và vectơ chỉ phương $u = (0; -5)$

$$\Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 - 5t \end{cases}$$

Câu 24: Cho phương trình $ax+by+c=0$ ⁽¹⁾ với $a^2+b^2>0$. Khi đó:

a) ⁽¹⁾ là phương trình tổng quát của đường thẳng có vectơ pháp tuyến là $n=(a;b)$.

b) $a=0$ ⁽¹⁾ là phương trình đường thẳng song song hoặc trùng với trục Ox .

c) $b=0$ ⁽¹⁾ là phương trình đường thẳng song song hoặc trùng với trục Oy .

d) Điểm $M_0(x_0;y_0)$ thuộc đường thẳng ⁽¹⁾ khi và chỉ khi $ax_0+by_0+c \neq 0$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Câu 25: Cho đường thẳng ^(d): $3x - 7y + 15 = 0$. Khi đó:

a) $u = (7; 3)$ là vectơ chỉ phương của ^(d).

b) ^(d) có hệ số góc $k = \frac{3}{7}$.

c) ^(d) không đi qua gốc tọa độ.

d) (d) đi qua hai điểm $M\left(-\frac{1}{3}; 2\right)$ và $N(5; 0)$.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai

Giả sử $N(5; 0) \in d: 3x - 7y + 15 = 0 \Rightarrow 3.5 - 7.0 + 15 = 0$ (v)

Câu 26: Đường thẳng $(d): x - 2y + 5 = 0$. Khi đó:

a) (d) đi qua $A(1; -2)$.

b) (d) có phương trình tham số: $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

c) (d) có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$.

d) (d) cắt (d') có phương trình: $x - 2y = 0$.

Lời giải

a) Sai b) Sai c) Đúng d) Sai

Giả sử $A(1; -2) \in (d): x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow 1 - 2.(-2) + 5 = 0$ (v)

Ta có $(d): x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow VTPT n = (1; -2) \Rightarrow VTCP u = (2; 1)$

Ta có $(d): x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} \Rightarrow$ hệ số góc $k = \frac{1}{2}$

• **Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1: Cho tam giác ABC có $M(2; 0)$ là trung điểm của cạnh AB . Đường trung tuyến và đường cao kẻ từ A lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Lập phương trình của đường thẳng AB .

Trả lời:

Lời giải

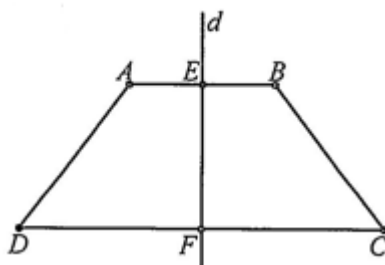
Tọa độ của điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ 6x - y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

Do đó, điểm A có tọa độ $(1; 2)$. Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM}(1; -2)$ nên nhận $n(2; 1)$ là một vectơ pháp tuyến. Phương trình đường thẳng AB là: $2(x - 1) + (y - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-3; 1), B(1; 3), C(7; 1)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình thang cân với hai đáy AB, CD .

Trả lời:

Lời giải



Ta có: $\overline{AB} = (4; 2)$. Lấy E là trung điểm AB ta được $E(-1; 2)$. Đường trung trực d của cạnh AB có phương trình là: $2x + y = 0$.

Đường thẳng CD đi qua C và song song với AB có phương trình là: $x - 2y - 5 = 0$

Giao điểm F của hai đường thẳng CD và d có tọa độ là $(1; -2)$. Vì tứ giác $ABCD$ là hình thang cân với hai đáy AB, CD nên D là điểm đối xứng với C qua d , do đó F là trung điểm của đoạn CD . Suy ra $D(-5; -5)$. Nhận thấy, $\overline{DC} = (12; 6)$, $\overline{AB} = (4; 2)$ cùng hướng nên $D(-5; -5)$ thỏa mãn bài toán.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; 2), B(1; 5)$ và đỉnh C nằm trên đường thẳng $d: 2x - y - 8 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C , biết rằng C có tung độ âm và diện tích tam giác ABC bằng 2.

Trả lời:

Lời giải

Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{3} \Leftrightarrow 3x + y - 8 = 0$. C nằm trên đường thẳng d nên giả sử $C(t; 2t - 8)$.

Ta có: $AB = \sqrt{(1-2)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{10}$. Do $S_{\triangle ABC} = 2$ suy ra $d(C, AB) = \frac{4}{\sqrt{10}}$. Khi đó $\frac{|3t + (2t - 8) - 8|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow |5t - 16| = 4$. Suy ra $t = 4$ hoặc $t = \frac{12}{5}$. Với $t = 4$ thì

$2t - 8 = 0$ (loại vì C có tung độ âm). Với $t = \frac{12}{5}$ thì $2t - 8 = -\frac{16}{5}$. Vậy $C\left(\frac{12}{5}; -\frac{16}{5}\right)$.

Câu 4: Lập phương trình đường thẳng đi qua $A(2; 3)$ và tạo với đường thẳng $d: 2x + y - 4 = 0$ một góc bằng 45° .

Trả lời:

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (a; b) (a^2 + b^2 > 0)$.

$$(\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \frac{|2a+b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2|2a+b| = \sqrt{10}\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 3a^2 + 8ab - 3b^2 = 0.$$

Nếu $b=0$ thì $a=0$ (loại).

Nếu $b \neq 0$ thì chia cả hai vế phương trình trên cho b^2 ta có:

$$3\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 8\frac{a}{b} - 3 = 0$$

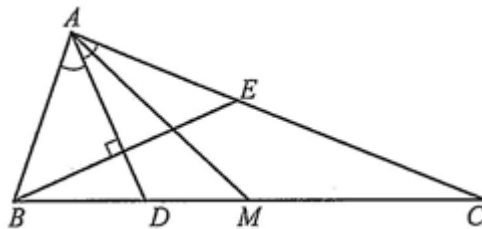
Giải phương trình ta được $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$ hoặc $\frac{a}{b} = -3$. Với $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$, ta chọn $a=1, b=3$. Suy ra phương trình đường thẳng d là: $1(x-2) + 3(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 11 = 0$

Với $\frac{a}{b} = -3$ ta chọn $a=-3, b=1$. Suy ra phương trình đường thẳng d là: $-3(x-2) + 1(y-3) = 0 \Leftrightarrow -3x + y + 3 = 0$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Gọi AM, AD lần lượt là đường trung tuyến và đường phân giác trong của tam giác. Các đường thẳng AM, AD lần lượt có phương trình là $x - y - 2 = 0, y = 0$. Giả sử $B(1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng AC và xác định tọa độ của điểm C .

Trả lời:

Lời giải



Tọa độ A là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} y=0 \\ x-y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0. \end{cases}$$

Suy ra $A(2; 0)$. Gọi E là điểm đối xứng với B qua AD thì ta có $E \in AC$ và $E(1; -3)$

Đường thẳng AC đi qua hai điểm A và E nên phương trình đường thẳng

$$AC \text{ là: } \frac{x-2}{1-2} = \frac{y-0}{-3-0} \Leftrightarrow 3x - y - 6 = 0$$

Điểm C thuộc đường thẳng AC , M là trung điểm BC nên giả sử $C(c; 3c-6)$ và $M\left(\frac{c+1}{2}; \frac{3c-3}{2}\right)$

Điểm M thuộc đường thẳng AM nên $\frac{c+1}{2} - \frac{3c-3}{2} - 2 = 0 \Leftrightarrow c = 0$. Vậy $C(0; -6)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ và các điểm $M(0; 2)$, $N(5; -3)$, $P(-2; -2)$, $Q(2; -4)$ lần lượt thuộc các đường thẳng chứa các cạnh AB, BC, CD, DA . Lập phương trình đường thẳng AB và tính diện tích hình vuông $ABCD$.

Trả lời:

Lời giải

Gọi $n_{AB} = (a; b) (a^2 + b^2 > 0)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB . Đường thẳng AB đi qua $M(0; 2)$ nên có phương trình dạng: $a(x - 0) + b(y - 2) = 0 \Leftrightarrow ax + by - 2b = 0$.

Đường thẳng BC vuông góc với AB nên ta có thể chọn $n_{BC} = (b; -a)$ làm vectơ pháp tuyến của đường thẳng BC . Đường thẳng BC đi qua $N(5; -3)$ nên có phương trình dạng:

$$b(x - 5) - a(y + 3) = 0 \Leftrightarrow bx - ay - 5b - 3a = 0.$$

Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $d(P, AB) = d(Q, BC)$. Do đó, ta có:

$$\frac{|-2a - 2b - 2b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2b + 4a - 5b - 3a|}{\sqrt{b^2 + a^2}} \Leftrightarrow |2a + 4b| = |a - 3b|.$$

Suy ra $a = -7b$ hoặc $3a = -b$

Với $a = -7b$ ta chọn $b = 1, a = -7$. Suy ra phương trình đường thẳng AB là: $-7x + y - 2 = 0, d(P, AB) = \sqrt{2}$

Vậy diện tích hình vuông $ABCD$ bằng: $(\sqrt{2})^2 = 2$

Với $3a = -b$ ta chọn $a = 1, b = -3$. Suy ra phương trình đường thẳng AB là: $x - 3y + 6 = 0$

và $d(P, AB) = \sqrt{10}$

Vậy diện tích hình vuông $ABCD$ bằng $(\sqrt{10})^2 = 10$

Câu 7: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ có $A(0;2), B(4;3)$, giao điểm hai đường chéo nằm trên đường thẳng $\Delta: x - 3y = 0$. Tìm toạ độ điểm C và D .

Trả lời:

Lời giải

Gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Vì I thuộc Δ nên giả sử $I(3t; t)$.

Khi đó $\overrightarrow{IA} = (-3t; 2-t), \overrightarrow{IB} = (4-3t; 3-t)$.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên

$$\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \Leftrightarrow (-3t)(4-3t) + (2-t)(3-t) = 0 \Leftrightarrow 10t^2 - 17t + 6 = 0$$

Suy ra $t = \frac{1}{2}$ hoặc $t = \frac{6}{5}$.

Với $t = \frac{1}{2}$ ta có: $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow C(3; -1), D(-1; -2)$

Với $t = \frac{6}{5}$ ta có: $I\left(\frac{18}{5}; \frac{6}{5}\right) \Rightarrow C\left(\frac{36}{5}; \frac{2}{5}\right), D\left(\frac{16}{5}; -\frac{3}{5}\right)$

Câu 8: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho đường thẳng $d: 4x - y + 11 = 0$.

a) Lập phương trình đường thẳng d_1 đi qua $M(-2; 1)$ và song song với d .

b) Lập phương trình đường thẳng d_2 vuông góc với d và cách đều hai điểm $P(-3; 3), Q(5; -1)$.

Trả lời:

Lời giải

a) Vì d_1 song song với d nên phương trình của d_1 có dạng: $4x - y + c = 0 (c \neq 11)$.

Vì M thuộc d_1 nên $4 \cdot (-2) - 1 + c = 0 \Leftrightarrow c = 9$.

Vậy phương trình đường thẳng d_1 là: $4x - y + 9 = 0$.

b) Vì d_2 vuông góc với d nên phương trình của d_2 có dạng: $x + 4y + m = 0$.

Vì d_2 cách đều hai điểm P, Q nên

$$d(P, d_2) = d(Q, d_2) \Leftrightarrow \frac{|-3 + 4 \cdot 3 + m|}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = \frac{|5 + 4 \cdot (-1) + m|}{\sqrt{1^2 + 4^2}} \Leftrightarrow |m + 9| = |m + 1|.$$

Suy ra $m = -5$. Vậy phương trình đường thẳng d_2 là: $x + 4y - 5 = 0$.

- Câu 9:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;1), B(5;-2)$, đỉnh C thuộc đường thẳng $y - 4 = 0$, trọng tâm G thuộc đường thẳng $3x - 2y + 6 = 0$.
- a) Tìm tọa độ trọng tâm G .
- b) Tính diện tích tam giác ABC .

Trả lời:

Lời giải

a) Đỉnh C nằm trên đường thẳng $y - 4 = 0$ nên giả sử $C(c; 4)$. Giả sử $G(a; b)$. Vì G là trọng tâm tam giác nên $a = \frac{6+c}{3}, b = 1$.

Do G nằm trên đường thẳng $3x - 2y + 6 = 0$ nên $3\left(\frac{6+c}{3}\right) - 2 + 6 = 0 \Leftrightarrow c = -10$.

Suy ra $G\left(-\frac{4}{3}; 1\right)$.

b) Ta có: $\overline{AB} = (4; -3)$. Suy ra $AB = 5$ và phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-3} \Leftrightarrow 3x + 4y - 7 = 0$.

Từ câu a) ta có: $C(-10; 4)$.

Khoảng cách từ C đến đường thẳng AB là: $d(C, AB) = \frac{|3 \cdot (-10) + 4 \cdot 4 - 7|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{21}{5}$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AB \cdot d(C, AB) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{21}{5} = \frac{21}{2}$.

- Câu 10:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 2. Biết $A(0;2), B(3;0)$ và giao điểm I của hai đường chéo hình bình hành nằm trên đường thẳng $y = -x$. Tìm tọa độ các điểm C và D .

Trả lời:

Lời giải

Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y - 6 = 0$.

Điểm I nằm trên đường thẳng $y = -x$ nên giả sử $I(t; -t)$.

Vì I là trung điểm của AC nên $C(2t; -2t - 2)$, I là trung điểm của BD nên $D(2t - 3; -2t)$.

Ta có: $AB = \sqrt{(3-0)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{13}$. Suy ra $d(C, AB) = \frac{2}{\sqrt{13}}$. Khi đó $\frac{|2 \cdot 2t + 3(-2t-2) - 6|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow |-2t-12|=2$. Suy ra $t = -5$ hoặc $t = -7$. Với $t = -5$, ta có: $C(-10;8), D(-13;10)$.
 Với $t = -7$, ta có: $C(-14;12), D(-17;14)$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các đường thẳng $d_1: x+2y+3=0$, $d_2: 3x-y+5=0$ và điểm $P(-2;1)$. Đường thẳng Δ đi qua P và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho P là trung điểm của AB .

- Tìm tọa độ các điểm A, B .
- Tính khoảng cách từ $M(3; -2)$ đến đường thẳng Δ .

Trả lời:

Lời giải

- Vì $A \in d_1, B \in d_2$ nên giả sử $A(-2t-3; t), B(s; 3s+5)$.

Ta có: $P(-2;1)$ là trung điểm AB nên
$$\begin{cases} \frac{-2t-3+s}{2} = -2 \\ \frac{t+3s+5}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2t+s = -1 \\ t+3s = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ s=-1 \end{cases}$$

 Suy ra $A(-3;0), B(-1;2)$.

- Phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B là: $\frac{x+3}{2} = \frac{y}{2} \Leftrightarrow x-y+3=0$. Vậy khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ là:

$$d(M, \Delta) = \frac{|3 - (-2) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}.$$

Câu 12: Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=t \\ y=-2+2t \end{cases}, d_2: x+y+3=0$. Viết phương trình tham số đường thẳng d qua điểm $M(3;0)$, đồng thời cắt hai đường thẳng d_1, d_2 tại hai điểm A, B sao cho M là trung điểm của đoạn AB .

Trả lời:

Lời giải:

Xét đường thẳng $d_2: x+y+3=0$; thay $x=t' \Rightarrow y=-3-t'$, ta có phương trình

tham số $d_2: \begin{cases} x=t' \\ y=-3-t' \end{cases}$.

Gọi $A=d \cap d_1 \Rightarrow A(t; -2+2t)$; gọi $B=d \cap d_2 \Rightarrow B(t'; -3-t')$.

Vì $M(3;0)$ là trung điểm của đoạn AB nên
$$\begin{cases} 3 = \frac{t+t'}{2} \\ 0 = \frac{-2+2t-3-t'}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t+t'=6 \\ 2t-t'=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=\frac{11}{3} \\ t'=\frac{7}{3} \end{cases}$$
. Ta có $A\left(\frac{11}{3}; \frac{16}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \left(-\frac{2}{3}; -\frac{16}{3}\right) = -\frac{2}{3}\vec{u}$ với $\vec{u}=(1;8)$ là

một vectơ chỉ phương của d . Phương trình tham số của d là
$$\begin{cases} x=3+t \\ y=8t \end{cases}$$

Câu 13: Cho tam giác ABC có $A(2; -1), B(4;5), C(-3;2)$. Viết phương trình tổng quát đường cao AH của tam giác ABC .

Trả lời:

Lời giải:

Cho tam giác ABC có $A(2; -1), B(4;5), C(-3;2)$. Viết phương trình tổng quát đường cao AH của tam giác ABC . AH đi qua $A(2; -1)$ và nhận $\overrightarrow{CB}=(7;3)$ làm vectơ pháp tuyến, vì vậy phương trình tổng quát của $AH: 7(x-2)+3(y+1)=0$ hay $7x+3y-11=0$.

Câu 14: Cho tam giác ABC với $A(-1; -2)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là $x-y+4=0$.

a) Viết phương trình đường cao AH của tam giác.

b) Viết phương trình đường trung bình ứng với cạnh đáy BC của tam giác.

Trả lời:

Lời giải:

a) Đường cao AH vuông góc với BC nên nhận $\vec{u}=(1; -1)$ làm vectơ chỉ phương, suy ra AH có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1)$.

Phương trình tổng quát $AH: 1(x+1)+1(y+2)=0$ hay $x+y+3=0$.

b) Chọn điểm $K(0;4)$ thuộc BC , gọi E là trung điểm đoạn AK nên $E\left(-\frac{1}{2};1\right)$. Gọi d là đường trung bình ứng với cạnh đáy BC của tam giác ABC , suy ra d qua E và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}'=(1;-1)$.

Phương trình tổng quát $d:1\left(x+\frac{1}{2}\right)-1(y-1)=0$ hay $2x-2y+3=0$.

Câu 15: Viết phương trình đường thẳng Δ biết rằng:

- a) Δ chặn các trục tọa độ tại hai điểm $A(-4;0), B(0;-2)$.
 b) Δ qua điểm $E(2;3)$, đồng thời cắt các tia Ox, Oy tại các điểm M, N (khác gốc tọa độ O) biết rằng $OM+ON$ bé nhất.

Trả lời:

Lời giải:

a) Δ có phương trình theo đoạn chắn là $\frac{x}{-4}+\frac{y}{-2}=1$ hay $x+2y+4=0$.

b) Gọi $M(m;0)=\Delta \cap Ox, N(0;n)=\Delta \cap Oy$ với $m,n>0$. Suy ra $\begin{cases} OM=m \\ ON=n \end{cases}$.

Phương trình Δ được viết theo đoạn chắn $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1$. Vì $E(2;3) \in \Delta$ nên $\frac{2}{m}+\frac{3}{n}=1 \Rightarrow \frac{2}{m}=\frac{n-3}{n} \Rightarrow m=\frac{2n}{n-3}$. Vì $m,n>0$ nên $n-3>0 \Rightarrow n>3$.

Ta có: $OM+ON=m+n=\frac{2n}{n-3}+n=2+\frac{6}{n-3}+n=5+\frac{6}{n-3}+(n-3)$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM: $\frac{6}{n-3}+(n-3) \geq 2\sqrt{\frac{6}{n-3} \cdot (n-3)}=2\sqrt{6}$.

Suy ra: $OM+ON=5+\frac{6}{n-3}+(n-3) \geq 5+2\sqrt{6}$.

Khi tổng $OM+ON$ đạt giá trị nhỏ nhất (bằng $5+2\sqrt{6}$) thì dấu bằng của bất đẳng thức trên xảy ra: $\frac{6}{n-3}=n-3 \Rightarrow (n-3)^2=6 \Rightarrow n=\sqrt{6}+3(n>3)$. Suy ra

$m=\frac{2(\sqrt{6}+3)}{(\sqrt{6}+3)-3}=\frac{2\sqrt{6}+6}{\sqrt{6}}=2+\sqrt{6}$.

Phương trình tổng quát $\Delta: \frac{x}{2+\sqrt{6}}+\frac{y}{3+\sqrt{6}}=1$ hay $\frac{x}{2+\sqrt{6}}+\frac{y}{3+\sqrt{6}}-1=0$.

Câu 16: Cho $\Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ (1)

Câu 17: Tìm 3 điểm trên Δ .

Câu 18: Tìm M trên Δ cách $A(3;5)$ một khoảng bằng 5.

Câu 19: Tìm F trên Δ sao cho AF ngắn nhất.

Trả lời:

Lời giải

Câu 20: Tìm 3 điểm trên Δ .

$$t=0: (1) \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$t=1: (1) \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$t=2: (1) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases}$$

Lời bình: trên đường thẳng có vô số điểm khác với mỗi giá trị $t \in \mathbb{R}$ ta được một cặp nghiệm $(x; y)$. Trong bài trên lấy 3 giá trị $t=0, 1, 2$. Các bạn có thể lấy t bằng giá trị khác để tìm được 3 điểm tương ứng.

Câu 21: Tìm M trên Δ cách $A(3;5)$ một khoảng bằng 5.

$$M \in \Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 + 3t \end{cases} \Rightarrow M(-2 + t; -1 + 3t)$$

$$MA = 5 \Leftrightarrow MA^2 = 25 \Leftrightarrow (x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow (3 - (-2 + t))^2 + (5 - (-1 + 3t))^2 = 25 \Leftrightarrow (5 - t)^2 + (6 - 3t)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 10t^2 - 46t - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow M(-1; 2) \\ t = \frac{18}{5} \Rightarrow M\left(\frac{8}{5}; \frac{49}{5}\right) \end{cases}$$

Câu 22: Tìm F trên Δ sao cho AF ngắn nhất.

$$F \in \Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 + 3t \end{cases} \Rightarrow F(-2 + t; -1 + 3t);$$

$$\vec{AF} = (-5 + t; -6 + 3t)$$

Vector chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = (1; 3)$

Để $AF \perp \Delta$ thì $\vec{AF} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 1(-5 + t) + 3(-6 + 3t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{23}{10}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 + \frac{23}{10} = \frac{3}{10} \\ y = -1 + \frac{3 \cdot 23}{10} = \frac{59}{10} \end{cases} \Rightarrow F\left(\frac{3}{10}; \frac{59}{10}\right).$$

$$A(1;6), B(3;2), \Delta: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

Câu 23: Cho

Câu 24: Tìm tọa độ C trên Δ sao cho ΔABC cân tại C .

Câu 25: Tìm tọa độ C trên Δ sao cho ΔABC vuông tại C

Trả lời:

Lời giải

Câu 26: Tìm tọa độ C trên Δ sao cho ΔABC cân tại C

$$C \in \Delta: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = t \end{cases} \Rightarrow C(3 - t; t).$$

$$\Delta ABC \text{ cân tại } C \Leftrightarrow CA = CB$$

$$\Leftrightarrow CA^2 = CB^2 \Leftrightarrow (x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2.$$

$$\Leftrightarrow (1 - 3 + t)^2 + (6 - t)^2 = (3 - 3 + t)^2 + (2 - t)^2 \Leftrightarrow 12t = 36 \Leftrightarrow t = 3 \Rightarrow C(3; 0).$$

Câu 27: Tìm tọa độ C trên Δ sao cho ΔABC vuông tại C

$$C \in \Delta: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = t \end{cases} \Rightarrow C(3 - t; t).$$

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } C \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} \perp \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{CA} = (-2 + t; 6 - t); \overrightarrow{CB} = (t; 2 - t)$$

$$\Leftrightarrow t(-2 + t) + (2 - t)(6 - t) = 0 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \Rightarrow C(0; 3) \\ t = 2 \Rightarrow C(1; 2) \end{cases}.$$

(1)

$$A(1;6), B(-3;4), \Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

Câu 28: Cho . Tìm $N \in \Delta$ sao cho khoảng cách từ góc tọa độ O đến N nhỏ nhất.

Trả lời:

Lời giải

$N \in \Delta$ để ON nhỏ nhất thì $ON \perp \Delta$

$$N \in \Delta \Rightarrow N(1 + t; 1 + 2t), t \in \mathbb{R}$$

$$\overrightarrow{ON} = (1 + t; 1 + 2t)$$

Vectơ chỉ phương của Δ là. $\vec{u}_\Delta = (1; 2)$

Vì $ON \perp \Delta \Rightarrow ON \perp \vec{u}_\Delta$

$$\Leftrightarrow \vec{ON} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow 1(1+t) + 2(1+2t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{5} \Rightarrow N\left(\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$$

Câu 29: Cho $A(-1; 2), B(3; 1)$ và $d: x - y + 1 = 0$

Câu 30: Tìm 1 điểm trên d .

Câu 31: Tìm $M \in d$ sao cho ΔMAB cân tại M .

Trả lời:

Lời giải

Câu 32: $d: x - y + 1 = 0 \Rightarrow d: y = x + 1; x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow M(0; 1) \in d$

Câu 33: $M \in d: y = x + 1 \Rightarrow M(x_M, x_M + 1)$. ΔMAB cân tại $M \Rightarrow MA^2 = MB^2$

$$\Leftrightarrow x_M = \frac{7}{6} \Rightarrow y_M = x_M + 1 = \frac{13}{6} \Rightarrow M\left(\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right)$$

Câu 34: Cho ΔABC có trọng tâm $G(-2; -1); AB: 4x + y + 15 = 0; AC: 2x + 5y + 3 = 0$.

Tìm tọa độ 3 điểm A, B, C .

Trả lời:

Lời giải

Tọa độ điểm $A = AB \cap AC$ là nghiệm của

$$\text{hệ } \begin{cases} 4x + y + 15 = 0 \\ 2x + 5y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-4; 1)$$

$$B \in AB: y = -4x - 15 \Rightarrow B(x_B; -4x_B - 15)$$

$$C \in AC: y = \frac{-2x - 3}{5} \Rightarrow C\left(x_C; \frac{-2x_C - 3}{5}\right).$$

$$\Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 + x_B + x_C = 3(-2) \\ -1 - 4x_B - 15 + \frac{-2x_C - 3}{5} = -3 \end{cases}$$

G là trọng tâm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -3 \\ x_C = 1 \end{cases} \Rightarrow B(-3; -3), C(1; -1).$$

Câu 35: Cho ΔABC có trung điểm cạnh BC là $M(-1; -1); AB: x + y - 2 = 0; AC: 2x + 6y + 3 = 0$. Tìm 3 điểm A, B, C .

Trả lời:

Lời giải

Tọa độ điểm $A = AB \cap AC$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x + 6y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{4} \\ y = -\frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{15}{4}; -\frac{7}{4}\right)$$

$$B \in AB: y = -x + 2 \Rightarrow B(x_B; -x_B + 2);$$

$$C \in AC: y = \frac{-2x - 3}{6} \Rightarrow C\left(x_C; \frac{-2x_C - 3}{6}\right)$$

$$BC \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + x_C = 2x_M \\ y_B + y_C = 2y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + x_C = -2 \\ -x_B + 2 + \frac{-2x_C - 3}{6} = -2 \end{cases}$$

M là trung điểm của

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B + x_C = -26 \\ x_B - 2x_C = -21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = \frac{25}{4} \\ x_C = -\frac{33}{4} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{25}{4}; -\frac{17}{4}\right), C\left(-\frac{33}{4}; \frac{9}{4}\right).$$

Câu 36: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC có $A(1;1), B(0;-2), C(4;2)$.

a) Viết phương trình tổng quát của đường cao AH .

b) Viết phương trình tổng quát của trung tuyến CM .

Trả lời:

Lời giải

a) AH qua $A(1;1)$ và vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BC} = (1;1)$

$$\Rightarrow AH: 1(x-1) + 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow AH: x + y - 2 = 0.$$

b) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra

$$M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right), \overrightarrow{CM} = \left(-\frac{7}{2}; -\frac{5}{2}\right).$$

Vì CM có vectơ chỉ phương $\vec{u} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{CM} = (7;5)$ nên vectơ pháp tuyến của Δ là $n = (5; -7)$.

CM qua $C(4;2)$ và vectơ pháp tuyến $n = (5; -7)$

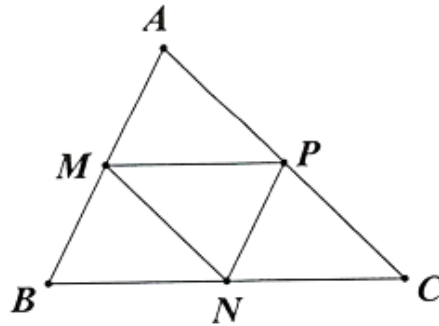
$$\Rightarrow CM: 5(x-4) - 7(y-2) = 0 \Leftrightarrow CM: 5x - 7y - 6 = 0.$$

Câu 37: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết trung điểm các cạnh AB, BC, CA lần lượt là $M(-1; -1), N(1;9), P(9;1)$.

- a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng chứa cạnh AB .
b) Viết phương trình tổng quát của đường trung trực của đoạn thẳng AB .

Trả lời:

Lời giải



$$\vec{u} = \frac{1}{8} \vec{NP} = (1; -1)$$

a) Vì AB có vectơ chỉ phương $\vec{u} = \frac{1}{8} \vec{NP} = (1; -1)$ nên vectơ pháp tuyến của AB là $n = (1; 1)$.

AB qua $M(-1; -1)$ và có vectơ pháp tuyến $n = (1; 1)$
 $\Rightarrow AB : 1(x+1) + 1(y+1) = 0 \Leftrightarrow AB : x + y + 2 = 0$.

b) Vì d là đường trung trực cạnh AB nên d vuông góc với AB

$\Rightarrow$ Vectơ pháp tuyến của d là $u = (1; -1)$.

d qua $M(-1; -1)$ và có vectơ pháp tuyến $u = (1; -1)$

$\Rightarrow d : 1(x+1) - 1(y+1) = 0 \Leftrightarrow AB : x - y = 0$.

Câu 38: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ và điểm $M(3; 1)$.

a) Tìm tọa độ hình chiếu I của điểm M lên đường thẳng d .

b) Xác định tọa độ điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng d .

Trả lời:

Lời giải

a) $d : \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 + 2t \end{cases} \Rightarrow d : x + y + 1 = 0$

Phương trình đường thẳng MI là $x - y - 2 = 0$.

Tọa độ tọa độ hình chiếu I của điểm M là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right).$$

b) Vì M' đối xứng với M qua đường thẳng d nên I là trung điểm của MM'

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{M'} = 2x_I - x_M = -2 \\ y_{M'} = 2y_I - y_M = -4 \end{cases} \Rightarrow M'(-2; -4)$$

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng (d) có phương trình: $x - 2y + 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng qua $M(2;1)$ và tạo với (d) một góc 45° .

Trả lời:

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm; $n = (A, B)$ là VTPT của Δ ($A^2 + B^2 \neq 0$)

Để Δ tạo với (d) một góc 45° thì

$$\cos 45^\circ = \frac{|A - 2B|}{\sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 2(A - 2B)^2 = 5(A^2 + B^2) \Leftrightarrow \begin{cases} A = -3B \\ B = 3A \end{cases}$$

+ Với $A = -3B$, chọn $B = -1 \Rightarrow A = 3$:

Khi đó Δ qua $M(2;1)$ và vectơ pháp tuyến $n = (3; -1)$

$$\Rightarrow \Delta: 3(x - 2) - 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow \Delta: 3x - y - 5 = 0.$$

+ Với $B = 3A$, chọn $A = 1 \Rightarrow B = 3$:

Khi đó Δ qua $M(2;1)$ và vectơ pháp tuyến $n = (1; 3)$

$$\Rightarrow \Delta: 1(x - 2) + 3(y - 1) = 0 \Leftrightarrow \Delta: x + 3y - 5 = 0.$$

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng

$$(\Delta_1): 3x + 4y - 6 = 0, (\Delta_2): 4x + 3y - 1 = 0 \text{ và } (\Delta_3): y = 0.$$

Gọi $A = (\Delta_1) \cap (\Delta_2), B = (\Delta_2) \cap (\Delta_3), C = (\Delta_3) \cap (\Delta_1)$.

a) Viết phương trình đường phân giác trong và phân giác ngoài của góc A .

b) Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Trả lời:

Lời giải

a) Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x+4y-6=0 \\ 4x+3y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$.
Do đó $A=(-2;3)$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 4x+3y-1=0 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ y=0 \end{cases}$.
Do đó $B=\left(\frac{1}{4};0\right)$.

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x+4y-6=0 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$.
Do đó $C=(2;0)$.

Phương trình các đường phân giác của góc A là $\frac{3x+4y-6}{\sqrt{3^2+4^2}} = \pm \frac{4x+3y-1}{\sqrt{3^2+4^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y+5=0 \\ x+y-1=0 \end{cases}$

Đặt $f_1(x;y)=x-y+5$.

Ta có $\begin{cases} f_1\left(\frac{1}{4};0\right)=-\frac{19}{5}<0 \\ f_1(2;0)=-3<0 \end{cases}$.

Do đó hai điểm B và C nằm cùng phía của đường thẳng $x-y-5=0$.

Vậy $x+y-1=0$ và $x-y-5=0$ lần lượt là đường phân giác trong và ngoài của góc A .

b) Phương trình các đường phân giác góc B là $\frac{4x+3y-1}{\sqrt{4^2+3^2}} = \pm \frac{y}{\sqrt{0^2+1^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-2y-1=0 \\ 4x+8y-1=0 \end{cases}$.

Đặt $f_2(x;y)=4x-2y-1$.

Ta có $f_2(-2;3)=-15<0$ và $f_2(2;0)=8>0$.

Do đó hai điểm A và C khác phía đối với đường thẳng $4x-2y-1=0$.

Do đó $4x-2y-1=0$ là đường phân giác trong của góc B .

Tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 4x - 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>