**19 - ĐẠI CƯƠNG VỀ HÀM SỐ**

**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.**

**1. Định nghĩa**

• Cho . ***Hàm số ***  xác định trên  là một qui tắc đặt tương ứng mỗi số  với một và chỉ một số .

•  được gọi là **biến số** (đối số), được gọi là **giá trị** của hàm số *f*  tại .

Kí hiệu: .

•  được gọi là ***tập xác định*** của hàm số .

**2. Cách cho hàm số**

• Cho bằng bảng • Cho bằng biểu đồ • Cho bằng công thức .

***Tập xác định của hàm số *** là tập hợp tất cả các số thực  sao cho biểu thức  có nghĩa.

**3. Đồ thị của hàm số**

**Đồ thị** của hàm số  xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm  trên mặt phẳng toạ độ với mọi .

***Chú ý:***Ta thường gặp đồ thị của hàm số  là một đường. Khi đó ta nói  là ***phương trình*** của đường đó.

**4. Sư biến thiên của hàm số**

Cho hàm số  xác định trên .

• Hàm số  **đồng biến (tăng)** trên  nếu 

• Hàm số  **nghịch biến (giảm)** trên  nếu 

**5. Tính chẵn lẻ của hàm số**

Cho hàm số  có tập xác định .

• Hàm số  được gọi là **hàm số chẵn** nếu với  thì  và  .

• Hàm số  được gọi là **hàm số lẻ** nếu với  thì  và  .

***Chú ý:*** *+ Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.*

*+ Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc toạ độ làm tâm đối xứng.*

**6: Tịnh tiến đồ thị song song với trục tọa độ**

**Định lý:** Cho  là đồ thị của  và ; ta có

Tịnh tiến  lên trên q đơn vị thì được đồ thị 

Tịnh tiến  xuống dưới q đơn vị thì được đồ thị 

Tịnh tiến  sang trái p đơn vị thì được đồ thị 

Tịnh tiến  sang phải p đơn vị thì được đồ thị 

**B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.**

**Dạng 1: Tính giá trị của hàm số tại các giá trị của biến số và đồ thị của hàm số.**

Tính giá trị của hàm số  tại .

Nếu thì không tồn tại .

Nếu thì tồn tại duy nhất .

Điều kiện để hàm số  xác định trên tập  là  với  là tập xác định của hàm số.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Cho hàm số. Tính  **🖎Lời giải tham khảo** | | **🖎Lưu ý** |
| Cho hàm số . Tính  **Lời giải** | **1.2.** Cho hàm số. Tính  **Lời giải**  Không tồn tạivì . | |

**Dạng 2: Tìm tập xác định của hàm số**

**Phương pháp giải.**

Tập xác định của hàm số  là tập các giá trị của  sao cho biểu thức  có nghĩa

***Chú ý :*** Nếu  là một đa thức thì:  
\*  có nghĩa

\*  có nghĩa

\*  có nghĩa

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:   **🖎Lời giải tham khảo**  Điều kiện:  Vậy tập xác định của hàm số là | | **🖎Lưu ý** | |
| **2.1**  **Lời giải**  Điều kiện:  Vậy tập xác định của hàm số là | **2.2**  **Lời giải**  Điều kiện:  Vậy tập xác định của hàm số là | | |
| **2.3**  **Lời giải**  Điều kiện:  Vậy tập xác định của hàm số là | **2.4**  **Lời giải**  Ta có: .  Vậy tập xác định của hàm số là | | |
| 1. Tìm tập xác định của hàm số sau:   **🖎Lời giải tham khảo**  Điều kiện:  Vậy tập xác định của hàm số là | | | | **🖎Lưu ý** |
| **3.1**  **Lời giải**  Điều kiện:  Vậy tập xác định của hàm số là | | **3.2**  **Lời giải**  Điều kiện:  Vậy tập xác định của hàm số là | | |
| **3.3**  **Lời giải**  Điều kiện:.  Vậy tập xác định của hàm số là . | | **3.4**  **Lời giải**  Điều kiện . Vậy tập xác định của hàm số là . | | |
| **3.5**  **Lời giải**  Điều kiện  Vậy tập xác định của hàm số là . | | **3.6**  **Lời giải**  Điều kiện    Vậy tập xác định của hàm số là . | | |
| **3.7.**  **Lời giải**  Điều kiện:  đúng với mọi  Vậy tập xác định của hàm số là . | | **3.8.**  **Lời giải**  Khi  thì hàm số là  luôn xác định với .  Khi  thì hàm số là  xác định khi    Do đó hàm số đã cho xác định khi  Suy ra tập xác định của hàm số là . | | |

**Dạng 3: Xét sự biến thiên của hàm số trên khoảng cho trước**

**Phương pháp giải**

**C1:** Cho hàm số  xác định trên *K*. Lấy , đặt 

Hàm số đồng biến trên .

Hàm số nghịch biến trên .

**C2:** Cho hàm số  xác định trên *K*. Lấy , đặt 

Hàm số đồng biến trên .

Hàm số nghịch biến trên .

**Lưu ý:**

 Hàm số  đồng biến (hoặc nghịch biến) thì phương trình  có tối đa một nghiệm.

 Nếu hàm số  đồng biến (nghịch biến) trên  thì  và . Tính chất này được sử dụng nhiều trong các bài toán đại số như giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình và các bài toán cực trị.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. Xét sự biến thiên của hàm số  trên  và trên   **🖎Lời giải tham khảo**  TXĐ:      Nếu . Vậy hàm số  nghịch biến trên .  Nếu . Vậy hàm số  đồng biến trên . | | **🖎Lưu ý** |
| **4.1**Xét sự biến thiên của hàm số  trên và  **Lời giải**  TXĐ:  ;    Nếunên hàmsố đồng biến.  Nếunên hàm số nghịch biến. | **4.2** Xét sự biến thiên của hàm số trên  và  **Lời giải**  TXĐ: .  ;    Nếunên hàm số nghịch biến.  Nếu nên hàm số nghịch biến. | |
| **4.3** Xét sự biến thiên của hàm số trên  **Lời giải**  Với mọi  ta có    Suy ra  Vì  nên hàm số  đồng biến trên khoảng . | **4.4** Xét sự biến thiên của hàm số  trên tập xác định của nó.  **Lời giải**  \* ĐKXĐ:  Suy ra TXĐ:  Với mọi  ta có    Suy ra    Nên hàm số  đồng biến trên khoảng . | |

**Dạng 4: Xét tính chẵn lẻ của hàm số**

**Phương pháp giải**

* **Sử dụng định nghĩa**

Hàm số  xác định trên :

Hàm số **chẵn**. Hàm số **lẻ** .

**Chú ý:** Một hàm số có thể không chẵn cũng không lẻ.

Đồ thị hàm số chẵn nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Đồ thị hàm số lẻ nhận gốc tọa độ  làm tâm đối xứng.

* **Quy trình xét hàm số chẵn, lẻ.**

**B1:** Tìm tập xác định của hàm số.

**B2:** Kiểm tra

* Nếu  chuyển qua bước ba.
* Nếu kết luận hàm không chẵn cũng không lẻ.

**B3:** xác định  và so sánh với.

* Nếu bằng nhau thì kết luận hàm số là chẵn.
* Nếu đối nhau thì kết luận hàm số là lẻ.
* Nếu tồn tại một giá trị  mà  kết luận hàm số không chẵn cũng không lẻ.

**Lưu ý:** Cho hàm số  có cùng tập xác định *D*. Chứng minh rằng :

a) Nếu hai hàm số trên lẻ thì hàm số  là hàm số lẻ.

b) Nếu hai hàm số trên một chẵn một lẻ thì hàm số  là hàm số lẻ.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau:   **🖎Lời giải tham khảo**  Tập xác định .  Với mọi , ta có    Vậy  là hàm số lẻ. | | **🖎Lưu ý** |
| **5.1**.  **Lời giải**  Xét hàm số  có tập xác định .  Với mọi , ta có  và  Vậy là hàm số chẵn. | **5.2**  **Lời giải**  Tập xác định là .  Với mọi  ta có  và  Vậy  là hàm số lẻ. | |
| **5.3**  **Lời giải**  Ta có TXĐ:  Với , ta có:  và  Vậy  là hàm số không có tính chẵn lẻ. | **5.4**  **Lời giải**  Ta có TXĐ:  Với mọi  ta có  và  Suy ra  Do đó  là hàm số chẵn. | |
| **5.5**  **Lời giải**  Ta có : với mọi .  Suy ra TXĐ:  Mặt khác  do đó    Với mọi  ta có  và  Do đó là hàm số lẻ. | **5.6**  **Lời giải**  Ta có TXĐ:  ta có  Với mọi ta có  suy ra  Với mọi  ta có  suy ra  Và  Do đó với mọi  ta có  Vậy hàm số  là hàm số lẻ. | |

**Dạng 5: Đồ thị hàm số và tịnh tiến đồ thị hàm số**

**Phương pháp giải**

 Cho hàm số  xác định trên . Đồ thị hàm số  là tập hợp tất cả các điểm  nằm trong mặt phẳng tọa độ với .

***Chú ý :*** Điểm đồ thị hàm số .

 Sử dụng định lý về tịnh tiến đồ thị một hàm số

**Định lý:** Cho  là đồ thị của  và ; ta có

Tịnh tiến  lên trên q đơn vị thì được đồ thị .

Tịnh tiến  xuống dưới q đơn vị thì được đồ thị .

Tịnh tiến  sang trái p đơn vị thì được đồ thị .

Tịnh tiến  sang phải p đơn vị thì được đồ thị .

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Cho hàm số   a) Tìm  để điểm  thuộc đồ thị hàm số đã cho  b) Tìm các điểm cố định mà đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua với mọi .  **🖎Lời giải tham khảo**  a) Điểm  thuộc đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi    Vậy  là giá trị cần tìm.  b) Để  là điểm cố định mà đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua, điều kiện cần và đủ là    Vậy đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua điểm . | **🖎Lưu ý**  Nếu đa thức  với mọi  khi và chỉ khi |
| **6.1.** Tìm các điểm cố định mà đồ thị hàm số sau luôn đi qua với mọi m.    **Lời giải**  Ta có    Tọa độ điểm cố định mà họ đồ thị đồ thị luôn đi qua là nghiệm của hệ    Vậy điểm cần tìm là .  b) | |
| a) Tịnh tiến đồ thị hàm số  liên tiếp sang phải hai đơn vị và xuống dưới một đơn vị ta được đồ thị của hàm số nào?  b) Nêu cách tịnh tiến đồ thị hàm số  để được đồ thị hàm số .  **🖎Lời giải tham khảo**  a) Ta tịnh tiến đồ thị hàm số  sang trái hai đơn vị ta được đồ thị hàm số  rồi tịnh tiến xuống dưới một đơn vị ta được đồ thị hàm số  hay .  Vậy hàm số cần tìm là .  b) Ta có :  Do đó tịnh tiến đồ thị hàm số  để được đồ thị hàm số  ta làm như sau  Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số  đi sang bên trái  đơn vị và lên trên đơn vị. | **🖎Lưu ý** |
| **7.1**  **a)**Tịnh tiến đồ thị hàm số  liên tiếp sang trái 2 đơn vị và xuống dưới  đơn vị ta được đồ thị của hàm số nào?  **b)** Nêu cách tịnh tiến đồ thị hàm số  để được đồ thị hàm số .  **Lời giải**  a) Ta tịnh tiến đồ thị hàm số  sang trái hai đơn vị ta được đồ thị hàm số  rồi tịnh tiến xuống dưới  đơn vị ta được đồ thị hàm số  hay .  Vậy hàm số cần tìm là .  b) Ta có  Do đó tịnh tiến đồ thị hàm số  để được đồ thị hàm số  ta làm như sau  Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số  đi sang bên phải một đơn vị và lên trên năm đơn vị. | |