**Bài 5.3: MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC HAI**

**Dạng toán 1: Phương trình trùng phương**

|  |
| --- |
| ***Phương trình trùng phương:*** |
| * Đặt  thì * Để xác định số nghiệm của  ta dựa vào số nghiệm của  và dấu của chúng, cụ thể:   Để  vô nghiệm  Để  có 1 nghiệm  Để  có 2 nghiệm phân biệt  Để  có 3 nghiệm  có 1 nghiệm bằng 0 và nghiệm còn lại dương.  Để  có 4 nghiệm  có 2 nghiệm dương phân biệt. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 1:** Cho phương trình:  x4(m + 2)x2 + m = 0 (1)  Tìm m để phương trình:  a.Có nghiệm duy nhất. b. Có hai nghiệm phân biệt.  c.Có ba nghiệm phân biệt. d.Có bốn nghiệm phân biệt  **Lời giải tham khảo**  Đặt t = x2 với điều kiện t ≥ 0.  Khi đó, phương trình được biến đổi về dạng:  f(t) = t2(m + 2)t + m = 0. (2)   1. Phương trình (1) có nghiệm duy nhất   ⇔ (2) có nghiệm t1 ≤ 0 = t2 ⇔  vô nghiệm.  Vậy, không tồn tại m thoả mãn điều kiện đầu bài. | |  | | --- | | b. Có hai nghiệm phân biệt. | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
| |  | | --- | | c. Có ba nghiệm phân biệt. | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | --- | | d. Có bốn nghiệm phân biệt | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
| **Bài 1.1:** Cho phương trình(\*).  Tìm  để  a) Phương trình (\*) có bốn nghiệm phân biệt  b) Phương trình (\*) có nghiệm   |  | | --- | | **✍ *Giải***  a) Phương trình (\*) có bốn nghiệm phân biệt | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | b) Phương trình (\*) có nghiệm   |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

**Dạng toán 2: Phương trình chứa GTTĐ**

|  |
| --- |
| Để giải phương trình chứa dấu trị tuyệt đối, ta tìm cách khử dấu trị tuyệt đối bằng cách: dùng định nghĩa  hoặc bình phương 2 vế hoặc đặt ẩn phụ.  **➀Loại 1**:  hoặc sử dụng định nghĩa:  **➁Loại 2**:  **➂Loại 3**:  dùng phương pháp chia khoảng để giải. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | | **Bài 2:** Giải các phương trình sau  a) .  **✍ *Giải*** | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | --- | | b) | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Bài 2.1: Giải các phương trình sau:***  *a)*  **✍ *Giải***  Lập bảng xét dấu  và  :   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | x | ∞ |  | 0 |  | 1 |  | 2 |  | +∞ | | x2x |  | + | 0 |  |  | + |  | + |  | | 2x4 |  |  |  |  |  |  | 0 | + |  |   *Trường hợp 1*: Với x ≤ 0 hoặc 1 ≤ x ≤ 2, phương trình có dạng:  x2x(2x4) = 3 ⇔ x23x + 1 = 0  ⇔ x = (3 ± ) (loại).  *Trường hợp 2: Với*  0 < x < 1, phương trình có dạng:  (x2x)(2x4) = 3  ⇔ x2 + x1 = 0  x =  Trường hợp 3: Với x ≥ 2, phương trình có dạng:  x2x + 2x4 = 3 ⇔ x2 + x7 = 0  x =  Vậy nghiệm của phương trình là:  x =  và x = . | |  | | --- | | *b )*  = x + 3. | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | | *c)* (x + 2)x33x = x66x4 + 9x2 + 2x.  Gọi ý: Viết lại phương trình dưới dạng:  (x33x)2(x + 2)x33x + 2x = 0. (1)  Đặt t = x33x, điều kiện t ≥ 0. | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

***Chú ý: Trong một số trường họp ta có thể giải phương trình chứa GTTĐ bằng cách sử dụng tính chất của GTTĐ***

Ta sử dụng các tính chất sau:

1. Ta có: a + b = a + b ⇔ ab ≥ 0.
2. Ta có: a + b = a + b ⇔ .
3. Ta có: a + b = ab ⇔ .
4. Ta có: |ab = ab ⇔ b(ab) ≥ 0.

với lược đồ thực hiện theo các bước:

1. Đặt điều kiện có nghĩa (nếu cần) cho các biểu thức trong phương trình.
2. Biến đổi phương trình về một trong 4 tính chất đã biết.
3. Giải ( hoặc biện luận) phương trình đại số nhận được.
4. Kết luận.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 2.2:** *Giải phương trình,bpt:*  **a)** x24x + 3 + x24x = 3.  **✍** *Giải*  Ta có thể trình bày theo các cách sau:  *Cách 1*: Viết lại phương trình dưới dạng:  x24x + 3 + 4xx2 = ( x24x + 3) + (4xx2)  ⇔ .  Vậy, nghiệm của phương trình là [0; 1] ∪ [3; 4].  *Cách 2*: Viết lại phương trình dưới dạng:  x24x + 3 + x24x = ( x24x + 3)( x24x)  ⇔ ⇔ .  Vậy, nghiệm của phương trình là [0; 1] ∪ [3; 4]. | |  | | --- | | **b)** 2x23x + 12x25x < 2x + 1. | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

**Dạng toán 3: Bất phương trình chứa GTTĐ**

|  |
| --- |
| **Loại 1**:  ⇔  Hoặc .  **Loại 2:** ⇔ ⇔ Hoặc |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | | **Bài 3. :** Giải các bất phương trình sau :  a) | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | --- | | b) x5x2 + 7x9 ≥ 0. | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | | **Bài 3.1: Giải các bất phương trình sau:**  a.  ≥ 3. | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  |  | | --- | --- | | **b)**  ≥ 1. | | |  | | |  | | |  | | |  | | |  | | |  | | |  | | |  | | |  | | |  | |
| |  | | --- | | b) x24x + 2 ≤ 0. | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  |

**Dạng 4: Phương trình , bất phương trình vô tỷ**

**Phương pháp 1: Nâng luỹ thừa**

|  |
| --- |
| **➀****➁**  **➂****➃** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | | **Bài 4:** *Giải phương các trình sau*:  a. = x − 6. | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | --- | | b.  = 1 x2 | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |
| |  | | --- | | ***Bài 4.1:*** *Giải phương các trình sau*:  *a.* . | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | b.  = .   |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

**Phương pháp 2: *Sử dụng ẩn phụ***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bai 4.2:** *Giải phương các trình sau*:  a)  **✍ *Giải***  a) Đặt . Khi đó phương trình đã cho trở thành:    Vì , thay vào ta có    Vậy phương trình có nghiệm là | b). (x + 5)(2x) = 3.   |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | | c) +  = 3. | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | --- | |  | |  | | |  | | |  |  | | --- | --- | | d) ( + ) = 4x9 + 2. | | |  | | |  | | |  | | |  | | |  | | |  | | |  | | |  | | |  | |  | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| e)   |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 4.3:** Giải bất phương trình:  a) (x + 1)(x + 3) ≤ .   |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | b)   |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

**Phương pháp 3: Đặt ẩn phụ không hoàn toàn**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 4.4:**Giải phương trình    ***Lời giải***  ĐKXĐ:  Phương trình  Đặt  phương trình trở thành  Có  suy ra  Vô nghiệm  vì với  thì  hoặc  Vậy phương trình có hai nghiệm  và | | |  | | --- | | b) | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |
| c)   |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 4.5:** Giải các bất phương trình sau:  a) x2 + 4x ≥ (x + 4).  **✍Giải**  a)Đặt t = , bất phương trình có dạng  f(x) = x2(t4)x4t ≥ 0. (1)  coi vế trái là một tam thức bậc hai theo x, ta có  Δ = (t4)2 + 16t = (t + 4)2  khi đó f(x) = 0 có nghiệm  Tức là (1) được biến đổi thành dạng  (x + 4)(xt) ≥ 0 ⇔ (x + 4)(x) ≥ 0  ⇔  ⇔  ⇔  ⇔ .  Vậy bất ptrình có nghiệm là x ∈ (∞; 4] ∪ [2; +∞). | |  | | --- | | b) x21 ≤ 2x. | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

**Phương pháp 4: Phân tích thành tích bằng cách nhân liên hợp.**

|  |
| --- |
| Để trục căn thức ta nhân với các đại lượng liên hợp;      Với A, B không đồng thời bằng không. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 4.6:** Giải các phương trình sau  a)  ***Lời giải tham khảo***  a) ĐKXĐ:  Phương trình    (thỏa mãn điều kiện)  Vậy phương trình có ngjiệm | |  | | --- | | b) | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |
| |  | | --- | | c) | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | d)   |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

**Phương pháp 5: Đặt ẩn phụ đưa về hệ phương trình.**

|  |
| --- |
| **Phương pháp giải:**  **Dạng 1:**  Khi gặp phương trình có chứa các đại lượng  và (hoặc ) thì ta đặt (hoặc ) và đưa về hệ phương trình  (hoặc ). Giải hệ tìm được  từ đó giải phương trình  hoặc tìm được .  **Dạng 2:** Khi gặp phương trình có thể đưa về dạng  ta đưa về hệ đối xứng loại 2 bằng cách đặt  ta có hệ |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 4.7:** Giải các phương trình sau  a)  ***Lời giải***  a) ĐKXĐ: .  Đặt  suy ra  và  Khi đó phương trình trở thành  Ta có hệ phương trình  Phương trình (\*)  thỏa mãn .  Với  , và  Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm: . | |  | | --- | | b) . | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |
| |  | | --- | | c) | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | --- | | d) | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |

**Dạng toán 5: Phương trình , bất phương trình dạng khác quy về bậc hai**

|  |
| --- |
| ***Một số dạng phương trình bậc bốn quy về bậc hai*** |
| **➀Loại 1**.  với  **Phương pháp giải**: Chia hai vế cho  rồi đặt  với  **➁Loại 2**.  với  **Phương pháp giải**:  và đặt  **➃Loại 3**.  **Phương pháp giải**: Đặt  với |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bài 5: Giải các phương trình sau:**  a)x4 + x3+ x + 1 = 0.   |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | --- | | b) x(x2)(x + 2)(x + 4) = -12. | |  | |  | |  | |  | | |  | | --- | |  | |  | | |  | |  | |
| . c) (x + 2)4 + (x + 6)4 = 32.     |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | | |  | | --- | |  | |  | |  | |  | |  | |  | |