**PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG**

**A. Lí thuyết:**

**1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng:**

*\* Định nghĩa:* Cho đường thẳng . Vectơ  được gọi là *vectơ chỉ phương* (VTCP) của đường thẳng  nếu giá của nó song song hoặc trùng với .

*\* Nhận xét:*

– Nếu  là VTCP của  thì  cũng là VTCP của .

– VTPT và VTCP vuông góc với nhau. Do vậy nếu  có VTCP  thì  (hoặc ) là một VTPT của 

**2. Phương trình tham số của đường thẳng:**

*\* Định nghĩa:* Cho đường thẳng  đi qua  và  là VTCP.

Khi đó  (1).

Hệ (1) gọi là *phương trình tham số* của đường thẳng ,  gọi là tham số.

*\* Nhận xét:* Cho  có phương trình tham số là (1), khi đó .

**3. Phương trình chính tắc của đường thẳng:**

*\* Định nghĩa:* Cho đường thẳng  đi qua  và  (với ) là vectơ chỉ phương, khi đó phương trình  được gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng .

**B. Các dạng toán và phương pháp giải:**

**Dạng 1: Dựa vào phương trình tham số xác định các yếu tố của đường thẳng**

*Phương pháp giải:*

Sử dụng định nghĩa phương trình tham số. Cụ thể:

Cho đường thẳng có phương trình tham số là  .

+ Tìm tọa độ 1 điểm thuộc : Chọn 1 giá trị của  rồi thay vào phương trình tham số được tọa độ của 1 điểm thuộc .

+ Kiểm tra xem 1 điểm có thuộc  không: Thay tọa độ điểm đó vào phương trình tham số của , nếu tìm được giá trị của *t* thì kết luận điểm đó thuộc , nếu không tìm được giá trị của *t* thì kết luận điểm đó không thuộc .

+ Tìm vectơ chỉ phương của : VTCP của  luôn có dạng , chọn 1 giá trị của *k* thay vào sẽ được 1 VCTP tương ứng.

+ Kiểm tra 1 vectơ có là VTCP của: Kiểm tra vectơ đó có dạng  không?

+ Tìm vectơ pháp tuyến của : VTPT của  có dạng .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1.** Cho đường thẳng  có phương trình tham số: . Hãy xác định tọa độ 2 điểm thuộc , 2 VTCP và 2 VTPT của .  **🖎Lời giải tham khảo** + Chọn  thay vào phương trình tham số của d ta được: . Điểm  + Chọn  thay vào phương trình tham số của d ta được:  Điểm  + VTCP của  có dạng . Chọn  và  ta được ;  là 2 VTCP của .  + VTPT của d có dạng . Chọn  và  ta được  là 2 VTPT của . | | **🖎Lưu ý:**  + Thường ưu tiên chọn  trước để hạn chế tính toán.  + Tùy từng trường hợp mà chọn  hợp lí để tiện tính toán tọa độ .  + Chọn .  + Các giá trị  nếu bị khuyết thì tức là chúng có giá trị bằng 0. |
| **1.1** Cho . Hãy xác định 3 điểm thuộc , 3 VTCP và 3 VTPT của .  **Gợi ý và đáp án:**  Ba điểm thuộc d: , , .  Ba VTCP: , , .  Ba VTPT: , , . | **1.2** Cho d: . Hãy xác định 3 điểm thuộc , 3 VTCP và 3 VTPT của .  **Gợi ý và đáp án:**  Ba điểm thuộc : , , .  Ba VTCP: , , .  Ba VTPT: , , . | |
| **1.3** Cho . Hãy xác định 3 điểm thuộc , 3 VTCP và 3 VTPT của .  **Gợi ý và đáp án:**  Ba điểm thuộc : ,,.  Ba VTCP: , , .  Ba VTPT: , , . | **1.4** Cho . Hãy xác định 3 điểm thuộc , 3 VTCP và 3 VTPT của .  **Gợi ý và đáp án:**  Ba điểm thuộc : , , .  Ba VTCP: , , .  Ba VTPT: , , . | |

**Dạng 2: Bài toán chuyển đổi giữa các dạng phương trình đường thẳng**

*Phương pháp giải:*

**• Với  cho dưới dạng tổng quát: **

Để chuyển **về dạng tham số** ta thực hiện theo các bước sau:

a)  có VTPT  có VTCP là: 

b) Lấy một điểm  thuộc  (cho  tìm  hoặc cho  tìm ).

c) Viết phương trình tham số của  với  đi qua  và có VTCP .

**• Với  cho dưới dạng tham số: **

+ Để chuyển  **về dạng tổng quát** ta khử *t* từ hệ trên như sau:



Hoặc từ phương trình tham số, ta lấy một điểm thuộc  và VTCP VTPT  rồi viết phương trình tổng quát của .

+ Để chuyển **về dạng chính tắc** ta rút *t* từ hệ trên như sau:

.

**• Với  cho dưới dạng chính tắc: **

**+** Để chuyển **về dạng tổng quát** ta đơn giản phương trình trên:

.

**+** Để chuyển **về dạng tham số** ta sử dụng tham số trung gian *t* như sau:

.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu 1.** Cho đường thẳng  có phương trình tổng quát: . Hãy viết phương trình tham số của .  **🖎Lời giải tham khảo**  Ta có:  ;  là VTPT của d nên  là VTCP của .  Do đó phương trình tham số . | | **🖎Lưu ý:** | |
| **1.1** Cho phương trình tổng quát của đường thẳng . Viết phương trình tham số của .  **Gợi ý và đáp án** | **1.2** Cho phương trình tổng quát của đường thẳng . Viết phương trình tham số của d.  **Gợi ý và đáp án** | | |
| **1.3** Cho phương trình tổng quát của đường thẳng . Viết phương trình tham số của d.  **Gợi ý và đáp án** | **1.4** Cho phương trình tổng quát của đường thẳng . Viết phương trình tham số của d.  **Gợi ý và đáp án** | | |
| **Câu 2.** Cho đường thẳng  có phương trình tham số: . Hãy viết phương trình tổng quát và phương trình chính tắc (nếu có) của .  **🖎Lời giải tham khảo**  Ta có:  . Do đó phương trình chính tắc của  và phương trình tổng quát . | | **🖎Lưu ý:** | |
| **2.1** Cho phương trình tham số của đường thẳng. Hãy viết phương trình tổng quát và phương trình chính tắc (nếu có) của .  **Gợi ý và đáp án**  và . | **2.2** Cho phương trình tham số của đường thẳng . Hãy viết phương trình tổng quát và phương trình chính tắc (nếu có) của .  **Gợi ý và đáp án**  và . | | |
| **2.3** Cho phương trình tham số của đường thẳng . Hãy viết phương trình tổng quát và phương trình chính tắc (nếu có) của .  **Gợi ý và đáp án**  và . | **2.4** Cho phương trình tham số của đường thẳng . Hãy viết phương trình tổng quát và phương trình chính tắc (nếu có) của .  **Gợi ý và đáp án**  và không có phương trình chính tắc. | | |
| **Câu 3.** Cho đường thẳng  có phương trình chính tắc: . Hãy viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của .  **🖎Lời giải tham khảo**  Ta có: . Do đó phương trình tổng quát của .  Mặt khác: . | | | **🖎Lưu ý:** |
| **3.1** Cho phương trình chính tắc của đường thẳng . Hãy viết phương trình tổng quát và phương trình tham số của .  **Gợi ý và đáp án**  và . | **3.2** Cho phương trình chính tắc của đường thẳng . Hãy viết phương trình tổng quát và phương trình tham số của .  **Gợi ý và đáp án**  và . | | |
| **3.3** Cho phương trình chính tắc của đường thẳng . Hãy viết phương trình tổng quát và phương trình tham số của .  **Gợi ý và đáp án**  và . | **3.4** Cho phương trình chính tắc của đường thẳng . Hãy viết phương trình tổng quát và phương trình tham số của .  **Gợi ý và đáp án**  và . | | |

**Dạng 3: Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng**

*Phương pháp giải:*

* Để viết phương trình tham số của đường thẳng  ta cần xác định:

+ Điểm .

+ Một vectơ chỉ phương  của .

Khi đó phương trình tham số của  là *.*

* Để viết phương trình chính tắc của đường thẳng  ta cần xác định:

+ Điểm .

+ Một vectơ chỉ phương  của .

Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng  là .

(*trường hợp  thì đường thẳng không có phương trình chính tắc*).

***Chú ý:***

* Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì chúng có cùng VTCP và VTPT.
* Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì VTCP của đường thẳng này là VTPT của đường thẳng kia và ngược lại
* Nếu  có VTCP  thì  là một VTPT của .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1.** Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua  và có VTCP .  **🖎Lời giải tham khảo**  Phương trình tham số . | | **🖎Lưu ý:** |
| **1.1** Viết phương trình tham số của đường thẳng  đi qua  và có 1 VTCP .  **Gợi ý và đáp án**  Phương trình tham số. | **1.2** Viết phương trình tham số của đường thẳng  đi qua  và nhận vectơ  làm vectơ chỉ phương.  **Gợi ý và đáp án**  Phương trình tham số . | |
| **Câu 2.** Viết phương trình tham số của đường thẳng  đi qua  và có VTPT .  **🖎Lời giải tham khảo**  Vì  nhận vectơ  làm vectơ pháp tuyến nên VTCP của  là .  Vậy phương trình tham số của đường thẳng  là . | | **🖎Lưu ý:**  Nếu  có VTPT  thì  là một VTCP của |
| **2.1** Viết phương trình tham số của đường thẳng  đi qua  và có 1 VTPT  **Gợi ý và đáp án**  Phương trình tham số . | **2.2.** Viết phương trình tham số của đường thẳng  đi qua  và có 1 VTPT .  **Gợi ý và đáp án**  Phương trình tham số . | |
| **2.3** Viết phương trình tham số của đường thẳng  đi qua  và nhận vectơ  làm vectơ pháp tuyến.  **Gợi ý và đáp án**  Vì  nhận vectơ  làm vectơ pháp tuyến nên VTCP của  là .  Vậy phương trình tham số của đường thẳng  là . |  | |
| **Câu 3.** Viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng  đi qua điểm  và  **🖎Lời giải tham khảo**  Đường thẳng  đi qua hai điểm *A* và *B* nên nhận  làm vectơ chỉ phương.  Phương trình tham số .  Phương trình chính tắc . | | **🖎Lưu ý:** |
| **3.1** Viết phương trình tham số của đường thẳng  đi qua và .  **Gợi ý và đáp án**  Phương trình tham số là . | **3.2** Viết phương trình tham số của đường thẳng  đi qua và .  **Gợi ý và đáp án**  Phương trình tham số là . | |
| **3.3** Viết phương trình tham số của đường thẳng  đi qua và  **Gợi ý và đáp án**  Phương trình tham số là . | **3.4** Viết phương trình tham số của đường thẳng  đi qua  và  **Gợi ý và đáp án**  Phương trình tham số là . | |
| **Câu 4.** Cho điểm  và . Viết phương trình tham số của đường thẳng  đi qua gốc tọa độ và song song với đường thẳng .  **🖎Lời giải tham khảo**  Ta có  mà  song song với đường thẳng  nên nhận  làm VTCP  Vậy phương trình tham số của đường thẳng  là . | | **🖎Lưu ý:**  Có thể nhân chia VTCP *k* lần để được 1 VTCP khác có tọa độ “đẹp” hơn, tiện cho việc tính toán sau này. |
| **4.1** Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua  và song song với đường thẳng  với  và .  **Gợi ý và đáp án**  Ta có  mà  song song với đường thẳng  nên nhận  làm VTCP.  Vậy phương trình tham số của đường thẳng  là . | | |
| **Câu 5.** Cho điểm  và . Viết phương trình tham số của đường thẳng  là đường trung trực của đoạn thẳng .  **🖎Lời giải tham khảo**  Vì  là đường trung trực của đoạn thẳng  nên nhận  làm VTPT và đi qua trung điểm  của đoạn thẳng .  Ta có  và  nhận  làm VTCP nên phương trình tham số của đường thẳng  là . | | **🖎Lưu ý:**  Nhắc lại công thức tọa độ trung điểm. |
| **5.1** Cho điểm  và . Viết phương trình tham số của đường thẳng  là đường trung trực của đoạn thẳng .  **Gợi ý và đáp án**  Vì  là đường trung trực của đoạn thẳng  nên nhận  làm VTPT và đi qua trung điểm  của đoạn thẳng .  Ta có  và  nhận  làm VTCP . Phương trình tham số của  là. | | |
| **Câu 6.** Viết phương trình tham số của đường thẳng  biết Δ đi qua  và song song với đường thẳng .  **🖎Lời giải tham khảo**  nên VTCP của  cũng là VTCP của  nên đường thẳng  nhận  làm VTCP. Vậy phương trình tham số là . | | **🖎Lưu ý:**  Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì chúng có cùng VTCP và VTPT. |
| **6.1** Viết phương trình tham số của đường thẳng  đi qua  và song song.  **Gợi ý và đáp án**  . | **6.2** Viết phương trình tham số của đường thẳng  biết d đi qua và song song  **Gợi ý và đáp án**  . | |
| **6.3** Viết phương trình tham số của đường thẳng  biết  đi qua gốc tọa độ và song song với đường thẳng .  **Gợi ý và đáp án**  . |  | |
| **Câu 7.** Viết phương trình tham số của đường thẳng  biết Δ đi qua  và vuông góc với đường thẳng .  **🖎Lời giải tham khảo** Do  nên đường thẳng  nhận  làm VTPT, suy ra  là VTCP của . Vậy phương trình tham số là | | **🖎Lưu ý:**  Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì VTCP của đường thẳng này là VTPT của đường thẳng kia và ngược lại. |
| **7.1** Viết phương trình tham số của đường thẳng  biết  đi qua  và vuông góc  **Gợi ý và đáp án**  . | **7.2** Viết phương trình tham số của đường thẳng  biết  đi qua và vuông góc  **Gợi ý và đáp án**  . | |
| **7.3** Viết phương trình tham số của đường thẳng  biết  đi qua  và vuông góc với đường thẳng .  **Gợi ý và đáp án**  . |  | |
| **Câu 8.** Viết phương trình tham số của đường thẳng  biết  đi qua  và có hệ số góc .  **🖎Lời giải tham khảo** Gọi VTCP của  là , hệ số góc  .Chọn  Do đó VTCP của  là . Vậy phương trình tham số là . | | **🖎Lưu ý:**  Công thức : |
| **8.1** Viết phương trình tham số của đường thẳng  qua  và có hệ số góc .  **Gợi ý và đáp án** | **8.2** Viết phương trình tham số của đường thẳng  qua  và có hệ số góc  **Gợi ý và đáp án** | |

**Dạng 4: Bài toán có liên quan đến tam giác: Lập phương trình 1 cạnh hoặc 1 đường đặc biệt trong tam giác**

*Phương pháp giải:*

Cần:

+ Nắm vững Dạng toán 3.

+ Nắm vững kiến thức hình học phẳng.

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 1.** Cho tam giác  có  và .  a) Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh  của tam giác.  b) Viết phương trình đường thẳng chứa đường trung tuyến .  **🖎Lời giải tham khảo**  a) Ta có  suy ra đường thẳng chứa cạnh  có phương trình là .  b)  là trung điểm của  nên . Đường thẳng chứa đường trung tuyến  nhận  làm VTCP nên có phương trình là . | **🖎Lưu ý:**  + Nhắc lại tính chất các đường đặc biệt. |
| **1.1** Cho tam giác  có . Hãy lập phương trình tham số của cạnh , đường cao , trung tuyến , đường trung bình  với  là trung điểm .  **Gợi ý và đáp án**  \* Phương trình cạnh :  là VTCP của đường thẳng  nên phương trình tham số của  là: .  \* Phương trình đường cao :  là VTPT của đường thẳng  nên VTCP của  là .  Do đó phương trình tham số của  là: .  \* Phương trình trung tuyến  :  là trung điểm  nên ;  là VTCP của đường thẳng .  Do đó phương trình tham số của  là: .  \* Phương trình đường trung bình :  ; ;  nên  là VTCP của .  Do đó phương trình tham số của  là: . | |
| **1.2** Cho tam giác  có  và .  a) Viết phương trình tham số các đường thẳng chứa các cạnh của tam giác.  b) Viết phương trình tham số đường thẳng chứa đường trung tuyến .  c) Viết phương trình tham số đường thẳng đi qua trung điểm  và trọng tâm của tam giác .  **Gợi ý và đáp án**  a) Ta có  suy ra đường thẳng chứa cạnh  có phương trình là: .  suy ra đường thẳng chứa cạnh  có phương trình là .  suy ra đường thẳng chứa cạnh  có phương trình là .  b)  là trung điểm của  nên . Đường thẳng chứa đường trung tuyến  nhận  làm VTCP nên có phương trình là .  c) Trung điểm của  là , trọng tâm của tam giác  là .  Khi đó ta có  do đó . | |
| **1.3** Cho tam giác *ABC* biết  và .  a) Viết phương trình tham số đường thẳng chứa cạnh .  b) Viết phương trình tham số đường cao .  c) Viết phương trình tham số đường trung tuyến .  d) Viết phương trình tham số đường trung trực cạnh .  e) Viết phương trình tham số đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác và song song với trục hoành.  f) Viết phương trình tham số đường thẳng đi qua trung điểm  và vuông góc với trục tung.  **Gợi ý và đáp án**  a) .  b) .  c) Gọi  là trung điểm của  nên , . Suy ra .  d) Phương trình đường trung trực cạnh : .  e) Trọng tâm của tam giác là , suy ra đường thẳng cần tìm là .  f) Đường thẳng đi qua  và vuông góc với trục tung là: . | |