**BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**

**1. Định nghĩa và cách giải**

***Bất phương trình bậc hai*** (ẩn ) là bất phương trình có một trong các dạng  (hoặc), trong đó a,b,c là những số thực đã cho, .

**2. Giải bất phương trình bậc hai :**

Giải bất phương trình là tìm tập nghiệm của nó, khi tập nghiệm rỗng thì ta nói bất phương trình vô nghiệm.

Để giải bất phương trình bậc hai, ta áp dụng định lí về dấu của tam thức bậc hai.

Giải bất phương trình tích, thương chứa các tam thức bậc hai bằng cách lập bảng xét dấu của chúng

**Dạng toán 1.** Giải các bất phương trình bậc hai 1 ẩn :

*Phương pháp:* Dùng dấu của tam thức bậc hai

― **Trường hợp 1**. 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | *Cùng dấu với* |

― **Trường hợp 2**. 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | *Cùng dấu với*   *Cùng dấu với* |

― **Trường hợp 3**. 

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | *Cùng dấu với*   *trái dấu với*   *Cùng dấu với* |

**☞ *Chú ý***: Có thể dùng máy tính bỏ tính nhanh

★ **Lưu ý một số trường hợp sau**:

   

   

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1**. Giải bất phương trình sau :  **🖎Lời giải tham khảo**  Tam thức  có  và có hai nghiệm  ( cùng dấu với hệ số ).  Suy ra  hoặc  Vậy tập nghiệm của bất phương trình : . | | **🖎Lưu ý** |
| **1.1** Giải bất phương trình sau :  **Lời giải**  Tam thức  có  và có hai nghiệm  ( trái dấu với hệ số ).  Suy ra  Vậy tập nghiệm của bất phương trình là | **1.2** Giải bất phương trình sau :  **Lời giải**  Tam thức  có  và  ( cùng dấu với hệ số ).  Suy ra  Vậy tập nghiệm của bất phương trình là | |
| **1.3** Giải bất phương trình sau :  **Lời giải**  Tam thức  có  và  trái dấu với hệ số  nên  âm với  và  Suy ra  Vậy tập nghiệm của bất phương trình là | **1.4** Giải bất phương trình sau :  **Lời giải**  Tam thức  có  và  cùng dấu với hệ số  nên  Suy ra | |

**Dạng toán 2. Giải hệ bất phương trình bậc hai một ẩn :**

**Dạng :** 

**Cách giải :**

* Giải từng bất phương trình trong hệ.
* Giao nghiệm các bất phương trình ta được nghiệm của hệ.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1.** Giải hệ bất phương trình sau:  **🖎Lời giải tham khảo**  Ta có  Vậy tập nghiệm hệ bất phương trình là . | | **🖎Lưu ý** |
| **1.1** Giải hệ bất phương trình sau:  **Lời giải**  Ta có  Vậy tập nghiệm hệ bất phương trình là . | **1.2** Giải hệ bất phương trình sau:  **Lời giải**  Ta có    Vậy tập nghiệm hệ bất phương trình là . | |
| **1.3.** Giải hệ bất phương trình sau:  **Lời giải**    Nên hệ bpt vô nghiệm. | **1.4.** Giải hệ bất phương trình sau:  **Lời giải**  Ta có  Vậy tập nghiệm hệ bất phương trình là . | |
| **1.5** Tìm tập giá trị của x thỏa :  **Lời giải**    Suy ra tập nghiệm | **1.6** Tìm tập giá trị của x thỏa :  **Lời giải**      Suy ra tập nghiệm | |

**Dạng toán 3. Giải bất phương trình tích và bất phương trình chứa ẩn ở mẫu :**

***1)Giải bất phương trình dạng tích****:  *

***Bước 1****. Xét  tìm nghiệm *

***Bước 2****. Sắp xếp nghiệm theo thứ tự tăng dần và xét dấu  để suy ra dấu *

***Bước 3****. Kết luận tập nghiệm S.*

**2)Giải****bất phương trình chứa ẩn ở mẫu :**

***Bước 1****. Chuyển tất cả các hạng tử sang một vế.*

***Bước 2****. Rút gọn, phân tích các đa thức thành nhân tử bậc nhất, bậc hai*

***Bước 3****. Xét dấu biểu thức đó.*

***Bước 4****. Dựa vào bảng xét dấu, chọn miền nghiệm*

**☞ *Chú ý***: Có thể dùng các cách khác nhau để xét dấu tích thương các đa thức bậc nhất, bậc hai.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu 1**. Giải bất phương trình :  **🖎Lời giải tham khảo**  Bảng xét dấu   |  |  | | --- | --- | |  |  | |  | |  0 + | + | |  | + 0 – | – 0 + | | VT | 0 + 0  0 + |   Dựa vào bảng xét dấu, ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: | **Lưu ý** |
| **1.1** Giải bất phương trình :  **Lời giải**  Bảng xét dấu :   |  |  | | --- | --- | |  | |  |  0 | |  | 0  0  | | | VT | 0  0  0 |   Tập nghiệm : | **Lưu ý** |
| **1.2** Giải bất phương trình :  **Lời giải**    .  Bảng xét dấu :   |  |  | | --- | --- | |  |  | |  | + 0 – | – 0 + | + | |  | + | + 0 – | – 0 + | | VT | + 0 – 0 + 0 – 0 + |   Dựa vào bảng xét dấu, ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là:  . | **Lưu ý** |
| **1.3** Giải bất phương trình :  **Lời giải**  Bảng xét dấu   |  |  | | --- | --- | |  |  | |  | + | + | + 0  0 + | + | + | |  | + 0  |  |  |  0 + | + | |  | |  0 + 0 + | + | + 0 | |  | || + ||  0 + 0  || + || |   Dựa vào bảng xét dấu, ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: |  |
| **1.4** Giải bất phương trình :  **Lời giải**    Bảng xét dấu   |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  | | | | | | | |  |  |  |  | 0 + | | + | + | |  |  |  |  |  |  | 0 + | | |  | + 0 | | 0 + | | + | + | + | |  | + | + 0 | |  | 0 + | | + | |  | + 0  || + 0  || + ||  0 + | | | | | | |   Tập nghiệm của bất phương trình là |  |
| **1.5** Giải bất phương trình :  **Lời giải**       |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | x | –2 – 1 | | | | VT | + 0 | – | | + |   Vậy: tập nghiệm của bpt là : T = |  |
| **1.6** Giải bất phương trình :  **Lời giải**      Bảng xét dấu:   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | x | –7 – 2 1/2 | | | | | VT | – 0 | + | | – | | + |   Vậy: Nghiệm của BPT là T = |  |
| **1.7** Giải bất phương trình :  **Lời giải**          Bảng xét dấu:   |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | x | –2 0 1 2 4 | | | | | | | VT | – | | + 0 | – | | + | | – | 0 + |   Vậytập nghiệm của BPT là: T = (– 2; 0)(1; 2)(4; ) |  |
| **1.8** Giải bất phương trình :  **Lời giải**      Bảng xét dấu:   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | x | –2 0 2 6 | | | | | | VT | * | | * 0 | + | | - 0 | + |   Vậy tập nghiệm của BPT là: T = |  |

**Dạng toán 4. Ứng dụng giải bất phương trình bậc 2 để tìm tập xác định của hàm số :**

**- Bước 1.** Tìm điều kiện xác định . Thường gặp 3 dạng sau:

+ Hàm số phân thức: 

+ Hàm số chứa căn thức bậc chẵn trên tử số: .

+ Hàm số chứa căn thức dưới mẫu số: 

**- Bước 2.** Thực hiện phép toán trên tập hợp (thường là phép giao) để suy ra tập xác định 

**☞ *Chú ý***:

|  |  |
| --- | --- |
|  | * Căn bậc lẻ không có điều kiện |
| * Bài toán căn trong căn đưa về hằng đẳng thức. | |
|  |  |
|  | * luôn đúng vì |
|  |  |
| * Các trường hợp xét mệnh đề phủ định: |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1**. Tìm tập xác định  của hàm số  **🖎Lời giải tham khảo**  Hàm số  xác định khi  Tập xác định | | **🖎Lưu ý** |
| **1.1** Tìm tập xác định  của hàm số  **Lời giải**  Hàm số  xác định khi  Tập xác định | **1.2** Tìm tập xác đinh  của hàm số  **Lời giải**  Hàm số  xác định khi  Tập xác định | |
| **1.3** Tìm tập xác đinh  của hàm số  **Lời giải**  Hàm số  xác định khi    Tập xác định | **1.4** Tìm tập xác đinh  của hàm số  **Lời giải**  Hàm số  xác định khi    Tập xác định | |
| **1.5** Tìm tập xác đinh  của hàm số  **Lời giải**  Hàm số xác định khi    Tập xác định | **1.6** Tìm tập xác đinh  của hàm số  **Lời giải**  Hàm số  xác định khi    Tập xác định | |

**Dạng toán 5. Tìm điều kiện của tham số để phương trình bậc hai** **vô nghiệm, có nghiệm, có 2 nghiệm phân biệt.**

1) Để PT có 2 nghiệm trái dấu ac < 0

2) Để PT có 2 nghiệm phân biệt 

3) Để PT vô nghiệm  \* Xét thêm TH: a = 0

4) Để PT có 2 n0 phân biệt cùng dấu 

5) Để PT có 2 n0 dương phân biệt 

6) Để PT có 2 n0 dương phân biệt  Định lí Vi-ét: .........

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1**. Tìm m để phương trình  vô nghiệm  **🖎Lời giải tham khảo**  Phương trình  vô nghiệm | | **🖎Lưu ý** |
| **1.1** Tìm các giá trị của tham số m để phương trình  có hai nghiệm trái dấu  **Lời giải**  Để PT có 2 nghiệm trái dấu | **1.2** Tìm  để phương trình có nghiệm  **Lời giải**  Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi    Vậy | |
| **1.3** Tìm  để phương trình có nghiệm. **Lời giải**  . Với  phương trình trở thành  suy ra  thỏa mãn yêu cầu bài toán  . Với  phương trình có nghiệm khi và chỉ khi    . Vậy với  thì phương trình có nghiệm | **1.4**Định m để phương trình  có 2 nghiệm âm phân biệt  **Lời giải**  Để PT có 2 nghiệm âm phân biệt  m > 0 | |
| **1.5** Tìm  để phương trình vô nghiệm.  **Lời giải**  Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi | **1.6** Tìm  để phương trình  vô nghiệm.  **Lời giải**  Với  thỏa mãn yêu cầu bài toán  Với  phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi    Vậy với  thì phương trình có nghiệm. | |