

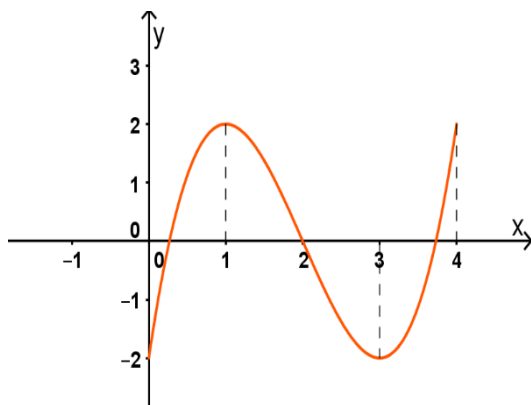
Bài thi môn: TOÁN

(Đề gồm có ... trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 4]$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-\infty; 4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Giá trị $\max_{x \in [1; 4]} f(x) - 2 \min_{x \in [1; 4]} f(x)$ bằng

x	$-\infty$	1	2	3	4				
y'		+	0	-		+	0	-	
y									
	$-\infty$		1		0		2		-1

A. 2.

B. 3.

C. -2.

D. 4.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên $[0; 2]$ là:

A. $\frac{1}{3}$.

B. -5.

C. 5.

D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 4. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

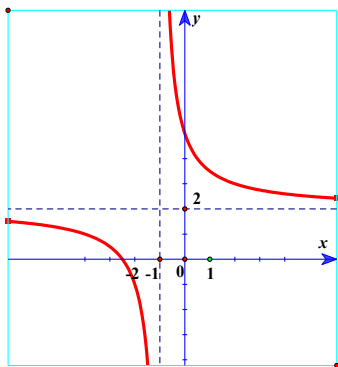
A. $y = 2$.

B. $x = 2$.

C. $x = 2$.

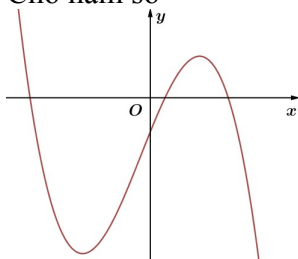
D. $y = 1$.

Câu 5. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = \frac{2x+5}{x+1}$ C. $y = x^4 - x^2 + 1$ D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ (a, d là các số thực) có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0, d < 0$ B. $a < 0, d < 0$ C. $a > 0, d < 0$ D. $a > 0, d > 0$

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Khi đó $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC'}$ bằng vector nào sau đây?

- A. $\overrightarrow{BC}$ B. $\vec{0}$ C. $\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{BC'}$

Câu 8. Cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Toạ độ của điểm M là

- A. $M(0; 2; 1)$ B. $M(1; 2; 0)$ C. $M(2; 0; 1)$ D. $M(2; 1; 0)$

Câu 9. Cho $a = (-2; 1; 3)$, $b = (1; 2; m)$. Vector a vuông góc với b khi

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 2$ D. $m = 0$

Câu 10. Trong không gian, cho hai vector u và v thỏa mãn $|u| = 5$, $|v| = 8$ và $(u, v) = 120^\circ$. Khi đó

- A. $u \cdot v = 20$ B. $u \cdot v = 20\sqrt{3}$ C. $u \cdot v = -20$ D. $u \cdot v = 40$

Câu 11. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 12. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7;9) B. [9;11) C. [11;13) D. [13;15)

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$.

$(-26; +\infty)$

a) Hàm số đồng biến trên khoảng .

$x = -1$

b) Hàm số đạt cực đại tại .

$(-1; +\infty)$

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên là -26.

$4\sqrt{65}$

d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là .

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm MN . Xét tính **đúng- sai** của các mệnh đề sau?

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

a) .

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$$

b) .

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$$

c) .

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

d) .

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -2; 2), B(-5; 6; 4)$ và $C(0; 1; -2)$.

$$G\left(-\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

$\triangle ABC$

a) là tọa độ trọng tâm tam giác .

D

$ABCD$ $D(6; 7; -4)$

b) Nếu là đỉnh thứ tư của hình bình hành thì .

$\triangle ABC$ 25

c) Chu vi của tam giác nhỏ hơn .

$\angle BAC$

d) Góc là góc tù.

Câu 4. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

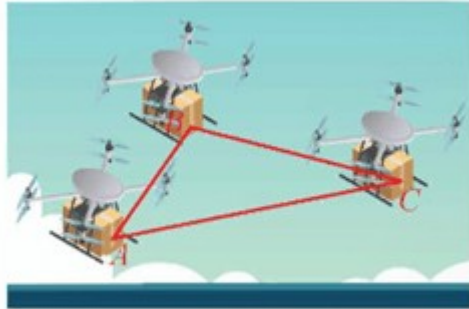
Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

a) Nhóm chứa một nửa của mẫu số liệu trên là $[40; 60)$.

- b) Thời gian trung bình học sinh tập thể dục thuộc khoảng $(40; 50)$.
- c) Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là $[40; 60)$.
- d) Mốt của mẫu số liệu trên là 52.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1; 1; 1), B(5; 7; 9), C(9; 11; 4)$. Tính: Góc $\sqrt{5017} \cos \angle BAC$.



Hình 6

Câu 2. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.52).



Hình 2.52

Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan phát hiện ra một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(25; 15; -10)$. Khoảng cách theo đơn vị kilômét để chiếc ra đa phát hiện ra một chiếc tàu thám hiểm là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn lấy một chữ số thập phân)

Câu 3. Ho ép khí quản co lại, ảnh hưởng đến tốc độ của không khí vào khí quản. Tốc độ của không khí đi vào khí quản khi ho được cho bởi công thức $V = k(R - r)r^2$ với $0 \leq r < R$, trong đó k là hằng số, R là bán kính bình thường của khí quản, r là bán kính khí quản khi ho (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Hỏi bán kính của khí quản khi ho bằng bao nhiêu cm thì tốc độ của không khí đi vào khí quản là lớn nhất? Biết khí quản bình thường ở người lớn của đường kính bằng 1,2 cm.

Câu 4. Một vật chuyển động thẳng, quãng đường vật đi được xác định bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Tại thời điểm $t = 4s$, vận tốc của vật bằng bao nhiêu m/s?

Câu 5. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384 cm^2 . Lề trên và lề dưới đều là 3 cm , lề trái và lề phải đều là 2 cm , phần còn lại dùng để in chữ. Gọi x, y lần lượt là chiều dài và chiều rộng tối ưu của trang sách để phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất. Khi này, chu vi của trang sách là bao nhiêu?

Câu 6. Enzyme là protein hoạt động như một chất xúc tác làm tăng tốc độ phản ứng hoá học xuất hiện trong các tế bào. Trong một phản ứng nào đó, một enzyme được chuyển hoá thành một enzyme khác, được gọi là enzyme sản phẩm. Enzyme này hoạt động như một chất xúc tác cho chính sự hình thành của nó. Tốc độ R mà tại đó enzyme sản phẩm được tạo thành được cho bởi phương trình $R = kp(l - p^2)$, trong đó l là tổng số lượng enzyme ban đầu và enzyme sản phẩm, p là lượng enzyme sản phẩm, k là một hằng số dương. Tính tỉ số $\frac{p}{l}$ để R đạt giá trị lớn nhất, biết rằng số lượng enzyme ban đầu là 5 phân tử.

ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	D	A	B	B	A	D	D	D	C	C	A

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ✧ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) S	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) Đ	b) S
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) S

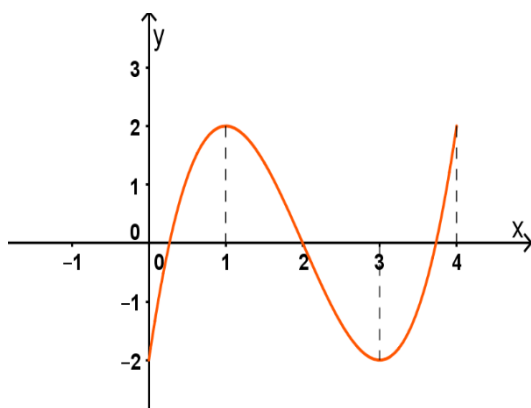
PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	58	30,8	0,4	116	80	0,25

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 4]$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Lời giải.

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số như hình vẽ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-\infty; 4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Giá trị $\max_{x \in [1; 4]} f(x) - 2 \min_{x \in [1; 4]} f(x)$ bằng

x	$-\infty$	1	2	3	4				
y'		+	0	-		+	0	-	
y									
	$-\infty$		1		0		2		-1

A. 2.

B. 3.

C. -2.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Từ BBT suy ra: $\max_{x \in [1; 4]} f(x) = 2$, $\min_{x \in [1; 4]} f(x) = -1$.

Suy ra: $\max_{x \in [1; 4]} f(x) - 2 \min_{x \in [1; 4]} f(x) = 4$

Câu 15. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x - 1}{x - 3}$ trên $[0; 2]$ là:

A. $\frac{1}{3}$.

B. -5.

C. 5.

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Chọn A

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có $y' = \frac{-8}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in [0; 2]$

Tính $y(0) = \frac{1}{3}; y(2) = -5$

Suy ra $\max_{[0;2]} y = \frac{1}{3}$ khi $x = 0$

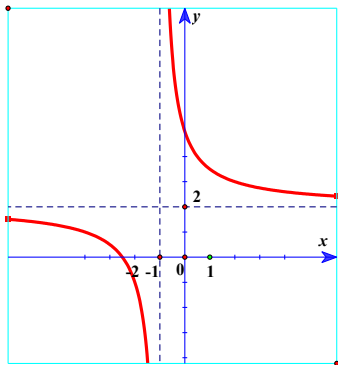
- Câu 16.** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là
- A. $y = 2$. B. $x = 2$. C. $x = 2$. D. $y = 1$.

Lời giải.

Chọn B

Ta có tiệm cận đứng $x = 2$.

- Câu 17.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = \frac{2x+5}{x+1}$ C. $y = x^4 - x^2 + 1$ D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$

Lời giải.

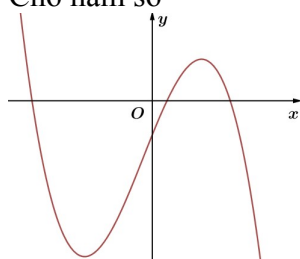
Chọn B

Nhìn vào đồ thị ta thấy ngay đây là hàm có dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ nên loại đáp án A, C.

Hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có $ab - bc = 1 > 0$ nên loại đáp án D.

Hàm số $y = \frac{2x+5}{x+1}$ có $ad - bc = -3 < 0$ nên chọn đáp án B.

- Câu 18.** Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ (a, d là các số thực) có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0, d < 0$. B. $a < 0, d < 0$. C. $a > 0, d < 0$. D. $a > 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn B

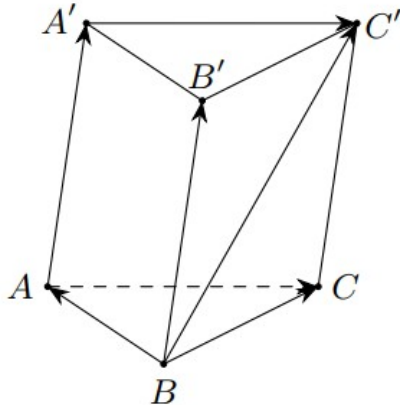
Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên $a < 0$ và $y(0) = d < 0$

Câu 19. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Khi đó $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A'C'}$ bằng vector nào sau đây?

- A. $\overrightarrow{BC}$ B. 0 C. $\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{BC'}$

Lời giải.

Chọn A



Ta có $ABC \cdot A'B'C'$ là hình lăng trụ nên $ACC'A'$ là hình bình hành, suy ra $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$.

Do đó $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 20. Cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$. Tọa độ của điểm M là

- A. $M(0; 2; 1)$ B. $M(1; 2; 0)$ C. $M(2; 0; 1)$ D. $M(2; 1; 0)$

Lời giải.

Chọn D

Câu 21. Cho $a = (-2; 1; 3)$, $b = (1; 2; m)$. Vector a vuông góc với b khi

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = 2$ D. $m = 0$

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $a \perp b \Leftrightarrow a \cdot b = 0 \Leftrightarrow -2 + 2 + 3m = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 22. Trong không gian, cho hai vector u và v thỏa mãn $|u| = 5$, $|v| = 8$ và $(u, v) = 120^\circ$. Khi đó

- A. $u \cdot v = 20$ B. $u \cdot v = 20\sqrt{3}$ C. $u \cdot v = -20$ D. $u \cdot v = 40$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u \cdot v = |u| \cdot |v| \cdot \cos(u, v) = 5 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ = -20$.

Câu 23. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải.

Chọn C

Khoảng biến thiên $R = 19 - 14 = 5$.

Câu 24. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7; 9) B. [9; 11) C. [11; 13) D. [13; 15)

Lời giải.

Chọn B

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

$$\bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4$$

Số trung bình:

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$.

(- 26; +∞)

a) Hàm số đồng biến trên khoảng .

$x = -1$

b) Hàm số đạt cực đại tại .

(- 1; +∞)

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên là -26.

$4\sqrt{65}$

d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là .

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

$$D = \mathbb{R}$$

Tập xác định Tập xác định .

$$y' = 3x^2 - 6x - 9, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta có

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	6	-26	$+\infty$	

$$(-\infty; -1), (3; +\infty)$$

$$(-1; 3)$$

a) Hàm số đồng biến trên các khoảng và nghịch biến trên khoảng . Do đó phát biểu **a)** là **sai**.

b) Đạo hàm của hàm số đổi dấu từ "+" sang "-" khi qua điểm $x = -1$ nên hàm số đạt cực đại. Do đó phát biểu **b)** là **đúng**.

c) Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(-1; +\infty)$ là -26 tại $x = 3$. Do đó phát biểu **c)** là **đúng**.

d) Điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số trên lần lượt là $A(-1; 6)$ và $B(3; -26)$. Từ đó suy ra $AB = \sqrt{(3+1)^2 + (-26-6)^2} = 4\sqrt{65}$. Do đó phát biểu **d)** là **đúng**.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm MN . Xét tính **đúng-sai** của các mệnh đề sau?

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

a)

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$$

b)

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$$

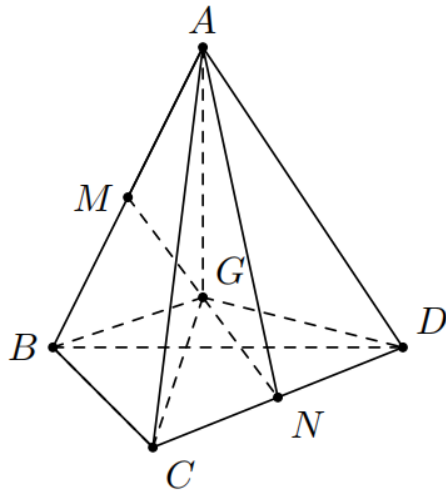
c)

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

d)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



M, N

$$AB, CD \rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM} \\ \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN} \end{cases}$$

a) Vì M, N lần lượt là trung điểm

$$\overrightarrow{MN} \rightarrow \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = 0 \leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 0$$

G là trung điểm

. Do đó phát biểu a) là đúng.

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 4\overrightarrow{MG}$$

b) Khi đó

Do đó phát biểu b) là đúng.

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$$

c) Dễ chứng minh được . Do đó phát biểu c) là sai.

d) Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} \\ \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN} \end{aligned}$$

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$$

Do đó: . Do đó phát biểu d) là đúng.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -2; 2)$, $B(-5; 6; 4)$ và $C(0; 1; -2)$.

$$G\left(-\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; \frac{4}{3}\right) \quad \Delta ABC$$

a) là tọa độ trọng tâm tam giác .

b) Nếu D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCD$ thì $D(6; 7; -4)$.

c) Chu vi của tam giác ΔABC nhỏ hơn 25.

d) Góc $\widehat{BAC}$ là góc tù.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Ta có G là trọng tâm của tam giác ΔABC là $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; \frac{4}{3}\right)$. Do đó phát biểu **a) là đúng**.

b) Gọi $D(x_D; y_D; z_D)$, tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 = -x_D \\ 8 = 1 - y_D \\ 2 = -2 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = -7 \\ z_D = -4 \end{cases}$$

Vậy $D(6; -7; -4)$.

Do đó phát biểu **b) là sai**.

c) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-6; 8; 2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{26}; \overrightarrow{AC} = (-1; 3; -4) \Rightarrow AC = \sqrt{26}; \overrightarrow{BC} = (5; -5; -6) \Rightarrow BC = \sqrt{86}$

Suy ra chu vi của tam giác ΔABC bằng $AB + AC + BC = 2\sqrt{26} + \sqrt{26} + \sqrt{86} \approx 24,57$.

Do đó phát biểu **c) là sai**.

d) Ta có

$$\cos \widehat{BAC} = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{22}{2 \cdot 26} = \frac{11}{26} > 0$$

Suy ra $\widehat{BAC}$ là góc nhọn.

Do đó phát biểu **d) là đúng**.

Câu 8. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

a) Nhóm chứa một nửa của mẫu số liệu trên là $[40; 60)$.

- b) Thời gian trung bình học sinh tập thể dục thuộc khoảng $(40; 50)$.
 c) Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là $[40; 60)$.
 d) Mốt của mẫu số liệu trên là 52.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng.

a) Đúng

Nhóm có tần số cao nhất của mẫu số liệu trên là $[40; 60)$.

b) Đúng

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Giá trị đại diện	10	30	50	70	90
Số học sinh	5	9	12	10	6

Cỡ mẫu là $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$.

Thời gian trung bình học sinh tập thể dục là $\bar{x} = \frac{5 \cdot 10 + 9 \cdot 30 + 12 \cdot 50 + 10 \cdot 70 + 6 \cdot 90}{42} = \frac{360}{7}$

c) Cỡ mẫu là $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{42}$ là thời gian tập của 42 học sinh, giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự

tăng dần, khi đó trung vị là: $\frac{x_{21} + x_{22}}{2}$.

Do hai giá trị x_{21}, x_{22} thuộc nhóm $[40; 60)$ nên nhóm này chứa trung vị.

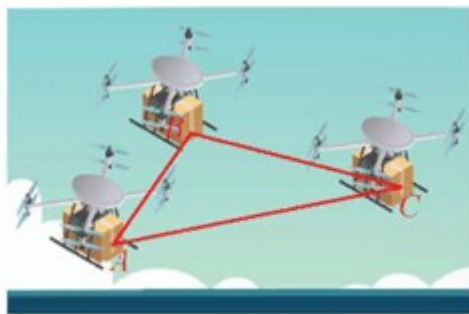
d) Đúng

Tần số lớn nhất là 12 nên nhóm chứa mốt là $[40; 60)$. Ta có $j=3, a_3=40, m_3=12, m_2=9, m_4=10, h=20$.

Do đó $M_0 = a_3 + \frac{m_3 - m_2}{(m_3 - m_2) + (m_3 - m_4)} \cdot h = 40 + \frac{12 - 9}{(12 - 9) + (12 - 10)} \cdot 20 = 52$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 7. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1; 1; 1), B(5; 7; 9), C(9; 11; 4)$. Tính: Góc $\sqrt{5017} \cos \angle BAC$.



Hình 6

Lời giải

Trả lời: 58

$$\overrightarrow{AB} = (4; 6; 8); \overrightarrow{AC} = (8; 10; 3); \overrightarrow{BC} = (4; 4; -5)$$

Ta có

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4^2 + 6^2 + 8^2} = 2\sqrt{29} \quad |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{8^2 + 10^2 + 3^2} = \sqrt{173}$$

Khi đó:

$$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + (-5)^2} = \sqrt{57}$$

$$\cos \angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|} = \frac{4 \cdot 8 + 6 \cdot 10 + 8 \cdot 3}{2\sqrt{29} \cdot \sqrt{173}} = \frac{116}{2\sqrt{5017}} \Rightarrow \sqrt{5017} \cos \angle BAC = \frac{116}{2} = 58$$

Ta có

Câu 8. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.52).



Hình 2.52

Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan phát hiện ra một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(25; 15; -10)$. Khoảng cách theo đơn vị kilômét để chiếc ra đa phát hiện ra một chiếc tàu thám hiểm là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn lấy một chữ số thập phân)

Lời giải

Trả lời: 30,8

Để xác định xem ra đa có thể phát hiện được tàu thám hiểm hay không, ta cần xác định khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm.

$$(0; 0; 0)$$

$$(25; 15; -10)$$

Theo đề ta có tọa độ của ra đa là $(0; 0; 0)$, tọa độ của tàu thám hiểm là $(25; 15; -10)$.

Khi đó khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm là:

$$d = \sqrt{(25 - 0)^2 + (15 - 0)^2 + (-10 - 0)^2} = 5\sqrt{38} \approx 30,8$$

30,8

Vậy khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm là 30,8 km.

Câu 9. Ho ép khí quản co lại, ảnh hưởng đến tốc độ của không khí vào khí quản. Tốc độ của không khí đi vào khí quản khi ho được cho bởi công thức $V = k(R - r)r^2$ với $0 \leq r < R$, trong đó k là hằng số, R là bán kính bình thường của khí quản, r là bán kính khí quản khi ho (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Hỏi bán kính của khí quản khi ho bằng bao nhiêu cm thì tốc độ của không khí đi vào khí quản là lớn nhất? Biết khí quản bình thường ở người lớn của đường kính bằng 1,2cm.

Lời giải

Trả lời: 0,4

Theo đề bài, ta có công thức tính tốc độ của không khí đi vào khí quản là: $V = k(0,6 - r)r^2$ với $0 \leq r < 0,6$.

Ta có: $V' = k(1,2r - 3r^2)$. Vậy $V' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r = 0 \\ r = 0,4 \end{cases}$. Từ đó lập được bảng biến thiên như sau:

r	0	0,4	0,6	
V'	0	+	0	-
V				

Vậy bán kính của khí quản khi ho bằng 0,4cm thì tốc độ của không khí đi vào khí quản là lớn nhất.

Câu 10. Một vật chuyển động thẳng, quãng đường vật đi được xác định bởi phương trình $S(t) = \frac{1}{2}(t^4 - 3t^2)$, trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Tại thời điểm $t = 4s$, vận tốc của vật bằng bao nhiêu m/s?

Lời giải

Trả lời: 116

Vận tốc của vật xác định bởi phương trình: $v(t) = S'(t) = 2t^3 - 3t$.

Tại thời điểm $t = 4s$, vận tốc của vật bằng: $v(4) = 2 \cdot 4^3 - 3 \cdot 4 = 116(m/s)$.

Câu 11. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384 cm^2 . Lề trên và lề dưới đều là 3 cm, lề trái và lề phải đều là 2 cm, phần còn lại dùng để in chữ. Gọi x, y lần lượt là chiều dài và chiều rộng tối ưu của trang sách để phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất. Khi này, chu vi của trang sách là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 80

Theo giả thiết ta có $xy = 384 \Rightarrow y = \frac{384}{x}$.

Diện tích của phần in chữ là $S = (x - 6)(y - 4) = xy - 4x - 6y + 24$
 $= 408 - 4x - 6y = 408 - 4x - \frac{2304}{x}$.

Xét hàm số $f(x) = 408 - 4x - \frac{2304}{x}$ trên $(6; +\infty)$

Có $f'(x) = -4 + \frac{2304}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4 + \frac{2304}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 24$ (vì $x > 6$).

Bảng biến thiên:

x	6	24	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	216	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất khi $\begin{cases} x = 24 \\ y = 16 \end{cases}$.

Vậy chu vi của trang sách là 80 cm.

Câu 12. Enzyme là protein hoạt động như một chất xúc tác làm tăng tốc độ phản ứng hoá học xuất hiện trong các tế bào. Trong một phản ứng nào đó, một enzyme được chuyển hoá thành một enzyme khác, được gọi là enzyme sản phẩm. Enzyme này hoạt động như một chất xúc tác cho chính sự hình thành của nó. Tốc độ R mà tại đó enzyme sản phẩm được tạo thành được cho bởi phương trình $R = kp(l - p^2)$, trong đó l là tổng số lượng enzyme ban đầu và enzyme sản phẩm, p là

lượng enzyme sản phẩm, k là một hằng số dương. Tính tỉ số $\frac{p}{l}$ để R đạt giá trị lớn nhất, biết rằng số lượng enzyme ban đầu là 5 phân tử.

Lời giải

Trả lời: 0,25

Gọi số lượng enzyme ban đầu là $m \in \mathbb{N}^*$ khi đó $l = m + p$ (Với m là hằng số dương, $0 < p \leq m$)

Vậy $R = kp(l - p^2) = kp(m + p - p^2) = k(mp + p^2 - p^3)$

Ta có $R' = k(m + 2p - 3p^2)$

$$R' = 0 \Leftrightarrow -3p^2 + 2p + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} p_1 = \frac{1 - \sqrt{1 + 3m}}{3} < 0 \text{ (loại)} \\ p_2 = \frac{1 + \sqrt{1 + 3m}}{3} > 0 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta thấy đạt giá trị lớn nhất tại $p_2 = \frac{1 + \sqrt{1 + 3m}}{3}$.

$$\frac{p}{l} = \frac{p_2}{l} = \frac{\frac{1 + \sqrt{1 + 3m}}{3}}{\frac{1 + \sqrt{1 + 3m}}{3} + m} = \frac{1}{\sqrt{1 + 3m}}$$

Khi đó tỉ số

Theo bài ra số lượng enzyme ban đầu là 5 phân tử nên $m = 5$, khi đó $\frac{p}{l} = \frac{1}{\sqrt{1 + 3m}} = \frac{1}{4} = 0,25$.