**ĐẠI SỐ - GIẢI TÍCH 11 – CHƯƠNG 2**

**§2.** HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

Thời lượng dự kiến: 3 tiết

Facebook GV1 soạn bài: Trần Hương Trà.

Facebook GV4 chuẩn hóa: Hoàng Trình

**A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH**

**III. Tổ hợp.**

**1. Định nghĩa**

* **VD MỞ ĐẦU:** Trên mặt phẳng, cho điểm phân biệt  sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể tạo nên bao nhiêu tam giác mà các đỉnh thuộc tập điểm đã cho?

**Lời giải**

Các tam giác tạo được 

* **ĐN:** *Giả sử tập*  *có*  *phần tử* *. Mỗi tập con gồm*  *phần tử của*  *đgl một* ***tổ hợp chập***  ***của***  ***phần tử*** *đã cho.*
* **Chú ý:** Số k trong định nghĩa cần thõa mãn điều kiện 

Tuy vậy, tập hợp không có phần tử nào là tập rỗng nên ta quy ước gọi tổ hợp chập  của  phần tử là tập rỗng.

**2. Số các tổ hợp**

* **Định lí:** Kí hiệu  là số các tổ hợp chập  của phần tử, ta có

 , 

**Chứng minh:** Với k=0, công thức hiển nhiên đúng.

Với , ta thấy một chỉnh hợp chập  của phần tử được thành lập như sau

+ Chọn một tập con  phần tử của tập hợp gồm phần tử có cách chọn

+ Sắp thứ tự  phần tử chọn được có  cách

Vậy theo quy tắc nhân, ta có số chỉnh hợp chập  của phần tử là 

Từ đó 

**3. Tính chất của các số** 

* **Tính chất 1:** *,* 
* **Tính chất 2**:  *,* 
* **VD:** Chứng minh với  ta có: 

**Lời giải**

Ta có: = 

= 



**4. Ví dụ**

* **VD1:** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm  học sinh?

**Lời giải**

⬩ Mỗi cách chọn hai học sinh từ 41 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 41 phần tử.

⬩ Suy ra số cách chọn là .

* **VD2:** Từ một hộp chứa 10 thẻ đánh số từ 1 đến 10. Có bao nhiêu cách lấy ra hai thẻ có số ghi trên thẻ đều là số nguyên tố.

**Lời giải**

⬩ Nhận xét: trong tập các số tự nhiên từ 1 đến 10 có  số nguyên tố: .

⬩ Mỗi cách lấy ra hai thẻ có số ghi trên thẻ đều là số nguyên tố là một tổ hợp chập hai của  phần tử.

Vậy, có  cách chọn hai thẻ có số ghi trên thẻ đều là số nguyên tố.

* **VD3:** Từ các chữ số , ,  lập được bao nhiêu số tự nhiên có  chữ số, trong đó chữ số  có mặt  lần, chữ số  có mặt  lần, chữ số  có mặt  lần?

**Lời giải**

**Cách 1:** Chọn vị trí cho  chữ số  có  cách.

Chọn vị trí cho  chữ số  có  cách.

Chọn vị trí cho  chữ số  có  cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là:  số.

**Cách 2:** Ta có thể lấy  số ,  số , số  sắp xếp rồi trừ lại các trường hợp trùng lặp:

Tức là:  số.

**B. LUYỆN TẬP**

**I. Chữa bài tập SGK**

**Bài 5 trang 55 – SGK:** Có bao nhiêu cách cắm  bông hoa vào  lọ khác nhau (mỗi lọ cắm không quá một bông) nếu:

a) Các bông hoa khác nhau ?

b) Các bông hoa như nhau ?

**Lời giải**

a)  bông hoa khác nhau: Mỗi cách cắm là một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử

⇒ Có (cách)

b) 3 bông hoa như nhau: Mỗi cách cắm là một tổ hợp chập 3 của 5 phần tử

⇒ Có (cách)

**Bài 6 trang 55 – SGK:** Trong mặt phẳng, cho  điểm phân biệt sao cho không có  điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tam giác mà các đỉnh thuộc tập điểm đã cho ?

**Lời giải**

Mỗi cách chọn  điểm là một tổ hợp chập  của  phần tử.

⇒ Có  (tam giác).

**Bài 7 trang 55 – SGK:** Trong mặt phẳng có bao nhiêu hình chữ nhật được tạo thành từ 4 đường thẳng song song với nhau và 5 đường thẳng vuông góc với 4 đường thẳng song song đó?

**Lời giải**

Mỗi hình chữ nhật được tạo bởi 2 đường thẳng song song và 2 đường thẳng vuông góc.

+ Có  cách chọn 2 đt song song

+ Có  cách chọn 2 đt vuông góc

⇒ Có .(hcn).

**II. Bài tập trắc nghiệm**

1. **[Mức độ 1].** Một tổ có  học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra  học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Chọn ra  học sinh từ một tổ có  học sinh và phân công giữ chức vụ tổ trưởng, tổ phó là một chỉnh hợp chập  của 10 phần tử. Số cách chọn là  cách.

1. **[Mức độ 1].** Số cách lấy ra  phần tử tùy ý từ một tập hợp có phần tử bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

**⬩** Ta có mỗi cách lấy 5 phần tử tùy ý trong một tập hợp gồm 12 phần tử là một tổ hợp chập 5 của 12 phần tử nên số cách lấy là 

1. **[Mức độ 1].** Một lớp học có  học sinh nam và  học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh trong lớp học này đi dự trại hè của trường?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1.** Số học sinh trong lớp là .

Mỗi cách chọn ra một học sinh từ 35 học sinh là một tổ hợp chập 1 của 35 phần tử.

Suy ra số cách chọn ra một học sinh trong lớp học này đi dự trại hè của trường là .

**Cách 2.** Số học sinh trong lớp là . Suy ra, có 35 cách lấy ra một bạn để tham dự trại hè.

1. **[Mức độ 2].** Một bạn có 13 cuốn vở. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 cuốn viết các môn tự nhiên, 4 cuốn viết các môn xã hội và 4 cuốn viết các môn còn lại?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn D**

Số cách chọn 5 cuốn viết các môn tự nhiên từ 13 cuốn vở là:  cách.

Số cách chọn 4 cuốn viết các môn xã hội từ 8 cuốn vở là:  cách.

Số cách chọn 4 cuốn viết các môn còn lại từ 4 cuốn vở là:  cách.

Do đó có  cách.

1. **[Mức độ 2].** Một lớp có 30 học sinh gồm 12 học sinh nam, 18 học sinh nữ, cần chọn ra 5 học sinh gồm cả nam và nữ đi thi giới thiệu sách. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để trong đó có ít nhất 3 nữ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Trường hợp 1: Chọn 3 nữ, 2 nam

Chọn 3 học sinh nữ từ 18 học sinh nữ có  cách chọn.

Chọn 2 học sinh nam từ 12 học sinh nam có  cách chọn.

⇒ có  cách chọn

Trường hợp 2: Chọn 4 nữ, 1 nam.

Chọn 4 học sinh nữ từ 18 học sinh nữ có  cách chọn.

Chọn 1 học sinh nam từ 12 học sinh nam có  cách chọn.

⇒có  cách chọn

Do đó có  cách chọn.

1. **[Mức độ 3].** Một nhóm học sinh gồm 8 học sinh lớp A (4 nam, 4 nữ), 10 học sinh lớp B (6 nam, 4 nữ). Có bao nhiêu cách xếp các em học sinh vào 1 hàng dọc sao cho đầu và cuối hàng luôn là hai học sinh nam, 1 em lớp A và 1 em lớp B?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

Chọn 1 học sinh nam từ 4 học sinh nam lớp A, 1 học sinh nam từ 4 học sinh nam lớp B để đứng đầu hoặc cuối hàng có  cách.

Xếp 16 học sinh còn lại vào giữa hàng có  cách.

Vậy có  cách.

1. **[Mức độ 3].** Thầy giáo có 10 cuốn sách Toán đôi một khác nhau, trong đó có 3 cuốn Đại số, 4 cuốn Giải tích và 3 cuốn Hình học. Ông muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 học sinh sao cho sau khi tặng mỗi loại sách còn lại ít nhất một cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách tặng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Số cách lấy 5 cuốn sách và đem tặng cho 5 học sinh:  cách.

Số cách chọn sao cho không còn sách Đại số:  cách.

Số cách chọn sao cho không còn sách Giải tích:  cách.

Số cách chọn sao cho không còn sách Hình học: cách.

Vậy số cách tặng thỏa yêu cầu Câu toán:  cách tặng.

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

1. **[Mức độ 1].** Cho tập . Số các số tự nhiên gồm  chữ số phân biệt lập từ  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Số các số tự nhiên gồm  chữ số phân biệt lập từ  là .

1. **[Mức độ 2].** Cho tập  Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy ra từ tập  là?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi số có 5 chữ số là .

Chọn a: có 9 cách chọn (a khác 0).

Mỗi cách chọn 4 chữ số trong 9 chữ số còn lại để xếp vào 4 vị trí còn lại là một chỉnh hợp chập

4 của 9. Vậy có :  3024 (cách chọn).

Theo qui tắc nhân, có tất cả: 3024.9 = 27216 (số).

1. **[Mức độ 2].** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có 5 cách chọn vị trí để xếp bộ ba chữ số { 1, 2, 3 }.

Có  cách xếp 4 chữ số từ tập hợp { 0, 4, 5, 6, 7, 8, 9 }.

Vậy có: 5. 2!. (cách xếp).

Có 4.2!. trường hợp chữ số đứng đầu là số 0.

Vậy số tự nhiên thoả mãn đề bài là: 5.2!. – 4.2!. = 7440

1. **[Mức độ 3].** Có 6 học sinh và 2 thầy giáo được xếp thành hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho hai thầy giáo không đứng cạnh nhau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

*C1 :* Trước hết, xếp 6 học sinh thành 1 hàng ngang có 

*Lúc này giữa 2 học sinh bất kì tạo nên 1 vách ngăn và 6 học sinh tạo nên 7 vị trí có thể xếp các thầy vào đó tính cả hai vị trí ở hai đầu hàng.* *7 vị trí dấu nhân chính là 7 vách ngăn được tạo ra.*



Do yêu cầu 2 thầy giáo không đứng cạnh nhau nên ta xếp 2 thầy giáo vào 2 trong 7 vị trí vách ngăn được tạo ra có .

Theo quy tắc nhân có:  cách.

***C2: Phương pháp buộc đối tượng***

* Có  cách xếp 8 người.
* Buộc 2 giáo viên lại với nhau và đổi vị trí 2 người này thì có  cách xếp. Hai giáo viên buộc lại thành một xếp cùng với 6 học sinh có  cách xếp. Khi đó có  cách.

Xếp sao cho hai thầy giáo không đứng cạnh nhau sẽ có số cách là

 cách.

1. **[Mức độ 1].** Trong một chặng đua xe đạp có 15 vận động viên cùng xuất phát. Hỏi có bao nhiêu cách chọn được 3 vận động viên cho 3 hạng đầu tiên, biết các vận động viên có khả năng như nhau.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Mỗi cách lấy ra 3 vận động viên cho 3 hạng đầu từ 15 vận động viên là một tổ hợp chập 3 của 15. Vậy có  khả năng.

1. **[Mức độ 1].** Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập 1 nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Hỏi có bao nhiêu cách?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

**⬩** Số học sinh trong lớp là .

**⬩** Mỗi cách lấy ra 4 học sinh là một tổ hợp chập 4 của 13. Vậy có  cách.

1. **[Mức độ 1].** Một tổ có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh để đi lao động?.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

⬩ Mỗi các chọn 6 học sinh từ 12 học sinh là một tổ hợp chập 6 của 12 phần tử. Nên Chọn 6 học sinh từ 12 học sinh có  cách chọn.

1. **[Mức độ 2].** Hội đồng quản trị của một xí nghiệp gồm 11 người gồm 7 nam và 4 nữ. Số cách lập Ban Thường trực gồm 3 người trong đó có ít nhất 1 người là nam là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Số cách chọn ra 3 người bất kì từ 11 người là: .

Số cách chọn ra 3 người nữ từ 4 người là: .

Vậy số cách chọn ra 3 người trong đó có ít nhất 1 người là nam là: .

1. **[Mức độ 2].** Khoa Ngoại của một bệnh viện gồm 40 bác sĩ. Có bao nhiêu cách lập một kíp mổ nếu mỗi kíp gồm 1 người mổ và 4 phụ mổ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Chọn 1 người mổ từ 40 bác sĩ có  cách chọn.

Chọn 4 phụ mổ từ 39 bác sĩ còn lại có .

Suy ra số cách lập một kíp mổ nếu mỗi kíp gồm 1 người mổ và 4 phụ mổ là:

.

1. **[Mức độ 3].** Từ 20 câu hỏi trắc nghiệm gồm 9 câu dễ, 7 câu trung bình và 4 câu khó người ta chọn ra 10 câu để làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ cả 3 loại dễ, trung bình và khó. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

***\* Loại 1:*** chọn 10 câu tùy ý trong 20 câu có  cách.

***\* Loại 2:*** chọn 10 câu có không quá 2 trong 3 loại dễ, trung bình và khó.

+) Chọn 10 câu dễ và trung bình trong 16 câu có  cách.

+) Chọn 10 câu dễ và khó trong 13 câu có  cách.

+) Chọn 10 câu trung bình và khó trong 11 câu có  cách.

Vậy có  đề kiểm tra.