CHUYÊN ĐỀ BỒI DƯỠNG HSG LÝ:

DAO ĐỘNG CƠ HỌC

CHỦ ĐỀ 1: *Kích thích dao động bằng va chạm*

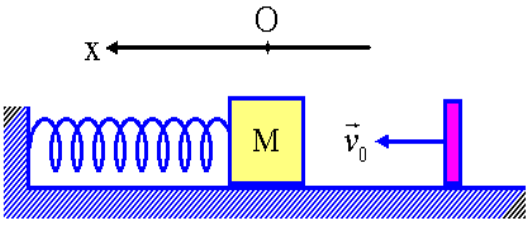
I. PHƯƠNG PHÁP

+ Vật m chuyển động với vận tốc v_0 đến va chạm vào vật M đang đứng yên.

+ Va chạm đàn hồi: $\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ mv_0^2 = mv^2 + MV^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \dfrac{2}{1+\dfrac{M}{m}} v_0 \\ v = \dfrac{1-\dfrac{M}{m}}{1+\dfrac{M}{m}} v_0 \end{cases}$

+ Va chạm mềm: $mv_0 = (m+M)V \Rightarrow V = \dfrac{1}{1+\dfrac{M}{m}} v_0$

II. BÀI TOÁN MẪU



Bài 1: Cho một hệ dao động như *hình vẽ bên*. Lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng $k = 30\,(N/m)$. Vật $M = 200\,(g)$ có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật $m = 100\,(g)$ bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc $v_0 = 3\,(m/s)$. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động điều hoà. Xác định vận tốc của hệ ngay sau va chạm. Viết phương trình dao động của hệ. Chọn trục toạ độ Ox trùng với phương dao động, gốc toạ độ O là vị trí cân bằng, chiều dương của trục cùng chiều với chiều của v_0. Gốc thời gian là lúc va chạm.

Giải

+ Va chạm mềm:

$mv_0 = (m+M)V \Rightarrow$ VËntècccña hÖgaysauvach¹m: $V = \dfrac{1}{1+\dfrac{M}{m}} v_0 = 1\,(m/s) = 100\,(cm/s)$

+ Tần số góc của hệ dao động điều hoà: $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = \sqrt{\frac{30}{0,2+0,1}} = 10\ (rad/s)$.

+ Phương trình dao động có dạng: $x = A\sin(10t+\varphi)$, vận tốc: $v = 10A\cos(10t+\varphi)$.

+ Thay vào điều kiện đầu: $t=0 \Rightarrow \begin{cases} x|_{t=0} = 0 \\ v|_{t=0} = 100\ (cm/s) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A\sin\varphi = 0 \\ 10A\cos\varphi = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 10\ (cm) \\ \varphi = 0 \end{cases}$

+ Vậy phương trình dao động là: $x = 10\sin 10t\ (cm)$.

ĐS: $V = 100\ (cm/s)$, $x = 10\sin 10t\ (cm)$.

Bài 2: Một con lắc lò xo, gồm lò xo có khối lượng không đáng kể và có độ cứng $k = 50\ (N/m)$, vật M có khối lượng $200\ (g)$, dao động điều hoà trên mặt phẳng nằm ngang với biên độ $A_0 = 4\ (cm)$. . Giả sử M đang dao động thì có một vật m có khối lượng $50\ (g)$ bắn vào M theo phương ngang với vận tốc $v_0 = 2\sqrt{2}\ (m/s)$, giả thiết là va chạm không đàn hồi và xảy ra tại thời điểm lò xo có độ dài lớn nhất. Sau va chạm hai vật gắn chặt vào nhau và cùng dao động điều hoà.

1) Tính động năng và thế năng của hệ dao động tại thời điểm ngay sau va chạm.

2) Tính cơ năng dao động của hệ sau va chạm, từ đó suy ra biên độ dao động của hệ.

Giải;

+ Vì va chạm xảy ra tại thời điểm lò xo có độ dài lớn nhất nên vận tốc của M ngay trước lúc va chạm bằng không. Gọi V là vận tốc của hệ $(M+m)$ ngay sau va chạm. Sử dụng định luật bảo toàn động lượng, ta có:

$$mv_0 = (M+m)V \Rightarrow V = \frac{1}{1+\frac{M}{m}}v_0 = \frac{1}{1+\frac{0,2}{0,05}}.2\sqrt{2} = 0,4\sqrt{2}\ (m/s)$$

1) Động năng của hệ ngay sau va chạm: $E_d = \frac{(M+m)V^2}{2} = \frac{(0,2+0,05)(0,4\sqrt{2})^2}{2} = 0,04\ (J)$

+ Tại thời điểm đó vật có li độ $x = A_0 = 4\ (cm) = 0,04\ (m)$ nên thế năng đàn hồi:

$$E_t = \frac{kx^2}{2} = \frac{50.0,04^2}{2} = 0,04\ (J)$$

2) Cơ năng dao động của hệ sau va chạm: $E = E_d + E_t = 0,08\ (J)$

+ Mặt khác: $E = \frac{kA^2}{2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2.0,08}{50}} = 0,04\sqrt{2}\ (m) = 4\sqrt{2}\ (cm)$

ĐS: 1) $E_t = E_d = 0,04\ (J)$; 2) $E = 0,08\ (J)$; $A = 4\sqrt{2}\ (cm)$

Bài 3: Một con lắc lò xo, gồm lò xo, có độ cứng $k = 50\ (N/m)$ và vật nặng $M = 500\ (g)$ dao động điều hoà với biên độ A_0 dọc theo trục Ox trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang dao động thì một vật $m = \frac{500}{3}\ (g)$ bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc $v_0 = 1\ (m/s)$. Giả thiết va chạm là hoàn toàn đàn hồi và xảy ra vào thời điểm lò xo có chiều dài nhỏ nhất. Sau khi va chạm vật M dao động điều hoà làm cho lò xo có chiều dài cực đại và cực tiểu lần lượt là $l_{max} = 100\ (cm)$ và $l_{mim} = 80\ (cm)$. Cho $g = 10\ (m/s^2)$.

1) Tìm vận tốc của các vật ngay sau va chạm.

2) Xác định biên độ dao động trước va chạm.

Giải

1) Vào thời điểm va chạm lò xo có chiều dài nhỏ nhất nên vận tốc của vật M ngay trước va chạm bằng không. Gọi V, v lần lượt là vận tốc của vật M và m ngay sau va chạm. Vì va chạm là hoàn toàn đàn hồi nên sử dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng, ta có:

$$\begin{cases} mv_0 = mv + MV \\ \dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{MV^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = \dfrac{2}{1+\dfrac{M}{m}} v_0 = \dfrac{2}{1+3}.1 = 0,5\,(m/s) \\ v = \dfrac{1-\dfrac{M}{m}}{1+\dfrac{M}{m}} v_0 = \dfrac{1-3}{1+3}.1 = -0,5\,(m/s) \end{cases}$$

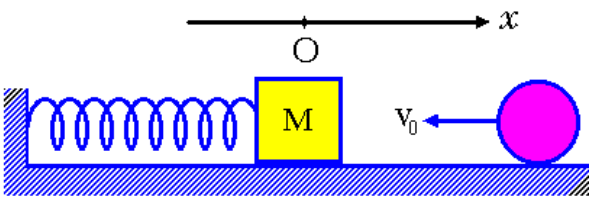
2) Tại thời điểm ngay sau va chạm vật dao động có li độ và vận tốc lần lượt là $x = +A_0$ $V = 3\,(m/s)$ nên thế năng đàn hồi và động năng lúc đó là: $\begin{cases} E_t = \dfrac{kx^2}{2} = \dfrac{50.A_0^2}{2} = 25.A_0^2 \\ E_d = \dfrac{MV^2}{2} = \dfrac{0,5.0,5^2}{2} = 0,0625\,(J) \end{cases}$

+ Biên độ dao động điều hoà sau va chạm $A = \dfrac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \dfrac{100-80}{2} = 10\,(cm) = 0,1\,(m)$ nên cơ năng dao động: $E = \dfrac{kA^2}{2} = \dfrac{50.0,1^2}{2} = 0,25\,(J)$.

+ Mà $E_t + E_d = E \Leftrightarrow 25.A_0^2 + 0,0625 = 0,25 \Rightarrow A_0^2 = \dfrac{0,1875}{25} \Rightarrow A_0 = 0,05\sqrt{3}\,(m) = 5\sqrt{3}\,(cm)$

ĐS: 1) $V = 0,5\,(m/s)$; $v = -0,5\,(m/s)$; 2) $A_0 = 5\sqrt{3}\,(cm)$

Bài 4: Cho một hệ dao động như *hình vẽ bên*. Lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng chưa biết. Vật $M = 400\,(g)$ có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật $m = 100\,(g)$ bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc $v_0 = 3,625\,(m/s)$. Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm vật M dao động điều hoà. Chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo lần lượt là $l_{\max} = 109\,(cm)$ và $l_{mim} = 80\,(cm)$.



1. Tìm chu kỳ dao động của vật M và độ cứng k của lò xo.

2. Đặt một vật $m_0 = 225\,(g)$ lên trên vật M, hệ gồm 2 vật $(m_0 + M)$ đang đứng yên. Vẫn dùng vật $m = 100\,(g)$ bắn vào với cùng vận tốc $v_0 = 3,625\,(m/s)$, va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm ta thấy cả hai vật cùng dao động điều hoà. Viết phương trình dao động của hệ $(m_0 + M)$. Chọn trục Ox như hình vẽ, gốc toạ độ ở vị trí cân bằng và gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm.

3. Cho biết hệ số ma sát giữa m_0 và M là *0,4*. Hỏi vận tốc v_0 của vật m phải nhỏ hơn một giá trị bằng bao nhiêu để vật m_0 vẫn đứng yên (không bị trượt) trên vật M trong khi hệ dao động. Cho $g = 10\,(m/s^2)$.

Giải

1. Biên độ dao động $A=\frac{l_{\max}-l_{\min}}{2}=\frac{109-80}{2}=14,5\,(cm)$

+ Vì va chạm là hoàn toàn đàn hồi nên vận tốc của M sau va chạm tính theo công thức: $\begin{cases} mv_0=mv+MV \\ mv_0^2=mv^2+MV^2 \end{cases} \Rightarrow V=\frac{2}{1+\frac{M}{m}}v_0=\frac{2}{1+4}3,625=1,45\,(m/s)=145\,(cm/s)$ (đây chính là vận tốc cực đại của dao động điều hoà).

+ Sau va chạm vật dao động điều hoà theo phương trình li độ $x=A\sin(\omega t+\varphi)$, và phương trình vận tốc: $v=\omega A\cos(\omega t+\varphi)$

+ Vậy vận tốc cực đại của dao động điều hoà: $v_{\max}=\omega A=V\Rightarrow \omega=\frac{V}{A}=\frac{145\,(cm/s)}{14,5\,(cm)}=10\,(rad/s)$.

+ Chu kì dao động: $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{5}\approx 0,628\,(s)$.

+ Độ cứng của lò xo: $k=M.\omega^2=0,4.10^2=40\,(N/m)$.

2. Tương tự câu 1) vận tốc của hệ (m_0+M) ngay sau va chạm tính theo công thức:

$V'=\frac{2}{1+\frac{(M+m_0)}{m}}v_0=\frac{2}{1+\frac{(0,625)}{0,1}}7,25=2\,(m/s)=200\,(cm/s)$ (đây chính là vận tốc cực đại của dao động điều hoà).

+ Tần số góc của dao động: $\omega=\sqrt{\frac{k}{M+m_0}}=\sqrt{\frac{40}{0,4+0,225}}=8\,(rad/s)$.

+ Phương trình dao động có dạng: $x=A\sin(8t+\varphi)$, vận tốc: $v=8A\cos(8t+\varphi)$.

+ Vận tốc cực đại của dao động điều hoà: $v_{\max}=\omega A=V'\Rightarrow A=\frac{V'}{\omega}=\frac{200\,(cm/s)}{8\,(cm)}=25\,(cm)$

+ Pha ban đầu được xác định từ điều kiện đầu:

$t=0\Rightarrow \begin{cases} x|_{t=0}=0 \\ v|_{t=0}=-200\,(cm/s) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi=0 \\ \cos\varphi=-1 \end{cases} \Rightarrow \varphi=\pi$

+ Vậy phương trình dao động là: $x=25\sin(8t+\pi)(cm)$.

3. Dùng vật m bắn vào hệ (m_0+M) với vận tốc v_0, va chạm là hoàn toàn đàn hồi thì vận tốc của hệ (m_0+M) ngay sau va chạm là: $V'=\frac{2}{1+\frac{(M+m_0)}{m}}v_0=\frac{2}{1+6,25}v_0=\frac{8v_0}{29}\,(m/s)$ (đây chính là vận tốc cực đại của dao động điều hoà: $v_{\max}=A\omega=V'\Rightarrow A=\frac{V'}{\omega}=\frac{v_0}{29}$).

+ Vậy phương trình dao động điều hoà có dạng: $x=\frac{v_0}{29}\sin(8t+\varphi)$, và gia tốc của hệ là:

$a=x''=-A\omega^2\sin(\omega t+\varphi)=-\frac{64v_0}{29}\sin(8t+\varphi)$. Do đó gia tốc cực đại: $a_{\max}=\frac{64v_0}{29}$.

+ Vật m_0 đặt trên vật M chuyển động với gia tốc a, nên nó chịu tác dụng lực có độ lớn:

$F_{qt} = |m_0 a| \Rightarrow F_{qt\max} = \dfrac{64 m_0 v_0}{29}$.

+ Để vật m_0 luôn đứng yên trên M thì lực ma sát trượt $F_{ms} = \mu m_0 g$ lớn hơn hoặc bằng lực cực đại, tức là:

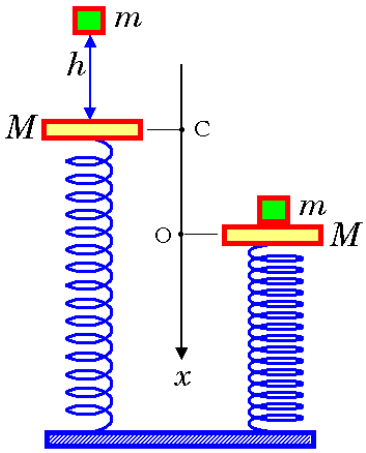
$\mu m_0 g \geq m_0 a_{max} \Rightarrow \mu g \geq a_{max} \Rightarrow 0{,}8.10 \geq \dfrac{64 v_0}{29} \Rightarrow v_0 \leq \dfrac{29}{8} = 3{,}625\ (m/s)$.

+ Vậy để vật m_0 đứng yên (không bị trượt) trên vật *M* trong khi hệ dao động thì vận tốc v_0 của vật m phải thoả mãn: $0 \leq v_0 \leq \dfrac{29}{8} = 3{,}625\ (m/s)$.

ĐS: 1) $T = \dfrac{\pi}{5} \approx 0{,}628\ (s)$; $k = 40\ (N/m)$;

2) $x = 25\sin(8t + \pi)(cm)$;

3) $0 \leq v_0 \leq \dfrac{29}{8} = 3{,}625\ (m/s)$



Bài 5: Một vật nặng có khối lượng $M = 600\ (g)$, được đặt phía trên một lò xo thẳng đứng có độ cứng $k = 200\ (N/m)$ như *hình vẽ*. Khi đang ở vị trí cân bằng, thả vật $m = 200\ (g)$ từ độ cao $h = 6\ (cm)$ so với *M*. Coi va chạm là hoàn toàn mềm, lấy $g = 10\ (m/s^2)$, $\pi^2 = 10$.

1) Tính vận tốc của *m* ngay trước khi va chạm và vận tốc của hai vật ngay sau va chạm.

2) Sau va chạm hai vật cùng dao động điều hoà.

Giải:

1) Vận tốc của vật *m* ngay trước lúc va chạm: $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2.10.0{,}06} = 0{,}2\pi\sqrt{3}\ (m/s)$

$v_0 = 20\pi\sqrt{3}\ (cm/s)$ (hướng xuống dưới).

+ Hệ $(M + m)$ lúc va chạm có thể coi là hệ kín, theo định luật bảo toàn động lượng (theo giả thiết va chạm hoàn toàn mềm): $mv_0 = (m + M)V$. Suy ra, vận tốc của hai vật ngay sau va chạm:

$V = \dfrac{1}{1 + \dfrac{M}{m}} v_0 = 5\pi\sqrt{3}\ (cm/s)$ (hướng xuống dưới).

2) Tại VTCB cũ của *M*, lò xo nén một đoạn: $\Delta\ell = \dfrac{Mg}{k} = \dfrac{0{,}6.10}{200} = 0{,}03\ (m) = 3\ (cm)$

+ Tại VTCB mới của hệ sau va chạm, lò xo nén một đoạn:

$\Delta\ell' = \dfrac{(m + M)g}{k} = \dfrac{0{,}8.10}{200} = 0{,}04\ (m) = 4\ (cm)$.

+ Suy ra: $OC = \Delta l' - \Delta l = 4 - 3 = 1\ (cm)$

+ Chọn hệ toạ độ Ox như *hình vẽ*, gốc O trùng với vị trí cân bằng mới của hệ $(M + m)$ sau va chạm. Do đó, ngay sau va chạm hệ có toạ độ và vận tốc lần lượt là:

$x_1 = -1\ (cm)$, $v_1 = V = +5\pi\sqrt{3}\ (cm/s)$.

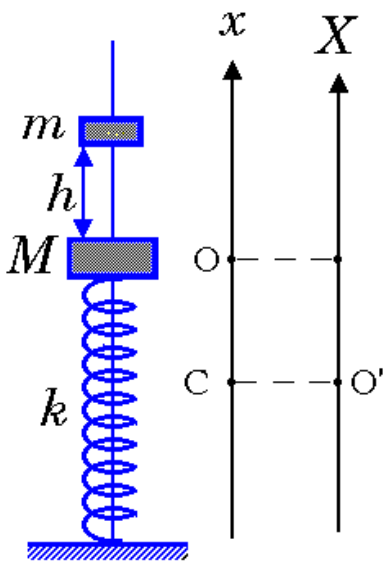
+ Sau va chạm hệ dao động điều hoà xung quanh VTCB mới O với tần số góc:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{(M+m)}} = \sqrt{\frac{200}{0,6+0,2}} = 5\pi \ (rad/s).$$

+ Biên độ dao động: $A = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}} = \sqrt{(-1)^2 + \frac{(5\pi\sqrt{3})^2}{(5\pi)^2}} = 2 \ (cm)$

ĐS: 1) $v_0 = 20\pi\sqrt{3} \ (m/s)$, $V = 5\pi\sqrt{3} \ (cm/s)$, 2) $A = 2 \ (cm)$

Bài 6: (ĐH Kinh tế quốc dân - 2001) Con lắc lò xo gồm vật nặng $M = 300 \ (g)$, lò xo có độ cứng $k = 200 \ (N/m)$ lồng vào một trục thẳng đứng như *hình vẽ*. Khi đang ở vị trí cân bằng, thả vật $m = 200 \ (g)$ từ độ cao $h = 3,75 \ (cm)$ so với *M*. Coi ma sát không đáng kể, lấy $g = 10 \ (m/s^2)$, va chạm là hoàn toàn mềm.



1. Tính vận tốc của *m* ngay trước khi va chạm và vận tốc của hai vật ngay sau va chạm.

2. Sau va chạm hai vật cùng dao động điều hoà. Lấy $t = 0$ là lúc ngay sau va chạm. Viết phương trình dao động của hai vật trong hệ toạ độ O'X như *hình vẽ*, gốc O' trùng với vị trí cân bằng mới C của hệ $(M+m)$ sau va chạm.

3. Viết phương trình dao động của hai vật trong hệ toạ độ ox như *hình vẽ*, gốc O là vị trí cân bằng cũ của *M* trước va chạm. Gốc thời gian như cũ.

Giải:

1) Vận tốc của vật m ngay trước lúc va chạm: $v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2.10.3,75.10^{-2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \ (m/s)$ (hướng xuống dưới). Hệ $(M+m)$ lúc va chạm có thể coi là hệ kín, theo định luật bảo toàn động lượng (theo giả thiết va chạm hoàn toàn mềm): $mv_0 = (m+M)V$. Suy ra, vận tốc của hai vật ngay sau va chạm: $V = \frac{1}{1+\frac{M}{m}} v_0 = \frac{\sqrt{3}}{5} \ (m/s) = 20\sqrt{3} \ (cm/s)$ (hướng xuống dưới).

2) Tại VTCB cũ của M (vị trí O), lò xo nén một đoạn: $\Delta\ell_0 = \frac{Mg}{k} = \frac{0,3.10}{200} = 0,015 \ (m) = 1,5 \ (cm)$

+ Tại VTCB mới C của hệ sau va chạm, lò xo nén một đoạn:

$$\Delta\ell = \frac{(m+M)g}{k} = \frac{0,5.10}{200} = 0,025 \ (m) = 2,5 \ (cm).$$

+ Suy ra: $OC = \Delta l - \Delta l_0 = 2,5 - 1,5 = 1 \ (cm)$, do đó $X = x + 1 \ (cm)$ (1)

+ Sau va chạm hệ dao động điều hoà xung quanh VTCB mới C ≡ O' với tần số góc:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{(M+m)}} = \sqrt{\frac{200}{0,3+0,2}} = 20 \ (rad/s).$$

+ Phương trình dao động: $X = A\sin(20t + \varphi)$, vận tốc: $V = X' = 20A\cos(20t + \varphi)$

+ Chọn $t = 0$ lúc va chạm, nên: $\begin{cases} X\big|_{t=0} = OC = 1\,(cm) \\ V\big|_{t=0} = -20\sqrt{3}\,(cm/s) \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} A\sin\varphi = 1 \\ 20A\cos\varphi = -20\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{1}{\sin\varphi} > 0 \\ tg\varphi = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2\,(cm) \\ \varphi = \dfrac{5\pi}{6} \end{cases}$$

+ Suy ra, li độ của vật trong hệ toạ độ O'X là: $X = 2\sin\left(20t + \dfrac{5\pi}{6}\right)(cm)$.

3) Theo (1) ta có phương trình dao động của vật trong hệ toạ độ Ox là:

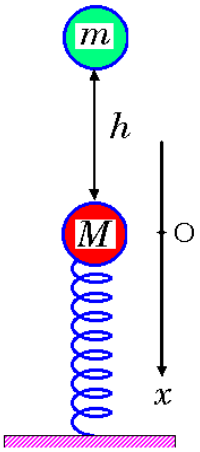
$x = X - 1$, *hay* $x = 2\sin\left(20t + \dfrac{5\pi}{6}\right) - 1\,(cm)$.

ĐS: 1) $v_0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}(m/s)$, $V = 20\sqrt{3}\,(cm/s)$, 2) $X = 2\sin\left(20t + \dfrac{5\pi}{6}\right)(cm)$,

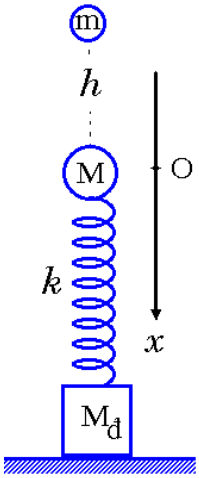
3) $x = 2\sin\left(20t + \dfrac{5\pi}{6}\right) - 1\,(cm)$

III. BÀI TOÁN TỰ LUYỆN

Bài 7: Một quả cầu khối lượng $M = 2\,(kg)$, gắn trên một lò xo thẳng đứng có độ cứng $k = 400\,(N/m)$. Một vật nhỏ $m = 0{,}4\,(kg)$ rơi tự do từ độ cao $h = 1{,}8\,(m)$ xuống va chạm đàn hồi với M (*xem hình vẽ*). Sau va chạm vật M dao động điều hoà. Lấy $g = 10\,(m/s^2)$.



a) Tính vận tốc của m ngay trước khi va chạm và vận tốc của các vật ngay sau va chạm.



b) Viết phương trình dao động của vật M, chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng của vật, chiều dương hướng thẳng đứng trên xuống, gốc thời gian là lúc ngay sau va chạm.

ĐS: a) $v_0 = 6\,(m/s)$; $V = 2\,(m/s)$, $v = -4\,(m/s)$; b) $x = 10\sin 20t\,(cm)$

Bài 8: Một quả cầu khối lượng $M = 200\,(g)$, gắn trên một lò xo thẳng đứng có độ cứng $k = 20\,(N/m)$. Một vật nhỏ $m = 100\,(g)$ rơi tự do từ độ cao $h = 45\,(cm)$ xuống va chạm đàn hồi với M (*xem hình vẽ*). Sau va chạm vật M dao động điều hoà. Lấy $g = 10\,(m/s^2)$.

a) Tính vận tốc của m ngay trước khi va chạm.

b) Tính vận tốc của hai vật ngay sau va chạm.

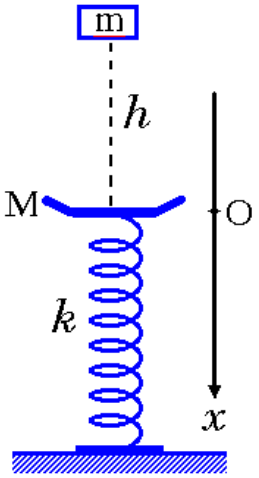
c) Viết phương trình dao động của vật M, chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng của vật, chiều dương hướng thẳng đứng trên xuống, gốc thời gian là lúc ngay sau va chạm. Giả sử M_d không bị nhấc lên trong khi M dao động. Gốc thời gian là lúc va chạm.

d) Khối lượng M_d phải thoả mãn điều kiện gì để nó không bị nhấc lên trong khi M dao động.

ĐS: a) $v_0 = 3\,(m/s)$; b) $V = 2\,(m/s)$; c) $x = 20\sin 10t\,(cm)$;

d) $M_d \geq 200\,(g)$

Bài 9: (ĐH Ngoại thương tp.HcM - 2001) Một cái đĩa khối lượng $M = 900\,(g)$, đặt trên một lò xo thẳng đứng có độ cứng $k = 25\,(N/m)$. Một vật nhỏ $m = 100\,(g)$ rơi xuống vận tốc ban đầu từ độ cao $h = 20\,(cm)$(so với đĩa) xuống đĩa rồi dính vào đĩa (*hình vẽ*). Sau va chạm hai vật dao động điều hoà.



a) Tính vận tốc của m ngay trước khi va chạm và vận tốc của hai vật ngay sau va chạm.

b) Vị trí cân bằng mới cách vị trí cân bằng cũ một khoảng bao nhiêu?

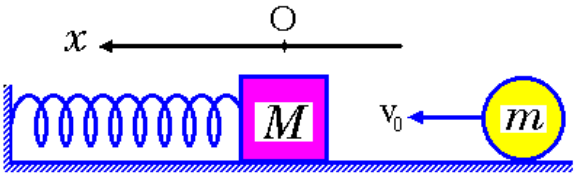
c) Viết phương trình dao động của hai vật, chọn gốc tọa độ ở vị trí cân bằng của hai vật, chiều dương hướng thẳng đứng từ tên xuống, gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm. Cho $g = 10\,(m/s^2)$.

ĐS: a) $v_0 = 2\,(m/s)$, $V = 0{,}2\,(m/s)$, b) *4 (cm)*, c) $x = 4\sqrt{2}\sin\left(5t - \frac{\pi}{4}\right)(cm)$

Bài 10: (ĐH Ngoại Thương - 99) Cho một hệ dao động như *hình vẽ*. Lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng k. Vật $M = 400\,(g)$ có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Hệ đang ở trạng thái cân bằng, dùng một vật $m = 100\,(g)$ bắn vào M theo phương nằm ngang với vận tốc $v_0 = 1\,(m/s)$. Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau khi va chạm vật M dao động điều hoà. Chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo lần lượt là $28\,(cm)$ và $20\,(cm)$.

1) Tìm chu kỳ dao động của vật M và độ cứng k của lò xo.

2) Đặt một vật $m_0 = 100\,(g)$ lên trên vật M, hệ gồm hai vật $(m_0 + M)$ đang đứng yên. Vẫn dùng vật m bắn vào với cùng vận tốc $v_0 = 1\,(m/s)$, va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Sau va chạm ta thấy cả hai vật cùng dao động điều hoà. Viết phương trình dao động của hệ $(m_0 + M)$. Chọn gốc toạ độ ở vị trí cân bằng, chiều dương của trục cùng chiều với v_0 và gốc thời gian là lúc bắt đầu va chạm.



3. Cho biết hệ số ma sát giữa m_0 và M là *0,4*. Hỏi vận tốc v_0 của vật m phải nhỏ hơn một giá trị bằng bao nhiêu để vật m_0 vẫn đứng yên (không bị trượt) trên vật M trong khi hệ dao động. Cho $g = 10\,(m/s^2)$.

ĐS: 1) $T = \frac{\pi}{5}\,(s)$, $k = 40\,(N/m)$, 2) $x = 3{,}73\sin 8{,}94t\,(cm)$, 3) $v_0 \leq 1{,}34\,(m/s)$

CHỦ ĐỀ 2: *CHỨNG MINH MỘT VẬT DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA*

I. PHƯƠNG PHÁP:

CÁCH 1: Dùng phương pháp động lực học:

- Chọn phương, chiều chuyển động.
- Xác định các lực tác dụng vào vật.
- Định vị trí cân bằng (tại đó có bao nhiêu lực tác dụng, độ lớn của các lực tổng hợp tại đó).
- Xét vị trí có độ dịch chuyển x bất kỳ (kể từ vị trí cân bằng): $\sum \vec{F} = -k\vec{x}$
- Áp dụng định luật II Newton để thiết lập phương trình chuyển động:

  $-kx = ma = mx'' \rightarrow x'' = -\omega^2 x \rightarrow x = A\cos(\omega t + \varphi)$ là nghiệm và $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

- Kết luận và suy ra kết quả

CÁCH 2: Dùng định luật bảo toàn cơ năng (xét F_{ms} không đáng kể)

$E_đ + E_t = E = \text{const}$

- Lấy đạo hàm hai vế theo t (chú ý x'' = v' = a; x' = v)
- Biến đổi đưa đến phương trình; → $x'' = -\omega^2 x$

II. CÁC DẠNG TOÁN:

Bài 1: (Dao động điều hòa - 3 điểm: HSG ĐBSCL An Giang 2008 – 2009, THPT chuyên TNH)

Từ điểm A trong lòng một cái chén tròn M đặt trên mặt sàn phẳng nằm ngang, người ta thả một vật m nhỏ (hình vẽ). Vật m chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng, đến B thì quay lại. Bỏ qua ma sát giữa chén M và m.

a. Tìm thời gian để m chuyển động từ A đến B. Biết A ở cách điểm giữa I của chén một khoảng rất ngắn so với bán kính R. Chén đứng yên.

b. Tính hệ số ma sát nghỉ giữa chén và sàn.

Giải

a. Ta có: $m\vec{a} = \vec{p} + \vec{N}$

* Chiếu lên phương tiếp tuyến:

$$ma_t = -P\sin\alpha \approx mg\frac{x}{R} \qquad \textbf{(0,25đ)}$$

$$\Rightarrow x'' + \omega^2 x = 0 \qquad \text{Với:} \quad \omega^2 = \frac{g}{R} \qquad \textbf{(0,25đ)}$$

Từ đó cho thấy m dao động điều hoà, thời gian đi từ A đến B là $\frac{1}{2}$ chu kỳ dao động.

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{R}{g}} \qquad \textbf{(0,25đ)}$$

b. Chén đứng yên nên: $\vec{P}_M + \vec{N}_M + \vec{N}' + \vec{F}_{msn} = 0$ (1)

* Chiếu (1) lên phương Oy: $-P_M + N_M - N'\cos\alpha = 0$ Với N' = N (2) **(0,25đ)**

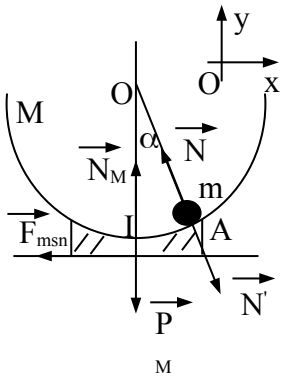
Ở góc lệch α, m có: $\begin{cases} \frac{mV^2}{R} = N - mg\cos\alpha \\ \frac{mV^2}{2} + mgh = mgh_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N = \frac{mV^2}{R} + mg\cos\alpha \\ \frac{mV^2}{2} = mgR(\cos\alpha - \cos\alpha_0) \end{cases}$ **(0,25đ)**

$\Rightarrow N = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$ (3) **(0,25đ)**

Từ (2) và (3) ta được: $N_M = Mg + mg\cos\alpha(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$ (4) **(0,25đ)**

* Chiếu (1) lên Ox: $N'\sin\alpha - F_{msn} = 0 \Leftrightarrow N\sin\alpha = F_{msn} \le \mu N$ **(0,25đ)**

$\Leftrightarrow \mu \ge \frac{N\sin\alpha}{N_M} \ge \frac{(N\sin\alpha)_{max}}{(N_M)_{min}}$



(0,25đ)

$\begin{cases} N\sin\alpha = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)\sin\alpha \\ N_M = Mg + mg\cos\alpha(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) \end{cases}$ α_0 bé; $\alpha \le \alpha_0$ **(0,25đ)**

$\Rightarrow (N\sin\alpha)_{max}; (N_M)_{min}$ khi $\alpha = \alpha_0$

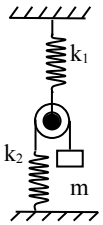
(0,25đ)

Vậy: $\mu \ge \frac{m\sin 2\alpha}{2(M + m\cos^2\alpha)}$ **(0,25đ)**

Câu 2 (HSG Tỉnh Thanh Hóa 2009):

a.Xác định li độ tại thời điểm mà động năng bằng 4 lần thế năng của một dao động tử điều hoà, biết rằng biên độ dao động là 4cm.

b. Cho hệ dao động ở hình bên. Các lò xo có phương thẳng đứng và có độ cứng k_1 và k_2. Bỏ qua khối lượng ròng rọc và các lò xo. Bỏ qua ma sát. Xác định độ cứng tương đương của hệ khi m thực hiện dao động điều hoà theo phương thẳng đứng.



Đáp Án:

a. + $W_d = 4W_t \Rightarrow W_t = \frac{1}{10}kA^2$ ***(0,5 đ)***

+ Hay $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{10}kA^2 \Rightarrow x = \pm\frac{A}{\sqrt{5}} \approx \pm 1{,}8$cm. ***(0,5 đ)***

b. + Lực kéo về là lực căng F của dây treo m. Ta có $F = F_2 = \frac{F_1}{2}$ (1) ***(0,5 đ)***

+ Khi lò xo k_1 giãn một đoạn Δl_1 và lò xo k_2 giãn một đoạn Δl_2 thì hệ lò xo giãn một đoạn $\Delta l = \Delta l_2 + 2\Delta l_1$ (2) ***(0,5 đ)***

+ Ngoài ra, từ (1) có: $\Delta l = \frac{F}{k}$; $\Delta l_1 = \frac{2F}{k_1}$; $\Delta l_2 = \frac{F}{k_2}$ (3) ***(0,5 đ)***

+ Thay (3) vào (2) được: $\frac{F}{k} = \frac{F}{k_2} + 4\frac{F}{k_1} \Rightarrow k = \frac{k_1 k_2}{4k_2 + k_1}$ ***(0,5 đ)***

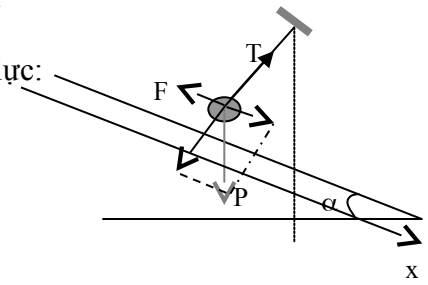
Câu 3 (SGD Hậu Giang đề nghị - HSG ĐBSCL 16 2008 - 2009): Một con lắc đơn có chiều dài l thực hiện dao động điều hoà trên một chiếc xe đang lăn tự do xuống dốc không ma sát. Dốc nghiêng một góc α so với phương nằm ngang.

a) Chứng minh rằng: Vị trí cân bằng của con lắc là vị trí có dây treo vuông góc với mặt dốc.

b) Tìm biểu thức tính chu kì dao động của con lắc.

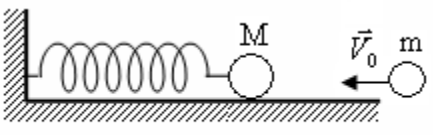
Áp dụng bằng số l =1,73 m; $\alpha = 30^0$; g = 9,8 m/s^2.

Đáp án

+ Gia tốc chuyển động xuống dốc của xe là a = gsinα. Xét hệ quy chiếu gắn với xe + Tác dụng lên con lắc tại một thời điểm nào đó có 3 lực: Trọng lượng P, lực quán tính F và sức căng T của dây treo.  	0,5 0,25 0,25
Tại vị trí cân bằng Ta có: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = 0$ + Chiếu phương trình trên xuống phương OX song song với mặt dốc ta có: Psinα - F + T_X = 0 Mà F = ma = mgsinα suy ra T_X = 0. Điều này chứng tỏ ở vị trí cân bằng dây treo con lắc vuông góc với Ox	0,25 0,25 0,25 0,25
+ Vị trí cân bằng như trên thì trọng lực biểu kiến của con lắc là P' = Pcosα. Tức là gia tốc biểu kiến là g' = gcosα.	0,5
+ Vậy chu kì dao động của con lắc sẽ là $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}} \approx 2{,}83$ (s).	0,5

Câu 4 (SGD Đồng Tháp – HSG Tỉnh 2008 – 2009, THPT Cao Lảnh đề nghị):

Một lò xo có độ cứng k = 54N/m, một đầu cố định, đầu kia gắn vật M = 240g đang đứng yên trên mặt phẳng nằm ngang như H3. Bi khối lượng m = 10g bay với vận tốc V_0 = 10m/s theo phương ngang đến va chạm với M. Bỏ qua ma sát, cho va chạm là đàn hồi xuyên tâm. Viết phương trình dao động của M sau va chạm. Chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng của M, chiều dương là chiều va chạm, gốc thời gian là lúc va chạm.



H3

Đáp án

- ĐL BT động lượng : $mV_0 = mV_0' + MV$

$\Rightarrow m(V_0 - V_0') = MV$ (1) (0,5 đ)

- ĐL BT động năng : $\frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}mV_0'^2 + \frac{1}{2}MV^2$

$\Rightarrow m(V_0^2 - V_0'^2) = MV^2$ (2) (0,5 đ)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow V_0 + V_0' = V$

$\Rightarrow V_0' = V - V_0$ (3)

Thế (3) vào (1) $\Rightarrow 2mV_0 = (m + M)V$

$\Rightarrow V = \frac{2mV_0}{m+M} = 0,8$ m/s (0,5 đ)

Ta có : $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 15 rad/s$ (0,25 đ)

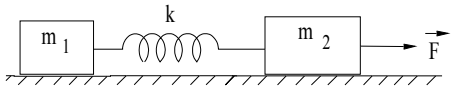
$V = V_{max} = \omega A \Rightarrow A = 5,3$ cm. (0,5 đ)

Chọn t = 0 khi x = 0 và v > 0 $\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$ (0,5 đ)

Phương trình dao động là : $x = 5,3 \cos(15t - \frac{\pi}{2})$ (cm). (0,25 đ)

Bài 5 (HSG Thừa Thiên Huế 2007 - 2008):

Cho cơ hệ gồm hai vật có khối lượng m_1 và m_2 được nối với nhau bằng một lò xo rất nhẹ có độ cứng k, chiều dài tự nhiên l_0. Hệ được đặt trên một mặt phẳng ngang trơn nhẵn. Một lực $\vec{F}$ không đổi có phương nằm ngang (dọc theo trục của lò xo) bắt đầu tác dụng vào vật m_2 như hình vẽ.



a, Chứng tỏ các vật dao động điều hoà. Tính biên độ và chu kỳ dao động của mỗi vật.

b, Tính khoảng cách cực đại và khoảng cách cực tiểu giữa hai vật trong quá trình dao động.

Đáp Án:

- Xét trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm G của cơ hệ.

- Gia tốc của khối tâm: $a_G = \frac{F}{m_1 + m_2}$

- Gọi O_1 và O_2 lần lượt là vị trí của m_1 và m_2 khi lò xo ở trạng thái tự nhiên : $O_1O_2 = l_0$;

- Vị trí O_1 và O_2 lần lượt cách G những đoạn l_1 và l_2, thoả mãn điều kiện :

$m_1l_1 = m_2l_2 = m_2(l_0 - l_1) \Rightarrow l_1 = \frac{m_2l_0}{m_1 + m_2}$; $l_2 = \frac{m_1l_0}{m_1 + m_2}$.

- Ta coi hệ trên gồm : vật m_1 gắn vào một đầu lò xo có chiều dài l_1, đầu kia của l_1 được gắn cố định vào G và vật m_2 gắn vào một đầu của lò xo có chiều dài l_2, đầu kia của l_2 được gắn cố định vào G.

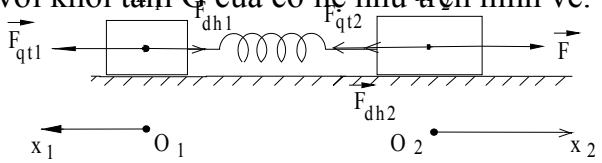
- Độ cứng của các lò xo l_1 và l_2 : $k_1 = \frac{k(m_1 + m_2)}{m_2}$ và $k_2 = \frac{k(m_1 + m_2)}{m_1}$; 0,5

*** Phương trình dao động của các vật**:

Chọn các trục toạ độ cho mỗi vật gắn với khối tâm G của cơ hệ như trên hình vẽ.

- **Vật m_1** : $F_{qt_1} - F_{dh_1} = m_1a_1$

hay $\frac{m_1F}{m_1 + m_2} - k_1x_1 = m_1x_1''$



$\Rightarrow \quad x_1'' + \frac{k_1}{m_1}(x_1 - \frac{m_1F}{(m_1+m_2)k_1}) = 0$

Đặt : $\omega_1^2 = \frac{k_1}{m_1}$; $X_1 = x_1 - \frac{m_1F}{(m_1+m_2)k_1}$ $\Rightarrow$ $X_1'' + \omega_1^2 X_1 = 0$ (*): vật m_1 dao động điều hoà. Nghiệm phương trình (*) có dạng : $X_1 = A_1\sin(\omega_1 t + \varphi_1)$ 0,5

- **Vật m_2** : $F - F_{qt_2} - F_{dh_2} = m_2a_2$ hay $F - \frac{m_2F}{m_1+m_2} - k_2x_2 = m_2x_2''$.

Đặt : $\omega_2^2 = \frac{k_2}{m_2}$; $X_2 = x_2 - \frac{m_1F}{(m_1+m_2)k_2}$ $\Rightarrow$ $X_2'' + \omega_2^2 X_2 = 0$: vật m_2 dao động điều hoà. Nghiệm phương trình (*) có dạng : $X_2 = A_2\sin(\omega_2 t + \varphi_2)$ 0,25

*** Chu kì dao động của các vật**:

- **Vật m_1** : $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1m_2}{(m_1+m_2)k}}$;

- **Vật m_2** : $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1m_2}{(m_1+m_2)k}}$. 0,25

*** Biên độ dao động của các vật**:

- **Vật m_1** : $x_1 = \frac{m_1m_2F}{(m_1+m_2)^2k} + A_1\sin(\omega_1 t + \varphi_1)$

$v_1 = A_1\omega_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1)$

Khi $t = 0$, $x_1 = 0$, $v_1 = 0$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} A_1 = \frac{m_1m_2F}{(m_1+m_2)^2k} \\ \varphi_1 = -\pi/2 \end{cases}$ 0,5

- **Vật m_2** : $x_2 = \frac{m_1^2F}{(m_1+m_2)^2k} + A_2\sin(\omega_2 t + \varphi_2)$

$v_2 = A_2\omega_2\cos(\omega_2 t + \varphi_2)$

Khi $t = 0$, $x_2 = 0$, $v_2 = 0$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} A_2 = \frac{m_1^2F}{(m_1+m_2)^2k} \\ \varphi_2 = -\pi/2 \end{cases}$ 0,5

b, Khoảng cách cực đại và cực tiểu giữa hai vật trong quá trình dao động : Hai vật dao động cùng pha trên hai trục toạ độ cùng phương ngược chiều nên

$l_{max} = l_0 + 2(A_1 + A_2) = l_0 + 2\frac{m_1F}{(m_1+m_2)k}$; 0,5

$l_{min} = l_0$

Bài 6 (HSG 2009 - 2010): Một con lắc đơn gồm một bi nhỏ có m = 100g treo vào dây dài l = 1,57m tại nơi có gia tốc trọng trường g = 9,81m/s^2. Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng góc α_0 = 0,10 rad rồi thả nhẹ cho nó dao động. Bỏ qua ma sát và khối lượng của dây.

a/ Chứng minh rằng năng lượng dao động của con lắc tỷ lệ với bình phương biên độ góc α_0 của nó và tìm giá trị của năng lượng đó?

b/ Tìm động năng và thế năng của con lắc khi góc lệch của nó là $\alpha = \alpha_0 / 2$?

Hướng dẫn:

Dùng định luật bảo toàn cơ năng và phép tính gần đúng tính được cơ năng $E = mgl\alpha_0^2/2$

- Thay số tìm được $E = 7{,}7.10^{-3}$ J
- Từ $E_t = mgl\alpha^2/2$ với $\alpha = \alpha_0/2 = 0{,}05$ rad $\Rightarrow E_t = 1{,}93.10^{-3}$ J
- Từ $E = E_d + E_t \Rightarrow E_d = 5{,}77.10^{-3}$ J

Bài 7(Tỉnh Thái Nguyên HSG 2009 - 2010): Một con lắc gồm quả cầu kim loại khối lượng m = 0,1kg được treo vào một điểm A cố định bằng một đoạn dây mảnh có độ dài l = 5m. Đưa quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng (sang phải) đến khi dây treo nghiêng với phương thẳng đứng một góc $\alpha_0 = 9^0$ rồi buông cho nó dao động tự do không vận tốc đầu.

Lấy $g = \pi^2 = 10 m/s^2$.

a/ Tính chu kỳ dao động T của con lắc, viết phương trình dao động của con lắc. Chọn gốc tọa độ là vị trí cân bằng, chiều dương hướng sang phải, gốc thời gian là lúc con lắc đi qua vị trí cân bằng lần thứ hai.

b/ Tích điện cho quả cầu với điện tích q rồi đặt con lắc trong điện trường đều nằm ngang có $E = 10^5$V/m. Con lắc dao động nhỏ với chu kỳ T'= x.T. Tính q theo x? Biện luận.

Hướng dẫn:

a/ Phương trình dao động: $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$

Phương trình vận tốc: $v = -\omega\alpha_0 l.\sin(\omega t + \varphi)$

+ Ta có: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{10}{5}} = \sqrt{2}(rad/s) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \approx 4{,}44\,(s)$

+ Biên độ góc $\alpha_0 = 9^0 = \frac{9\pi}{180} = \frac{\pi}{20}(rad)$

+ Chọn gốc thời gian là lúc vật qua VTCB lần 2: $x_0 = 0$, $v_0 > 0$

t = 0 ta có: $\alpha = \alpha_0 \cos\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ mà $v_0 > 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

Vậy phương trình: $\alpha = \frac{\pi}{20}.\cos(\sqrt{2}.t - \frac{\pi}{2})(rad)$

(Có thể viết ptdđ dưới dạng $s = s_0 \sin(\omega t + \varphi)$ với $s_0 = \alpha_0.l$)

b/ $T' = x.T \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = x.2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g' = \frac{g}{x^2}$ mà $(g')^2 = g^2 + a^2 = \left(\frac{qE}{m}\right)^2 + g^2$

$$\Rightarrow \frac{g^2}{x^4} = g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2 \Rightarrow g^2\left(\frac{1}{x^4} - 1\right) = \left(\frac{qE}{m}\right)^2 \Rightarrow q = \pm\frac{mg}{x^2 E}\sqrt{1 - x^2}$$

Thay số: $q = \pm\frac{10^{-5}}{x^2}\sqrt{1 - x^4}$ (C). Biện luận: Bài toán có nghiệm khi $x < 1$.

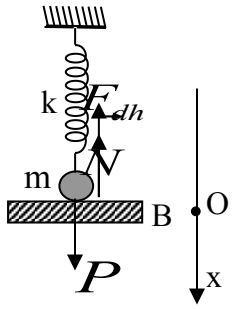
Bài 8(Tỉnh Thanh Hóa HSG 2010 - 2011): Một con lắc lò xo được treo thẳng đứng gồm vật nặng khối lượng m = 1kg, lò xo nhẹ có độ cứng k = 100N/m. Đặt giá B nằm ngang đỡ vật m để lò xo có chiều dài tự nhiên. Cho giá B chuyển động đi xuống với gia tốc $a = 2m/s^2$ không vận tốc ban đầu.

a. Tính thời gian từ khi giá B bắt đầu chuyển động cho đến khi vật rời giá B.

b. Chọn trục tọa độ có phương thẳng đứng, chiều dương hướng xuống, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng của vật, gốc thời gian là lúc vật rời giá B. Viết phương trình dao động điều hòa của vật.

Hướng dẫn:

a. Tìm thời gian



• Khi vật ở VTCB lò xo giãn: $\Delta l = \frac{mg}{k} = 0,1$ m

Tần số của dao động: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10$ rad/s

• Vật m: $P + N + F_{dh} = ma$.

Chiếu lên Ox: $mg - N - k\Delta l = ma$

Khi vật rời giá thì N = 0, gia tốc của vật a = 2 m/s^2

• Suy ra:

$$\Delta l = \frac{m(g - a)}{k} = \frac{at^2}{2}$$

$$\Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2m(g - a)}{ka}} = 0,283 \text{ s}$$

b. Viết phương trình

• Quãng đường vật đi được cho đến khi rời giá là $S = \frac{at^2}{2} = 0,08$ m

Tọa độ ban đầu của vật là: $x_0 = 0,08 - 0,1 = - 0,02$ m = -2 cm

Vận tốc của vật khi rời giá là: $v_0 = at = 40\sqrt{2}$ cm/s

• Biên độ của dao động: $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = 6$ cm

Tại t = 0 thì $6\cos\varphi = -2$ và v > 0 suy ra $\varphi = -1,91$ rad

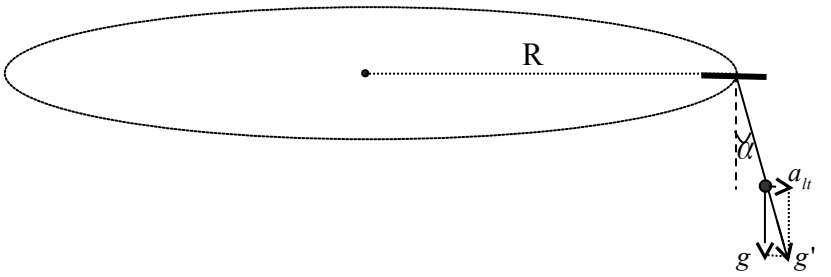
Phương trình dao động: x = 6cos(10t - 1,91) (cm) 0,5

Bài 9(Tỉnh Thanh Hóa HSG 2009 - 2010): Một con lắc đơn được treo vào trần một toa của đoàn tàu hoả. Khi tàu đứng yên, con lắc dao động bé với chu kì T. Tính chu kì dao động bé của con lắc khi đoàn tàu này chuyển động với tốc độ không đổi v trên một đường ray nằm trên mặt phẳng nằm ngang có dạng một cung tròn bán kính cong R. Cho biết gia tốc trọng trường là g; bán kính cong R là rất lớn so với chiều dài con lắc và khoảng cách giữa hai thanh ray. Bỏ qua mọi sự mất mát năng lượng.

Hướng dẫn:

3 điểm

Khi tàu đứng yên, chu kỳ dao động bé của con lắc là $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

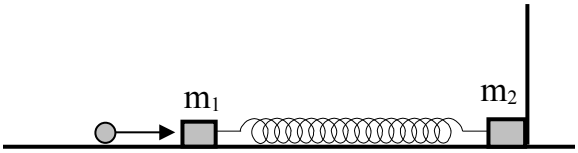


Khi tàu chuyển động, chu kỳ dao động bé của con lắc là $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$ 0,5đ

Trong đó g' là gia tốc trọng trường biểu kiến: $\vec{g'} = \vec{g} + \frac{\vec{F}_{lt}}{m} = \vec{g} + \vec{a}_{lt}$ 0,5đ

	Với $a_{lt} = \frac{v^2}{R + l.\sin\alpha} \approx \frac{v^2}{R}$ do *l* có thể bỏ qua so với R	0,5đ
	Trên hình vẽ ta có $g \perp a_{lt}$ nên $g' = \sqrt{g^2 + a_{lt}^2} = \sqrt{g^2 + \frac{v^4}{R^2}} = \frac{\sqrt{g^2R^2 + v^4}}{R}$	0,5đ
	Vậy suy ra $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{\sqrt{gR}}{\sqrt[4]{v^4 + g^2R^2}} \Rightarrow T' = \frac{T\sqrt{gR}}{\sqrt[4]{v^4 + g^2R^2}}$	0,5đ
		0,5đ

Bài 10(Tỉnh Đồng Nai HSG 2010 - 2011): Cho cơ hệ gồm hai vật nhỏ có khối lượng $m_1 = m_2 = m =$ 100 g được nối với nhau bằng một lò xo rất nhẹ có độ cứng k = 150 N/m; chiều dài tự nhiên $l_0 =$ 50 cm . Hệ được đặt trên một mặt phẳng ngang trơn nhẵn (hình vẽ). Ban đầu lò xo không dãn ; m_2 tựa vào tường trơn và hệ vật đang đứng yên thì một viên đạn có khối lượng m / 2 bay với vận tốc $\vec{V}_0$ (V_0 = 1,5 m/s) dọc theo trục của lò xo đến ghim vào vật m_1



a) Tính khoảng thời gian m_2 tiếp xúc với tường kể từ lúc viên đạn ghim vào m_1 và tính vận tốc của khối tâm của hệ khi m_2 rời khỏi tường

b) Sau khi hệ vật rời khỏi tường, tính chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo trong quá trình hệ vật nói trên chuyển động

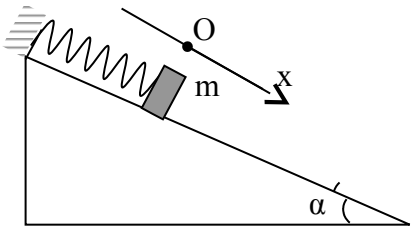
Hướng dẫn:

Câu a	Nội dung	2,00 đ
	Kể từ lúc va chạm, m_2 tiếp xúc với tường trong suốt thời gian lò xo bị nén	0,25 đ
	Trong suốt thời gian này hệ vật (m_1+ m /2) dao động điều hòa với chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m/2}{k}}$	0,25 đ 0,25 đ
	Vậy khoảng thời gian cần tìm là : $\Delta t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{m_1 + m/2}{k}} \approx 0,1s$	0,25 đ
	Vận tốc của hệ (m_1+ m /2) ngay sau va chạm được xác định bởi $\frac{m}{2}V_0 = \frac{3m}{2}v_0 \Rightarrow v_0 = \frac{V_0}{3}$	0,25 đ
	Khi vật m_2 bắt đầu rời khỏi tường, theo định luật bảo toàn năng lượng thì tốc độ của hệ (m_1+ m /2) cũng là v_0.	0,25 đ
	Vận tốc của khối tâm của hệ được xác định bởi : $(m_1 + m_2 + m/2)V_G = (m_1 + m/2)v_0$	0,25 đ
	$\Rightarrow V_G = \frac{V_0}{5} = 0,3m/s$	0,25 đ

Câu b	Nội dung
	Gắn hệ quy chiếu vào khối tâm của hệ , trong hệ quy chiếu này ta có $(m_1 + m/2)\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0$
	Trong đó $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ lần lượt là vận tốc của (m_1+ m /2) và m_2
	Vậy hai vật (m_1+ m /2) và m_2 luôn chuyển động ngược chiều nhau và

khi vận tốc của vật này triệt tiêu thì vận tốc của vật kia cũng triệt tiêu. Lúc này chiều dài của lò xo hoặc cực đại hoặc cực tiểu.
Độ biến dạng của lò xo lúc này được tính bởi : $\frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m/2)(v_0 - V_G)^2 + \frac{1}{2}m_2(-V_G)^2$ $\frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m/2)(v_0 - V_G)^2 + \frac{1}{2}m_2(-V_G)^2$ $\Rightarrow \Delta l = V_0\sqrt{\frac{m}{15k}} = 1cm$
Vậy chiều dài cực đại của lò xo là $l_{max} = l_0 + \Delta l = 51cm$ Và chiều dài cực tiểu của lò xo là $l_{min} = l_0 - \Delta l = 49cm$

Bài 11(Tỉnh Thái Nguyên HSG 2010 - 2011):



Con lắc lò xo như hình vẽ. Vật nhỏ khối lượng m = 200g, lò xo lí tưởng có độ cứng k = 1N/cm, góc $\alpha = 30^0$. Lấy $g = 10m/s^2$.

a/ Chọn trục tọa độ như hình vẽ, gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng. Viết phương trình dao động. Biết tại thời điểm ban đầu lò xo bị dãn 2cm và vật có vận tốc $v_0 = 10\sqrt{15}$ cm/s hướng theo chiều dương.

b/ Tại thời điểm t_1 lò xo không biến dạng. Hỏi tại $t_2 = t_1 + \frac{\pi}{4\sqrt{5}}$ s, vật có tọa độ bao nhiêu?

c/ Tính tốc độ trung bình của m trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$.

Hướng dẫn:

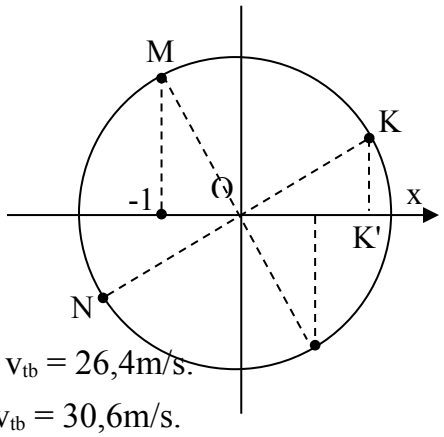
a/ Tại VTCB $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g\sin\alpha}{\Delta l}}$ 0,25

=> $\Delta l = 1cm$, $\omega = 10\sqrt{5}$ rad/s, $T = \frac{\pi}{5\sqrt{5}}$ s. 0,25

Biên độ: $A = \sqrt{x^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$ => A = 2cm và $\varphi = -\frac{\pi}{3}$. 0,25

Vậy: $x = 2\cos(10\sqrt{5}t - \frac{\pi}{3})$cm. 0,25

b/ Tại t_1 vật ở M có vận tốc v_1, sau $\Delta t = \frac{\pi}{4\sqrt{5}} = 1,25T$. 0,25



- vật ở K (nếu $v_1 > 0$) => tọa độ $x_2 = \sqrt{3}$ cm.
- vật ở N (nếu $v_1 < 0$) => tọa độ $x_2 = -\sqrt{3}$ cm. 0,25

c/ Quãng đường m đi được: - Nếu $v_1 < 0$ => $s_1 = 11 - \sqrt{3}$ => $v_{tb} = 26,4m/s$. 0,25

- Nếu $v_1 > 0$ => $s_2 = 9 + \sqrt{3}$ => $v_{tb} = 30,6m/s$. 0,25

0,25

0,25

Bài 12(Tỉnh Gia Lai HSG 2008 - 2009): Một vật dao động điều hoà, lúc vật ở vị trí M có toạ độ x_1 = 3cm thì vận tốc là 8(cm/s); lúc vật ở vị trí N có toạ độ x_2 = 4cm thì có vận tốc là 6(cm/s). Tính biên độ dao động và chu kỳ dao động của vật.

Hướng dẫn:

+ Áp dụng hệ thức độc lập: $A=\sqrt{x^2+\frac{v^2}{\omega^2}}$, được:	***0,25***
+Tại M: $A=\sqrt{x_1^2+\frac{v_1^2}{\omega^2}}=\sqrt{3^2+\frac{8^2}{\omega^2}}$ (1)	***0,5***
+Tại N: $A=\sqrt{x_2^2+\frac{v_2^2}{\omega^2}}=\sqrt{4^2+\frac{6^2}{\omega^2}}$ (2)	***0,5***
+Giải hệ (1) và (2) được: A = 5 cm và $\omega=2(rad/s)\Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{2}=\pi=3,14(s)$	***0,75***

Tham khảo thêm các tài liệu liên quan đến con lắc đơn.