

TRIỂN KHAI DỰ ÁN TÁCH ĐỀ HSG TOÁN 7

Người làm: Nguyễn Phương Thanh

Zalo: Đặng Phương - số đt zalo: 0332119118

Email: phuongthanh861517@gmail.com

CD2: TÌM X

Dạng 1. Tìm x thông thường

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Mỹ Cày 2017- 2018)

Tìm x biết: $\frac{1}{2} : 2x = -\frac{1}{3}$

Lời giải

$$\frac{1}{2} : 2x = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4}x = -\frac{1}{3}$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Triệu Sơn 2017 - 2018)

Cho $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25}$ và $2x^3 - 1 = 15$. Tính $B = x + y + z$

Lời giải

Ta có: $2x^3 - 1 = 15$

$$x^3 = 8$$

$$x = 2$$

Suy ra $\frac{18}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25} = 2$

$$+) \frac{y-25}{16} = 2 \Rightarrow y-25=32 \Rightarrow y=57$$

$$+) \frac{z+9}{25} = 2 \Rightarrow z+9=50 \Rightarrow z=41$$

Vậy $B = x + y + z = 2 + 57 + 41 = 100$

Câu 3. (HSG 7 huyện Sông Lô, 2017 - 2018)

Tìm x biết: $\frac{1}{2016} : 2015x = -\frac{1}{2015}$

Lời giải

$$\frac{1}{2016} : 2015x = -\frac{1}{2015}$$

$$\frac{1}{2016 \cdot 2015} x = -\frac{1}{2015}$$

$$x = -\frac{1}{2015} : \frac{1}{2016 \cdot 2015}$$

$$x = -2016$$

$$\text{Vậy } x = -2016$$

Câu 4. (HSG 7 trường THCS Nguyễn Chí, huyện Đông Sơn, 2017 - 2018)

$$x - \frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$$

biết:

Tìm

Lời giải

$$x - \frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{5}x + \frac{5}{4}x = \frac{3}{7} + \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{6}{5} + \frac{5}{4}\right)x = \frac{13}{14}$$

$$\frac{49}{20}x = \frac{13}{14}$$

$$x = \frac{130}{343}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{130}{343}$$

Dạng 2. Đưa về dạng tích bằng ⁰

A. Trắc nghiệm

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 trường Trần Hưng Đạo, trường Trường Sa, 2017 – 2018)

$$7x^2 - 35x + 42 = 0$$

Tìm nghiệm của đa thức

Lời giải

$$7x^2 - 35x + 42 = 0$$

$$7(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x^2 - 3x) - (2x - 6) = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x - 3 = 0$$

* TH1:

$$x = 3$$

$$x - 2 = 0$$

* TH2:

$$x = 2$$

Dạng 3. Sử dụng tính chất lũy thừa

A. Trắc nghiệm

Câu 1. (HSG 7 huyện Tân An, 2017 - 2018)

Giá trị của x trong biểu thức $(\sqrt{x} - 1)^2 = 0,25$ là:

A. $\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

B. $-\frac{1}{4}; -\frac{9}{4}$

C. $\frac{9}{4}; -\frac{1}{4}$

D. $-\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

Lời giải

A. $\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

B. $-\frac{1}{4}; -\frac{9}{4}$

C. $\frac{9}{4}; -\frac{1}{4}$

D. $-\frac{9}{4}; \frac{1}{4}$

$$(\sqrt{x} - 1)^2 = \left(\pm \frac{1}{2}\right)^2$$

Suy ra $\sqrt{x} - 1 = \frac{1}{2}$ hoặc $\sqrt{x} - 1 = -\frac{1}{2}$

$$\sqrt{x} = \frac{3}{2} \text{ hoặc } \sqrt{x} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{9}{4} \text{ hoặc } x = \frac{1}{4}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Tân An, 2017 - 2018)

Cho $a^{2m} = -4$. Kết quả của $2a^{6m} - 5$ là:

A. -123

B. -133

C. 123

D. -128

Lời giải

A. - 123

B. - 133

C. 123

D. - 128

$$a^{6m} = a^{2m} \cdot a^{2m} \cdot a^{2m} = (-4)^3 = -64$$

$$2a^{6m} - 5 = 2 \cdot (-64) - 5 = -123$$

Suy ra

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 trường Lý Thường Kiệt, 2017 - 2018)

Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện: $2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + (n-1)2^{n-1} + n \cdot 2^n = 2^{n+34}$

Lời giải

$$2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + (n-1)2^{n-1} + n \cdot 2^n = 2^{n+34} \quad (1)$$

$$B = 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + (n-1) \cdot 2^{n-1} + n \cdot 2^n$$

Đặt

$$\Rightarrow 2B = 2 \cdot (2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + (n-1) \cdot 2^{n-1} + n \cdot 2^n)$$

$$2B = 2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^4 + 4 \cdot 2^5 + \dots + (n-1)2^n + n \cdot 2^{n+1}$$

$$2B - B = (2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^4 + \dots + (n-1)2^n + n \cdot 2^{n+1}) - (2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + (n-1) \cdot 2^{n-1} + n \cdot 2^n)$$

$$B = -2^3 - 2^4 - 2^5 - \dots - 2^n + n \cdot 2^{n+1} - 2 \cdot 2^2 = -(2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n) + n \cdot 2^{n+1} - 2^3$$

$$C = 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n$$

Đặt

$$\Rightarrow 2C = 2 \cdot (2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n) = 2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{n+1}$$

$$2C - C = (2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{n+1}) - (2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n)$$

$$C = 2^{n+1} - 2^3$$

Khi đó $B = -(2^{n+1} - 2^3) + n \cdot 2^{n+1} - 2^3$

$$= -2^{n+1} + 2^3 + n \cdot 2^{n+1} - 2^3 = -2^{n+1} + n \cdot 2^{n+1} = (n-1) \cdot 2^{n+1}$$

Vậy từ (1) ta có: $(n-1)2^{n+1} = 2^{n+34}$

$$2^{n+34} - (n-1) \cdot 2^{n+1} = 0$$

$$2^{n+1} \cdot [2^{33} - (n-1)] = 0$$

$$2^{33} - n + 1 = 0$$

$$n = 2^{33} + 1$$

Vậy $n = 2^{33} + 1$

Câu 2. (HSG 7 đề 247, 2017 - 2018)

Tim x biết: $(x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+11} = 0$

Lời giải

$$(x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+11} = 0$$

$$(x-7)^{x+1} [1 - (x-7)^{10}] = 0$$

*) TH1 $(x-7)^{x+1} = 0$

$$x-7=0$$

$$x=7$$

*) TH2: $1 - (x-7)^{10} = 0$

$$x-7=1$$

$$x=8$$

Vậy $x=7$ hoặc $x=8$

Câu 3. (HSG 7 trường TH Sài Gòn, 2017 - 2018)

Tim x, y biết: $5^{2x-1} = 5^{2x-3} + 125.24$

Lời giải

$$5^{2x-1} - 5^{2x-3} = 5^3.24$$

Ta có:

$$5^{2x-3}(5^2 - 1) = 5^3.24$$

$$5^{2x-3} = 5^3$$

$$2x-3=3$$

$$x=3$$

Câu 4. (HSG 7 trường Hương Điền, 2017 - 2018)

Tim các số a, b, c biết rằng: $ab=c, bc=4a, ac=9b$

Lời giải

Nhân từng vế bất đẳng thức ta được: $(abc)^2 = 36abc$

Nếu 1 trong 3 số bằng 0 thì hai số còn lại bằng 0

Nếu cả 3 số a, b, c khác 0 thì chia 2 vế cho abc ta được $abc=36$

Từ $abc=36$ và $ab=c \Rightarrow c^2=6 \Rightarrow c=6; c=-6$

Từ $abc=36$ và $bc=4a \Rightarrow 4a^2=36 \Rightarrow a^2=9 \Rightarrow a=3; a=-3$

Từ $abc=36$ và $ab=9b \Rightarrow 9b^2=36 \Rightarrow b=2; b=-2$

-Nếu $c=6$ thì $a=3; b=2$ hoặc $a=-3; b=-2$

-Nếu $c=-6$ thì $a=3; b=-2$ hoặc $a=-3; b=2$

$$(a,b,c) = \{(0;0;0); (3;2;6); (3;-2;6); (3;-2;-6); (-3;2;-6)\}$$

Vậy

Câu 5. (HSG 7 trường Hiền Quan, huyện Tam Nông, 2017 - 2018)

x , $3^x + 3^{x+2} = 2430$
 Tìm x biết:

Lời giải

$$3^x + 3^{x+2} = 2430$$

$$3^x \cdot (1 + 3^2) = 2430$$

$$3^x \cdot 10 = 2430$$

$$3^x = 243 = 3^5$$

$$x = 5$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Mỹ Cày, 2017 - 2018)

$3^x + 4^x = 5^x$
 Tìm số tự nhiên x thỏa mãn

Lời giải

Với $x = 0$, $x = 1$ thay vào không thỏa mãn

+) $x = 2$ thay vào ta được $3^2 + 4^2 = 5^2$ (luôn đúng), vậy $x = 2$ thỏa mãn

+) $x > 2$, ta có: $3^x + 4^x = 5^x \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$

Với $x > 2$ ta có: $\left(\frac{3}{5}\right)^x < \left(\frac{3}{5}\right)^2$; $\left(\frac{4}{5}\right)^x < \left(\frac{4}{5}\right)^2$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x < \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$\Rightarrow x > 2$ (không thỏa mãn)

Vậy $x = 2$

Câu 7. (HSG 7 huyện Thái Thụy, 2017 - 2018)

x

$$\frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5} = 2^x$$

 Tìm x thỏa mãn:

Lời giải

$$\frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5} = \frac{4 \cdot 4^5}{3 \cdot 3^5} \cdot \frac{6 \cdot 6^5}{2 \cdot 2^5} = \frac{4^6}{3^6} \cdot \frac{6^6}{2^6} = \left(\frac{6}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{4}{2}\right)^6 = 2^{12}$$

$$\Rightarrow 2^x = 2^{12}$$

$$x = 12$$

Câu 8. (HSG 7 huyện Việt Yên, 2017 - 2018)

Tìm các số a, b, c nguyên dương thỏa mãn $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$ và $a + 3 = 5^c$

Lời giải

Do $a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow 5^b = a^3 + 3a^2 + 5 > a + 3 = 5^c$

$$5^b > 5^c$$

$$b > c$$

$$5^b : 5^c$$

$$(a^3 + 3a^2 + 5) : (a + 3)$$

$$a^2(a + 3) + 5 : (a + 3)$$

$$a^2(a + 3) : (a + 3)$$

Mà

$$5 : (a + 3)$$

$$a + 3 \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\} \quad (1)$$

Do $a \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow a + 3 \geq 4 \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow a + 3 = 5 \Rightarrow a = 2$

$$2^3 + 3 \cdot 2^2 + 5 = 5^b$$

$$5^2 = 5^b$$

$$b = 2$$

Và $2 + 3 = 5^c$

$$c = 1$$

Vậy $a = 2; b = 2; c = 1$

Câu 9. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa, 2017 - 2018)

Tìm x biết: $(2x - 3)^2 = 16$

Lời giải

$$(2x - 3)^2 = 16$$

$$2x - 3 = 4 \quad \text{hoặc} \quad 2x - 3 = -4$$

$$x = 3,5 \quad \text{hoặc} \quad x = -0,5$$

Câu 10. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, 2017 - 2018)

Tìm x, y biết: $x(x - y) = \frac{3}{10}$ và $y(x - y) = -\frac{3}{50}$

Lời giải

Trừ từng vế hai đẳng thức đã cho ta được:

$$x(x - y) - y(x - y) = \frac{3}{10} - \left(-\frac{3}{50}\right)$$

$$\Rightarrow (x - y)(x - y) = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow (x - y)^2 = \left(\pm\frac{3}{5}\right)^2$$

$$\text{Suy ra } x - y = \pm\frac{3}{5}$$

$$\text{Thay } x - y = \frac{3}{5} \text{ vào hai đẳng thức đã cho ta được } x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{10}$$

$$\text{Thay } x - y = -\frac{3}{5} \text{ vào hai đẳng thức đã cho ta được } x = -\frac{1}{2}, y = \frac{1}{10}$$

Câu 11. (HSG 7 trường Tào Sơn, 2017 - 2018)

$$\text{Tìm } x \text{ biết } 2^{x+2} \cdot 3^{x+1} \cdot 5^x = 10800$$

Lời giải

$$2^{x+2} \cdot 3^{x+1} \cdot 5^x = 10800$$

$$2^x \cdot 4 \cdot 3^x \cdot 3 \cdot 5^x = 10800$$

$$30^x = 10800 : 12$$

$$30^x = 900$$

$$30^x = 30^2$$

$$x = 2$$

Câu 12. (HSG 7 huyện Hoằng Hóa, 2017 - 2018)

$$\text{Tìm } x, y \text{ biết rằng: } (2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \leq 0$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (2x - 5)^{2012} \geq 0 \\ (3y + 4)^{2014} \geq 0 \Rightarrow (2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \geq 0 \end{cases}$$

$$(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} \leq 0$$

Mà

$$(2x - 5)^{2012} + (3y + 4)^{2014} = 0$$

Suy ra

$$(2x - 5)^{2012} = 0 \quad (3y + 4)^{2014} = 0$$

Suy ra và

$$x = 2\frac{1}{2} \quad y = -1\frac{1}{3}$$

và

Dạng 4. Tìm ẩn dạng phân thức

Câu 1. (HSG 7 đề 255, 2017 - 2018)

Tìm phân số có tử là 7 biết nó lớn hơn $-\frac{9}{10}$ và nhỏ hơn $-\frac{9}{11}$

Lời giải

Gọi mẫu phân số cần tìm là x ta có:

$$\begin{aligned} -\frac{9}{10} &< \frac{7}{x} < -\frac{9}{11} \\ \frac{63}{-70} &< \frac{63}{9x} < \frac{63}{-77} \\ -77 &< 9x < -70 \end{aligned}$$

vì $9x : 9 \Rightarrow 9x = -72 \Rightarrow x = 8$

Vậy phân số cần tìm là $-\frac{7}{8}$

Câu 2. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa, 2017 - 2018)

Tìm hai số hữu tỷ a và b biết: $a - b = 2(a + b) = a : b$

Lời giải

$$a - b = 2(a + b) \Rightarrow a - b = 2a + 2b \Rightarrow -a = 3b \Rightarrow a = -3b$$

Từ

Mặt khác: $a - b = a : b \Rightarrow -3b - b = -3b : b \Rightarrow -4b = -3 \Rightarrow b = \frac{3}{4}$

Vậy $a = -3 \cdot \frac{3}{4} = -\frac{9}{4}$

Câu 3. (HSG 7 huyện Thái Thụy, 2017 - 2018)

$$A = \frac{x^4 + 3}{x - 2}$$

Cho biểu thức

a) Tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức A không xác định được

b) Với những giá trị nào của x thì biểu thức A nhận giá trị là số âm

c) Tìm tất cả các số nguyên x để biểu thức A nhận giá trị nguyên

Lời giải

a) Giá trị của biểu thức A không xác định khi $x = 2$

$$x^2 \geq 0 \quad \forall x \Rightarrow x^2 + 3 > 0 \quad \forall x$$

b) Nhận xét

A nhận giá trị là số âm khi $x - 2 < 0 \Rightarrow x < 2$

$$A = \frac{x^2 + 3}{x - 2} = \frac{x^2 - 4 + 7}{x - 2} = (x + 2) + \frac{7}{x - 2}$$

c)

$$A \in \mathbb{Z} \quad \text{khi} \quad \frac{7}{x - 2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 7 : (x - 2) \Rightarrow x - 2 \in \{-7; -1; 1; 7\} \Rightarrow x \in \{-5; 1; 3; 9\}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Dương Nam, 2017 - 2018)

Tìm số nguyên x để tích hai phân số $\frac{6}{x+1}$ và $\frac{x-1}{3}$ là một số nguyên.

Lời giải

$$A = \frac{6}{x+1} \cdot \frac{x-1}{3} = \frac{2}{x+1} \cdot \frac{x-1}{1} = \frac{2(x-1)}{x+1} = \frac{2x-2}{x+1} = \frac{2(x+1)-4}{x+1} = 2 - \frac{4}{x+1}$$

Để A nhận giá trị nguyên thì $x+1 \in U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$

$$x \in \{0; -2; 1; -3; 3; -5\}$$

Suy ra

Câu 5. (HSG 7 trường TH Sài Gòn, 2017 - 2018)

Tìm x, y biết: $x - y = xy = x : y \quad (y \neq 0)$

Lời giải

Ta có: $x - y = xy \quad x = xy + y = y(x+1) \Rightarrow x : y = x+1$
nên

Mà $x - y = x : y \quad x+1 = x - y \Rightarrow y = -1$
, do đó:

Do đó: $x+1 = x \Rightarrow x+x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$x = -\frac{1}{2} \quad y = -1$
. Vậy ,

Câu 6. (HSG 7 huyện Sông Lô, 2017 - 2018)

Tìm các giá trị nguyên của n để phân số $M = \frac{3n-1}{n-1}$ có giá trị là số nguyên

Lời giải

$$M = \frac{3n-1}{n-1} \text{ có giá trị là một số nguyên} \Rightarrow 3n-1 : (n-1)$$

$$\Rightarrow 3(n-1) + 2 : (n-1) \Rightarrow 2 : (n-1) \Rightarrow (n-1) \in U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$$

$$\Rightarrow n \in \{0; 2; -1; 3\} \text{ thì } M \text{ nguyên}$$

Dạng 5. Tìm x dạng chứa dấu giá trị tuyệt đối

A. Trắc nghiệm (nếu có)

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Hương Sơn, 2017 - 2018)

Tìm x biết: $|x-2| + |3-2x| = 2x+1$

Lời giải

Nếu $x > 2$ ta có: $x-2+2x-3=2x+1 \Rightarrow x=6$

Nếu $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$ ta có: $2-x+2x-3=2x+1 \Rightarrow x=-2$ (ktm)

Nếu $x < \frac{3}{2}$, ta có: $2-x+3-2x=2x+1 \Rightarrow x=\frac{4}{5}$

Vậy $x=6, x=\frac{4}{5}$

Câu 2. (HSG 7 trường Trần Hưng Đạo, trường Trường Sa, 2017 - 2018)

Tìm x biết: $5 \cdot \left| \frac{3}{4} - \frac{2}{3}x \right| - 3,25 = -2 \left[(1,25)^2 - 2,5 \cdot 0,25 + (-0,25)^2 \right]$

Lời giải

$$\left| \frac{3}{4} - \frac{2}{3}x \right| = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} - \frac{2}{3}x = \pm \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3}x = \frac{1}{4}$$

* TH1:

$$x = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3}x = -\frac{1}{4}$$

* TH2:

$$x = \frac{3}{2}$$

Câu 3. (HSG 7 trường Lý Thường Kiệt, 2017 - 2018)

Chứng minh rằng không thể tìm được số nguyên x, y, z thỏa mãn :
 $|x - y| + |y - z| + |z - x| = 2017$

Lời giải

Ta có: $|x - y| + |y - z| + |z - x| = |x - y| + (x - y) + |y - z| + (y - z) + |z - x| + (z - x)$

Với mọi số nguyên x ta lại có $|x| + x = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$

Suy ra $|x| + x$ luôn là số chẵn với mọi số nguyên x

Từ đó ta có: $\begin{cases} |x - y| + (x - y) \\ |y - z| + (y - z) \\ |z - x| + (z - x) \end{cases}$ là các số chẵn với mọi số nguyên x, y, z

Suy ra $|x - y| + (x - y) + |y - z| + (y - z) + |z - x| + (z - x)$ là một số chẵn với mọi số nguyên x, y, z

Hay $|x - y| + |y - z| + |z - x|$ là một số chẵn với mọi số nguyên x, y, z

Do đó, không thể tìm được số nguyên x, y, z thỏa mãn: $|x - y| + |y - z| + |z - x| = 2017$

Câu 4. (HSG 7 thị xã Sầm Sơn 2017 - 2018)

Tìm x biết $\left| \frac{2}{3}x + 1 \right| + \frac{1}{4} = 2$

Lời giải

$$\left| \frac{2}{3}x + 1 \right| + \frac{1}{4} = 2$$

$$\Rightarrow \left| \frac{2}{3}x + 1 \right| = 2 - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{2}{3}x + 1 \right| = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}x + 1 = \frac{7}{4} \quad \frac{2}{3}x + 1 = -\frac{7}{4}$$

hoặc

$$\Rightarrow \frac{2}{3}x = \frac{3}{4} \quad \frac{2}{3}x = -\frac{11}{4}$$

hoặc

$$\Rightarrow x = \frac{9}{8} \quad x = -\frac{33}{8}$$

hoặc

Câu 5. (HSG 7 huyện Vị Thanh, Bồ Trách, 2017 - 2018)

Tìm x , biết: $|x+1| + |x+2| + |x+3| = 4x$

Lời giải

$$|x+1| + |x+2| + |x+3| = 4x \quad (1)$$

Vì $VT \geq 0 \Rightarrow 4x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$, do đó:

$$\begin{aligned} |x+1| &= x+1 & |x+2| &= x+2 & |x+3| &= x+3 \\ & & ; & & ; & \end{aligned}$$

$$(1) \Rightarrow x+1+x+2+x+3=4x \Rightarrow x=6$$

Câu 6. (HSG 7 đề 247, 2017 - 2018)

Tìm x biết: $\left|x - \frac{1}{3}\right| + \frac{4}{5} = \left|(-3, 2) + \frac{2}{5}\right|$

Lời giải

$$\left|x - \frac{1}{3}\right| + \frac{4}{5} = \left|(-3, 2) + \frac{2}{5}\right|$$

$$\Rightarrow \left|x - \frac{1}{3}\right| + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$$

$$\Rightarrow \left|x - \frac{1}{3}\right| = 2$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{3} = 2 \quad x - \frac{1}{3} = -2$$

hoặc

$$\Rightarrow x = \frac{7}{3} \quad x = \frac{-5}{3}$$

hoặc

Câu 7. (HSG 7 huyện Mỹ Cày, 2017 - 2018)

Tìm tất cả các số tự nhiên a, b sao cho : $2^a + 7 = |b - 5| + b - 5$

Lời giải

Nhận xét: với $x \geq 0$ thì $|x| + x = 2x$

Với $x < 0$ thì $|x| + x = 0$. Do đó $|x| + x$ luôn là số chẵn với mọi $x \in \mathbb{Z}$

Áp dụng nhận xét trên thì $|b - 5| + b - 5$ là số chẵn với $b - 5 \in \mathbb{Z}$

Suy ra $2^a + 7$ là số chẵn $\Rightarrow 2^a$ lẻ khi $a = 0$

Khi đó $|b - 5| + b - 5 = 8$

Nếu $b < 5 \Rightarrow -(b - 5) + b - 5 = 8 \Rightarrow 0 = 8$ (ktm)

Nếu $b \geq 5 \Rightarrow 2(b - 5) = 8 \Rightarrow b = 9$ (tm)

$(a, b) = (0, 9)$

Vậy

Câu 8. (HSG 7 huyện Sông Lô, 2017 - 2018)

Tìm tất cả các số tự nhiên m, n sao cho: $2^m + 2015 = |n - 2016| + n - 2016$

Lời giải

Nhận xét: Với $x \geq 0$ thì $|x| + x = 2x$

Với $x < 0$ thì $|x| + x = 0$

Do đó $|x| + x$ luôn là số chẵn $\forall x \in \mathbb{Z}$

Áp dụng nhận xét trên thì $|n - 2016| + n - 2016$ là số chẵn với $n - 2016 \in \mathbb{Z}$

Suy ra $2^m + 2015$ là số chẵn $\Rightarrow 2^m$ lẻ $\Leftrightarrow m = 0$

Khi đó $|n - 2016| + n - 2016 = 2016$

Nếu $n < 2016$, ta có: $-(n - 2016) + n - 2016 = 2016 \Leftrightarrow 0 = 2016$ (loại)

Nếu $n \geq 2016$, ta có: $2(n - 2016) = 2016 \Rightarrow n - 2016 = 1008 \Rightarrow n = 3024$ (thỏa mãn)

Vậy $(m, n) = (0, 3024)$

Câu 9. (HSG 7 huyện Tam Dương, 2017 - 2018)

Tìm x, y, z biết: $2009 - |x - 2009| = x$

Lời giải

$$2009 - |x - 2009| = x$$

$$\Rightarrow 2009 - x = |x - 2009|$$

$$\Rightarrow |x - 2009| = -(x - 2009)$$

$$\Rightarrow x \leq 2009$$

Câu 10. (HSG 7 trường Tào Sơn, 2017 - 2018)

Tìm x biết: $\left|x - \frac{1}{3}\right| + \frac{4}{5} = \left|(-3, 2) + \frac{2}{5}\right|$

Lời giải

$$\left|x - \frac{1}{3}\right| + \frac{4}{5} = \left|(-3, 2) + \frac{2}{5}\right|$$

$$\Rightarrow \left|x - \frac{1}{3}\right| + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$$

$$\Rightarrow \left|x - \frac{1}{3}\right| = 2$$

$$x - \frac{1}{3} = 2 \quad \text{hoặc} \quad x - \frac{1}{3} = -2$$

$$x = \frac{7}{3} \quad \text{hoặc} \quad x = \frac{-5}{3}$$

Câu 11. (HSG 7 huyện Hương Khê, 2017 - 2018)

Tìm x biết $|x - 1| = \frac{2}{3}$

Lời giải

$$|x - 1| = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow x - 1 = \frac{2}{3} \quad \text{hoặc} \quad x - 1 = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{3} \quad \text{hoặc} \quad x = \frac{1}{3}$$

Câu 12. (HSG 7 đề 255, 2017 - 2018)

Tìm tất cả các số nguyên a biết: $|a| \leq 4$

Lời giải

$$0 \leq |a| \leq 4 \Rightarrow |a| = 0; 1; 2; 3; 4$$

$$|a| = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$|a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

$$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$|a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

$$|a| = 4 \Rightarrow a = \pm 4$$

Dạng 6. Sử dụng công thức tính tổng có quy luật

Câu 1. (HSG 7 huyện Đông Sơn, trường THCS Nguyễn Chí, 2017 - 2018)

Tìm x biết: $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} &= \frac{49}{99} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1} \right) &= \frac{49}{99} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2x+1} \right) &= \frac{49}{99} \\ \Rightarrow 1 - \frac{1}{2x+1} &= \frac{98}{99} \\ \Rightarrow \frac{1}{2x+1} &= \frac{1}{99} \\ \Rightarrow 2x+1 &= 99 \\ \Rightarrow x &= 49 \end{aligned}$$

Dạng 7. Tổng các biểu thức không âm bằng 0

A. Trắc nghiệm (nếu có)

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Bồ Trách, 2017 - 2018)

Tìm x, y biết: $\left(2x - \frac{1}{6} \right)^2 + |3y+12| \leq 0$

Lời giải

Vì $\left(2x - \frac{1}{6} \right)^2 \geq 0 \quad \forall x$; $|3y+12| \geq 0 \quad \forall y$, do đó: $\left(2x - \frac{1}{6} \right)^2 + |3y+12| \geq 0 \quad \forall x, y$

Theo đề bài thì $\left(2x - \frac{1}{6} \right)^2 + |3y+12| \leq 0 \Rightarrow \left(2x - \frac{1}{6} \right)^2 + |3y+12| = 0$

$$2x - \frac{1}{6} = 0 \quad \text{và} \quad 3y+12 = 0$$

Khi đó ta có:

$$\Rightarrow x = \frac{1}{12}; y = -4$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Thái Thụy, 2017 - 2018)

Tìm x và y thỏa mãn $|2x - 2011| + (3y + 2012)^{2012} = 0$

Lời giải

Nhận xét $\begin{cases} |2x - 2011| \geq 0 \quad \forall x \\ (3y + 2012)^{2012} \geq 0 \quad \forall y \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x - 2011 = 0 \\ 3y + 2012 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2011}{2} \\ y = -\frac{2012}{3} \end{cases}$$

Đẳng thức xảy ra khi

Câu 3. (HSG 7 huyện THẠCH THÀNH, 2017 - 2018)

Tìm các số x, y, z biết: $(x-1)^{2016} + (2y-1)^{2016} + |x+2y-z|^{2017} = 0$

Lời giải

$$(x-1)^{2016} \geq 0 \quad \forall x \quad (2y-1)^{2016} \geq 0 \quad \forall y; \quad |x+2y-z|^{2017} \geq 0 \quad \forall x, y, z$$

Ta có: ;

$$\Rightarrow (x-1)^{2016} + (2y-1)^{2016} + |x+2y-z|^{2017} \geq 0$$

$$\begin{aligned} \text{"=" xảy ra khi } \begin{cases} (x-1)^{2016} = 0 \\ (2y-1)^{2016} = 0 \\ |x+2y-z|^{2017} = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \\ 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \\ z = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Dấu

Câu 3. (HSG 7 huyện Tam Đự, 2017 - 2018)

Tìm x, y, z biết: $(2x-1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x+y-z| = 0$

Lời giải

Ta có: $(2x-1)^{2008} \geq 0 \quad \forall x \quad \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} \geq 0 \quad \forall y \quad |x+y-z| \geq 0 \quad \forall x, y, z$

$$\Rightarrow (2x-1)^{2008} + \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} + |x+y-z| \geq 0$$

$$\begin{aligned} \text{Dấu "}" xảy ra khi } \begin{cases} (2x-1)^{2008} = 0 \\ \left(y - \frac{2}{5}\right)^{2008} = 0 \\ |x+y-z| = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 2x-1 = 0 \\ y - \frac{2}{5} = 0 \\ x+y-z = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}; \quad y = \frac{2}{5}; \quad z = \frac{9}{10}$$

Câu 4. (HSG 7 trường Trần Hưng Đạo, trường Trường Sa, 2017 - 2018)

Tìm x, y biết $|3+y|+|2x+y|=0$

Lời giải

$|3+y| \geq 0 \quad |2x+y| \geq 0 \Rightarrow |3+y|+|2x+y| \geq 0$
 Vì ,

$$\Rightarrow \begin{cases} |3+y|=0 \\ |2x+y|=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-3 \\ x=\frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 5 (HSG 7 trường Lý Thường Kiệt, 2017 -2018)

Chứng minh rằng không thể tìm được số nguyên x, y, z thỏa mãn :

$$|x-y|+|y-z|+|z-x|=2017 \quad |3+y|+|2x+y|=0$$

Lời giải

Ta có: $|x-y|+|y-z|+|z-x|=|x-y|+(x-y)+|y-z|+(y-z)+|z-x|+(z-x)$

Với mọi số nguyên x ta lại có $|x|+x=\begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$

Suy ra $|x|+x$ luôn là số chẵn với mọi số nguyên x

Từ đó ta có: $\begin{cases} |x-y|+(x-y) \\ |y-z|+(y-z) \\ |z-x|+(z-x) \end{cases}$ là các số chẵn với mọi số nguyên x, y, z

Suy ra $|x-y|+(x-y)+|y-z|+(y-z)+|z-x|+(z-x)$ là một số chẵn với mọi số nguyên x, y, z

Hay $|x-y|+|y-z|+|z-x|$ là một số chẵn với mọi số nguyên x, y, z

Do đó, không thể tìm được số nguyên x, y, z thỏa mãn:

$$|x-y|+|y-z|+|z-x|=2017$$

Câu 6. (HSG 7 trường Hoàng Hóa, 2017 -2018)

Tìm x, y biết rằng: $(2x-5)^{2012}+(3y+4)^{2014} \leq 0$

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} (2x-5)^{2012} \geq 0 \\ (3y+4)^{2014} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x-5)^{2012}+(3y+4)^{2014} \geq 0$

Mà $(2x-5)^{2012}+(3y+4)^{2014} \leq 0 \Rightarrow (2x-5)^{2012}+(3y+4)^{2014} = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2012}=0 \\ (3y+4)^{2014}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2\frac{1}{2} \\ y=-1\frac{1}{3} \end{cases}$$

Câu 7. (HSG 7 trường Nguyễn Chí, 2017 -2018)

Tìm đa thức M biết rằng: $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$. Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn $(2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \leq 0$

Lời giải

$$M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$$

$$\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$$

$$\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (2x-5)^{2018} \geq 0 \\ (3y+4)^{2020} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \geq 0$$

$$\text{Mà } (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \leq 0 \Rightarrow (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2018}=0 \\ (3y+4)^{2020}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=-\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{thay vào ta được: } M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = -\frac{1159}{36}$$

Câu 8. (HSG 7 huyện Cẩm Phả, 2017 -2018)

$$x, y \text{ biết: } \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y+12| \leq 0$$

Tìm

Lời giải

$$\text{Vì } \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 \geq 0 \quad \forall x, \quad |3y+12| \geq 0 \quad \forall y, \text{ do đó: } \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y+12| \geq 0 \quad \forall x, y$$

$$\text{Theo đề bài thì } \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y+12| \leq 0 \Rightarrow \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y+12| = 0$$

$$2x - \frac{1}{6} = 0 \quad \text{và} \quad 3y+12 = 0$$

Khi đó ta có:

$$\Rightarrow x = \frac{1}{12}, y = -4$$

Dạng 8. Tìm ẩn dựa vào tính chất về dấu

Câu 1. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, 2017 - 2018)

Tìm x biết: $(x-3)\left(x+\frac{1}{2}\right) > 0$

Lời giải

$$(x-3)\left(x+\frac{1}{2}\right) > 0 \quad \text{suy ra : } x-3 \text{ và } x+\frac{1}{2} \text{ cùng dấu}$$

Từ

Để thấy $x-3 < x+\frac{1}{2}$ nên ta có:

$$*) x-3 \text{ và } x+\frac{1}{2} \text{ cùng dương} \Rightarrow x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$$

$$*) x-3 \text{ và } x+\frac{1}{2} \text{ cùng âm} \Rightarrow x+\frac{1}{2} < 0 \Rightarrow x < -\frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } x > 3 \text{ hoặc } x < -\frac{1}{2}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện Hoàng Hóa, 2017 - 2018)

Tìm x, y biết rằng: $(2x-5)^{2012} + (3y+4)^{2014} \leq 0$

Lời giải

$$\begin{cases} (2x-5)^{2012} \geq 0 \\ (3y+4)^{2014} \geq 0 \Rightarrow (2x-5)^{2012} + (3y+4)^{2014} \geq 0 \end{cases}$$

Ta có:

$$\text{Mà } (2x-5)^{2012} + (3y+4)^{2014} \leq 0 \Rightarrow (2x-5)^{2012} + (3y+4)^{2014} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2012} = 0 \\ (3y+4)^{2014} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\frac{1}{2} \\ y = -1\frac{1}{3} \end{cases}$$

Câu 3. (HSG 7 huyện Cẩm Phả, 2017 - 2018)

$$x, y \text{ biết: } \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y+12| \leq 0$$

Tìm

Lời giải

$$\text{Vì } \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 \geq 0 \quad \forall x, \quad |3y+12| \geq 0 \quad \forall y, \text{ do đó: } \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y+12| \geq 0 \quad \forall x, y$$

$$\text{Theo đề bài thì } \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y+12| \leq 0 \Rightarrow \left(2x - \frac{1}{6}\right)^2 + |3y+12| = 0$$

$$2x - \frac{1}{6} = 0 \quad \text{và} \quad 3y + 12 = 0$$

Khi đó ta có:

$$\Rightarrow x = \frac{1}{12}, y = -4$$

Dạng 9. Sử dụng phương pháp chặn để tìm ẩn

Câu 1. (HSG 7 đề 255, 2017 - 2018)

Tìm tất cả các số nguyên a biết: $|a| \leq 4$

Lời giải

$$0 \leq |a| \leq 4 \Rightarrow |a| = 0; 1; 2; 3; 4$$

$$|a| = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$|a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

$$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$|a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

$$|a| = 4 \Rightarrow a = \pm 4$$

Dạng 10. Tìm ẩn với điều kiện nguyên

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 huyện Hương Sơn, 2017 - 2018)

Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết: $xy + 2x - y = 5$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } xy + 2x - y = 5 &\Rightarrow x(y+2) - (y+2) = 3 \Rightarrow (x-1)(y+2) = 3 \\ &\Rightarrow (y+2)(x-1) = 3.1 = 1.3 = (-1).(-3) = (-3).(-1) \end{aligned}$$

$y+2$	3	1	-1	-3
$x-1$	1	3	-3	-1
x	2	4	-2	0
y	1	-1	-3	-5

Câu 2. (HSG 7 trường Trần Hưng Đạo, 2017 - 2018)

Tìm các số nguyên x, y biết $x^2 + 2x - 8y^2 = 41$

Lời giải

$$x^2 + 2x - 8y^2 = 41 \Rightarrow (x+1)^2 = 42 + 8y^2$$

Suy ra $(x+1)^2$ là số chẵn và chia hết cho 4, mà $42 + 8y^2$ không chia hết cho 4

Vậy không có số nguyên x, y thỏa mãn đề bài

Câu 3. (HSG 7 thị xã Sầm Sơn, 2017 - 2018)

Tìm tất cả các cặp giá trị dương $(x; y)$ sao cho $4x + 5y = 65$

Lời giải

$$x = 16 - y - \frac{y-1}{4} > 0 \quad \text{nên } y < 16 \quad \text{mà } y-1 \vdots 4 \quad \text{nên } y \in \{1; 5; 9; 13\},$$

* khi $y = 1 \Rightarrow x = 15$
 * khi $y = 5 \Rightarrow x = 10$
 * khi $y = 9 \Rightarrow x = 5$
 * khi $y = 13 \Rightarrow x = 0$

Câu 4. (HSG 7 huyện Vị Thanh, 2017 - 2018)

Cho (x, y) biết $x + y = xy$
 Tìm cặp số nguyên

Lời giải

$$x + y = xy$$

$$\Rightarrow xy - x = y$$

$$\Rightarrow x(y - 1) = y$$

$$\Rightarrow x = \frac{y}{y-1}$$

$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow y : (y-1) \Rightarrow (y-1+1) : (y-1) \Rightarrow 1 : (y-1)$$

Vi

$$y-1 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} y=2 \Rightarrow x=2 \\ y=0 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

do đó

$$(x; y) = (0, 0); (2, 2)$$

Vậy các cặp số nguyên là

Câu 5. (HSG 7 huyện Bồ Trách, Cẩm Phả, 2017 - 2018)

Cho x, y biết $x - 2xy + y - 3 = 0$
 Tìm các số nguyên

Lời giải

$$x - 2xy + y - 3 = 0$$

Ta có :

$$\Rightarrow 2x - 4xy + 2y - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 4xy + 2y - 1 = 5$$

$$\Rightarrow 2x(1 - 2y) - (1 - 2y) = 5$$

$$\Rightarrow (2x - 1)(1 - 2y) = 5$$

Lập bảng:

$2x - 1$	1	5	- 1	- 5
$1 - 2y$	5	1	- 5	- 1
x	1	3	0	- 2
y	- 2	0	3	1
	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn

Câu 6. (HSG 7 trường Thạch Thành, 2017 - 2018)

Tìm x, y nguyên biết: $xy + 3x - y = 6$

Lời giải

Ta có: $xy + 3x - y = 6 \Rightarrow x(y + 3) - (y + 3) = 6 - 3$

$\Rightarrow (x - 1)(y + 3) = 3 = 1.3 = 3.1 = (-1).(-3) = (-3).(-1)$. Ta có bảng sau:

$x - 1$	1	3	- 1	- 3
$y + 3$	3	1	- 3	- 1
x	2	4	0	- 2
y	0	- 2	- 6	- 4

Vậy $(x, y) = \{(2; 0); (4; - 2); (0; 6); (- 2; - 4)\}$

Câu 7. (HSG 7 trường Thạch Thành, 2017 - 2018)

Tìm số hữu tỉ x sao cho tổng của số đó với nghịch đảo của nó có giá trị là một số nguyên.

Lời giải

$$x = \frac{m}{n} \quad (m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0, (m, n) = 1).$$

Gọi

Khi đó:

$$x + \frac{1}{x} = \frac{m}{n} + \frac{n}{m} = \frac{m^2 + n^2}{mn} \quad (1)$$

Để $x + \frac{1}{x}$ nguyên thì $(m^2 + n^2) : mn$

$$\Rightarrow (m^2 + n^2) : m$$

$$\Rightarrow n^2 : m \Rightarrow n : m$$

$$\text{Mà } (m, n) = 1 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

*) Với $m = 1$:

$$(1) \text{ , ta có: } x + \frac{1}{x} = \frac{1^2 + n^2}{1.n} = \frac{1 + n^2}{n}.$$

Từ

Để $x + \frac{1}{x}$ nguyên thì $(1 + n^2) : n \Rightarrow 1 : n$ hay $n = \pm 1$

*) Với $m = -1$:

$$(1) \text{ ta có: } x + \frac{1}{x} = \frac{(-1)^2 + n^2}{(-1).n} = \frac{1 + n^2}{-n}.$$

Từ

Để $x + \frac{1}{x}$ nguyên thì $(1 + n^2) : (-n) \Rightarrow 1 : (-n)$ hay $n = \pm 1$

Khi đó $x = \frac{m}{n} = \frac{1}{1} = \frac{-1}{-1}$ hoặc $x = \frac{m}{n} = \frac{1}{-1} = \frac{-1}{1}$
hay $x = \pm 1$

Câu 8. (HSG 7 huyện Năm Căn, 2017 - 2018)

Tìm số nguyên x để tích hai phân số $\frac{6}{x+1}$ và $\frac{x-1}{3}$ là một số nguyên.

Lời giải

$$A = \frac{6}{x+1} \cdot \frac{x-1}{3} = \frac{2}{x+1} \cdot \frac{x-1}{1} = \frac{2(x-1)}{x+1} = \frac{2x-2}{x+1} = \frac{2(x+1)-4}{x+1} = 2 - \frac{4}{x+1}$$

Để A nhận giá trị nguyên thì $x+1 \in U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$

Suy ra $x \in \{0; -2; 1; -3; 3; -5\}$

Câu 9. (HSG 7 huyện Bồ Trạch, 2017 - 2018)

Tìm cặp số nguyên (x, y) biết $x + y = x \cdot y$.

Lời giải

$$x + y = xy \Rightarrow xy - x = y \Rightarrow x(y - 1) = y \Rightarrow x = \frac{y}{y - 1}$$

$$\text{Vì } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow y : (y - 1) \Rightarrow (y - 1 + 1) : (y - 1) \Rightarrow 1 : (y - 1)$$

$$\text{do đó } y - 1 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \Rightarrow x = 2 \\ y = 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

Vậy các cặp số nguyên (x, y) là $(0, 0); (2, 2)$

Câu 10. (HSG 7 huyện Sông Lô, 2017 - 2018)

Tìm các giá trị nguyên của n để phân số $M = \frac{3n-1}{n-1}$ có giá trị là số nguyên

Lời giải

$$M = \frac{3n-1}{n-1} \text{ có giá trị là một số nguyên} \Rightarrow 3n-1 : (n-1)$$

$$\Rightarrow 3(n-1) + 2 : (n-1) \Rightarrow 2 : (n-1) \Rightarrow (n-1) \in U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$$

$$\Rightarrow n \in \{0; 2; -1; 3\} \text{ thì } M \text{ nguyên}$$

Câu 11 (HSG 7 huyện Sông Lô, 2017 - 2018)

Tìm x, y nguyên biết $2xy - x - y = 2$

Lời giải

$$2xy - x - y = 2$$

$$\Rightarrow 4xy - 2x - 2y = 4$$

$$\Rightarrow (2y - 1)(2x - 1) = 5$$

$$\begin{cases} 2y - 1 = 1 \\ 2x - 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 2 \\ 2x = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

TH1:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2y - 1 = 5 \\ 2x - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 6 \\ 2x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 1 \end{cases} \\ \text{TH2:} & \begin{cases} 2y - 1 = -1 \\ 2x - 1 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 0 \\ 2x = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = -2 \end{cases} \\ \text{TH3:} & \begin{cases} 2y - 1 = -5 \\ 2x - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = -4 \\ 2x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 0 \end{cases} \\ \text{TH4:} & \begin{cases} 2y - 1 = -5 \\ 2x - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = -4 \\ 2x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 0 \end{cases} \\ & (x; y) = \{(1; 3); (3; 1); (-2; 0); (0; -2)\} \end{aligned}$$

Vậy

Câu 12. (HSG 7 huyện Đông Sơn, 2017 - 2018)

Cho $B = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \frac{24}{25} + \dots + \frac{2499}{2500}$. Chứng tỏ B không phải là số nguyên.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & B = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \frac{24}{25} + \dots + \frac{2499}{2500} \\ & B = 49 - \left(1 - \frac{3}{4} + 1 - \frac{8}{9} + 1 - \frac{15}{16} + 1 - \frac{24}{25} + \dots + 1 - \frac{2499}{2500} \right) \\ & B = 49 - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right) = 49 - M \\ \text{Trong đó } & M = \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Áp dụng tính chất } \frac{1}{(n+1)n} < \frac{1}{n^2} < \frac{1}{(n-1)n}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right) < \left(\frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{4 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 49} \right) \\ & M < 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} = 1 - \frac{1}{50} < 1 \end{aligned}$$

Ta lại có:

$$\begin{aligned} & M > \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 51} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{50} - \frac{1}{51} \\ & M > \frac{1}{2} - \frac{1}{51} = \frac{49}{102} > 0 \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $0 < M < 1 \Rightarrow B = 49 - M$ không phải là một số nguyên.

Câu 13. (HSG 7 huyện Hương Khê, 2017 - 2018)

Tìm các giá trị nguyên của x để $\frac{x+3}{x-2}$ nhận giá trị nguyên.

Lời giải

Ta có:

$$\frac{x+3}{x-2} = \frac{x-2+5}{x-2} = 1 + \frac{5}{x-2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-2 \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$$

$$\Rightarrow x \in \{1; 3; -3; 7\}$$

QUY ĐỊNH BIÊN SOẠN ĐỀ KIỂM TRA, TÀI LIỆU CỦA NHÓM

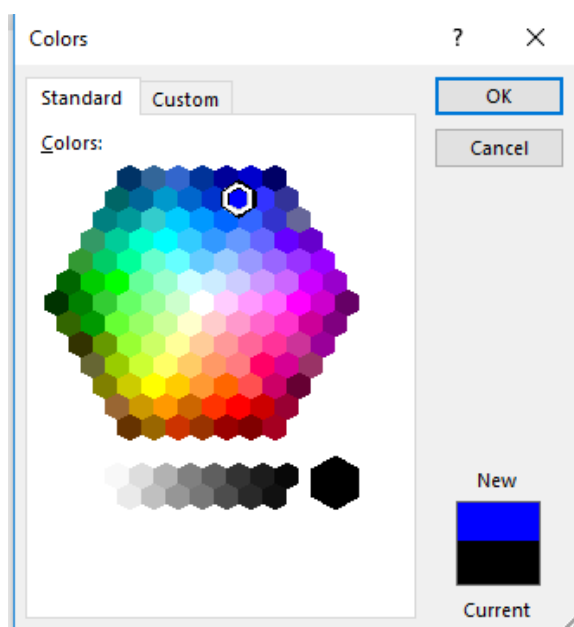
Thường gặp – Không chuẩn

CHUẨN

1. Dấu độ 90^0
2. Dấu phẩy Δ', d' hoặc A'
3. Cặp ngoặc tròn $(3;4)$
4. Tọa độ điểm $(1;2)$
5. $f[g(x)], [f(x)+g(x)]$
6. Dấu song song $a//b$
7. Tách rời công thức x, y hoặc $x_1; x_2$
8. Các tập số $N, Z, R \dots$
9. $(x, y), (x, y \in \mathbb{R})$ (dấu ngoặc gõ thường bằng Word)
10. $\{1,2,3\dots,100\}$ hoặc $1, 2, 3 \dots$
11. Đánh số công thức (1), (2), (*)
12. Cặp ngoặc () để thường bên ngoài. Cặp ngoặc bên trong MT ()
13. Tách Công Thức cho những trường hợp có dấu , hoặc dấu ; . Hai CT có tính chất riêng biệt. và không xuống hàng trong MT.
14. Các chữ số tự nhiên không đi cùng bất kì kí tự nào khác có thể gõ bằng Word bình thường, không cần gõ trong Mathtype.
15. Các biến số như $x, y, t \dots$ và các chữ cái như $a, b, m, A, B \dots$ đều phải được gõ trong Mathtype và in nghiêng.
16. Đơn vị in đứng và cách số liệu 1 dấu cách. (km) (km/h) ; ; (nếu gõ trong MT thì dùng cặp ngoặc MT). Có thể gõ ngoài word thông thường và cách số liệu 1 dấu cách.
17. Hình vẽ canh giữa trang, để chế độ In line with Text. Trên Hình dạng điểm nhỏ, Nét Vẽ mảnh, Miền diện tích cần Tô màu. Thể hiện đúng nội dung bài giải.
18. Hình vẽ, bảng giá trị cần phải hóa ảnh.
19. Nội dung trong công thức Mathtype canh đều về bên trái.
20. Toàn bộ văn bản phải canh đều hai biên (Ctrl J), trừ chữ LỜI GIẢI và các hình ảnh.

21. Không dùng dấu cách trong các công thức Toán.
22. Kí hiệu trong góc, khoảng cách, **không** dùng dấu chấm phẩy. Góc, khoảng cách dùng ngoặc tròn không dùng ngoặc vuông.
23. **Không viết tắt** các cụm từ như TXĐ, BBT, VTPT, VTCP, PT, BTP, TH, ĐKXĐ..., **cho phép viết tắt** đvtt, đvdt, SGK, Đpcm.
24. Các chữ (g – c – g), (g – g), (c – g – c), (c – c – c) cho phép viết tắt và **phải gõ bằng Word** thông thường, không in nghiêng.
25. Các chữ **loại, nhận, thỏa mãn** **khi gõ** trong Mathtype **không viết tắt và nằm trong cặp ngoặc tròn** (**Chuẩn** (loại); (thỏa mãn) (nhận) ; (chuyển sang Fonf Vni-tmie: rồi gõ cái chữ trên trong text). Có thể gõ ngoài MT (loại); (nhận).
26. Nếu câu hỏi muốn hỏi mệnh đề sai, hoặc không (thuộc, đúng...) thì các chữ **sai, không phải in đậm, không nghiêng, không gạch chân**.
27. **Tuyệt đối không dùng gạch đầu dòng** trong văn bản Toán học.

Màu xanh chuẩn:



BẢNG GÕ TẮT TRONG MATHTYPE

Mở cửa sổ mathtype	Ctrl + Alt + Q
Đóng cửa sổ mathtype	Alt + F4
Số mũ	Ctrl + H
Chỉ số dưới	Ctrl + L
Số mũ + chỉ số dưới	Ctrl + J
Phân số	Ctrl + F
Căn bậc hai	Ctrl + R
Căn bậc n	Ctrl + T,n
$\geq$	Ctrl + K, >
$\leq$	Ctrl + K, <
$\Rightarrow$	Ctrl + K, Shift + Right

$\Leftrightarrow$	Ctrl + K, Alt + Shift + Right
$\neq$	Ctrl + K, Shift +
$\equiv$	Ctrl + K, +
$\in$	Ctrl + K, E

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>