**ĐỀ 80**

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Cho x, y là các số tự nhiên sao cho là một số chính phương. Tính giá trị của biểu thức S =
2. Cho a, b, c là các số tự nhiên thỏa mãn a + b + c = 30. Tìm dư của phép chia cho 30

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Cho parabol (P): và đường thẳng (d): (m là tham số). Tìm các giá trị nguyên của m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là các số dương.
2. Giải phương trình

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. Cho x là số thực thoả mãn x 2. Rút gọn biểu thức

T =

1. Cho a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh của một tam giác và thoả mãn

a + b + c = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

M =

**Câu 4. (4,0 điểm)**

1. Cho tam giác ABC vuông tại A có trọng tâm G và BD là đường phân giác của góc (D thuộc cạnh AC). Biết = 90⁰. Tính
2. Cho hình vuông ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và BC, E là giao điểm của CM và DN. Chứng minh tam giác AED cân.

**Câu 5. (4,0 điểm)**

1. Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (T), tâm O. Từ điểm A vẽ các tiếp tuyến AB, AC với (T) (B và C là các tiếp điểm). Gọi M là trung điểm của AB, CM cắt (T ) tại điểm D (D khác C ). Tính
2. Cho tam giác ABC (AB < AC) có trọng tâm G và có diện tích bằng 2022. Xét đường thẳng d thay đổi đi qua điểm G và cắt các cạnh AB, AC của tam giác ABC lần lượt tại D và E. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích các tam giác BDE và CDE.

**-----------HẾT------------**

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1. (4,0 điểm)**

1. Cho x, y là các số tự nhiên sao cho là một số chính phương. Tính giá trị của biểu thức S =

**Lời giải**

Đặt M =

Ta có: M > M > .

Mà M < M >

Ta lại có: . là các số chính phương liên tiếp

Suy ra M =

Do đó S =

1. Cho a, b, c là các số tự nhiên thỏa mãn a + b + c = 30. Tìm dư của phép chia cho 30

**Lời giải**

Ta có

Do

Nếu a chia hết cho 5 được dư 1; 0; 4 thì 5.

Nếu a chia hết cho 5 được dư là 2 thì 5.

Nếu a chia hết cho 5 được dư là 3 thì 5.

Do (5;6) = 1 nên chia hết cho 30; tương tự ; chia hết cho 30.

Khi đó: + 2022 = () + () + () + 68.30 + 12

Vậy dư của phép chia + 2022 cho 30 là 12.

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Cho parabol (P): và đường thẳng (d): (m là tham số). Tìm các giá trị nguyên của m để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là các số dương.

**Lời giải**

Hoành độ giao điểm của (P) và (d ) là nghiệm của phương trình

(\*)

Yêu cầu bài toán được thoả khi (\*) có hai nghiệm phân biệt đều dương. Điều này xảy ra khi

Do m nguyên nên từ (2) suy ra m =

Lần lượt thay m = vào (1) ta thấy m = thỏa mãn. Vậy m = là các giá trị cần tìm

1. Giải phương trình

**Lời giải**

Điều kiện: 2x + 1 > 0

Phương trình đã cho tương đương với

Với (thỏa điều kiện)

Với phương trình vô nghiệm

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. Cho x là số thực thoả mãn x 2. Rút gọn biểu thức

T =

**Lời giải**

Ta có: T =

=

=

= +

Do x 2 nên

Vậy T =

1. Cho a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh của một tam giác và thoả mãn

a + b + c = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

M =

**Lời giải**

Ta có:

Tương tự ;

Từ đó suy ra . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi *a = b = c.*

Do *a + b + c =* 1 nên ta có

*+*

Khi đó: M

Hay M

Ta lại có: . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

a = b = c

Suy ra M ; M = 13 khi a = b = c =

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức M là 13.

**Câu 4. (4,0 điểm)**

1. Cho tam giác ABC vuông tại A có trọng tâm G và BD là đường phân giác của góc (D thuộc cạnh AC). Biết = 90⁰. Tính

**Lời giải**

****

Đặt M là trung điểm của BC và E là trung điểm của AG.

Do nên EAD cân tại E, suy ra = (1)

Do nên MAC cân tại M, suy ra = (2)

Từ (1) và (2) suy ra = . Khi đó ED//MC = =

Do tính chất phân giác, ta có = . Suy ra = hay = 60⁰

1. Cho hình vuông ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và BC, E là giao điểm của CM và DN. Chứng minh tam giác AED cân.

**Lời giải**

****

Đặt P là trung điểm của CD, H là giao điểm của AP và DN.

Ta có: tứ giác APCM là hình bình hành (AM = CP và AM//CP) nên PH//CE.

Suy ra PH là đường trung bình của tam giác CDE hay H là trung điểm của DE .

Do đó AH là đường trung tuyến của tam giác AED. (3)

Ta lại có: = (Vì PAD = NDC)

Mà + = 90⁰

Suy ra + = 90⁰ hay AH (4)

Từ (3) và (4) suy ra AED có AH vừa là trung tuyến vừa là đường cao nên AED cân tại H)

**Câu 5. (4,0 điểm)**

1. Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (T), tâm O. Từ điểm A vẽ các tiếp tuyến AB, AC với (T) (B và C là các tiếp điểm). Gọi M là trung điểm của AB, CM cắt (T ) tại điểm D (D khác C ). Tính

**Lời giải**

****

Đặt E là điểm đối xứng của C qua M .

Do = (BCAE là hình bình hành) và = (cùng chắn cung CD)

Suy ra = hay CBD đồng dạng CEB

= =

1. Cho tam giác ABC (AB < AC) có trọng tâm G và có diện tích bằng 2022. Xét đường thẳng d thay đổi đi qua điểm G và cắt các cạnh AB, AC của tam giác ABC lần lượt tại D và E. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích các tam giác BDE và CDE.

**Lời giải**

****

Đặt M là trung điểm của BC. Kẻ BI, CK cùng song song với d ( I, K thuộc AM ). Kẻ

BP, AH, MT, CQ cùng vuông góc với d ( P, H, T, Q thuộc d ); dt: diện tích.

Ta có: MIB = MKC nên MI = MK

Ta lại có: + +

Khi đó: dtBDE + dtCDE = DE(BP+CQ) = DE.MT = DE.AH = dtADE

Suy ra = .

Mà . = đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi =

Suy ra

Hay = khi = hay d//BC

Vây giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích các tam giác BDE và CDE bằng

**-----------HẾT------------**