

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN ÂN THI_HÙNG YÊN

Năm học 2013-2014 – Môn: TOÁN 8

Bài 1. (2,0đ) Giải các phương trình sau :

$$a) \frac{x-214}{86} + \frac{x-132}{84} + \frac{x-54}{82} = 6$$

$$b) \frac{1}{x^2+9x+20} + \frac{1}{x^2+11x+30} + \frac{1}{x^2+13x+42} = \frac{1}{18}$$

Bài 2. (2,0đ)

a) Cho a, b, c là 3 cạnh của một tam giác

Chứng minh rằng $A = \frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{a+c-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3$

b) Cho $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ và $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$

Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

Bài 3 (1,0đ) Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một phân số có tử số bé hơn mẫu số là 11. Nếu bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu số lên 4 đơn vị thì sẽ được phân số nghịch đảo của phân số đã cho. Tìm phân số đó

Bài 4 (3,0 đ)

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AC > AB$), đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD=HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.

1. Chứng minh rằng hai tam giác BEC và ADC đồng dạng. Tính độ dài đoạn BE theo $m=AB$

2. Gọi M là trung điểm của đoạn BE. Chứng minh rằng hai tam giác BHM và BEC đồng dạng. Tính số đo góc AHM

3. Tia AM cắt BC tại G. Chứng minh $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH+HC}$

Bài 5 (1,0đ)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{2010x+2680}{x^2+1}$

Bài 6 (1,0 đ)

Tìm tất cả các tam giác vuông có số đo các cạnh là các số nguyên dương và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

ĐÁP ÁN HSG TOÁN 8 HÙNG YÊN 2013-2014

Bài 1.

$$\begin{aligned}
 a) & \frac{x-214}{86} + \frac{x-132}{84} + \frac{x-54}{82} = 6 \\
 \Leftrightarrow & \frac{x-214}{86} - 1 + \frac{x-132}{84} - 2 + \frac{x-54}{82} - 3 = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{x-300}{86} + \frac{x-300}{84} + \frac{x-300}{82} = 0 \\
 \Leftrightarrow & (x-300) \left(\frac{1}{86} + \frac{1}{84} + \frac{1}{82} \right) = 0 \\
 \Leftrightarrow & x = 300
 \end{aligned}$$

$$b) \frac{1}{x^2+9x+20} + \frac{1}{x^2+11x+30} + \frac{1}{x^2+13x+42} = \frac{1}{18}$$

Ta có: $x^2+9x+20=(x+4)(x+5)$

$$x^2+11x+30=(x+6)(x+5) \quad ; \quad x^2+13x+42=(x+6)(x+7)$$

ĐKXĐ: $x \neq -4$; $x \neq -5$; $x \neq -6$; $x \neq -7$

Phương trình trở thành:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{18} \\
 \Leftrightarrow & \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18} \\
 \Leftrightarrow & \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18} \\
 \Leftrightarrow & 18(x+7) - 18(x+4) = (x+4)(x+7) \\
 \Leftrightarrow & (x+13)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -13(t/m) \\ x = 2(t/m) \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$S = \{-13; 2\}$$

Bài 2.

Đặt $b+c-a=x>0$; $c+a-b=y>0$; $a+b-c=z>0$

Từ đó suy ra $a = \frac{y+z}{2}$; $b = \frac{x+z}{2}$; $c = \frac{x+y}{2}$

Thay vào ta được
$$A = \frac{y+z}{2x} + \frac{x+z}{2y} + \frac{x+y}{2z} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \right) + \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y} \right) \right]$$

Từ đó suy ra $A \geq \frac{1}{2} \cdot (2+2+2)$ hay $A \geq 3$

b) Từ $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \Leftrightarrow \frac{ayz + bxz + cxy}{xyz} = 0 \Leftrightarrow ayz + bxz + cxy = 0$

Ta có: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} \right)^2 = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \cdot \left(\frac{xy}{ab} + \frac{xz}{ac} + \frac{yz}{bc} \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \cdot \frac{cxy + bxz + ayz}{abc} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ (dpcm)}$$

Bài 3.

Gọi tử số của phân số cần tìm là x thì mẫu số của phân số cần tìm là $x + 11$. Phân

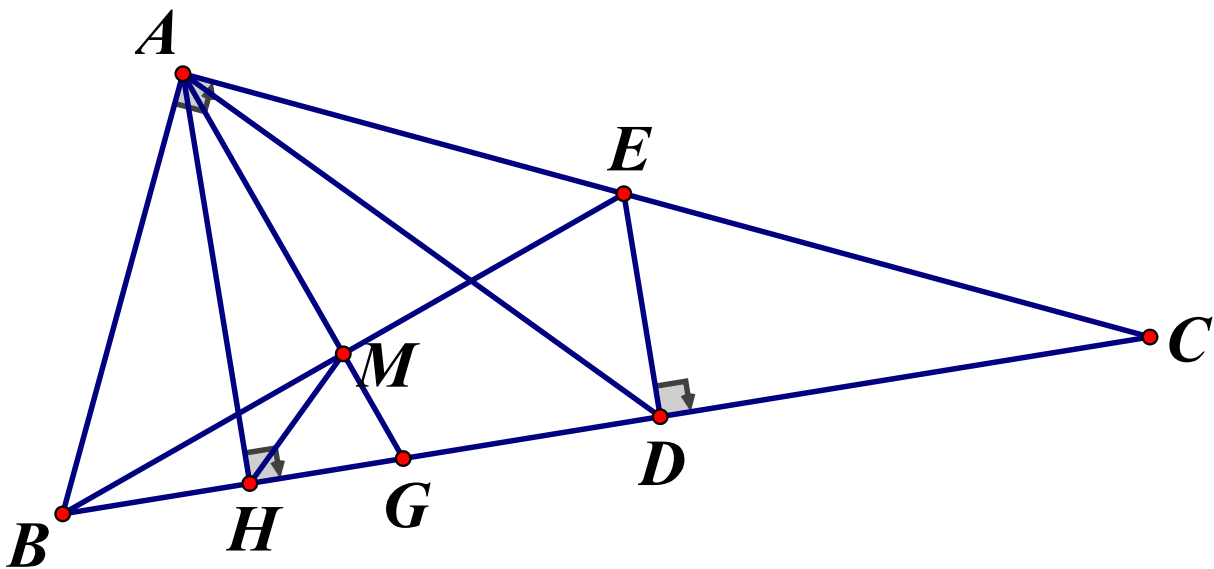
số cần tìm là $\frac{x}{x+11} \text{ (} x \neq -11 \text{)}$

Khi bớt tử số đi 7 đơn vị và tăng mẫu số 4 đơn vị ta được phân số $\frac{x-7}{x+15} \text{ (} x \neq -15 \text{)}$

Theo bài ta có phương trình $\frac{x}{x+11} = \frac{x+15}{x-7} \Leftrightarrow x = -5 \text{ (t/m)}$

Vậy phân số cần tìm là $-\frac{5}{6}$

Bài 4.



1. Hai tam giác ADC và BEC có : góc C chung;

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB} \text{ (hai tam giác vuông CDE và CAB đồng dạng)}$$

Do đó, chúng đồng dạng (cgc)

Suy ra $\angle BEC = \angle ADC = 135^\circ$ (vì tam giác AHD vuông cân theo giả thiết)

Nên $\angle AEB = 45^\circ$ do đó tam giác ABE vuông cân tại A. suy ra $BE = AB\sqrt{2} = m\sqrt{2}$

2. Ta có: $\frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BE}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC}$ (do $\triangle BEC \sim \triangle ADC$) mà $AD = AH\sqrt{2}$ (tam giác AHD vuông cân tại H)

$$\text{Nên } \frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{AH\sqrt{2}}{AC} = \frac{BH}{AB\sqrt{2}} = \frac{BH}{BE} \text{ (do } \triangle ABH \sim \triangle CBA)$$

Do đó: $\triangle BHM \sim \triangle BEC$ (c.g.c), suy ra $\angle BHM = \angle BEC = 135^\circ \Rightarrow \angle AHM = 45^\circ$

3. Tam giác ABE vuông cân tại A, nên tia AM còn là tia phân giác $\angle BAC$

$$\text{Suy ra } \frac{GB}{GC} = \frac{AB}{AC}, \text{ mà } \frac{AB}{AC} = \frac{ED}{DC} \text{ (} \triangle ABC \sim \triangle DEC \text{)} = \frac{AH}{HC} \text{ (} ED \parallel AH \text{)} = \frac{HD}{HC}$$

$$\text{Do đó : } \frac{GB}{GC} = \frac{HD}{HC} \Rightarrow \frac{GB}{GB+GC} = \frac{HD}{HD+HC} \Rightarrow \frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH+HC}$$

Bài 5

$$A = \frac{2010x + 2680}{x^2 + 1} = \frac{-335x^2 - 335 + 335x^2 + 2010x + 3015}{x^2 + 1} = -335 + \frac{335(x+3)^2}{x^2 + 1} \geq -335$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là -335 khi $x = -3$

Bài 6.

Gọi các cạnh của tam giác vuông là x, y, z ; trong đó cạnh huyền là z (x, y, z là các số nguyên dương)

Ta có : $xy = 2(x+y+z)$ (1) và $x^2 + y^2 = z^2$ (2)

Từ (2) suy ra $z^2 = (x+y)^2 - 2xy$, thay (1) vào ta có :

$$z^2 = (x+y)^2 - 2xy, \text{ thay (1) vào ta có:}$$

$$z^2 = (x+y)^2 - 4(x+y+z)$$

$$z^2 + 4z = (x+y)^2 - 4(x+y)$$

$$z^2 + 4z + 4 = (x+y)^2 - 4(x+y) + 4$$

$$(z+2)^2 = (x+y-2)^2 \Rightarrow z+2 = x+y-2$$

$$z = x+y-4, \text{ thay vào (1) ta được:}$$

$$xy = 2(x+y+x+y-4) \Leftrightarrow xy - 4x - 4y = -8$$

$$(x-4).(y-4) = 8 = 1.8 = 2.4$$

Từ đó ta tìm được các giá trị của x, y, z là :

$$(x; y; z) \in \{(5; 12; 13); (12; 5; 13); (6; 8; 10); (8; 6; 10)\}$$