**Ví dụ 7.** Giải phương trình 

**- Phân tích.** Theo hướng suy nghĩ tự nhiên, ta có thể sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ cho chương trình trên.

Chẳng hạn, ta có thể đặt   Biến đổi phương trình theo biến t ta được:  

Dễ thấy  là một nghiệm của phương trình nên ta có thể sử dụng phương pháp nhân liên hợp để tiếp tục xử lý phương trình. Ta có lời giải:

**Lời giải**

Điều kiện . Đặt   .

Phương trình trở thành:

 







Với    

Rõ ràng,  suy ra vế trái phương trình  luôn dương. Do đó phương trình  vô nghiệm. Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là 

**- Bình luận.** Ta có thể chắc chắn một điều rằng, nếu sử dụng đơn phương một phương pháp sẽ không thể gả quyết được hoàn toàn phương trình trên. Ta cũng có thể sử dụng phép đặt  hoặc ngay từ bước đầu tiên ta có thể chọn phương pháp nhân liên hợp kết hợp với phương pháp đánh giá ta cũng sẽ giải quyết được hoàn toàn phương trình. Mời các bạn độc giả cùng thử sức với một bài tập tương tự:

Giải phương trình 

**Ví dụ 8.** Giải phương trình 

**- Phân tích.** Nhận thấy mối quan hệ  dẫn đến ý tưởng đặt ẩn phụ 

Khi đó, phương trình trở thành: 

Sau phép đặt ẩn phụ phương trình đã trở thành dạng quen thuộc và ta có thể sử dụng phương pháp hàm số để giải quyết phương trình này. Cụ thể lời giải như sau:

**Lời giải**

Đặt   Khi đó, phương trình trở thành:



Xét hàm số   

Do đó    

Vậy,  là nghiệm duy nhất của phương trình ban đầu.

**- Bình luận.** Như vậy, ta đã thấy rõ được lợi ích của phép đặt ẩn phụ trong khi giải phương trình vô tỷ có hình thức khá phức tạp. Để ta có thể dễ dàng quan sát phương trình vô tỷ và có phương án tấn công hợp lý thì đôi lúc phép đặt ẩn phụ sẽ rất hữu dụng. Chẳng hạn như trong lời bài toán trên. Và các phép đặt ẩn có chứa căn thức thường sẽ phải có sự kết hợp với phương pháp nâng lũy thừa ta mới tìm được nghiệm cuối cùng của phương trình.

**Ví dụ 9.** Giải phương trình 

**- Phân tích.** Đối với phương trình này thì việc lựa chọn phương pháp đặt ẩn phụ là một sự lựa chọn đứng đắn giúp cho việc giải quyết phương trình nhẹ nhàng hơn.

Đặt  

Ta có hệ  

 

Vấn đề nảy sinh bây giờ là giải quyết phương trình  như thế nào? Sử dụng máy tính cầm tay CaSiO vẫn có nghiệm nhưng nghiệm thực sự lẻ. Sự hạn chế của chương trình phổ thông lại không cho phép ta dùng các phương pháp vượt quá SGK THPT. Nếu ta khai thác kĩ hơn ở điều kiện giá trị  bằng phương pháp hàm số ta sẽ giải quyết được vấn đề này một cách nhanh chóng. Từ đó ta có lời giải như sau:

**Lời giải**

Đặt  

Ta có hệ  

 

Với   

Xét hàm số  

Ta có   nên hàm số  đồng biến trên 

Do đó, . Suy ra phương trình  vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm 

**- Bình luận.** Phép đặt ẩn phụ đã chuyển bài toán giải phương trình vô tỷ về giải một phương trình dạng đa thức bậc 4. Tuy nhiên vế trái phương trình bậc 4 này ta chỉ có thể phân tích được thành tích của một nhị thức bậc nhất và một đa thức bậc 3 có nghiệm lẻ không thuộc . Do đó, phương pháp hàm số đã thể hiện vai trò quan trọng của mình trong việc đánh giá phương trình bậc ba vô nghiệm trong miền xác định . Ta có thể tổng quát hóa bài toán trên như sau: 

Chọn    ta có bài toán: Giải phương trình 

**Ví dụ 10.** Giải phương trình  ([www.k2pi.net](http://www.k2pi.net))

**- Phân tích.** Chú ý đến mối liên hệ giữa các biểu thức trong phương trình thì ta có thể sử dụng phép đặt  

Phương trình lúc này trở thành: 

Nếu tinh ý, ta có thể nhận ra hàm đặc trưng trong phương trình 

**Lời giải**

Điều kiện  Đặt   

Khi đó phương trình trở thành: 

Xét hàm số    Suy ra hàm số  đồng biến trên 

Do đó  

 

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là 

**- Bình luận.** Phép đặt ẩn phụ đã cởi bỏ lớp áo ngụy trang của hàm đặc trưng. Ta có bài tập tương tự: Giải phương trình 

**Ví dụ 11.** Giải phương trình 

**- Phân tích.** Để ý phương trình có nhân tử chung là  Từ đó, ý tưởng của ta có thể biểu diễn phương trình theo ẩn số  Sau phép đổi biến này ta thu được: 

Vấn đề khó khăn của ta bây giờ là tìm nghiệm của phương trình . Kiểm tra bằng máy tính cầm tay thì phương trình này vô nghiệm. Do đó, ta có thể chứng minh phương trình vô nghiệm bằng phương pháp hàm số. Cụ thể lời giải như sau:

**Lời giải**

Điều kiện  Đặt   Khi đó, phương trình trở thành  

 

Xét   có   Lập bảng biến thiên hàm số  trong đoạn 

|  |  |
| --- | --- |
| a | 0 |
|  | 0 |
|  |  |

Dễ thấy rằng  ,  . Suy ra phương trình  vô nghiệm. Vậy phương trình đã cho có nghiệm 

**- Bình luận.** Việc lựa chọn phép đặt ẩn phụ và kết hợp phương pháp hàm số để giải quyết phương trình như trong lời giải trên rất độc đáo.

**Ví dụ 12.** Giải phương trình 

**- Phân tích.** Chú ý  nên ta có thể sử dụng phép đặt ẩn phụ chuyển sang giải hệ phương trình. Đặt  

Ta có hệ phương trình  

 



Cũng như bài 7, vấn đề nảy sinh đó là giải quyết phương trình . Sử dụng phương pháp hàm số ta sẽ chứng minh phương trình  vô nghiệm. Từ đó ta có lời giải:

**Lời giải**

Điều kiện   . Đặt  

Ta có hệ phương trình  



 

   (thỏa mãn điều kiện bài toán)

Xét hàm số   có   

Bảng biến thiên:

|  |  |
| --- | --- |
| a | 0 |
|  | 0 |
|  |  |

Từ bảng biến thiên suy ra   Điều này chứng tỏ phương trình  vô nghiệm. Vậy phương trình ban đầu có 2 nghiệm 

**- Bình luận.** Bài này có ý tưởng và lời giải tương tự bài tập trước với sự kết hợp của hai phương pháp đặt ẩn phụ và phương pháp hàm số. Nhưng ở bài này khi sử dụng phương pháp hàm số ta cần chú ý lập bảng biến thiên để từ đó dễ dàng suy ra được 

**Ví dụ 13.** Giải phương trình 

**- Phân tích.** Phương trình trên có đặc điểm là bậc rất cao, hình thức khá phức tạp khiến ta chưa thể có ý tưởng nào cả. Do đó, việc đầu tiên ta cần làm đó là cởi bỏ lớp áo giáp căn thức bằng cách đặt ẩn phụ  Sau phép đổi biến tuy phương trình có bậc rất cao nhưng bằng sự khéo léo ta có thể sử dụng phương pháp hàm số để giả quyết phương trình. Từ đó ta có lời giải sau:

**Lời giải**

Nhận thấy  không phải là nghiệm của phương trình nên ta chỉ xét  Khi đó, phương trình được viết lại dưới dạng:



Đặt  ta có phương trình 

 (chia hai vế cho )

Xét có  

Do đó,   

Với  suy ra  Kiểm tra lại phương trình ban đầu ta đi đến kết luận  là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

**- Bình luận.** Phép đặt ẩn phụ chuyển về một phương trình bậc cao hơn trong lời giải trên rất mạo hiểm. Nhưng chính sự mạo hiểm này đã cho ta một lời giải hay và đẹp.

**Ví dụ 14.** Giải phương trình 

**- Phân tích.** Nhằm mục đích đơn giản hóa cách quan sát phương trình, ta có thể sử dụng phép đặt ẩn phụ:  .

Sau đó đưa phương trình về hệ:  

Phương trình cuối này ta có thể sử dụng phương pháp hàm số để giải quyết nhanh gọn, từ đó tìm được mối quan hệ giữa hai biến a, b:

  Để ý rằng,  Ta có lời giải cho bài toán như sau:

**Lời giải**

Điều kiện:  Khi đó, ta đặt   và đưa phương trình về hệ sau:  

Xét hàm số  có  

Do đó    

    

Thử lại giá trị  thỏa mãn phương trình. Vậy,  là một nghiệm của phương trình đã cho.

**Ví dụ 15.** Giải phương trình 

**- Phân tích.** Thực hiện quy đồng ta biến đổi phương trình về dạng:



Phương trình  gợi cho ta nên đặt ẩn phụ. Chẳng hạn ta đặt   Suy ra  phương trình  lúc này sẽ trở thành:

 

Nếu tinh tế ta sẽ nhận thấy rằng nếu chia hai vế phương trình sau cùng cho  ta có phương trình: 

Quan sát kĩ phương trình ta nhận thấy vế trái là một hàm số nghịch biến theo t. Do đó ta sẽ sử dụng phương pháp hàm số để chứng minh phương trình có nghiệm duy nhất hoặc vô nghiệm.

**Lời giải**

Điều kiện:  Khi đó, phương trình đã cho tương đương với phương trình:

. Đặt  Phương trình  trở thành:

  

Nhận thấy vế trái phương trình là hàm nghịch biến theo t:  nghịch biến theo t nên phương trình  nếu có nghiệm sẽ có nghiệm duy nhất. Mặt khác,  là một nghiệm của phương trình  nên đó cũng là nghiệm duy nhất của phương trình.

Cuối cùng ta tìm được nghiệm của phương trình đã cho là 

**- Bình luận.** Như vậy qua những bài toán trên chúng ta có thể nhận thấy rằng:

Bằng phương pháp đặt ẩn phụ ta đã làm xuất hiện bản chất thực của các phương pháp khác. Mà ngay chính bản thân người sáng tác ra các bài toán cũng vậy. Họ đã lợi dụng các phép đặt ẩn phụ để che giấu ý đồ của họ, nhằm đánh lừa thị giác của người giải toán và tăng độ khó của các bài toán. Do đó, trong quá trình giải phương trình vô tỷ, phương pháp đặt ẩn phụ có tác dụng mở đường cho việc sử dụng các phương pháp khác một cách thuận lợi hơn. Và sự thuận lợi đó nhiều hay ít còn phụ thuộc vào phép đặt ẩn phụ như thế nào là hiệu quả nhất. Mời các bạn độc giả cùng rèn luyện kỉ năng này thông qua các bài tập dưới đây:

**- BÀI TẬP RÈN LUYỆN CÓ ĐÁP SỐ**

**Bài 1.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 2.** Giải phương trình

Hướng dẫn: Đặt   Đáp số: 

**Bài 3.** Giải phương trình  Đáp số:  

**Bài 4.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 5.** Giải phương trình 

Hướng dẫn: Đặt   Đáp số: 

**Bài 6.** Giải phương trình 

Hướng dẫn: Đặt ,  Đáp số: 

**Bài 7.** Giải phương trình 

Hướng dẫn: Đặt   Đáp số:  

**Bài 8.** Giải phương trình 

Hướng dẫn: Đặt   Đáp số: 

**Bài 9.** Giải phương trình 

Hướng dẫn: Đặt   Đáp số: 

**Bài 10.** Giải phương trình  Đáp số:  

**Bài 11.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 12.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 13.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 14.** Giải phương trình 

Hướng dẫn: Đặt   Đáp số:  

**Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com**

**https://www.vnteach.com**

**Bài 15.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 16.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 17.** Giải phương trình 

Hướng dẫn: Sau khi quy đồng và chia hai vế phương trình cho ta đưa phương trình về dạng  với  Đáp số: 

**Bài 18.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 19.** Giải phương trình  Đáp số: 

**Bài 20.** Giải phương trình 

Hướng dẫn: Đặt   chuyển PT về hệ:

  Đáp số: 

**Bài 21.** Giải phương trình 

Hướng dẫn: Đặt   Đưa phương trình về dạng:

 Đáp số: 

**Bài 22.** Giải phương trình 

Hướng dẫn: Đặt    Đáp số: 

**Bài 23.** Giải phương trình 

Hướng dẫn: Đặt . Biến đổi phương trình về dạng:

 

Trong đó, hàm  đồng biến trên  Đáp số: 

**III/ SỰ KẾT HỢP GIỮA PHƯƠNG PHÁP NHÂN LIÊN HỢP VÀ CÁC PHƯƠNG PHÁP KHÁC.**

**Ví dụ 1.** Giải phương trình 

**- Phân tích.** Với phương trình trên, công việc đầu tiên mà ta cần thực hiện đó là trục căn thức ở mẫu số bằng phép nhân liên hợp thu gọn ta được:



Để giải quyết phương trình  ta có thể chọn phương pháp nâng lũy thừa. Ta có lời giải:

**Lời giải**

Điều kiện  Với điều kiện này, phương trình đã cho tương đương với phương trình:

 

 

 

Đối chiếu điều kiện ta có  là 2 nghiệm của phương trình đã cho.

**- Bình luận.** Phương trình trên có dạng tổng quát 

Chọn       ta có bài tập tương tự:

Giải phương trình .