**Chương 1: Bài2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ.**

**🗸.Dạng 3:Tìm cực trị, cực đại , cực tiểu của hàm số hợp.**

✝❶**\_Tóm tắt lý thuyết cơ bản:**

1. **Định nghĩa:** Giả sử hàm số  xác định trên tập K và . Ta nói:

+ **** là **điểm cực tiểu** của hàm số  nếu tồn tại một khoảng  chứa  sao cho và .Khi đó  được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số.

+ là **điểm cực đại** của hàm số  nếu tồn tại một khoảng  chứa  sao cho và .Khi đó  được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số.

+ Điểm cực đại và điểm cực tiểu gọi chung là **điểm cực trị**.

+ Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu gọi chung là **cực trị**.

+ Điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là ***điểm cực trị của***

***hàm số*** và điểm cực trị phải là một điểm trong tập hợp *K*.

+ Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là ***giá trị******cực trị (hay cực trị)*** *của**hàm**số*.

+ Nếu  là điểm cực trị của hàm số thì điểm  được gọi là **điểm cực trị của đồ thị** hàm số .

**\* Nhận xét:**

+ Giá trị cực đại (cực tiểu) nói chung không phải là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số  trên tập D;  chỉ là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số  trên một khoảng  nào đó chứa hay nói cách khác khi  điểm cực đại ( cực tiểu) sẽ tồn tại khoảng (a;b) chứa  sao cho là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số  trên khoảng 

+ Hàm số  có thể đạt cực đại hoặc cực tiểu tại nhiều điểm trên tập K. Hàm số có thể không có cực trị trên một tập cho trước.

1. **Điều kiện cần để hàm số đạt cực trị**

***Định lí 1:*** Giả sử hàm số đạt cực trị tại điểm . Khi đó, nếu  có đạo hàm tại điểm  thì 

***Chú ý:***

* Đạo hàm  *có thể* bằng  tại điểm  nhưng hàm số  không đạt cực trị tại điểm .
* Hàm số *có thể* đạt cực trị tại một điểm mà tại đó hàm số không có đạo hàm.
* Hàm số *chỉ có thể* đạt cực trị tại một điểm mà tại đó đạo hàm của hàm số bằng  hoặc tại đó hàm số không có đạo hàm.

1. **Điều kiện đủ để hàm số đạt cực trị**

***Định lí 2:*** Giả sử hàm số  đạt cực trị tại điểm . Khi đó, nếu hàm số  có đạo hàm tại điểm  thì . Nếu  trên khoảng  và trên khoảng  thì  là một điểm cực đại của hàm số 

* Nếu  trên khoảng  và  trên khoảng  thì  là một điểm cực tiểu của hàm số 

***Quy tắc tìm cực trị***

***Quy tắc 1:***

* *Bước 1:* Tìm tập xác định. Tìm 
* *Bước 2:* Tìm các điểm   mà tại đó *đạo hàm của hàm số bằng* 0 hoặc hàm số *liên tục nhưng không có đạo hàm*.
* *Bước 3:* Lập bảng biến thiên hoặc bảng xét dấu . Nếu *đổi dấu khi đi qua * thì hàm số đạt cực trị tại .

***Định lí 3:*** Giả sử  có đạo hàm cấp 2 trong khoảng  với  Khi đó:

* Nếu  thì hàm số  đạt cực đại tại 
* Nếu  thì hàm số  đạt cực tiểu tại 

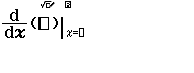
*Từ định lí trên, ta có một quy tắc khác để tìm cực trị của hàm số*

***Quy tắc 2:***

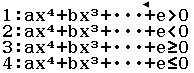
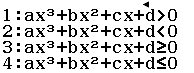
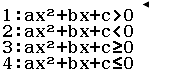
* *Bước 1:* Tìm tập xác định. Tìm 
* *Bước 2:* Tìm các nghiệm   của phương trình 
* *Bước 3:* Tính  và tính 
* Nếu  thì hàm số  đạt cực đại tại điểm 
* Nếu  thì hàm số  đạt cực tiểu tại điểm 

✝❷**\_Phương pháp Casio:**

**①. Calc loại đáp án sai.**



**②. Giải bất phương trình với INEQ.**



**③. Sử dụng table.**



✝❸**\_Phương pháp tính nhanh: Sử dụng các quy tắc xét sự biến thiên của hàm số.**

**⮱. Quy tắc xét dấu CasiO:**

|  |
| --- |
| ***Để lập bảng xét dấu của một biểu thức ta có các bước :***  ***①-Bước 1.*** Tìm nghiệm của biểu thức , hoặc giá trị của *x* làm biểu thức không xác định.  ***②-Bước 2.*** Sắp xếp các giá trị của *x* tìm được theo thứ tự từ nhỏđến lớn.  ***③-Bước 3.***Sử dụng máy tính tìm dấu của trên từng khoảng của bảng xét dấu. |

**🗵\_ Bài tập minh họa .**

|  |
| --- |
| **Câu 1: (NB)** Cho hàm số  liên tục trên tập số thực  và có bảng biến thiên của    Hàm số có bao nhiêu cực trị **?**  **A.** 1 . **B.** 4**. C.** 3**. D.** 2 **.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Nhận biết nhanh .**  Dựa vào bảng biến thiên ta thấy có 2 lần đổi dấu do đó hàm số có 2 cực trị  Nhận D | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Hàm số** **suy ra từ đồ thị hàm số** **bằng cách tịnh tiến theo trục  nên số cực trị của hàm số** **bằng số cực trị của hàm số** |

|  |
| --- |
| **Câu 2: (NB)** Cho hàm số  liên tục trên tập số thực  và có bảng biến thiên của    Hàm số có bao nhiêu cực trị **?**  **A.** 1 . **B.** 2**. C.** 3**. D. 4** **.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_ Nhận biết nhanh .**    Do đó số cực trị của hàm số bằng số cực trị của hàm số  Nhận D | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Hàm số**  **nên số cực trị của hàm số** **bằng số cực trị của hàm số** |

|  |
| --- |
| **Câu 3: (TH)** Cho hàm số  liên tục trên tập số thực , hàm số  và có bảng xét dấu của    Hàm số có bao nhiêu cực trị **?**  **A.** 1 . **B.** 2**. C.** 3**. D.** 4 **.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Dựa vào bảng xét dấu dự đoán    Suy ra  **Cách 1 :** nhập  Sử dụng CALC kiểm tra biểu thức đổi dấu nhe thế nào khi đi qua các nghiệm  Khi đi qua x = -1 CALC x = – 1 – 0.1 kiểm tra dấu của biểu thức , tiếp theo CALC x = – 1 + 0.1 kiểm tra dấu của biểu thức :  đổi dấu từ âm sang dương.  Khi đi qua x = 1 :  đổi dấu từ dương sang âm.  Khi đi qua x = 2 :  không đổi dấu .  Khi đi qua x = 2.3:  đổi dấu từ âm sang dương.  Vậy hàm số có 3 cực trị .  Nhận C  **Cách 2 : Bấm TABLE**  nhập hàm  start – 1.2 , end 2. 5, step  Kiểm tra số lần đổi dấu của biểu thức , kết luận hàm số có 3 cực trị .  Nhận C | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Ước lượng giao điểm trục hoành.**  **+ Sử dụng đạo hàm hàm hợp.**  **+ Biến đổi thành nhân tử.**  **+ Calc hoặc Table loại trừ đáp án sai.**  **Chú ý :** Đối với hàm này để chính xác ta nên kiểm tra nghiệm các phương trình trước rồi chọn khoảng cho thích hợp .  Ta có : |

|  |
| --- |
| **Câu 4: (VD)** Cho hàm số  liên tục trên tập số thực , hàm số  và có bảng xét dấu của    Xét hàm số . Khẳng định nào sau đây **đúng ?**  **A.**Đồ thị hàm số  có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.  **B.** Đồ thị hàm số  có 2 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.  **C.** Đồ thị hàm số  có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.  **D.** Đồ thị hàm số  có 3 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại. |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Dựa vào bảng xét dấu dự đoán    Suy ra  **Cách 1 :** nhập  Sử dụng CALC kiểm tra biểu thức đổi dấu nhe thế nào khi đi qua các nghiệm  Khi đi qua x = -1 CALC x = – 1 – 0.1 kiểm tra dấu của biểu thức , tiếp theo CALC x = – 1 + 0.1 kiểm tra dấu của biểu thức :  đổi dấu từ âm sang dương.  Khi đi qua x = 1 :  đổi dấu từ dương sang âm.  Khi đi qua x = 2 :  không đổi dấu .  Khi đi qua x = 2.3:  đổi dấu từ âm sang dương.  Vậy hàm số có 2 cực tiểu 1 cực đại .  Nhận A  **Cách 2 : Bấm TABLE**  nhập hàm  start – 1.2 , end 2. 5, step  Kiểm tra số lần đổi dấu của biểu thức , kết luận hàm số có 2 cực tiểu 1 cực đại .  Nhận A | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Ước lượng giao điểm trục hoành.**  **+ Sử dụng đạo hàm hàm hợp.**  **+ Biến đổi thành nhân tử.**  **+ Calc hoặc Table loại trừ đáp án sai.**  **Chú ý :** Đối với hàm này để chính xác ta nên kiểm tra nghiệm các phương trình trước rồi chọn khoảng cho thích hợp .  Ta có : |

|  |
| --- |
| **Câu 5: (VD)** Cho hàm số  liên tục trên tập số thực , hàm số  và có bảng xét dấu của    Hỏi hàm số  đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?  **A.**. **B.**. **C.** . **D.** . |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Dựa vào bảng xét dấu dự đoán    Suy ra  **TABLE**  start – 4 , end 4, step 1  Nhận B | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Tìm giao điểm với trục hoành.**  **+ Sử dụng đạo hàm hàm hợp.**  **+ Biến đổi thành nhân tử.**  **+ Dùng TABLE loại trừ đáp án .**  **Chú ý : dựa vào đáp án chọn khoảng mình xét.** |

**🗵\_ Bài tập áp dụng rèn luyện trong các đề thi thử năm 2019.*(10-15 câu)***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **3NB** | **4TH** | **2VD** | **1VDC** |

|  |
| --- |
| **Câu 1: (NB)** Cho hàm số  liên tục trên tập số thực  và có bảng biến thiên của    Hàm số có bao nhiêu cực trị **?**  **A.** 1 . **B.** 2**. C.** 3**. D.** 4 **.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_ Nhận biết nhanh .**  + Số cực trị của hàm số bằng số cực trị của hàm số  Nhận D | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Số cực trị của hàm số** **bằng số cực trị của hàm số** |

|  |
| --- |
| **Câu 2: (NB)** Cho hàm số  liên tục trên tập số thực  và có bảng biến thiên của    Hàm số có bao nhiêu cực đại **?**  **A.** 1 . **B.** 2**. C.** 3**. D.** 4 **.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_ Nhận biết nhanh .**  + Số cực trị của hàm số bằng số cực trị của hàm số  + có 2 lần đổi dấu từ dương sang âm nên có 2 cực đại.  Nhận B | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Số cực trị của hàm số** **bằng số cực trị của hàm số** |

|  |
| --- |
| **Câu 3: (NB)** Cho hàm số  liên tục trên tập số thực  và có bảng biến thiên của    Hàm số  điểm cực tiểu thuộc khoảng nào sau đây**?**  **A.**  . **B.** **. C.** **. D.** **.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_ Nhận biết nhanh .**  + Điểm cực tiểu của hàm số thuộc khoảng nên điểm cực tiểu của hàm số thuộc khoảng .  Nhận C | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Hàm số** **suy ra từ đồ thị hàm số** **bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số**  **sang trái 3 đơnvị .** |

|  |
| --- |
| **Câu 4: (TH)** Cho hàm số  liên tục trên tập số thực , hàm số  và có bảng xét dấu của    Hỏi hàm số  có bao nhiêu cực trị ?  **A.**. **B.**  . **C.** . **D.** . |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Dựa vào bảng xét dấu dự đoán    Suy ra  **TABLE**  start – 6 , end 6, step 1  Nhận C | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Tìm giao điểm với trục hoành.**  **+ Sử dụng đạo hàm hàm hợp.**  **+ Biến đổi thành nhân tử.**  **+ Dùng TABLE loại trừ đáp án .**  **Chú ý :**  là hàm bậc ba nên có nhiều nhất 3 cực trị nên khi bấm máy tính mà có 2 cực trị thì ta phải mở rộng hoặc thu hẹp khoảng mình xét để kiểm tra cho chính xác. |

|  |
| --- |
| **Câu 5: (TH)** Cho hàm số  liên tục trên tập số thực , hàm số  và có bảng xét dấu của    Xét hàm số . Khẳng định nào sau đây **đúng ?**  **A.**Đồ thị hàm số  có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.  **B.** Đồ thị hàm số  có 2 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.  **C.** Đồ thị hàm số  có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.  **D.** Đồ thị hàm số  có 3 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại. |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Dựa vào bảng xét dấu dự đoán    Suy ra  **TABLE**  start – 3 , end 5, step 0.5  Nhận C | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Ước lượng giao điểm trục hoành.**  **+ Sử dụng đạo hàm hàm hợp.**  **+ Biến đổi thành nhân tử.**  **+ TABLE loại trừ đáp án sai.**  **Chú ý :**  là hàm bậc ba nên có nhiều nhất 3 cực trị nên khi bấm máy tính mà có 2 cực trị thì ta phải mở rộng hoặc thu hẹp khoảng mình xét để kiểm tra cho chính xác. |

|  |
| --- |
| **Câu 6: (TH)** Cho hàm số  , bảng biến thiên của hàm số  như sau:      Xét hàm số . Khẳng định nào sau đây **đúng ?**  **A.**Đồ thị hàm số  có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.  **B.** Đồ thị hàm số  có 2 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.  **C.** Đồ thị hàm số  có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.  **D.** Đồ thị hàm số  có 3 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại. |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Dựa vào bảng biến thiên dự đoán    Suy ra  **TABLE**  start –3 , end 5, step 0.5  Nhận A | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Ước lượng giao điểm trục hoành.**  **+ Sử dụng đạo hàm hàm hợp.**  **+ Biến đổi thành nhân tử.**  **+ TABLE loại trừ đáp án sai.**  **Chú ý :**  là hàm bậc ba nên có nhiều nhất 3 cực trị nên khi bấm máy tính mà có 2 cực trị thì ta phải mở rộng hoặc thu hẹp khoảng mình xét để kiểm tra cho chính xác. |

|  |
| --- |
| **Câu 7: (TH)** Cho hàm số  , bảng biến thiên của hàm số  như sau:      Xét hàm số . Khẳng định nào sau đây **đúng ?**  **A.**Đồ thị hàm số  có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.  **B.** Đồ thị hàm số  có 2 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.  **C.** Đồ thị hàm số  có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.  **D.** Đồ thị hàm số  có 3 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại. |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Dựa vào bảng biến thiên dự đoán    Suy ra  **TABLE**  start –4 , end 4, step 0.5  Nhận C | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Ước lượng giao điểm trục hoành.**  **+ Sử dụng đạo hàm hàm hợp.**  **+ Biến đổi thành nhân tử.**  **+ TABLE loại trừ đáp án sai.**  **Chú ý :**  là hàm bậc ba nên có nhiều nhất 3 cực trị nên khi bấm máy tính mà có 2 cực trị thì ta phải mở rộng hoặc thu hẹp khoảng mình xét để kiểm tra cho chính xác. |

|  |
| --- |
| **Câu 8: (VD) (Đề thi THPTQuốc gia 2019)**Cho hàm số  , bảng biến thiên của hàm số  như sau:    Số cực trị của hàm số là :  **A.**. **B.**  . **C.** . **D.** . |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Dựa vào bảng xét dấu dự đoán    Suy ra  **TABLE**  start –4 , end 4, step 0.5  Nhận C | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Ước lượng giao điểm trục hoành.**  **+ Sử dụng đạo hàm hàm hợp.**  **+ Biến đổi thành nhân tử.**  **+ TABLE loại trừ đáp án sai.** |

|  |
| --- |
| **Câu 9: (VD)** Cho hàm số  , bảng biến thiên của hàm số  như sau:    Số điểm cực tiểu của hàm số là :  **A.**. **B.**  . **C.** . **D.** . |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Dựa vào bảng xét dấu dự đoán    Suy ra  **TABLE**  start –3 , end 3, step 0.4  Nhận C | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Ước lượng giao điểm trục hoành.**  **+ Sử dụng đạo hàm hàm hợp.**  **+ Biến đổi thành nhân tử.**  **+ TABLE loại trừ đáp án sai.** |

|  |
| --- |
| **Câu 10: (VD)** Cho hàm số  , bảng biến thiên của hàm số  như sau:    Xét hàm số. Khẳng định nào sau đây **đúng ?**  **A.**Đồ thị hàm số  có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.  **B.** Đồ thị hàm số  có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.  **C.** Đồ thị hàm số  có 2 điểm cực tiểu và 3 điểm cực đại.  **D.** Đồ thị hàm số  có 3 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại. |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Dựa vào bảng xét dấu dự đoán    Suy ra  **TABLE**  start –3 , end 3, step 0.4  Nhận D | **②\_Bài học kinh nghiệm**  **+ Ước lượng giao điểm trục hoành.**  **+ Sử dụng đạo hàm hàm hợp.**  **+ Biến đổi thành nhân tử.**  **+ TABLE loại trừ đáp án sai.** |