**SỞ GD&ĐT** | **KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025**

**TRƯỜNG THPT** | **Môn: TOÁN 12**

ĐỀ THAM KHẢO | *Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

*(Đề có 3 trang)*

**Họ, tên thí sinh:**..........................................................................

**Số báo danh:**..........................................................................  **ĐỀ SỐ 15**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

**A.** $m\le 1$. **B.** $m\le -3$. **C.** $m<1$. **D.** $m<-3$.

**Câu 2:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

**A.** $\max\limits_{[1;5]} f(x)=2.$ **B.** $\max\limits_{[1;5]} f(x)=2\sqrt{2}.$ **C.** $\max\limits_{[1;5]} f(x)=3\sqrt{2}.$ **D.** $\max\limits_{[1;5]} f(x)=\sqrt{2}.$

**Câu 3:** Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

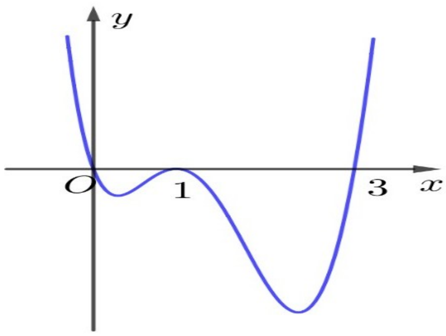
**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 4:** Tổng hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+3$ và đường thẳng $y=x$ là

**A.** $3$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $0$.

**Câu 5:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.




Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

**A.** $(-\infty;0)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$.

**Câu 6:** Cho tứ diện ABCD có AB=AC=AD và góc BAC=góc BAD=$60^0$. Hãy xác định góc giữa cặp vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$?

**A.** $60^0$ **B.** $45^0$ **C.** $120^0$ **D.** $90^0$

**Câu 7:** Cho điểm $I(-2;2)$ và $A,B$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2-4$. Tính diện tích $S$ của tam giác $IAB$.

**A.** $S=10$. **B.** $S=\sqrt{10}$. **C.** $S=\sqrt{20}$. **D.** $S=20$.

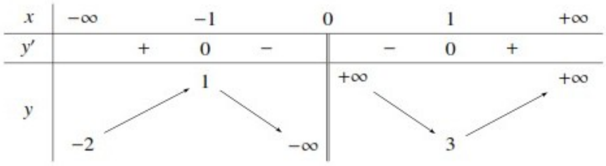
**Câu 8:** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của hàm số $f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

**A.** $2$. **B.** $4$. **C.** $3$. **D.** $1$.

**Câu 9:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



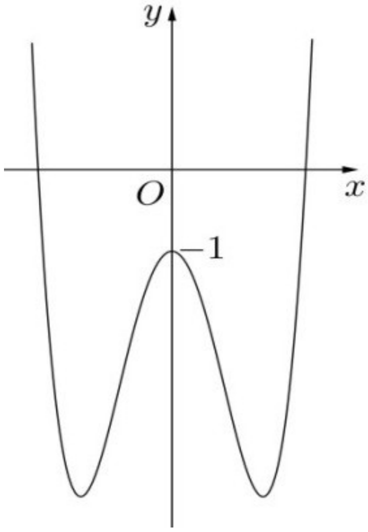
Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $4$. **D.** $2$.

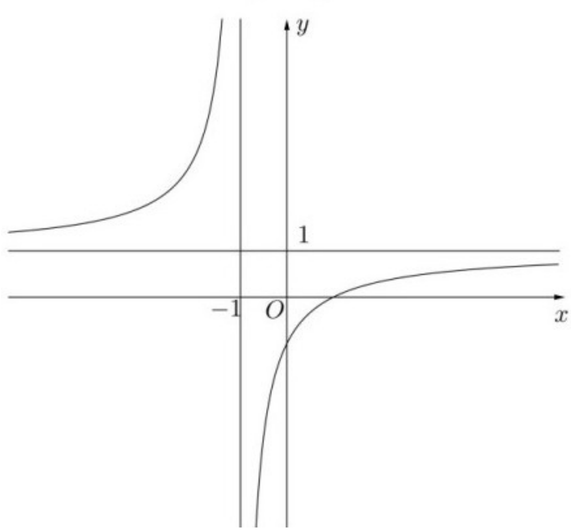
**Câu 10:** Hàm số $y=x^3-3x^2+1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

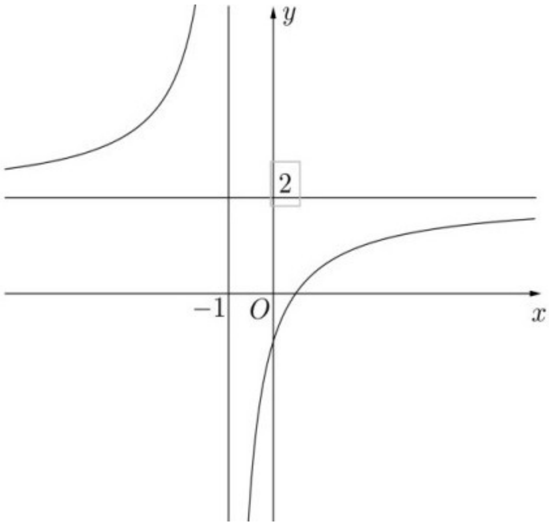
**Câu 11:** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



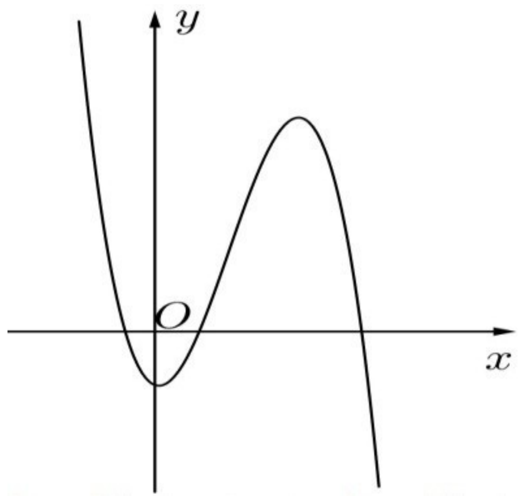

**A.**




**B.**




**C.**




**D.**

**Câu 12:** $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là 2 vecto đều khác $\vec{0}$. Khi đó $|\vec{u}+2\vec{v}|^2$ bằng

**A.** $\vec{u}^2+2\vec{v}^2-4\vec{u}.\vec{v}$ **B.** $\vec{u}^2+4\vec{v}^2+4\vec{u}.\vec{v}$

**C.** $\vec{u}^2+4\vec{v}^2$ **D.** $4\vec{u}.\vec{v}(\vec{u}-\vec{v})$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

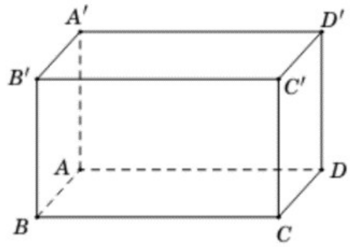
**Câu 1:** Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có cạnh AB=*a*; AD=$a\sqrt{3}$; AA'=2*a*

(I) $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{CD'}=\vec{0}$

(II) $\overrightarrow{A'D}+\overrightarrow{CB'}=\vec{0}$

(III) $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}|=a\sqrt{5}$

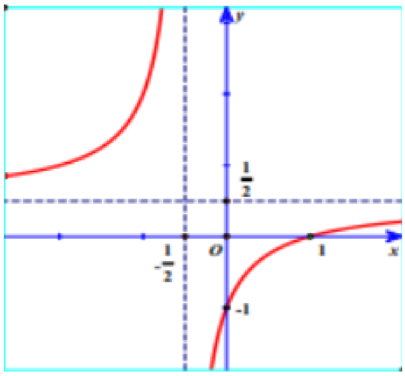
(IV) $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{CC'}|=2\sqrt{2}a$




**Câu 2:** Cho hàm số *y=f(x)* có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=3$; $\lim\limits_{x\to(-1)^{+¿} f(x)=+\infty¿}$ ¿ và $\lim\limits_{x\to(-2)^{-¿} f(x)=-1¿}$ ¿

(I) Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng
(II) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang
(III) Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang
(IV) Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang

**Câu 3:** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên

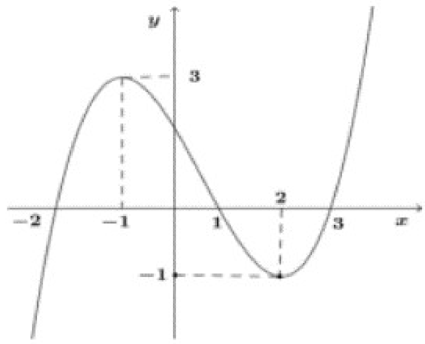



(I) Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$và $\left(\dfrac{-1}{2};+\infty\right)$

(II) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$và $\left(\dfrac{-1}{2};+\infty\right)$

(III) Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng
(IV) Hàm số không đồng biến trên R

**Câu 4:** Cho hàm số *y=f(x)* có đồ thị là đường cong trong hình bên:




(I) Hàm số *y=f(x)* có 2 điểm cực trị
(II) Hàm số *y=f(x)* đạt cực đại tại *x*=3
(III) Trên đoạn $[-1;1]$, hàm số *y=f(x)* đạt giá trị lớn nhất bằng $-1$
(IV) Hàm số đồng biến trên R

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

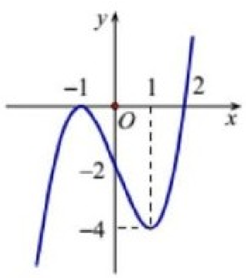
**Câu 1:** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\left|-x^3+3mx^2+3(1-m^2)x+m^3-m^2\right|$ có $5$ điểm cực trị. Tổng các phần tử của $S$ bằng:

**Câu 2:** Cho đồ thị $(C_m): y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$. Tất cả giá trị của tham số $m$ để $(C_m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1,x_2,x_3$ thỏa $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$ là:

**Câu 3:** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị $(C)$ và $I$ là giao điểm của hai đường tiệm cận. Giả sử $M(x_0;y_0)$ là điểm trên đồ thị $(C)$ có hoành độ dương sao cho tiếp tuyến tại $M$ với $(C)$ cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại hai điểm $A,B$ thỏa mãn $IA^2+IB^2=40$. Giá trị của biểu thức $P=x_0^2+y_0^2+x_0y_0$ bằng

**Câu 4:** Cho số $a>0$. Trong số các tam giác vuông có tổng một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng $a$, tam giác có diện tích lớn nhất có dạng $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$. Khi đó *a*+*b* bằng:

**Câu 5:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số $m$ sao cho hàm số $y=f(x-m)$ đồng biến trên khoảng $(2020;+¥)$. Số phần tử của tập $S$ là

**Câu 6:** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Tìm giá trị thực của *k* thỏa mãn đẳng thức vecto $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA'}+k\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{C'D}\right)=\vec{0}$?

-----------------------------Hết-----------------------------

*-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*

*-Giám thị không giải thích gì thêm.*

**SỞ GD&ĐT**
**TRƯỜNG THPT**
HƯỚNG DẪN GIẢI
*(Đề có 3 trang)*

**KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025**
**Môn: TOÁN 12**
*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

**Họ, tên thí sinh:**..........................................................................
**Số báo danh:**...............................................................................

**ĐỀ SỐ 15**

**Câu 1:** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

**A.** $m\le 1$. **B.** $m\le -3$. ***C.** $m<1$. **D.** $m<-3$.

**Lời giải**

TXĐ: $D=\mathbb{R}/\{-1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{m-1}{(x+1)^2}$. Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $m-1<0\Leftrightarrow m<1$

**Câu 2:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

**A.** $\max\limits_{[1;5]} f(x)=2.$ ***B.** $\max\limits_{[1;5]} f(x)=2\sqrt{2}.$ **C.** $\max\limits_{[1;5]} f(x)=3\sqrt{2}.$ **D.** $\max\limits_{[1;5]} f(x)=\sqrt{2}.$

**Lời giải**

Xét hàm số: $y=f(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}$ trên đoạn $[1;5]$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}-\dfrac{1}{2\sqrt{5-x}}=0\Leftrightarrow \sqrt{x-1}=\sqrt{5-x}\Leftrightarrow x=3\in[1;5]$

$f(1)=f(5)=2; f(3)=2\sqrt{2}\Rightarrow \max\limits_{[1;5]} f(x)=2\sqrt{2}.$

**Câu 3:** Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

***D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Lời giải**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-3$, $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**Câu 4:** Tổng hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+3$ và đường thẳng $y=x$ là

***A.** $3$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $0$.

**Lời giải**

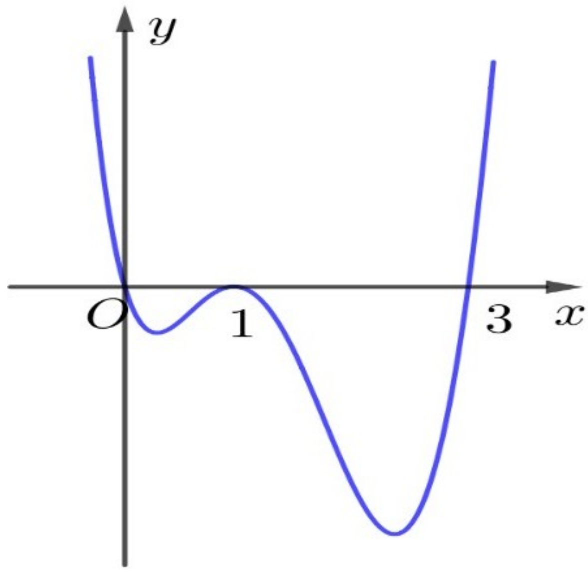
• Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+3$ và đường thẳng $y=x$ là $x^3-3x^2+3=x$

$\Leftrightarrow x^3-3x^2-x+3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

• Vậy tổng hoành độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số trên là: $T=-1+1+3=3$.

**Câu 5:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.




Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

**A.** $(-\infty;0)$. *__B.__ $(0;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$.

**Lời giải**

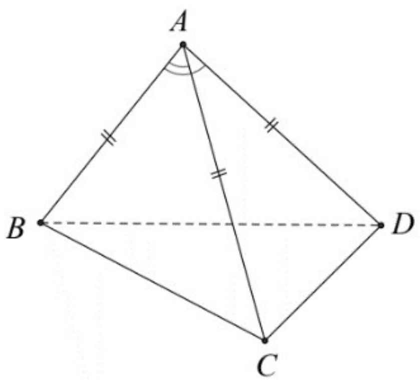
Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ suy ra $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$ và $f'(x)\le 0 \Leftrightarrow 0\le x\le 3$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

**Câu 6:** Cho tứ diện ABCD có AB=AC=AD và góc BAC=góc BAD=$60^0$. Hãy xác định góc giữa cặp vecto $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$?

A. $60^0$ B. $45^0$ C. $120^0$ D. $90^0$

**Hướng dẫn giải**




Ta có

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$=AB.AD.cos$60^0$−AB.AC.cos$60^0$=0

=>$\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=90^0$

**Câu 7:** Cho điểm $I(-2;2)$ và $A,B$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2-4$. Tính diện tích $S$ của tam giác $IAB$.

*A. $S=10$. B. $S=\sqrt{10}$. C. $S=\sqrt{20}$. D. $S=20$.

**Lời giải**

Ta có $y=-x^3+3x^2-4 \Rightarrow y'=-3x^2+6x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow -3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Suy ra hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;-4), B(2;0)$.

Xét tam giác $IAB$ có $IA=2\sqrt{10}; IB=2\sqrt{5}; AB=2\sqrt{5}$, suy ra $IB^2+AB^2=IA^2=40$ nên tam giác $IAB$ vuông cân tại $B$.

Do đó $S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}IB.AB=10$.

**Câu 8:** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của hàm số $f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

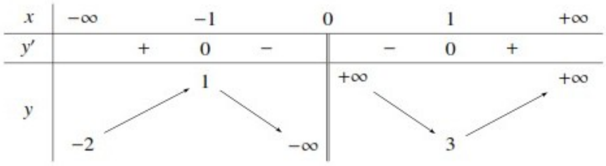
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. *B. 4. C. 3. D. 1.

**Lời giải**

Vì hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua bốn giá trị $-2,0,2,4$ nên hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

**Câu 9:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. B. 1. C. 4. *D. 2.

**Lời giải**

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$ nên đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận ngang $y=-2$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ trường hợp này không có đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận đứng $x=0$. Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai đường tiệm.

**Câu 10:** Hàm số $y=x^3-3x^2+1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

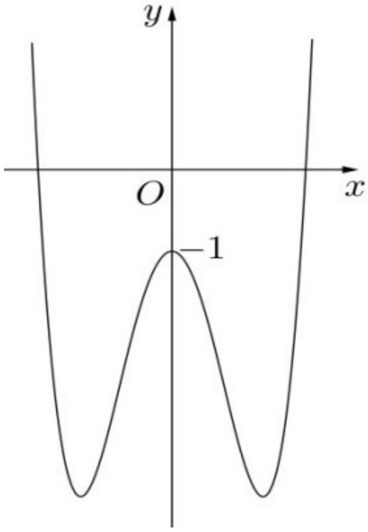
A. $(-\infty;0)$. *B. $(0;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(1;+\infty)$.

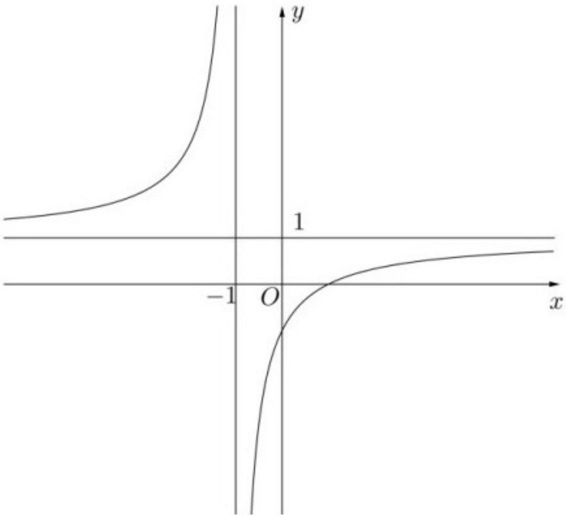
**Lời giải**

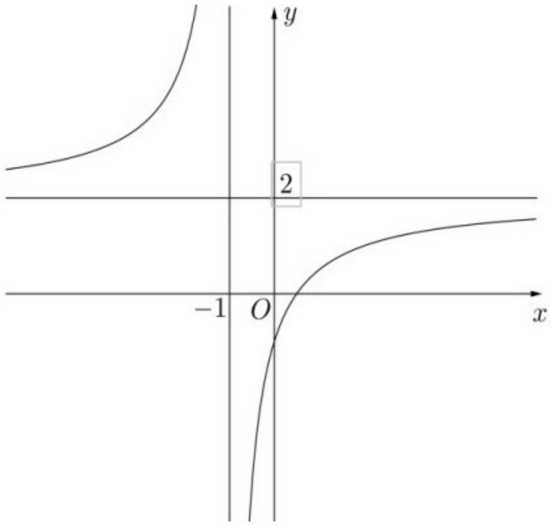
Xét hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có $y'=3x^2-6x$

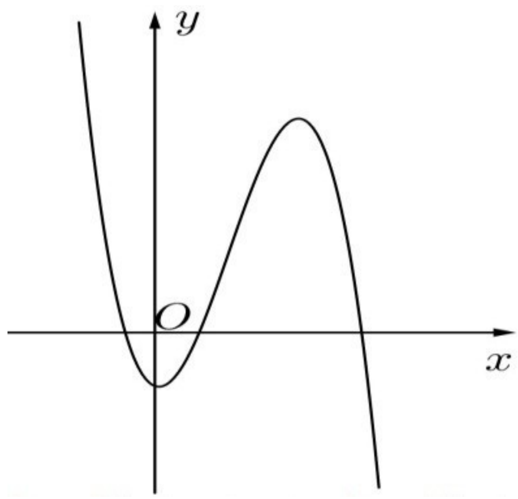
YCBT $\Leftrightarrow y'<0 \Leftrightarrow 3x^2-6x<0 \Leftrightarrow 0<x<2$ nên chọn $B$.

**Câu 11:** Đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ là đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?

**A.** 


**B.** 


***C.** 


**D.** 


**Lời giải**

Xét hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{x+1}=2$ (hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{x+1}=2$) nên $y=2$ là tiệm cân ngang của đồ thị hàm số.

Phương án A là đồ thị hàm bậc 4 và phương án D là đồ thị hàm bậc 3 nên không thóa mãm.

Phương án B đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=1$ nên không thóa mãn.

Do đó chọn đáp án **C.**

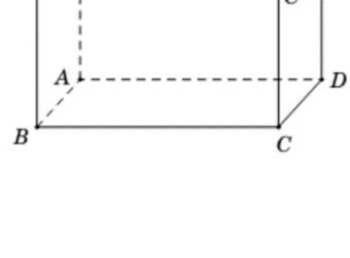
**Câu 12:** $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là 2 vecto đều khác $\vec{0}$. Khi đó $|\vec{u}+2\vec{v}|^2$ bằng

**A.** $\vec{u}^2+2\vec{v}^2-4\vec{u}.\vec{v}$ **B.** $\vec{u}^2+4\vec{v}^2+4\vec{u}.\vec{v}$ **C.** $\vec{u}^2+4\vec{v}^2$ **D.** $4\vec{u}.\vec{v}(\vec{u}-\vec{v})$

**Hướng dẫn giải**

Ta có $|\vec{u}+2\vec{v}|^2=(\vec{u}+2\vec{v})^2=\vec{u}^2+4\vec{v}^2+4\vec{u}.\vec{v}$

**Câu 1:** Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có cạnh AB=$a$; AD=$a\sqrt{3}$; AA'=$2a$




(I) $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{CD'}=\vec{0}$

(II) $\overrightarrow{A'D}+\overrightarrow{CB'}=\vec{0}$

(III) $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}|=a\sqrt{5}$

(IV) $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{CC'}|=2\sqrt{2}a$

**Hướng dẫn giải**

(I) S (II) Đ (III) S (IV) Đ

(I) $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{CD'}$ không đối nhau nên $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{CD'}\neq\vec{0}$ nên (I) SAI

(II) $\overrightarrow{A'D}$ và $\overrightarrow{CB'}$ đối nhau nên $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{CD'}=\vec{0}$ nên (II) ĐÚNG

(III) $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{AC}|=AC=\sqrt{AB^2+AD^2}=2a$ nên (III) SAI

(IV) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{CC'}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{AA'}\right|=AC'=\sqrt{AB^2+AD^2+AA^2}=2\sqrt{2}\,a$ nên (IV) Đ

**Câu 2:** Cho hàm số *y=f(x)* có $\lim_{x\to+\infty} f(x)=3$ và $\lim_{x\to-\infty} f(x)=3$, $\lim_{x\to(-1)^{+¿}f(x)=+\infty¿}$ ¿ và $\lim_{x\to(-2)^{-¿}f(x)=-1¿}$ ¿

(I) Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng

(II) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang

(III) Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang

(IV) Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang

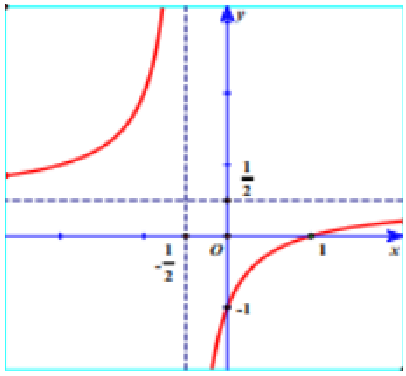
**Hướng dẫn giải**

(I) Đ (II) S (III) S (IV) Đ

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=3$ → Hàm số có tiệm cận ngang *y*=3

$\lim_{x\to(-1)^{+¿}f(x)=+\infty¿}$ ¿ → Hàm số có tiệm đứng $x=-1$

**Câu 3:** Cho hàm số *f(x)*=$\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên




(I) Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$và $\left(\dfrac{-1}{2};+\infty\right)$

(II) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$và $\left(\dfrac{-1}{2};+\infty\right)$

(III) Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng

(IV) Hàm số không đồng biến trên R

**Hướng dẫn giải**

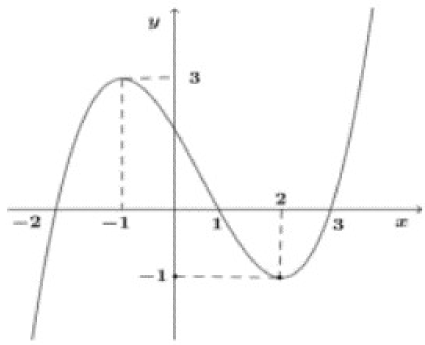
(I) Đ (II) S (III) S (IV) Đ

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$và $\left(\dfrac{-1}{2};+\infty\right)$

Đồ thị có 1 đường tiệm cận đứng *x*=$\dfrac{-1}{2}$

Hàm nhất biến không đồng biến hay nghịch biến trên R mà trên từng khoảng xác định, dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định

**Câu 4:** Cho hàm số *y=f(x)* có đồ thị là đường cong trong hình bên:




(I) Hàm số *y=f(x)* có 2 điểm cực trị

(II) Hàm số *y=f(x)* đạt cực đại tại *x*=3

(III) Trên đoạn [−1;1], hàm số *y=f(x)* đạt giá trị lớn nhất bằng −1

(IV) Hàm số đồng biến trên R

**Hướng dẫn giải**

(I) Đ (II) S (III) S (IV) S

(II) SAI vì hàm số *y=f(x)* đạt cực đại tại *x*=−1

(III) Trên đoạn [−1;1], hàm số *y=f(x)* đạt giá trị lớn nhất bằng 3

(IV) Hàm số đồng biến trên khoảng (−∞;−1) và (2;+∞)

**Câu 1:** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\left|-x^3+3mx^2+3\left(1-m^2\right)x+m^3-m^2\right|$ có $5$ điểm cực trị. Tổng các phần tử của $S$ bằng:

**Lời giải**

Xét hàm số $y=f(x)=-x^3+3mx^2+3\left(1-m^2\right)x+m^3-m^2$.

Ta có: $f'(x)=-3x^2+6mx+3\left(1-m^2\right)=0$.

$\Delta' = 9m^2 + 9\left(1 - m^2\right) = 9 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(x)$ luôn có hai điểm cực trị, với mọi $m \in \mathbb{R}$.

$f'(x) = -3x^2 + 6mx + 3\left(1 - m^2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = m + 1 \\ x_2 = m - 1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_1 = -m^2 + 3m + 2 \\ y_2 = -m^2 + 3m - 2 \end{array}\right.$.

Để hàm số $y = |f(x)|$ có $5$ điểm cực trị thì phương trình $f(x) = 0$ có $3$ nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow y_{CD} . y_{CT} < 0$
$\Leftrightarrow \left(-m^2 + 3m + 2\right)\left(-m^2 + 3m - 2\right) < 0 \Leftrightarrow \left(m^2 - 3m - 2\right)\left(m^2 - 3m + 2\right) < 0$

$\Leftrightarrow m \in \left(\frac{3 - \sqrt{17}}{2}; 1\right) \cup \left(2; \frac{3 + \sqrt{17}}{2}\right)$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 0; m = 3$.

Tổng các phần tử của $S$ bằng $3$.

**Câu 2:** Cho đồ thị $(C_m): y = x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m$. Tất cả giá trị của tham số $m$ để $(C_m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2, x_3$ thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$ là:

**Lời giải**

Lập phương trình hoành độ giao điểm của $(C_m)$ và trục hoành là: $x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow$
$\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \quad (1) \end{array}\right.$

$(C_m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $1$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 - 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$
$\begin{cases} 1 + 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases} (*)$

Gọi $x_3 = 1$ còn $x_1, x_2$ là nghiệm phương trình $(1)$ nên theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$. Vậy
$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa (*))

Vậy chọn $m = 1$.

**Câu 3:** Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ có đồ thị $(C)$ và $I$ là giao điểm của hai đường tiệm cận. Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm trên đồ thị $(C)$ có hoành độ dương sao cho tiếp tuyến tại $M$ với $(C)$ cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại hai điểm $A, B$ thỏa mãn $IA^2 + IB^2 = 40$. Giá trị của biểu thức $P = x_0^2 + y_0^2 + x_0y_0$ bằng

**Lời giải**

Đồ thị $(C): y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 2$ nên $I(-1; 2)$.

Vì $M \in (C)$ nên $M\left(x_0; \frac{2x_0 - 1}{x_0 + 1}\right) (x_0 > 0)$

Phương trình tiếp tuyến với $(C)$ tại $M$ là $y = \frac{3}{(x_0 + 1)^2}(x - x_0) + \frac{2x_0 - 1}{x_0 + 1}$.

$\Rightarrow A\left(-1; \frac{2x_0 - 4}{x_0 + 1}\right), B(2x_0 + 1; 2)$

Ta có $IA = \left|\dfrac{6}{x_0+1}\right|$ và $IB = 2\left|x_0+1\right|$.

Khi đó $IA^2 + IB^2 = 40 \Leftrightarrow \dfrac{36}{(x_0+1)^2} + 4(x_0+1)^2 = 40, x_0 > 0$

$\Leftrightarrow (x_0+1)^4 - 10(x_0+1)^2 + 9 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x_0+1)^2 = 1\\(x_0+1)^2 = 9\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_0 = 0\ (l)\\x_0 = -2\ (l)\\x_0 = 2\ (n)\\x_0 = -4\ (l)\end{array}\right. \Leftrightarrow x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 1$.

Suy ra $M(2;1)$

Giá trị của biểu thức $P = 7$.

**Câu 4:** Cho số $a > 0$. Trong số các tam giác vuông có tổng một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng $a$, tam giác có diện tích lớn nhất có dạng $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$. Khi đó $a+b$ bằng:

**Lời giải**

Giả sử tam giác $ABC$ vuông ở $A$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Giả sử $AB + BC = a \Rightarrow AB = a - BC$

Đặt $BC = x; 0 < x < a$.

$\Rightarrow AB = a - x$ và $AC = \sqrt{x^2 - (a-x)^2} = \sqrt{2ax - a^2}$

Diện tích tam giác $ABC$ là $S = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}(a-x)\sqrt{2ax - a^2}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{2}(a-x)\sqrt{2ax - a^2}$

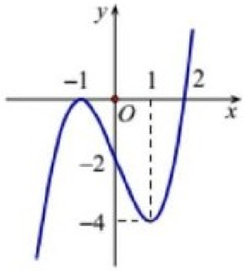
$f'(x) = \frac{1}{2}\left(-\sqrt{2ax - a^2} + (a-x).\dfrac{a}{\sqrt{2ax - a^2}}\right) = \frac{1}{2}\left(\dfrac{-2ax + a^2 + a^2 - ax}{\sqrt{2x^2 - a^2}}\right) = \frac{1}{2}.\dfrac{2a^2 - 3ax}{\sqrt{2x^2 - a^2}}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{2a}{3}$.

| $x$ | $0$ | | $\dfrac{2a}{3}$ | | $a$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |

Vậy diện tích lớn nhất của tam giác $ABC$ là $S = f\left(\dfrac{2a}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{18}a^2$.

**Câu 5:** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




Gọi $S$ là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số $m$ sao cho hàm số $y=f(x-m)$ đồng biến trên khoảng $(2020;+\infty)$. Số phần tử của tập $S$ là

**A.** $2020$. **B.** $2019$. ***C.** $2018$. **D.** Vô số.

**Lời giải**

Xét hàm số: $y=g(x)=f(x-m)$

$y'=g'(x)=f'(x-m)$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-m=-1 \\ x-m=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m-1 \\ x=m+2 \end{array}\right. (m-1<m+2)$$

Bảng biến thiên.

| $x$ | $-\infty$ | | $m-1$ | | $m+2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | | | $f(2)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

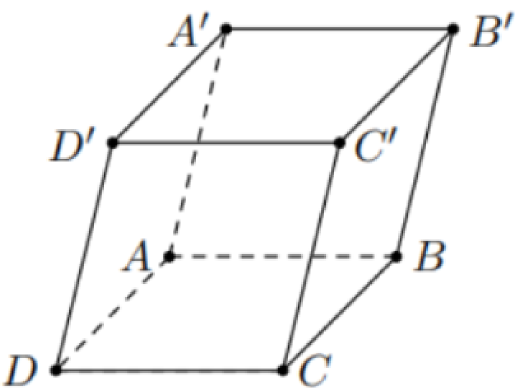
Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2020;+\infty)$ thì $2020 \geq m+2 \Leftrightarrow m \leq 2018$

Do $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow 1 \leq m \leq 2018 \Rightarrow$ có $2018$ giá trị của tham số $m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 6:** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Tìm giá trị thực của *k* thỏa mãn đẳng thức vecto $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA'}+k\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{C'D}\right)=\vec{0}$?

**Hướng dẫn giải**

**ĐÁP ÁN *k*=1**




Ta có

$$\begin{cases} \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD'}=\overrightarrow{AD'} \\ \overrightarrow{DB}+\overrightarrow{C'D}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{C'B}=\overrightarrow{D'A} \end{cases}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{AD'}+k\,\overrightarrow{D'A}=\vec{0} \leftrightarrow (k-1)\overrightarrow{D'A}=\vec{0} \leftrightarrow k=1$$